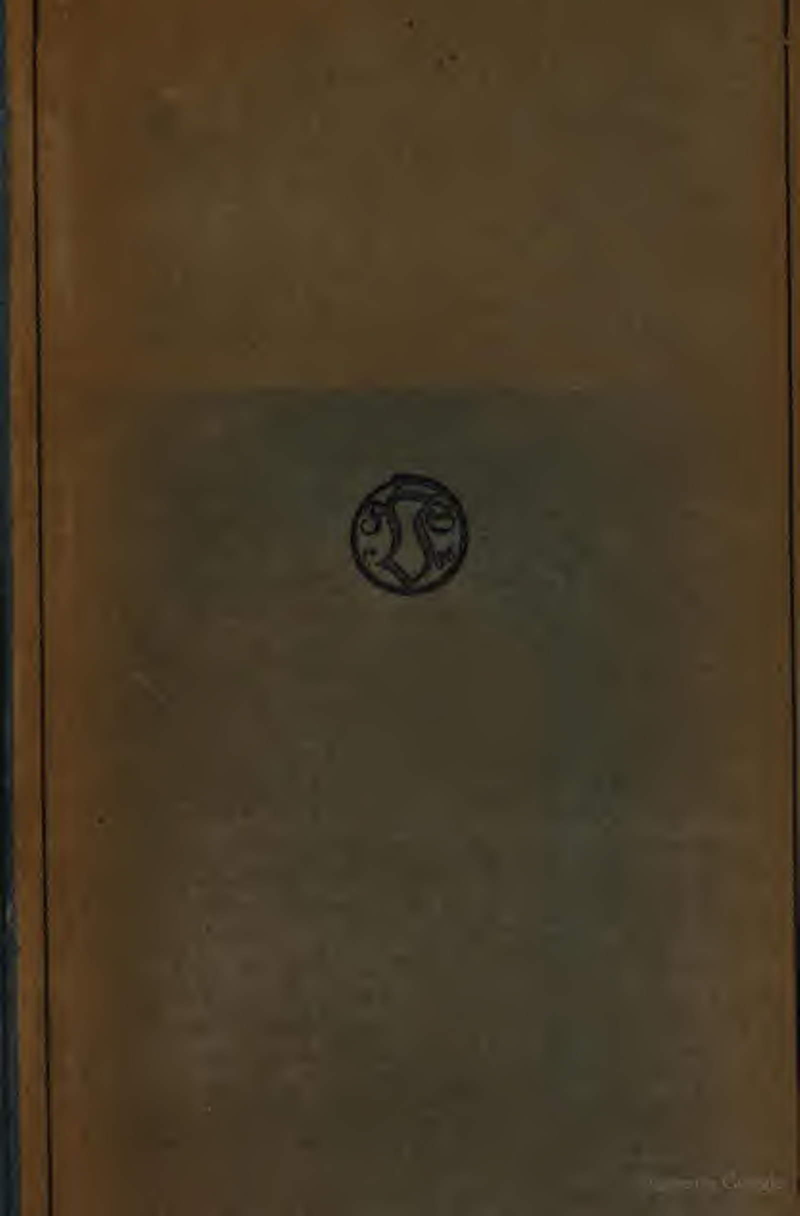




O. D. Chwolson

Lehrbuch der Physik

Zweite Auflage

II, 2.

Lehrbuch der Physik

Von

O. D. Chwolson
Prof. ord. an der Universität in St. Petersburg

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage

Zweiter Band, zweite Abteilung

Die Lehre von der strahlenden Energie

Herausgegeben von

Gerhard Schmidt
Professor an der Universität Münster i. W.

Mit 498 Abbildungen



Braunschweig
Druck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges.
1922

Die

Lehre von der strahlenden Energie

Von

O. D. Chwolson

Prof. ord. an der Universität in St. Petersburg

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage

Herausgegeben von

Gerhard Schmidt

Professor an der Universität Münster i. W.

Mit 498 Abbildungen

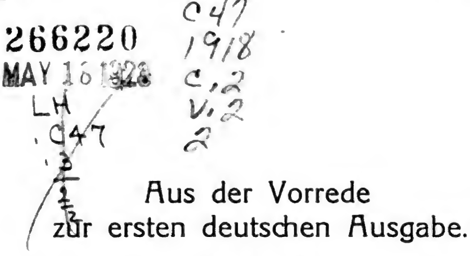


Braunschweig

Druck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges.

1922

GERMANY



Aus der Vorrede zur ersten deutschen Ausgabe.

Diesem Bande möchte ich mir erlauben einige erklärende Worte voranzuschicken und besonders auf zwei Punkte hinzuweisen, nämlich auf die Behandlung der geometrischen Optik und der Lehre von den elektrischen Strahlen.

In dem letzten Jahrzehnt ist, hauptsächlich als Folge der von Jena ausgegangenen Anregung, eine neue, umfangreiche Wissenschaft entstanden, die durch die Art ihrer Entstehung, durch ihre große praktische Bedeutung und durch ihre Rückwirkung auf die Entwicklung rein theoretischer Fragen in ihrem allgemeinen Charakter außerordentlich an die Elektrotechnik erinnert. Man könnte diese neue Wissenschaft als Optotechnik bezeichnen; ihr Gegenstand ist die Lehre von den optischen Instrumenten, und zerfällt sie, genau wie die Elektrotechnik, in zwei Teile: einen theoretischen und einen praktischen. In einigen der letzthin erschienenen Lehrbücher der Physik ist die Optotechnik sehr ausführlich behandelt worden. Ich bin diesem Beispiel nicht gefolgt, denn ich bin der Ansicht, daß die Optotechnik, ebenso wie die Elektrotechnik, gegenwärtig selbständige Disziplinen sind, von denen in gleicher Weise wohl hauptsächlich nur die Grundlagen durchaus in die Lehrbücher der Physik gehören. Mit diesen in verschiedenen Teilen des Buches zerstreuten Grundlagen glaubte ich mich auch bei der deutschen Ausgabe begnügen zu können und dies um so mehr, da ja in deutscher Sprache die meisterhafte Darstellung dieses Gegenstandes von Prof. O. Lummer in Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik, 9. Aufl. (Braunschweig 1897) allen zur Verfügung steht.

Es dürfte manchem sonderbar erscheinen, daß in diesem Bande die Entstehung der elektrischen Strahlen zuerst ziemlich ausführlich behandelt wird, während weiterhin diese Strahlen

nur noch ein paarmal flüchtig erwähnt werden, um dann gänzlich aus der weiteren Darstellung zu verschwinden. Dies geschah aus wohlüberlegten, rein didaktischen Gründen. Der Anfänger glaubt wohl meist, daß die Lehre vom Licht den eigentlichen Gegenstand eines großen Kapitels der Physik bildet. Allenfalls weiß er, daß es noch unsichtbare „chemische“ Strahlen gibt und außerdem „Wärmestrahlen“, die aber mit dem Licht nichts zu schaffen haben und daher auch sehr oft in einem ganz anderen Kapitel der Physik — in der Wärmelehre — betrachtet werden. Es galt, diese Auffassung gründlich zu zerstören, den Lernenden auf den richtigen Standpunkt zu stellen, ihm den umfassenden Begriff der strahlenden Energie klarzumachen, und dies konnte doch wohl nur auf die hier durchgeführte Weise geschehen. Die ausführliche Darstellung der Lehre von den elektrischen Strahlen gehört vorläufig noch in den vierten Band.

Die Darstellung rein mathematischer Theorien ist in diesem Bande, ebenso wie im ersten, ausgeschlossen. Diese Theorien gehören zu einer höheren Stufe, auf welcher der sich gänzlich der Physik widmende Spezialist steht; dieser begnügt sich nicht mit einem allgemeinen Lehrbuch der Physik, sondern schöpft aus Spezialwerken und studiert die Quellen.

St. Petersburg, Dezember 1903.

O. Chwolson.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Das Erscheinen dieses Bandes hat sich länger als erwartet verzögert. Es hat dies den folgenden Grund. Ich hatte das Manuskript schon vor längerer Zeit abgeschlossen und der Verlagsbuchhandlung übersandt. Gerade als mit dem Druck begonnen werden sollte, glückte es mir, mich mit Herrn Professor Chwolson in Verbindung zu setzen und hatte derselbe die große Freundlichkeit, mir die letzte russische Auflage dieses Bandes zur Verfügung zu stellen.

Der Vergleich lehrte, daß wir beide bei der Neuauflage fast überall dieselben Wege eingeschlagen haben. Um Platz für das Neue zu gewinnen, ist fast alles, was nur noch historischen Wert besitzt, ausgemerzt worden. So sind gefallen die Beschreibung der Versuche von Melloni, Leslie, Knoblauch u. a. über die Wärmestrahlung, die Fresnelsche Theorie der Spiegelung und Brechung und sehr vieles andere. Stark gekürzt sind die Abschnitte über die elektrischen Strahlen, die, wie in der Vorrede zur russischen Auflage betont, nur den Zweck hatten, dem Studierenden klarzumachen, daß Licht- und elektrische Strahlen wesensgleich sind; dies wird aber bei uns in Deutschland so eingehend auf der Schule behandelt, daß eine Vertiefung nicht nötig ist, um den Inhalt dieses Bandes zu verstehen. Es ist wohl kaum eine Seite in diesem Buche, welche nicht Streichungen, Zusätze und Umarbeitungen aufweist. Vieles, was die erste Auflage enthält, z. B. eine Reihe von Abschnitten über die elektromagnetische Lichttheorie, ist dem Bd. V, welcher eine zusammenhängende Darstellung dieser und der Quantentheorie bringen soll, überwiesen worden. Herr Prof. Chwolson ist hierin weiter gegangen als ich. Wenn ich manche Hinweise auf beide Theorien und Folgerungen aus denselben nicht nur stehen gelassen, sondern sogar erweitert und in dieser Richtung Zusätze

hinzugefügt habe, so tat ich dies hauptsächlich in Rücksicht auf deutsche Verhältnisse. Kein Student geht an die Durcharbeitung dieses fünfbändigen Lehrbuchs, der nicht schon mit der elementaren Schulphysik vertraut ist; er kennt infolgedessen die Grundlagen der elektromagnetischen Lichttheorie und die Bedeutung derselben. Es muß ihn also befremden, wenn er jetzt ein ausführliches Lehrbuch über die Optik durcharbeitet und dabei findet, daß diese Theorie kaum erwähnt wird. Unter diesen Umständen hielt ich es für richtiger, an den verschiedensten Stellen auf diese Theorie hinzuweisen und Folgerungen aus derselben, die experimentell bestätigt worden sind, zu besprechen.

Herrn cand. phys. Roland Walter aus Riga, welcher mich bei der Bearbeitung des russischen Originals unermüdlich unterstützt hat, spreche ich hierfür meinen wärmsten Dank aus.

Zum Schluß erlaube ich mir, noch die Bitte namentlich an die ausländischen Fachgenossen zu richten, mir Abzüge ihrer Arbeiten zu schicken. Die Gründe, welche mich zu dieser Bitte veranlassen, liegen auf der Hand.

Münster i. W., Januar 1922.

Gerhard Schmidt.

Inhaltsverzeichnis

der

zweiten Abteilung des zweiten Bandes.

Die Lehre von der strahlenden Energie.

Drittes Kapitel. Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie.

Viertes Kapitel. Reflexion der strahlenden Energie.

Fünftes Kapitel. Brechung der strahlenden Energie.

Sechstes Kapitel. Der Brechungsquotient.

Siebentes Kapitel. Zerstreuung (Dispersion) der strahlenden Energie.

Achtes Kapitel. Umwandlung der strahlenden Energie.

Neuntes Kapitel. Messung der strahlenden Energie.

Zehntes Kapitel. Optische Instrumente.

Elftes Kapitel. Einiges aus der physiologischen Optik.

Zwölftes Kapitel. Optische Erscheinungen in der Atmosphäre.

Dreizehntes Kapitel. Interferenz des Lichtes.

Vierzehntes Kapitel. Diffraktion (Beugung) des Lichtes.

Fünfzehntes Kapitel. Polarisation des Lichtes.

Sechzehntes Kapitel. Doppelbrechung.

Siebzehntes Kapitel. Interferenz polarisierter Strahlen.

Achtzehntes Kapitel. Drehung der Polarisationsebene.

Die Lehre von der strahlenden Energie.

Erstes Kapitel.

Einleitung.

§ 1. Der Äther. Im Jahre 1675 gelang es dem dänischen Astronomen Olaf Römer nachzuweisen, daß das Licht eine endliche Zeit gebraucht, um sich von einem Punkt zu einem anderen fortzupflanzen. Mit Hilfe gewisser, später genauer zu beschreibenden Beobachtungen über das periodische Verschwinden der Jupitermonde in dem durch diesen Planeten geworfenen Schatten fand er für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes den Wert von 300 000 km in der Sekunde. Um den hierbei in Frage kommenden Vorgang zu veranschaulichen, wurden alsbald zwei Bilder aufgestellt. Das erste, von Huygens im Jahre 1690 erdachte, stützte sich auf einige schon damals bekannte Analogien zwischen gewissen Erscheinungen der Akustik und des Lichtes. Dementsprechend sollte nach Huygens die Fortpflanzung des Lichtes im Raum in ähnlicher Weise erfolgen, wie beim Schall, also durch longitudinale Wellen. Eine Lichtquelle bestand nach dieser Auffassung aus einer unermeßlichen Anzahl kleiner, lebhaft bewegten Teilchen und war umgeben von einem elastischen Medium, das die durch die Lichtquelle mitgeteilten Stöße empfing und sie in Form einer sogenannten „fließenden Welle“ auf den ganzen Raum übertrug. Der Träger dieser Wellenbewegung konnte offenbar die Luft oder irgend ein anderer materieller Stoff nicht sein, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Störungen in allen materiellen elastischen Körpern unvergleichlich kleiner war als die des Lichtes. Der Träger mußte somit ein neuer, von den bekannten verschiedener Stoff sein; Huygens nannte ihn Lichtäther. Um sich ein konkretes Modell von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu bilden, dachte sich Huygens im Anschluß an Descartes den Äther als aus kleinen kugelförmigen, gleichgroßen und vollkommen elastischen Teilchen bestehend. Zwischen denselben sollte die Fortpflanzung des Lichtes erfolgen in ähnlicher Weise, wie bei dem bekannten Versuch, bei dem sich ein Stoß durch eine lange Reihe von Elfenbeinkugeln von der ersten bis zur letzten fortpflanzt.

Nach dem Hinscheiden von Huygens blieb seine Undulationstheorie über ein Jahrhundert unbeachtet. Sie wurde verdrängt durch die von Newton im Jahre 1704 aufgestellte Emanationstheorie. Nach dieser senden die leuchtenden Körper eine gewisse Art von Stoff aus, dessen Teilchen sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegten.

Diese Newtonsche Vorstellung vermochte leicht eine Erklärung für zwei wichtige Tatsachen zu geben, denen die Undulationstheorie anfangs ziemlich ratlos gegenüberstand. Wenn nämlich die interplanetaren Räume mit einem Fluidum erfüllt sind, so ist kaum zu verstehen, wie sich die Himmelskörper durch dasselbe hindurchbewegen ohne merklichen Widerstand; ja die Schwierigkeiten der Vorstellung sind besonders groß, wenn man sich den Äther aus unmittelbar aneinanderstoßenden Kügelchen bestehend vorstellt, die das Licht durch Druckschwankungen übertragen. Wohl die größte Schwierigkeit erblickte aber Newton in der Unmöglichkeit, die geradlinige Ausbreitung des Lichtes nach der Wellenhypothese zu verstehen. Die Wellen biegen um Hindernisse herum, wie man ja auch um die Ecke herum hören kann. Entsprechend der Analogie mit der Akustik hätte man daher nach der Undulationstheorie auch in der Optik diese letztere Erscheinung beobachten müssen. Für die Newtonsche Vorstellung fallen augenscheinlich diese Schwierigkeiten fort. Wir wissen, wie Huygens sich die geradlinige Ausbreitung des Lichtes zustandekommend denkt unter Zugrundelegung des nach ihm benannten Prinzips (Bd. I, Abt. 1, S. 181), aber dasselbe war damals noch so wenig ausgebaut. Interferenzerscheinungen, die hierbei eine so große Rolle spielen, waren zudem in der Optik noch gar nicht bekannt, so daß es uns nicht wundernehmen kann, daß Newton sich mit der Erklärung von Huygens nicht zufrieden gab.

Erst ums Jahr 1800 veranlaßte die Entdeckung der Interferenzerscheinungen Thomas Young, die Theorie von Huygens wieder aufzunehmen; er gestaltete sie aber durch Einführung des Begriffs der Periodizität gleichzeitig wesentlich um. Während Huygens einen Lichtstrahl als ein Aufeinanderfolgen von ohne Ordnung und Gesetzmäßigkeit dem umgebenden Medium durch die Teilchen der Lichtquelle mitgeteilten Stößen betrachtete, faßte Young diese Stöße als gleichartige auf. Nach ihm bilden die Teilchen der Lichtquelle gewissermaßen ebenso viele kleine Pendel, welche sich mit großer Geschwindigkeit, aber vollkommen regelmäßig bewegen, etwa wie ein Uhrpendel. Diese Bewegungen sollten mit derselben Regelmäßigkeit den Teilchen des Äthers mitgeteilt und so durch den ganzen Raum fortgepflanzt werden. Mit Hilfe dieser Vorstellung gelang es ihm, den bei Übereinanderlagerung von zwei Lichtbündeln entstehenden Wechsel von Helligkeit und Dunkelheit, d. h. die Interferenzerscheinungen, zu erklären.

Die Ideen Youngs konnten sich anfangs nicht Bahn brechen; sie zum Siege geführt zu haben, gelang erst Fresnel. Indem er die fließende Welle von Huygens mit dem Interferenzprinzip von Young vereinigte, wies er nach, daß Bewegungen, die von einer und derselben Wellenfläche kommen, aber verschiedene Weglängen durchlaufen, um zu demselben Punkt zu gelangen, miteinander interferieren können. Die Fülle der von Fresnel neu entdeckten, hierhingehörigen Tatsachen und die Leichtigkeit der Erklärung brachten bald die erbittertsten Gegner zum Schweigen bzw. veranlaßten sie, in das Lager der Undulationstheorie hinüberzuschwenken. Im Jahre 1816 ging Fresnel einen Schritt weiter. Die Untersuchung der Polarisationserscheinungen veranlaßten ihn, die Hypothese aufzustellen, daß das Licht sich nicht, wie man bis dahin allgemein angenommen hatte, in Longitudinalwellen, sondern in Transversalwellen fortpflanze. Die Schwierigkeiten der Vorstellung dieses Mechanismus waren allerdings außerordentlich groß; selbst Fresnel konnte sich aus diesem Grunde eine Zeitlang nicht entschließen, seine Hypothese zu veröffentlichen. Dazu kam noch das Folgende: Transversalwellen können sich nur in festen Körpern fortpflanzen. Die Annahme der Transversalität der Wellen zwang also, wie Fresnel selbst dartat, dazu, den Äther nicht als ein Fluidum, sondern als einen festen Körper zu betrachten. Letzterer Auffassung steht aber ein äußerst schweres, Fresnel selbst unüberwindlich scheinendes Hindernis entgegen in der Tatsache, daß die Himmelskörper sich durch diesen festen Äther bewegen, ohne daß ihre Bahn gestört wird. Trotz dieses Bedenkens brach sich die Anschauung Fresnels Bahn. Zugunsten der Undulationstheorie führte schließlich Foucault einen entscheidenden Versuch aus. Nach dieser Theorie muß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Wasser kleiner sein als in Luft, nach der Emanationshypothese dagegen größer. Tatsächlich konnte Foucault nachweisen, daß ersteres der Fall ist. Damit schien die Emanationstheorie endgültig gefallen zu sein.

Es folgen jetzt viele Versuche, um die Konstitution des Äthers aufzuklären. Unter den Physikern, die auf diesem Gebiete gearbeitet haben, sind zu nennen Stokes, Neumann, Mac Cullagh, Helmholtz, Sellmeier und vor allem Lord Kelvin. Wir können die theoretischen Spekulationen dieser Forscher übergehen, da sie ihrem Ziel keinen Schritt näher gekommen sind.

Eine Umwälzung unserer Anschauungen über den Äther wurde durch Faraday, Maxwell und Hertz herbeigeführt. Anknüpfend an Anschauungen von Faraday nahm Maxwell an, daß der Äther auch der Träger elektrischer und magnetischer Wirkungen sei, und indem er die elektromagnetischen Schwingungen mit den Lichtschwingungen identifizierte, schuf er eine neue Optik, die elektromagnetische Lichttheorie. Im Jahre 1888 gelang es Hertz, diese auf das glänzendste

zu bestätigen. Maxwell suchte sich den Bau des Äthers durch ein Modell zu veranschaulichen, das aber mit seinen vielen Rädern, Zahnwerken und Transmissionen außerordentlich verwickelt ist, zur Klärung nichts beigetragen hat und daher gefallen ist. Wie wenig alle theoretischen Spekulationen und experimentelle Arbeiten unsere Kenntnisse über den Äther tatsächlich gefördert haben, geht aus folgenden Worten von Hertz hervor, in denen er um die Jahrhundertwende unser Wissen über diesen Stoff zusammenfaßte; er schreibt: Der Äther ist das Medium, welches als Träger für jene Änderungen dient, welche wir als elektrisches Feld und magnetisches Feld bezeichnen. Von der Natur dieser wissen wir nichts, und sind nicht einmal berechtigt, sie als Bewegung oder als auf Bewegung beruhend zu denken.

Die weitere Forschung auf diesem Gebiete wandte sich einem besonderen Problem zu: was geschieht mit dem Äther, wenn sich in ihm physikalische Körper bewegen? Wird er zum Teil oder ganz mit fortgerissen oder bleibt er in Ruhe? Die Beantwortung dieser Frage hat zu der berühmten Relativitätstheorie geführt, deren genaue Besprechung in Band V folgen soll. Hier sei nur erwähnt, daß die Versuche ergeben haben, daß der Äther durch bewegte Körper nicht mitgenommen wird. Somit sind wir genötigt, falls wir die Existenz des Äthers zugeben, ihn als vollkommen ruhend und an der Bewegung der gewöhnlichen Körper unbeteiligt zu betrachten. Hieraus folgt zwingend, daß es eine absolute Ruhe im Äther und daher auch eine absolute Bewegung gibt. Alle Versuche, letztere nachzuweisen, sind aber gescheitert. Dies Resultat versteht sich von selbst, wenn man das Relativitätsprinzip annimmt, was außerdem noch eine große Anzahl anderer Versuche nahelegen. Verwirft man den Gedanken an die absolute Ruhe und an die absolute Bewegung, so ist man auch genötigt, den Äther aufzugeben. Über diese Frage ist eine umfassende Diskussion entstanden; für den Äther haben sich besonders Gehrcke, Lenard, Wiechert, Lodge u. a. ausgesprochen, gegen denselben Einstein, Witte, Campbell, Planck u. a.

Wie schon erwähnt, sind alle Versuche, den Bau des Äthers aufzuklären, völlig ergebnislos gewesen. Den Gedanken, den Äther zu verwerfen und die elektrischen, magnetischen Erscheinungen und die der strahlenden Energie auf eine andere Grundlage aufzubauen, ist daher sicher mit Freuden zu begrüßen, als einen Versuch, aus dieser Sackgasse herauszukommen, aber leider ist diese Tat bis jetzt (1921) noch nicht gelungen. Denn keiner der Theoretiker, welche den Äther leugnen, hat bisher eine Aufklärung darüber gegeben, was für eine Theorie dann an die Stelle der Wellentheorie des Lichtes zu treten habe. Erkennen wir aber diese Theorie als richtig an, so ist eine Forderung der Logik, daß wir uns den Begriff eines Trägers der periodisch veränderlichen Zustände im Lichtstrahl bilden. Wie wir diesen Träger, ob Äther oder Vakuum, benennen wollen, bleibt gleichgültig.

§ 2. Die Lichtquanten. Vom Jahre 1900 an hat namentlich Planck eine neue Vorstellung ausgearbeitet, die allerdings bis jetzt (1921) noch ein Konglomerat verschiedenartiger Ansätze darstellt und Unklarheiten bedeutender Art enthält. Jedoch sind die Bestätigungen der aus der Theorie gefolgerten quantitativen Beziehungen so weitgehend, daß an der Richtigkeit des Kernes der Theorie kein Zweifel mehr möglich zu sein scheint. Ihren Namen, die Quantentheorie, trägt sie, weil eine Größe, welche man bisher für stetig veränderlich gehalten hat, jetzt in Elementarquanten zerlegt werden muß. So gelang es Planck, sein berühmtes Strahlungsgesetz (Kap. II) abzuleiten mit Hilfe der Annahme, daß die Emission und Absorption der Strahlungsenergie nach Energiequanten von der Größe

$$\varepsilon = h\nu$$

erfolgt, wenn ν die Schwingungszahl und h eine universelle Konstante $= 6{,}545 \cdot 10^{-27}$ erg/sec, das Wirkungselement, Wirkungsquantum oder auch Plancksche Konstante genannt, bedeuten. Später zeigte er, daß man mit dieser Annahme für die Emission allein auskommt. Diese kühne Hypothese hat zu bemerkenswerten Versuchen in der Optik und Wärmelehre geführt und werden wir auf sie noch häufig zurückkommen.

Wie man sich eine solche quantenhafte Energieübertragung vorstellen soll, darüber gingen bald, nachdem Planck seine Anschauungen entwickelt hatte, die Ansichten weit auseinander. Planck war der Meinung, daß die Ursache für die quantenhafte Übertragung der Wellenbewegung in gewissen Eigenschaften des Atoms liege. Einstein und Stark vertraten dagegen, wenigstens anfangs, die Anschauung, daß auch unabhängig von der Materie im freien Raume die Energie der Strahlung in abgegrenzten Energiequanten (Lichtquanten) zerfiele und daß diese eine selbständige Existenz hätten. Danach sollte also alle Strahlung sich aus unteilbaren Strahlungsquanten zusammensetzen; bei der Ausbreitung vom erregenden Zentrum sollte sich die Energie nicht gleichmäßig in Kugelwellen auf immer größere Räume verteilen, sondern aus einer endlichen Anzahl von konzentrierten Energiequanten bestehen, die sich wie materielle Gebilde bewegen und nur als Ganzes emittiert und absorbiert werden können. Zu dieser alle Erfahrungen der Undulationstheorie stürzenden Vorstellung glaubte sich Einstein durch mehrere zum gleichen Ziele führende Untersuchungen berechtigt. In der Tat gelang es ihm, eine große Reihe von Erscheinungen einfach und zwanglos zu erklären, denen die Undulationstheorie ziemlich ratlos gegenüberstand, z. B. die Stokessche Regel bei der Fluoreszenz, gewisse photoelektrische Erscheinungen, die Gasionisierung durch ultraviolettes Licht usw.

Gegen diese Vorstellung hat sich Lorentz (1910) gewandt und auf einige schwer vorstellbare Ergebnisse dieser Lichtquantenhypothese

hingewiesen. Nur kurz mögen sie besprochen werden. Die Quanten bestehen offenbar nach Einstein in einem oder mehreren Wellenzügen, haben also eine gewisse Ausdehnung in der Fortpflanzungsrichtung und vermutlich auch in seitlicher. Nun kann man aus Interferenzbeobachtungen schließen, daß die Längsausdehnung der Quanten groß sein muß. Denn wie Lummer und Gehrcke bewiesen, zeigt die grüne Quecksilberlinie noch Interferenz bei einem Gangunterschied der interferierenden Strahlen von zwei Millionen Wellenlängen. Man muß hieraus schließen, daß in den betreffenden Strahlen mindestens zwei Millionen Wellen regelmäßig aufeinander folgen, eine Schlußfolgerung, die, worauf es vor allem ankommt, für jedes Lichtquantum gesondert gelten muß. Man muß sich diese wohl als Ganze unabhängig voneinander vorstellen, da nicht der mindeste Grund vorliegt, warum die Schwingungen von zwei Quanten sich gerade in derselben oder in der entgegengesetzten Phase befinden sollten; infolgedessen kann auch von einer besonderen Verstärkung oder Abschwächung durch Interferenz bei dem Lichte von zwei verschiedenen Quanten nicht die Rede sein. Gibt also ein Quantum für sich keine deutliche Interferenz, so kann ihn eine Anzahl von Quanten ebensowenig hervorbringen. Man muß deshalb annehmen, daß in dem betrachteten Falle in jedem Lichtquantum zwei Millionen Wellen aufeinander folgen, so daß jedes Quantum sich in der Richtung der Bewegung über einen Bereich von mindestens 80 cm erstreckt. Ähnlich steht es mit der seitlichen Ausdehnung. Bedeckt man die rechte oder linke Hälfte des Objektivs eines Fernrohres und betrachtet einen Stern, so nimmt man jedesmal eine etwas größere Ausdehnung des Sternbildes wahr, als wenn man die volle Öffnung benutzt. Dies rührt daher, daß bei voller Öffnung gewisse Teile des Bildes durch Interferenz der durch die beiden Objektivhälften eintretenden Strahlenbündel ausgelöscht werden; es kann dies aber nicht geschehen, wenn das eine Bündel abgeblendet ist. Interferenzfähigkeit ist aber, wie eben bewiesen, nur möglich, wenn beide Strahlenbündel demselben Quantum angehören; also muß es eine beträchtliche Seitenausdehnung haben.

Wenn man eine so große Ausdehnung der Quanten annehmen will, so ist es schwer verständlich, wie ein Quantum durch die kleine Pupille unseres Auges eintreten kann. Man könnte dieser Schwierigkeit entgehen, wenn man annimmt, daß die Quanten sich teilen können und die Quantenteile sich im Auge zu einem Quantum wieder vereinigen, aber dies ist eine so willkürliche Hypothese, daß sie bisher keine Anhänger gefunden hat.

Bei der Planckschen Betrachtungsweise treten diese Schwierigkeiten nicht auf, da das Quantenhafte der Energie durch die Eigenart des Atoms bedingt wird. Die Schwierigkeiten der Vorstellung sind hier aber auch sehr groß. Am bedenklichsten ist die von der Theorie geforderte quantenhafte Absorption. Nach dieser Voraussetzung kann

ein Teilchen der Materie nicht weniger als ein volles Quantum aufnehmen, aber es kann dies nur tun, indem es sich der Energie von einer großen Zahl von Schwingungen bemächtigt. Wie kann jedoch im Augenblick, wo die erste Welle ankommt, entschieden werden, ob ihre Energie absorbiert werden muß, da es darauf ankommt, ob noch genug Wellen folgen werden, um ein volles Quantum zu liefern? Lorentz stellt sich deswegen vor, daß das Teilchen vorläufig die Energie aufnimmt, um sie festzuhalten, wenn es ein volles Quantum zusammengebracht hat, aber sie wieder loszulassen, wenn ihm das nicht geglückt ist.

Diese und andere Schwierigkeiten haben Planck vom Jahre 1911 an veranlaßt, seine Theorie von der quantenhaften Absorption zu befreien. In der Tat gelang es ihm, sein Strahlungsgesetz abzuleiten unter der Annahme, daß die Strahlung beim Übergang vom freien Raum an die Materie kontinuierlich absorbiert wird, daß aber nur die Materie emittieren kann, wenn gerade ein ganzes Quantum oder ein ganzes Vielfaches eines Energiequantums sich angesammelt hat. Das Unstetige wird hier aus dem Strahlungsraum in den emittierenden Körper gelegt.

Wie aus diesen Darlegungen hervorgeht, sind die Ansichten über die Quantentheorie noch wenig geklärt. Ein logisch lückenloser Aufbau der Theorie ist bis jetzt (1921) nicht gelungen, aber durch ihre Anregungen hat sie die Wissenschaft stark befruchtet Sie befindet sich noch im stärksten Entwickelungsfluß, und sind die Akten über sie noch nicht geschlossen.

§ 3. Das Elektron. Wie bereits im ersten Band (Abt. 1, S. 11) erwähnt, hat die Untersuchung der Kathodenstrahlen zu der Vorstellung geführt, daß die Elektrizität ein selbständig bestehender Stoff sei. Dies bezog sich zunächst auf die negative Elektrizität; hierbei erwies es sich sofort als notwendig, ihr einen atomistischen Bau zuzuschreiben. Wir nehmen demgemäß an, daß die negative Elektrizität aus kleinsten, nicht weiter teilbaren Elektrizitätsatomen, Elektronen genannt, besteht. Die Kathodenstrahlen sind Elektronen, welche sich mit großer Geschwindigkeit von der Kathode fortbewegen. Die Versuche ergaben weiter, daß das Elektron eine 1844 mal kleinere Masse m als das Wasserstoffatom hat; seine elektrische Ladung e (Elementareinheit der Elektrizitätsmenge) beträgt $e = 4{,}774 \,.\, 10^{-10}$ el.-st. oder $1{,}591 \,.\, 10^{-20}$ el.-mg. Einheiten. Das Verhältnis von Ladung zu Masse ist $e/m = 5{,}307 \,.\, 10^{17}$ el.-st. oder $1{,}769 \,.\, 10^{7}$ el.-mg. Einheiten. Indes zeigten weitere Erfahrungen, daß die Masse der Elektronen nicht materieller Natur, sondern nur eine scheinbare ist. Nur kurz wollen wir andeuten, wie man zu diesem Schluß gekommen ist. Eine bewegte Ladung, also auch ein bewegtes Elektron, ist ein elektrischer Strom. Nun wird aber bekanntlich stets, wenn ein Strom zu fließen beginnt, also auch, wenn das Elektron in Bewegung kommt, ein Extrastrom erregt, der dem ursprünglichen Strom

entgegenwirkt. Es gehört also eine Kraft dazu, um das Elektron in Bewegung zu setzen. Umgekehrt, wenn ein Strom plötzlich geöffnet wird, entsteht ein Extrastrom, der die Bewegung fortzusetzen sucht. Das Elektron bewegt sich also weiter, auch wenn die Kraft, die es in Bewegung hielt, aufhört. Diese beiden durch den Extrastrom hervorgebrachten Erscheinungen bei einem Elektron entsprechen also genau der Trägheit bei einer Masse. Die Elektronen besitzen also schon wegen ihrer Ladung die Eigenschaft der Trägheit, die man als charakteristisch für die Masse anzusehen gewohnt ist, auch wenn es gar nicht mit Masse verbunden ist. Nun zeigen die Versuche, daß die Elektronen tatsächlich keine wirkliche Masse enthalten; dieselbe ist vielmehr nur eine scheinbare, die durch die Ladung hervorgerufen wird. Die so mit dem Elektron verbundene Masse wurde früher die elektromagnetische Masse genannt. Diese Bezeichnung ist aber nach der neueren Entwickelung der Relativitätstheorie zu eng; nicht nur die elektrische Ladung verursacht eine Massenwirkung, sondern auch die Kohäsionsenergie, welche die Ladung zusammenhält und an der Explosion verhindert. Wir sprechen daher heutzutage richtiger von der Elektronenmasse m. Sie hängt von der Geschwindigkeit des Elektrons ab, und zwar ist nach der Relativitätstheorie

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

wo m_0 die Ruhmasse und $\beta = \frac{u}{v}$, d. h. gleich dem Verhältnis der Geschwindigkeit u des Elektrons zur Lichtgeschwindigkeit v ist. Diese Formel ist durch eine große Anzahl von Versuchen bestätigt. Aus derselben ergibt sich, daß die Masse des Elektrons (und dasselbe gilt von jeder beliebigen Masse) mit zunehmendem β größer und für $\beta = 1$ unendlich wird. Da, wie bereits erwähnt, die Elektronenmasse ungefähr 1800mal kleiner ist als die Masse des Wasserstoffatoms, so ist dementsprechend die spezifische Ladung des Elektrons, d. h. das Verhältnis Elementarladung e zur Elementarmasse m um denselben Faktor größer als die spezifische Ladung des Wasserstoffatoms. Der zuverlässigste Wert dieses Verhältnisses ist

$$e/m = 1{,}769 \,.\, 10^7$$

in elektromagnetischen CGS-Einheiten. Zu diesem Wert haben Messungen an Kathodenstrahlen, Spektrallinien, radioaktiven Prozessen usw. geführt.

Auch in der metallischen Leitung und vielen anderen Prozessen erkennen wir die Wirksamkeit der Elektronen, so daß man mit Recht schließen kann, daß das Elektron ein universeller Baustein aller Materie ist. Ein Bild von dem Elektron läßt sich nicht entwerfen. Im Grunde ist ein Elektron, ebenso wie jede andere Ladung,

nichts anderes als eine Stelle, in welche die elektrischen Kraftlinien (Bd. I, Abt. 1, S. 10 und 96) von allen Seiten einmünden. Von der Angabe einer bestimmten Ausdehnung sieht man nach unseren heutigen Vorstellungen am besten ab. Unter Voraussetzung einiger willkürlicher Hypothesen, z. B. die, daß die Elektronenladung die Oberfläche einer Kugel gleichmäßig erfülle, ist die Berechnung durchgeführt worden und ist man zu einer subatomaren Ausdehnung gelangt, einer Ausdehnung, die etwa 10^{-5}mal so klein ist, wie die Ausdehnung eines gewöhnlichen Atoms.

Ein oder mehrere negative Elektronen können sich mit einem Atom vereinigen, oder es können sich ein oder mehrere Elektronen von einem Atom trennen; derartige Gebilde nennen wir Ionen. Die Ionen sind z. B. die Träger der Elektrizität bei der Elektrolyse.

Beim Zerfall radioaktiver Substanzen entstehen ebenfalls Strahlen negativer Elektronen; sie entsprechen völlig den Kathodenstrahlen und werden meistens β-Strahlen genannt.

Positiv geladene Elektrizitätsatome sind bisher nicht gefunden worden, vielmehr kennen wir positive Elektrizität nur als Ion, d. h. in unlösbarer Verbindung mit gewöhnlicher Materie. Strahlen positiver Elektrizität haben wir in den sogenannten Kanalstrahlen; sie laufen in einer stark evakuierten Röhre in der umgekehrten Richtung, wie die Kathodenstrahlen, also zur Kathode hin, und dringen, falls letztere mit Löchern (Kanälen) versehen ist, durch diese hindurch. Beim Zerfall der radioaktiven Elemente entstehen ebenfalls positive Strahlen, die sogenannten α-Strahlen, welche aus Helium mit einer doppelten positiven Ladung bestehen.

Bis vor kurzem nahm man an, daß ein positiv geladener Körper, z. B. ein positiv geladenes Atom, ein materielles Atom sei, das ein oder mehrere Elektronen verloren hätte. Eine große Anzahl von Versuchen hat aber gezeigt, daß der Raum, den ein Atom einnimmt, nicht vollständig mit Masse ausgefüllt sein kann, daß die Masse des Atoms vielmehr auch scheinbare Masse ist, wie die des negativen Elektrons. Die positive Ladung ist in einem Kern enthalten von äußerst kleinem Volumen, diese positive Ladung bestimmt zugleich die Masse des Atoms. Dieses merkwürdige Resultat, daß die positiv geladenen trägen Massen in winzigen Räumen konzentriert sind, wird durch die Erfahrung gut bestätigt. Indem um diesen positiven Kern ein oder mehrere Elektronen rotieren, bildet sich das neutrale Atom. Da in jedem neutralen Atom die Zahl der negativen Elektronen gleich der Zahl der positiven ist, so ist, wenn Z die Zahl der Elektronen im Atom bedeutet, die Kernladung $+Ze$. Aus dem Atomismus der negativen Elektrizität folgt der Atomismus der positiven. Die Vorstellung, daß in einem Atom um den positiven Kern ein oder mehrere Elektronen kreisen, ist, verbunden mit der Quantentheorie, von größter Fruchtbarkeit geworden und hat

uns unter anderem ermöglicht, eine Reihe empirisch gefundener Gesetze der Spektralanalyse theoretisch abzuleiten.

Zwischen der positiven und negativen Elektrizität besteht ein Artunterschied, auf den wir noch hinweisen müssen. Wir können ein Atom beliebig hoch negativ laden, indem wir die nötige Anzahl von Elektronen hinzufügen. Die positive Elektrizität läßt sich aber nur bis zu einer Höchstgrenze steigern; diese ist erreicht, wenn dem Atom alle Elektronen, die es von vornherein besaß, entzogen sind. So kann das Wasserstoffatom nur ein, das Heliumatom höchstens zwei negative Elektronen abgeben.

§ 4. Strahlende Energie. Wie aus den § 1 und 2 hervorgeht, sind unsere Anschauungen über den Äther und die Quanten noch außerordentlich schwankend. Man wird es daher verstehen, daß es augenblicklich (1921) nicht möglich ist, das ganze Gebiet der Optik von einer Grundanschauung aus darzustellen. Unter diesen Umständen bleibt nur übrig, das Tatsächliche in den Vordergrund zu stellen und die Theorien nur soweit, als unbedingt nötig ist, zu behandeln. Dementsprechend werden wir auch so wenig wie möglich vom Äther reden. Aber ganz ohne leitende Idee läßt sich das Gebiet nicht darstellen, und hierfür kommt nur die Undulationstheorie in Betracht. Dementsprechend werden wir von Wellenlängen, Amplituden usw. sprechen, ohne auf den Träger einzugehen. Es ist sicher, daß dies Verfahren recht unbefriedigend ist, aber vorläufig ist kein anderer Weg gangbar. Es ist aber zu hoffen, daß die nächsten Jahrzehnte uns hierin größere Klarheit bringen werden.

Das Licht breitet sich von irgend einer Lichtquelle strahlenförmig aus, und zwar mit der Geschwindigkeit, die ungefähr gleich ist

$$v = 3 \,.\, 10^{10}\ \mathrm{cm/sec} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Außer dem sichtbaren Licht gibt es auch Strahlen, welche vom Auge nicht direkt wahrgenommen werden, die sich ebenfalls mit dieser Geschwindigkeit fortpflanzen. Alle diese Strahlen enthalten Energie, und dementsprechend nennt man diese Energie s t r a h l e n d e E n e r g i e.

Auf Grund der Undulationstheorie nehmen wir an, daß die strahlende Energie aus p e r i o d i s c h e n B e w e g u n g e n besteht, wir wollen sie bildlich als S c h w i n g u n g s b e w e g u n g e n bezeichnen.

Die verschiedenen Formen der strahlenden Energie können sich durch die Amplituden ihrer transversalen Schwingungen und auch, was die Hauptsache ist, durch deren Dauer oder die Schwingungszahl ν wesentlich voneinander unterscheiden. Als charakteristisches Kennzeichen kann im zweiten Falle auch die Wellenlänge dienen

$$\lambda = v\,T = \frac{v}{\nu} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

d. i. die Entfernung, auf welche sich die strahlende Energie während der Dauer einer Periode T ausbreitet. Die Wellenlänge λ ändert sich

für diejenigen Formen der strahlenden Energie, welche bisher genau untersucht worden sind, in weiten Grenzen, nämlich von 0,000017 μ bis zu vielen Kilometern, wobei indes zwei Lücken auftreten, deren Erforschung bisher noch nicht gelungen ist. Der wesentliche Unterschied zwischen den verschiedenen Formen der strahlenden Energie besteht nur in der Verschiedenheit der Wellenlängen. Je nach ihrem Ursprunge, je nach der Energieform, in welche die strahlende Energie am häufigsten übergeht, und endlich, je nachdem unsere Sinnesorgane sie in der einen oder anderen Weise wahrnehmen, erscheinen uns die verschiedenen Formen der strahlenden Energie äußerlich genommen in sehr hohem Grade verschiedenartig, so daß man noch vor relativ kurzer Zeit die verschiedenen Fälle von strahlender Energie für ganz verschiedenartige Erscheinungen hielt, verschiedenartig nicht nur in quantitativem Sinne, wie man es jetzt weiß, sondern auch verschiedenartig ihrem inneren Wesen nach.

§ 5. Licht-, Wärme-, chemische und elektrische Strahlen. Aus der elementaren Physik ist bekannt, daß ein sogenannter weißer Strahl durch ein aus durchsichtiger Substanz bestehendes Prisma in einen farbigen Streifen aufgelöst wird, den man Spektrum nennt. In diesem Streifen ordnen sich die Strahlen in eine kontinuierliche Reihe mit abnehmender Wellenlänge λ oder zunehmender Schwingungszahl ν. Jedem Werte von ν entspricht eine besondere Art von Einwirkung auf unseren Gesichtssinn, die sich nicht näher beschreiben läßt (ähnlich der Höhe eines Tones); charakterisiert wird sie durch die subjektive Wahrnehmung einer bestimmten Farbe. Dem größten λ und kleinsten ν entspricht das rote Ende des Spektrums, dem kleinsten λ und größten ν das violette Ende. Längst schon hat man die Wahrnehmung gemacht, daß sich das Spektrum über seine sichtbaren Enden hinaus erstreckt. Jenseits des roten Endes erstreckt sich ein langer Streifen, der vom Auge nicht wahrgenommen werden kann; er äußert sich hauptsächlich in Wärmewirkungen: die Temperatur eines in diesem „infraroten" Teile des Spektrums befindlichen Körpers, der die auf ihn fallenden Strahlen absorbiert, nimmt zu. Diese Tatsache im Zusammenhang mit vielen anderen Erscheinungen hat zum Entstehen einer besonderen Lehre von der strahlenden Wärme oder den Wärmestrahlen Anlaß gegeben. In ähnlicher Weise hat man auch eine Fortsetzung über das violette Ende des sichtbaren Spektrums hinaus entdeckt, dessen Vorhandensein sich durch gewisse chemische Wirkungen offenbart; die diese Wirkungen hervorbringenden Strahlen nannte man „ultraviolette"; sie werden stärker gebrochen als die violetten Strahlen und haben eine kürzere Wellenlänge als diese. Man hat sie eine Zeitlang unter dem Namen chemische Strahlen als eine besondere Art von Strahlen ansehen zu müssen geglaubt.

In solcher Weise ist die Lehre von drei Arten von Strahlen entstanden: den Lichtstrahlen, Wärmestrahlen und chemischen Strahlen. Während man die letzteren zugleich mit den sichtbaren Strahlen in der Lehre vom Licht oder der Optik betrachtete, behandelte man die Wärmestrahlen gewöhnlich in einem besonderen Kapitel der Wärmelehre. Es ist dies um so auffallender, als bereits Ampère im Jahre 1835 den Gedanken ausgesprochen hat, daß zwischen Licht- und Wärmestrahlen kein wesentlicher Unterschied vorhanden ist.

Eine derartige Einteilung der Strahlen und ihre Betrachtung in verschiedenen Abschnitten der Physik hat keine logische Berechtigung. Keine der drei Strahlengattungen ist durch wesentliche Unterschiede von den anderen getrennt. Alle stellen sie Sonderfälle einer ununterbrochenen Reihe von gleichartigen Erscheinungen dar, die sich voneinander nur quantitativ unterscheiden, d. h. nur durch ihre verschiedenen Werte für λ und ν. Man muß sich das gesamte Spektrum in Form eines langen Streifens vorstellen, dessen wahre Enden uns noch unbekannt sind. Jede quer durch diesen Streifen gezogene Linie entspricht einer durch ein besonderes λ oder ν charakterisierten strahlenden Energie. Ein gewisser relativ kleiner Abschnitt dieses Streifens enthält die auf unsere Netzhaut wirkenden Strahlen: es sind dies die Strahlen des sichtbaren Lichtes, von den Strahlen der übrigen Spektralgebiete unterscheiden sie sich in nichts Wesentlichem. Das Hauptinteresse, das sie im besonderen für sich in Anspruch nehmen, liegt eigentlich mehr auf physiologischem Gebiete, als auf dem der Physik.

Die Fähigkeit, in Wärmeenergie überzugehen, kommt ebenso den infraroten wie den sichtbaren und ultravioletten Strahlen zu: ist die Oberfläche eines Körpers (etwa mit Ruß) geschwärzt, so absorbiert sie strahlende Energie und verwandelt letztere in Wärmeenergie. Aber auch die chemischen Wirkungen sind keine spezifischen Wirkungen der violetten und ultravioletten Strahlen. Immer kommt es auf den Körper selbst an, welcher der entsprechenden Wirkung unterworfen wird, ob er nämlich die Fähigkeit besitzt, die eine oder die andere Strahlengattung zu absorbieren und ihre Energie in chemische Arbeit umzusetzen. Man ist gegenwärtig imstande, auch mittels roter Strahlen chemische Wirkungen hervorzurufen.

Aus diesen Erörterungen geht hervor, daß nur die strahlende Energie an sich, als besondere physikalische Erscheinung, Gegenstand der physikalischen Forschung sein kann. Der Physik fällt die Aufgabe zu, unter anderen die Fälle zu betrachten, bei denen strahlende Energie in verschiedene andere Energieformen, z. B. in Wärmeenergie, chemische Energie usw., übergeht; ebenso hat sie die verschiedenartigen Wirkungen der Strahlen zu ermitteln, unter denen natürlich die Wirkung auf unser Auge von besonderem Interesse ist. Licht und strahlende Wärme

können in der Physik nicht voneinander getrennt werden, da beide nur zwei Fälle des Auftretens eines und desselben Agens sind, nämlich der strahlenden Energie.

Die Lehre vom Licht gehört nicht in die Physik, denn sonst müßte man zu dem physikalischen Lichtbegriff noch den physiologischen hinzunehmen und Licht mit strahlender Energie von jeder Form identifizieren; das aber wäre wohl schwerlich zu empfehlen.

Die weitere Entwickelung der Wissenschaft hat es notwendig gemacht, den Begriff der strahlenden Energie noch zu erweitern. Maxwell hat, wie bereits erwähnt, den (zuerst von Faraday ausgesprochenen) Gedanken theoretisch entwickelt, daß die elektrischen und magnetischen Erscheinungen auf Störungen innerhalb desselben Äthers zurückgehen, welcher der Träger des Lichtes im allgemeinen Sinne bilden sollte. Ist dieser Gedanke richtig, so müssen es auch folgende beiden, sich aus ihm ergebende Folgerungen sein.

Erstens kann sich das Licht, da es einen besonderen Fall einer Ätherstörung darstellt, nicht wesentlich von den elektrischen und magnetischen Erscheinungen unterscheiden. Auf Grund dieses Satzes hat Maxwell seine elektromagnetische Lichttheorie entworfen, nach derselben ist das Licht ein besonderer Fall derselben Störungen im Äther, welche sich uns in anderen Fällen (z. B. bei sehr viel kleinerem ν) als elektrische und magnetische Erscheinungen darstellen.

Zweitens muß es möglich sein, im Äther eine Störung hervorzurufen, welche sich uns als eine Erscheinung von rein elektrischer Art darstellt und sich strahlenförmig, d. h. nach Art des Lichtes, mit der Geschwindigkeit des Lichtes und nach den Gesetzen der Lichtfortpflanzung ausbreitet. Dieses wichtige Problem hat im Jahre 1888 der geniale Hertz gelöst, indem er zeigte, daß man an einer gegebenen Stelle des Äthers eine periodische Störung rein elektrischer Natur hervorrufen und hierdurch in diesem Medium einen Strahl erzeugen kann, der alle Eigenschaften eines Lichtstrahls hat, die gleichen Erscheinungen der Spiegelung, Brechung, Interferenz usw. darbietet. Es sind dies die Hertzschen elektrischen Strahlen. Von der Art, wie man sie erzeugt, wird in Band V die Rede sein; auch sie stellen nur einen Sonderfall der strahlenden Energie dar, ähnlich wie die in früherer Zeit gesondert behandelten Lichtstrahlen und die Wärmestrahlen. Eine neue Erweiterung des Begriffs der strahlenden Energie geschah 1912, als v. Laue nachwies, daß die Röntgenstrahlen auch eine Form der strahlenden Energie darstellen mit außerordentlich kleiner Wellenlänge; ihr Spektrum liegt hinter den letzten bekannten ultravioletten Strahlen. Auch diese Röntgenstrahlen werden erst in Band V ausführlich behandelt werden.

§ 6. Entstehung der strahlenden Energie. Das Prinzip von der Erhaltung der Energie lehrt uns, daß jede Energieform nur durch Umwandlung des gesamten oder eines Teils des Energievorrats aus irgend einer anderen schon vorhandenen Form entstehen kann. Somit muß auch die strahlende Energie der periodischen Bewegung als Quelle einen Vorrat von Energie irgend einer Form haben. Meist entsteht sie aus der Wärmeenergie der Molekülbewegungen fester, flüssiger oder gasförmiger Körper. Man nennt einen solchen Übergang kalorische Strahlung (auch Temperaturstrahlung), im Gegensatz zur Lumineszenz, die wir später kennen lernen werden.

Von jedem Körper geht unter allen Umständen und bei jeder noch so tiefen Temperatur eine ununterbrochene Strömung von strahlender Energie aus; zu gleicher Zeit absorbiert der Körper ununterbrochen die von den ihn umgebenden Körpern ausgehenden Energieflüsse und wandelt sie in Wärmeenergie der Moleküle um. Eine Konstanz des Vorrats an Wärmeenergie, folglich auch eine Konstanz der Temperatur eines Körpers, entspricht also nicht etwa einem Gleichgewichtszustande im Sinne einer Unveränderlichkeit oder Unbeweglichkeit. Auch im Falle, wo die Temperatur eines Körpers sich konstant erhält, geht von demselben doch eine ununterbrochene Strömung von strahlender Energie aus; es wird aber dieser Verlust gerade aufgehoben von den Energieflüssen, die den Körper treffen und in Wärmeenergie seiner Molekülbewegungen übergehen. Man hat es hierbei mit einem Fall des sogenannten dynamischen Gleichgewichts oder Gleichgewichts der Bewegung zu tun, wo der stationäre Zustand das Ergebnis zweier gleichzeitiger dynamischer, einander gewissermaßen kompensierender Erscheinungen ist.

Ist die vom Körper ausgesandte Energieströmung stärker oder schwächer als die absorbierte, so verringert bzw. vermehrt sich der Vorrat an Wärmeenergie und die Temperatur des Körpers nimmt ab oder zu, er erkaltet oder erwärmt sich. Hieraus folgt, daß der Verlust an Wärmeenergie beim Erkalten eines Körpers durch Wärmestrahlung nicht als Maß der gesamten vom Körper ausgehenden Strömung von strahlender Energie dienen kann, sondern nur als Maß der Differenz zwischen der ausgesandten und absorbierten.

Die Art der vom Körper ausgesandten Energieströmung hängt von dem Wärmezustand des Körpers ab. Ist die Temperatur des Körpers eine niedrige, so werden größtenteils Strahlen von verhältnismäßig größerer Wellenlänge ausgesandt. In dem Maße, wie sich die Temperatur des Körpers erhöht, entstehen Ströme von strahlender Energie mit kürzerer Wellenlänge und größerer Brechbarkeit. Sobald die Temperatur eine gewisse, für verschiedene Körper nicht ganz gleiche Grenze erreicht hat (etwa 500°), beginnt ein Teil der ausgestrahlten Energie mit der Wellenlänge $\lambda = 0{,}000\,75$ mm auf unser Auge ein-

zuwirken und ruft dort die Empfindung des roten Lichtes hervor; es geschieht dies bei der Temperatur der dunklen Rotglut. Bei gesteigerter Temperatur treten Strahlen von immer kürzerer Wellenlänge und größerer Brechbarkeit hinzu, es sind dies die sichtbaren Strahlen, die orangefarbigen, gelben, grünen, hellblauen, indigofarbenen und endlich die violetten (Temperatur der Weißglut). Bei noch höheren Temperaturen entsendet der Körper außer den oben erwähnten Strahlen noch in beträchtlichem Maße strahlende Energie, die auf unser Auge nicht einwirkt, die ultravioletten Strahlen.

Im allgemeinen geben die festen und flüssigen Körper ein kontinuierliches Spektrum, wobei die Begrenzung der wahrnehmbaren Energie der Strahlen nach der Seite der kleineren Wellenlängen hin von der Temperatur des Körpers abhängt. Aber diese schnellsten Schwingungen treten immer in Begleitung allermöglichen weniger schnellen auf, deren untere Grenze unbekannt ist. Der hier angedeutete Zusammenhang der ausgesandten strahlenden Energie eines Körpers mit seiner Temperatur kann als der normale bezeichnet werden. Die Ausnahmefälle, bei denen der Körper schon bei gewöhnlicher Temperatur sichtbare Strahlen aussendet, wie sie gewöhnlich nur bei relativ hoher Temperatur des Körpers auftreten, werden wir später kennen lernen.

§ 7. Elektrische Ladung und Entladung. Oszillierende Entladung. Die Entstehung der Hertzschen elektrischen Strahlen wird in Band V ausführlich besprochen werden; hier wollen wir uns mit wenigen Worten begnügen. Aus der Elementarphysik ist die Erscheinung des Funkens bekannt. Er bildet sich aus unter bestimmten Bedingungen zwischen zwei entgegengesetzt geladenen Leitern A und B, die sich dabei entladen. Der Theorie gemäß, welche auch durch das Experiment bestätigt wird, hat die elektrische Entladung zwischen A und B einen oszillierenden Charakter, wenn gewisse Bedingungen erfüllt sind. Diese Bedingungen sollen hier nicht angegeben werden; jedenfalls sind sie erfüllt, wenn A und B zwei Platten oder zwei Kugeln sind. Als oszillierend bezeichnet man eine Entladung, wenn sie aus einer Reihe aufeinander folgender Entladungen von entgegengesetzter Richtung besteht. War anfangs der Körper A positiv elektrisiert, der Körper B negativ, so erweist sich nach der ersten Partialentladung A als negativ, B als positiv, nach der zweiten A wiederum als positiv elektrisch usw. Hierbei nimmt der Grad der Elektrisierung allmählich ab, die elektrischen Schwingungen sind gedämpfte (Bd. I, Abt. 1, S. 156 bis 159). Die Gesamtzahl aller Schwingungen, in welche die Entladung zerfällt, ist gewöhnlich nicht sehr groß, sie kann z. B. einen oder einige wenige Zehner betragen.

Hertz zeigte, daß von der Stelle, wo der Funke einer oszillierenden Entladung auftritt, eine Strahlung ausgeht, die sich wellenförmig nach

allen Seiten mit der Geschwindigkeit von 300000 km in der Sekunde ausbreitet. Die Wellenlänge der Strahlen, die diesen Wellen entsprechen, ist bedeutend größer als die oben angeführte Wellenlänge der sichtbaren Strahlen. Wenn wir z. B. annehmen, daß die ganze Entladung 10^{-7} Sek. dauert und aus 20 einzelnen Entladungen wechselnder Richtung besteht, also aus 10 vollständigen Schwingungen, so beträgt die Dauer einer Schwingung 10^{-8} Sek. Die Formeln (1) und (2) ergeben in diesem Falle $\lambda = 3$ m, während für die äußersten roten Strahlen $\lambda = 0{,}00075$ mm ist. In neuester Zeit hat man elektrische Wellen von der Wellenlänge $\lambda = 2$ mm erhalten.

§ 8. Methoden zum Nachweis der strahlenden Energie bei großer Schwingungszahl. Die von den leuchtenden Körpern ausgesandte strahlende Energie gibt ein Spektrum, das man innerhalb der Grenzen von $\lambda = 0{,}02\,\mu = 0{,}00002$ mm bis $\lambda = 0{,}342$ mm, entsprechend den Schwingungszahlen von 1 Billion bis 15000 Billionen (1 Billion $= 10^{12}$) pro Sekunde, untersucht hat. Von dieser langen Reihe von Strahlen, die ungefähr 13 Oktaven umfaßt, wirkt nur ein kleiner Teil als sichtbares Licht auf unser Auge. Er umfaßt noch keine volle Oktave und erstreckt sich ungefähr von $\lambda = 0{,}4\,\mu$ bis $\lambda = 0{,}76\,\mu$.

A. Zur Untersuchung der dem kleinen Gebiete der Strahlung angehörigen sichtbaren Strahlen kann man sich des Auges bedienen. Selbstverständlich hat man, um sich vor Irrtümern zu schützen, die Eigenschaften dieses Instruments, seine Eigentümlichkeiten und Mängel sorgfältig zu prüfen, die physiologischen und psychologischen Momente zu beachten, aus denen sich eine bewußte Aufnahme der Lichteindrücke zusammensetzt. Wir werden im folgenden Kapitel eine Seite dieser Frage berühren. Auf einen wichtigen Punkt halten wir es aber für nötig, schon jetzt hinzuweisen; er bezieht sich auf die Frage, wie unser Auge die Anwesenheit außenstehender Körper feststellt. Es ist allgemein bekannt, daß wir einen Körper „sehen", wenn sein Bild auf der Netzhaut unseres Auges entsteht. Ebenso ist es bekannt, daß wir mit „bloßem Auge" sehr kleine (mikroskopische) Körper nicht sehen können; es zeigt sich, daß wir einen Körper nicht mehr sehen können, wenn seine Winkelgröße kleiner als 30″ ist. Man muß indessen streng unterscheiden zwischen „sehen" im Sinne eines deutlichen Erkennens der Formen der Körper, und einem anderen „sehen" in dem Sinne, daß man die Anwesenheit eines Körpers erkennt, dessen Form unbekannt bleibt. Oft kommt es vor, daß die Winkelgröße eines Körpers bedeutend kleiner als 30″ ist, z. B. nur einen kleinen Teil einer Sekunde beträgt, und daß wir dennoch mit Hilfe des Auges von der Anwesenheit des Körpers erfahren, als ob wir ihn selbst sehen. Dies tritt dann ein, wenn der Körper sichtbare Strahlen von sehr großer Intensität aussendet, sei es, daß der Körper selbst hell leuchtet, oder daß er sehr hell

beleuchtet wird. Einen Körper, der wegen seiner kleinen Dimensionen unsichtbar ist, kann man als geometrischen Punkt betrachten. Die Strahlen, die von diesem Punkt ausgehen, dringen in unser Auge ein und bilden auf der Netzhaut einen sehr kleinen Kreis (Diffraktion, vgl. Kapitel XIV). Wenn die Intensität der Strahlen genügend groß ist, so üben die Strahlen ihre Wirkung, und der Beobachter sieht einen leuchtenden Punkt in der Richtung, wo sich der strahlende Körper befindet. Den Körper selbst sehen wir aber in diesem Falle nicht, seine Formen können wir nicht angeben, aber dennoch stellen wir das Vorhandensein des Körpers fest, und wir sagen zu unrecht, daß wir ihn „sehen". Ein schönes Beispiel bilden die Fixsterne. Die Worte „wir sehen die Sterne" sind unzutreffend, da die Sterne eine zu kleine Winkelgröße haben, als daß man sie sehen könnte. Aber dennoch erfahren wir von der Existenz der Sterne in einer bestimmten Richtung, und das kommt daher, daß ihre Strahlen auf der Netzhaut des Auges ein hinreichend intensives Diffraktionsbild entwerfen. Im Kapitel X werden wir eine Methode der Erforschung ultramikroskopischer Körper kennen lernen, die auf dieser Eigenschaft unseres Auges beruht.

B. Die ultravioletten Strahlen kann man am besten mit Hilfe der Photographie untersuchen. Eine andere Methode beruht auf der Erscheinung der Fluoreszenz, die wir später kennen lernen werden.

Hagen und Rubens (1902), Pflüger (1903) und Ladenburg (1904) zeigten, daß man die ultravioletten Strahlen untersuchen kann, indem man ihre Wärmewirkung mißt mit Hilfe einer thermoelektrischen Methode, die weiter unten beschrieben werden wird.

C. Die infraroten Strahlen kann man nach sieben verschiedenen Methoden untersuchen, von denen einige darin bestehen, daß man die Strahlen auf die geschwärzte Oberfläche eines Körpers fallen läßt, welche die strahlende Energie absorbiert und in Wärmeenergie verwandelt. Sobald thermisches Gleichgewicht eingetreten ist, dient die erfolgte Temperaturerhöhung des gewählten Körpers zum Nachweis und gleichzeitig als Maß für die strahlende Energie. Zur Ermittelung und Messung dieser Temperaturerhöhung gibt es verschiedene Methoden, auf welche kurz hingewiesen sein möge. Eine Übersicht und Vergleich der verschiedenen Methoden gab Coblentz (1908 und 1912).

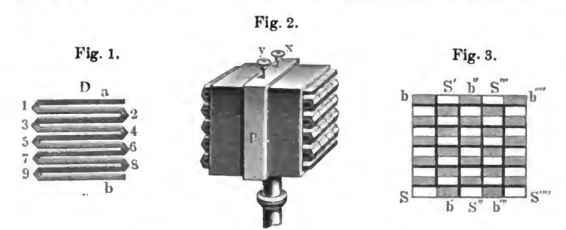
I. Thermometermethode. Man läßt die strahlende Energie auf die geschwärzte Oberfläche der Kugel eines sehr empfindlichen Quecksilber- oder Differentialthermometers fallen. Diese Methode besitzt einen nur sehr geringen Empfindlichkeitsgrad.

II. Thermoelektrische Methode. Wenn man zwei Drähte oder Stäbchen aus verschiedenen Metallen an einem Ende zusammenlötet und die anderen Enden durch Drähte mit einem Galvanometer verbindet, so zeigt letzteres keinen Strom an, falls alle Punkte an der Vereinigungsstelle der beiden Metalle die gleiche Temperatur haben. Sobald man

aber die Lötstelle erwärmt oder abkühlt, erhält man eine Ablenkung der Galvanometernadel, die als Maß für die Temperaturänderung der Lötstelle dienen kann. Ein Paar solcher zusammengelöteter Drähte oder Metallstäbchen bildet ein sogenanntes thermoelektrisches Ele-

Fig. 2.

Fig. 1. Fig. 3.



ment. Größere Ablenkungen der Magnetnadel erhält man, wenn man eine Anzahl von Stäbchen in der Weise aneinander lötet, wie es die Fig. 1 zeigt, wo die dunkleren Streifen die aus dem einen, die helleren die aus dem anderen Metall bestehenden Stäbchen bedeuten. Auf diese Weise kommen die geradzahligen Lötstellen (die zweite, vierte usw.) auf die eine Seite, die unpaarzahligen auf die andere Seite zu liegen. Verbindet man mehrere solcher Reihen miteinander, so erhält man eine thermoelektrische Säule (Fig. 2). Die ungleichnamigen äußersten Enden der Reihe sind mit den Klemmen x und y verbunden. Eine Grundfläche der Säule enthält die paarzahligen, die andere die unpaarzahligen Lötstellen. In Fig. 3 ist eine dieser Grundflächen schematisch dargestellt; die Enden der aus verschiedenen Metallen bestehenden Stäbchen b und S sind wie die Felder auf einem Schachbrette angeordnet. Beide Grundflächen werden berußt und die ganze Säule derart aufgestellt, daß die zu untersuchenden Strahlen eine der Grundflächen unter rechtem Winkel treffen.

Fig. 4.

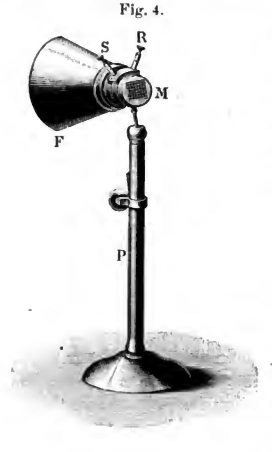


Fig. 4 zeigt das Äußere der ganzen Säule, die auf einem Stative P befestigt ist. Die Endstäbchen der Säule sind mit den Schrauben S bzw. R verbunden, von denen Drähte zu einem empfindlichen Galvanometer führen. Eine der Grundflächen der Säule, die in der Figur offen-

gelassen ist, wird mit einem Deckel verschlossen, auf die andere wird ein Metallkegel F gesetzt, dessen innere Fläche einen Teil der auf sie fallenden Strahlen nach der Grundfläche der Säule hin spiegelt. Die Menge der reflektierten Strahlen kann von der Art der Strahlen abhängen; diesen Umstand darf man beim Vergleichen der von verschiedenen Quellen stammenden Strahlen nicht außer acht lassen.

Die Öffnung des Hohlkegels kehrt man der Seite zu, von welcher die Strömung der strahlenden Energie herkommt. Die hierbei auftretende Erwärmung der Lötstellen ruft einen elektrischen Strom hervor, dessen Stärke vom Galvanometer gemessen wird und als Maß der strahlenden Energie dienen kann. Um die Verteilung der strahlenden Energie im Spektrum zu untersuchen, benutzt man eine länglich gestaltete, thermoelektrische Säule (Fig. 5), bei welcher sich die Lötstellen an der Oberfläche eines schmalen Streifens befinden, der die Grundfläche der Säule bildet. Die Strahlen fallen durch den Spalt $a\,b$ auf die Säule; die andere Seite ist durch den Deckel fg geschlossen. Eine sehr empfindliche Säule hat Rubens (1898) konstruiert; sie besteht aus 20 Paar Eisen- und Konstantandrähten. Ein Teil dieses Apparates ist in Fig. 6 dargestellt; die Eisendrähte sind hier durch dünne, die Konstantandrähte durch dickere Striche angedeutet. Das System von Drähten hat Zickzackform und ist mittels zweier Reihen von Messingstiften an dem Elfenbeinrahmen F befestigt. Sämtliche unpaarzahligen Lötstellen sind inmitten des Rahmens längs einer vertikalen Geraden von 18 mm Länge angeordnet; die paarzahligen Lötstellen befinden sich rechts und links in einem Abstande von 5 mm von jener Geraden. Ein flacher, in der Figur fortgelassener Kegel gestattet den Strahlen, nur zur mittleren Reihe der Lötstellen zu gelangen.

Fig. 5.

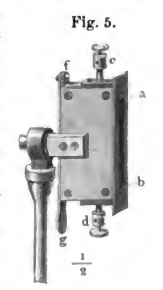


Fig. 6.

Lebedew (1902) hat gezeigt, daß die Empfindlichkeit eines geschwärzten Thermoelementes (Platin-Konstantan) um das Siebenfache, die eines blanken um das Fünfundzwanzigfache gesteigert wird, wenn es sich in einem Raume (Glasgefäß) befindet, in welchem der Druck etwa 0,001 mm beträgt. Auf diesem Prinzip sich gründende Thermoelemente sind von Reinkober (1911), Johansen (1913), Coblentz und Leiss (1914) u. a. gebaut worden. Gerlach (1916) hat den Einfluß des Gases und der Schwärzung bei der Thermosäule und dem Bolometer (s. unten) genau untersucht. Er findet, daß die Angaben dieser Instrumente unabhängig von dem Gas, in welchem sie sich befinden, sowie von dessen Druck sind, wenn als Schwärzungs-

mittel der Empfängerflächen elektrolytisch niedergeschlagenes Platinmohr verwandt wird. Wird jedoch die Schwärzung ganz oder teilweise durch Berußung bewirkt, so geben die genannten Instrumente von Druck und Gas abhängige Werte. In neuester Zeit sind sehr empfindliche Thermoelemente von Voege (1920) konstruiert und von der Firma Zeiss in Jena in den Handel gebracht.

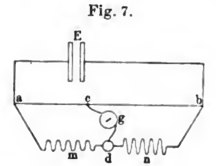
Ein sehr empfindliches Radiomikrometer hat Boys konstruiert; dasselbe besteht aus einem im starken magnetischen Felde aufgehängten leichten, mit Spiegel versehenen Thermobügel, in dem durch die Bestrahlung ein Strom entsteht, infolgedessen der Apparat selbst abgelenkt wird (ähnlich wie bei einem d'Arsonvalgalvanometer). Mit Hilfe desselben ist man imstande, das Vorhandensein von strahlender Energie anzugeben, wenn dieselbe nur $^1/_{150\,000}$ der vom Vollmonde zur Erde gelangenden Strahlung beträgt. Paschen (1893), Nichols (1901) und Holjer Witt (1920) ist es gelungen, die Empfindlichkeit noch zu steigern. Zweckmäßige Konstruktionen stammen von H. Schmidt (1910), Rubens und Hollnagel (1910) u. a. Lebedew stellte das Mikrometer ins Vakuum (Vakuumradiomikrometer). Die umfangreichsten Untersuchungen hat in letzter Zeit Coblentz (1906—1915) ausgeführt, nicht nur über das Radiomikrometer, sondern überhaupt über verschiedene thermoelektrische Elemente; unter anderem konstruierte er (1914, 1915) ein Thermoelement Bi–Ag, welches zu absoluten Messungen dienen kann. Mit Hilfe der Thermoelemente Bi–Pt und der Bi-Legierung von Bi und Sn führte er Messungen der Strahlungen der Sterne aus. Es gelang ihm, zu vergleichen die Ausstrahlung der hellen und der dunklen Flecke auf der Oberfläche des Jupiter, zweier Jupitermonde, der Saturnringe und eines der planetaren Nebelflecken. Er fand, daß rote Sterne, bei derselben Größe, eine zwei- bis dreimal so große Intensität der gesamten Strahlung besitzen als weiße Sterne. Indem er die Strahlen der Sterne durch Wasser hindurchgehen, also die unsichtbaren Strahlen absorbieren ließ, fand er, daß die weißen Sterne eine doppelt so große relative Menge sichtbarer Strahlen enthalten als die gelben Sterne und eine dreimal so große als die roten. Die quantitativen Messungen ergaben z. B., daß die Strahlungsenergie des Polarsterns, welche im Laufe von einer Million Jahren auf 1 cm² der Erdoberfläche trifft, gleich einer kleinen Kalorie ist. Die Strahlung aller anderen Sterne zusammen könnte dieselbe Wirkung im Laufe von 100 bis 200 Jahren hervorbringen.

III. Bolometer. Die Konstruktion dieses wichtigen, von Svanberg (1851) entdeckten Apparats beruht auf dem Umstande, daß sich der elektrische Widerstand von Metalldrähten oder Metallstreifen mit Zunahme der Temperatur vergrößert.

Diese Widerstandszunahme mißt man mit der Wheatstoneschen Brücke, die in Fig. 7 schematisch dargestellt ist. E bedeutet ein

Element oder eine Batterie, von der Drähte ausgehen, die sich in den Punkten a und b derart verzweigen, daß eine Leitung von a über c, die andere über d nach b führt. Zwei Punkte dieser beiden Leitungen c und d sind durch einen Draht cd unter Zwischenschaltung des Galvanometers g miteinander verbunden; diese Zwischenleitung cgd stellt die eigentliche Brücke dar. Die Widerstände der vier sogenannten „Zweige“ ac, cb, ad und db wollen wir verkürzt durch (ac), (cb), (ad), (db) bezeichnen. Bekanntlich gilt der Satz:

Fig. 7.



Die Stromstärke in der Wheatstoneschen Brücke ist Null, wenn die Widerstände der vier Zweige nachstehender Proportion genügen

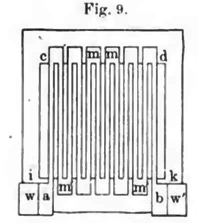
$$(ac):(cb) = (ad):(db) \quad . \;. \;. \quad (3)$$

Das Bolometer besteht aus einem sehr dünnen geschwärzten Draht oder Streifen aus Metall, der in einem der Zweige der Wheatstoneschen Brücke eingeschaltet und der Energiestrahlung ausgesetzt ist. Trifft die Strahlung zunächst das Bolometer nicht und sind die Widerstände der einzelnen Zweige derart gewählt, daß die Proportion (3) besteht, dann gibt offenbar das Galvanometer g keinen Ausschlag. Wird jetzt das Bolometer belichtet, so absorbiert die geschwärzte Oberfläche des letzteren die auffallende strahlende Energie und das Bolometer erwärmt sich infolgedessen. Bei Erwärmung vermehrt sich der Widerstand des Bolometers, die Widerstände der Zweige hören auf, der Proportion (3) zu genügen, da sich ein Glied dieser Proportion vergrößert hat; mithin ist die Stromstärke in der Brücke nicht mehr gleich Null und die Galvanometernadel wird um einen gewissen Betrag abgelenkt, den man nach der Methode der Spiegelablenkung mißt. Aus dem Betrage dieser Ablenkung läßt sich die Widerstandsänderung des Bolometers, also auch der Grad seiner Erwärmung und hieraus die Menge der strahlenden Energie finden, welche das Bolometer getroffen hatte.

Fig. 8.

a b

Fig. 9.



Seine erste Anwendung hat das Bolometer durch Svanberg gefunden. Vervollkommnet haben dasselbe Langley, Baur, R. v. Helmholtz, Schneebeli, Ångström und insbesondere Lummer und Kurlbaum, welche die Bedingungen, unter denen dieser Apparat am besten

wirkt, sowohl theoretisch als auch praktisch untersucht haben. In Fig. 8 ist ein flaches Bolometer abgebildet, das nach der Methode von Lummer und Kurlbaum angefertigt ist. Eine dünne Platinplatte wird auf eine zehnmal dickere Silberplatte gelegt, beide glühend gemacht und sehr platt gewalzt, wobei die Dicke der Platinplatte im äußersten Falle den minimalen Wert von $0{,}3\,\mu = 0{,}0003$ mm erlangen kann. Hierauf wird mit Hilfe einer Teilmaschine die in Fig. 8 dargestellte Figur ausgeschnitten, nämlich eine Zickzackfigur von etwa 30 mm Länge und 1 mm Breite; diese wird dann in einen Rahmen *cdki* aus Schiefer gebracht (Fig. 9). Die Endpunkte *a* und *b* werden an die Kupferstreifen *w* und *w'* angelötet, das Silber in Salpetersäure aufgelöst und die Platinfläche mit Ruß oder Platinmohr bezogen. Aus vier derartigen Streifen stellt man die Zweige der Wheatstoneschen Brücke her. Warburg, Leithäuser und Johansen (1907) haben ein Vakuumbolometer konstruiert, das besonders empfindlich ist und nicht durch Luftströmung gestört wird. Unter Zuhilfenahme eines empfindlichen Galvanometers ist es möglich, Temperaturänderungen eines Bolometerzweiges von der Größenordnung eines zehnmilliontel Celsiusgrades wahrzunehmen.

Fig. 10.



IV. Das Radiometer kann sowohl zum Nachweise als auch zur Messung der infraroten Strahlung dienen. Dieser Apparat ist (1873) von Crookes konstruiert worden und seine einfachste Form ist in Fig. 10 dargestellt. Es ist dies ein Glasballon, der möglichst luftleer gemacht ist. In seinem Innern ist ein Glashütchen auf eine vertikale Spitze gesetzt und an diesem durch ein Drahtkreuz vier vertikale, äußerst leichte, auf der einen Seite geschwärzte Blättchen aus Glimmer oder Aluminium angebracht. Unter der Einwirkung einer Energiestrahlung fangen die Flügelchen an sich zu drehen, wobei die nicht geschwärzten Seiten vorangehen, gleich als ob die Strahlen auf die

dunklen Oberflächen einen besonderen Druck ausübten oder wenigstens einen größeren Druck als auf die nicht geschwärzten Oberflächen. Crookes fand, daß die Drehung am schnellsten erfolgt, wenn der Gasrest einen bestimmten Druck besitzt. Der allgemeine Verlauf der Druckabhängigkeit des Radiometerausschlags ist folgender: Der Effekt beginnt bei einem Druck von einigen Millimetern Hg, steigt dann mit sinkendem Druck (0,02 mm) bis zu einem Maximum an und erreicht schließlich an der Grenze der Pumpwirkung einen konstanten niedrigen Endwert. Die Gasfüllung (Argon, Wasserstoff und Luft) ist nach Westphal (1920), der in letzter Zeit eingehende Messungen an Radiometern ausgeführt hat, gering, nur in Kohlensäure tritt das Maximum stets bei einem erheblich tieferen Druck auf.

Die Radiometererscheinungen haben eine große Menge von Untersuchungen veranlaßt, und sind eine ganze Reihe verschiedener Versuche gemacht worden, die Bewegung der Radiometerflügel zu erklären. Das Nähere darüber bringen wir in Bd. III. Man kann gegenwärtig so viel als erwiesen ansehen, daß die Drehung der Radiometerflügel infolge des Drucks der im Ballon zurückgebliebenen Luft vor sich geht, die sich an den geschwärzten Flügeloberflächen erwärmt, da diese die strahlende Energie absorbieren.

Donle hat die Größe des auf die Radiometerflügel wirkenden Drucks gemessen, falls sie von strahlender Energie getroffen werden. Der Druck der im Radiometer verbliebenen Luft war hierbei ungefähr gleich dem einer Quecksilbersäule von 0,003 mm Höhe. Die Energiequellen wurden in 50 cm Abstand von den bifilar aufgehängten Flügeln aufgestellt. Der gesuchte Druck wurde bei diesen Versuchen zu $k \cdot 10^{-5}$ Dynen pro Quadratzentimeter gefunden, wobei k folgende Werte hatte: für eine Hefnerkerze $k = 7$ bis 8, bei einer Stearinkerze $k = 10$ bis 14, für einen Auerbrenner $k = 40$ bis 50 usw. Riecke hat obige Resultate bestätigt gefunden.

Pringsheim hat (1883) zuerst das Radiometer zum Studium der infraroten Strahlen angewandt, indem er die Flügel an einem Faden aufhing und dessen Torsion bestimmte, d. h. den Winkel maß, um welchen sich die Flügel drehten, wenn Strahlen auf ihre geschwärzten Flächen fielen. Nichols und Rubens (1897) haben den Pringsheimschen Apparat vervollkommnet, indem sie ihm die in Fig. 11 abgebildete Gestalt gaben. Im Innern eines metallenen Behälters AA, aus welchem die Luft bis auf 0,05 mm Spannung entfernt wird, hängen an einem Quarzfaden zwei geschwärzte Glimmerblättchen aa; unter ihnen bei c befindet sich ein Spiegelchen, welches mit seiner spiegelnden Oberfläche dem Fensterchen C zugekehrt ist; letzteres ist durch eine Glasplatte verschlossen.

In Fig. 12 ist ein Durchschnitt des seitlichen Teils senkrecht zu aa gegeben. In die Seitenwandung des Apparats ragt eine Röhre r

hinein, die auf der einen Seite durch eine Flußspatplatte *P* und bei *k* durch eine Platte aus AgCl (von 2,5 mm Dicke) verschlossen ist. Beide Platten sind für infrarote Strahlen in hohem Grade durchlässig. Die Anwesenheit der zweiten Platte in *k* ist notwendig, da sich die Empfindlichkeit des Radiometers, wie Stoney und Moß gezeigt haben, erhöht, wenn sich die feste Wand des Gefäßes in der Nähe der Radiometerflügel befindet. Die Strahlen gelangen durch *P* und *k* auf einen der Flügel; die Drehung des Spiegelchens wird durchs Fenster *C* nach der Methode der Spiegelablenkung beobachtet.

Fig. 11.

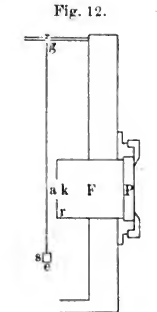


Fig. 12.

V. Kompensationsmethode von Ångström und Kurlbaum. Zwei völlig gleiche, einerseits geschwärzte Metallstreifen befinden sich nebeneinander. Zu dem einen von ihnen gelangt die zu messende Energiestrahlung, der andere wird durch einen elektrischen Strom erhitzt, dessen Stärke derart reguliert wird, daß beide Streifen, sobald Wärmegleichgewicht eingetreten ist, die gleiche Temperatur erhalten. In diesem Falle empfangen und verlieren beide Streifen offenbar die gleichen Energiemengen *q*. Die vom zweiten Streifen in der Zeiteinheit empfangene Energiemenge läßt sich leicht durch Rechnung finden, wenn die Stromstärke i (in Ampere) und der Widerstand w (in Ohme) bekannt sind; es ist dann nämlich $q = 0{,}24\, w\, i^2$ Grammkalorien (vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 27 und Bd. IV).

VI. Es gibt noch eine weitere Methode zum Nachweise der infraroten Strahlen; sie beruht auf der Fähigkeit dieser Strahlen, Phosphoreszenz auszulöschen, und soll im späteren betrachtet werden.

VII. Der Beginn der infraroten Strahlen läßt sich mit Hilfe rotempfindlicher photographischer Platten untersuchen; Meissner (1916) hat das hierzu einzuschlagende Verfahren genau ausgearbeitet (Ann. d. Phys. **50**, 713, 1916).

§ 9. Einige Fundamentaleigenschaften der strahlenden Energie.

In den folgenden Kapiteln werden wir die verschiedenen Eigenschaften der strahlenden Energie eingehend behandeln, wie dieselben sich bei ihrem Auftreten, ihrer Ausbreitung und ihrem Übergange in andere

Energieformen äußern. An dieser Stelle wollen wir kurz auf einige Grundeigenschaften der strahlenden Energie hinweisen, auf welche wir schon im nächsten Kapitel zurückzukommen haben.

Da die Zeit noch nicht gekommen ist, in Lehrbüchern die elektromagnetische oder die Quantentheorie der strahlenden Energie an die Spitze zu stellen, so wollen wir vorläufig von diesen neueren Theorien absehen und uns mit der Vorstellung begnügen, daß die strahlende Energie eine harmonische Schwingungsbewegung sei. Stellt man sich auf diesen Standpunkt, so kann man auf die Erscheinungen der strahlenden Energie alles anwenden, was wir auf S. 159 bis 204 des Bd. I, Abt. 1 für jede sich ausbreitende Schwingungsbewegung überhaupt abgeleitet hatten und was in der Lehre von den Schallbewegungen bereits Anwendung gefunden hat.

„Der strahlende Punkt", d. h. das Element (der sehr kleine Teil) eines strahlenden physikalischen Körpers, ist der Mittelpunkt, von dem sich nach allen Seiten Schwingungen ausbreiten. Im isotropen Medium (Bd. I, Abt. 1, S. 37) bildet sich hierbei eine sphärische Wellenfläche aus. Auf Grund des Huygensschen Prinzips (S. 181) erklären sich sowohl die scheinbare geradlinige Ausbreitung der Strahlen (S. 184) im unbegrenzten Medium, als auch die Diffraktionserscheinungen (S. 186), welche auftreten, wenn ein Teil aus der Wellenfläche durch ein Hindernis gewissermaßen herausgeschnitten wird.

Die strahlende Energie kann sich nicht nur im Vakuum ausbreiten, sondern auch in festen, flüssigen und gasförmigen Körpern. Man nennt solche Körper durchsichtig für die gegebene Art der strahlenden Energie, die durch ihre Wellenlänge λ oder ihre Schwingungsdauer T bestimmt wird. Daß die strahlende Energie durch gewisse Körper ohne oder fast ohne Absorption, d. h. ohne Umwandlung in eine andere Energieform, etwa in Wärmeenergie, hindurchdringen kann, wird für die sichtbaren Strahlen dadurch erwiesen, daß es im gewöhnlichen Sinne des Wortes durchsichtige Körper gibt (Glas, Wasser, Steinsalz, Bergkristall usw.). Prevost brachte auf die eine Seite eines kontinuierlichen Wasserstrahls einen heißen Körper, auf die andere ein empfindliches Thermometer und bewies durch die Erwärmung des letzteren, daß die infraroten Strahlen wenigstens teilweise eine Wasserschicht durchsetzen, ohne ihre Energie an diese abzugeben. Die elektrischen Strahlen endlich gehen ungehindert durch alle Dielektrika hindurch, werden durch die Wände eines Hauses, durch Türen usw. nicht zurückgehalten, so daß diese Körper für die elektrischen Strahlen durchsichtig sind, während von den Metallen das Gegenteil gilt.

Die Energiemenge, welche in der Zeiteinheit die Einheit einer zur Strahlrichtung senkrechten Oberfläche durchsetzt, nennt man die Intensität der Strahlung an dem Orte, an welchem sich jene Oberflächeneinheit befindet. Bezeichnen wir jene Strahlungsintensität mit J und



seien J_1 und J_2 spezielle Werte an Orten, welche sich von der Strahlenquelle in den Abständen R_1 und R_2 befinden, wobei die Dimensionen der Strahlenquelle klein im Verhältnis zu R_1 und R_2 sind; beschreiben wir ferner um die Strahlenquelle als Mittelpunkt zwei Kugelflächen mit den Radien R_1 und R_2 und nehmen endlich an, zwischen diesen Flächen finde keinerlei Absorption der strahlenden Energie statt, d. h. keinerlei Umwandlung derselben in andere Energieformen, so erhalten wir offenbar folgende Beziehung $4\pi R_1^2 J_1 = 4\pi R_2^2 J_2$ und hieraus

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad \text{(4, a)}$$

oder allgemein

$$J = \frac{J_0}{R^2} \quad \text{(4, b)}$$

wo J_0 die Strahlungsintensität für $R = 1$ ist.

Die Intensität der Energiestrahlung ist umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung von der Strahlenquelle, falls letztere klein im Verhältnis zu jener Entfernung ist. Für sichtbare Strahlen entspricht die Intensität der Strahlung der Lichtstärke an einem gegebenen Orte.

Fig. 13.

Trifft die Strahlung, deren Intensität gleich J ist, die Fläche s (Fig. 13) unter dem Einfallswinkel α (Winkel zwischen den Strahlen und der Normalen cN zur Fläche), so ist **die Energiemenge i, welche in der Zeiteinheit zur Einheit der Fläche s gelangt, proportional dem Kosinus des Einfallswinkels α.**

Es entspreche nämlich der Wert i_0 dem Werte $\alpha = 0$, also der Fläche $s_0 = ab$, dann ist offenbar $i_0 = J$. Andererseits ist $i = J s_0 : s = J \cos\alpha$, also

$$i = i_0 \cos\alpha \quad \text{(5)}$$

Die **Reflexion** der strahlenden Energie läßt sich auf Grund der Huygensschen Konstruktion (Bd. I, Abt. 1, S. 188) erklären. Die elementare Lehre von der Reflexion an ebenen und sphärischen Spiegeln setzen wir als bekannt voraus; besondere Einzelheiten sollen im dritten Kapitel Erwähnung finden.

Die **Brechung** der strahlenden Energie erfolgt nach einem Gesetze, das wir theoretisch hergeleitet hatten mit Hilfe einer auf dem

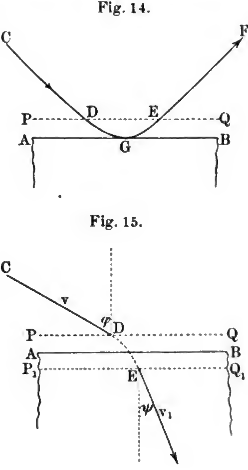
Huygens schen Prinzipe beruhenden Konstruktion (Bd. I, Abt. 1, S. 190). Ist v die Ausbreitungsgeschwindigkeit im ersten Medium, v_1 die im zweiten, φ der Einfallswinkel, ψ der Brechungswinkel und endlich n der relative Brechungsquotient, so ist

$$n = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{v}{v_1} = Const. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 192, Formel (31).

Es mögen an dieser Stelle einige Worte über die Newtonsche Emanationstheorie folgen, obgleich sie unmittelbar nur für die sichtbare strahlende Energie angewandt wurde.

Die Reflexion wurde nach dieser Theorie durch die Annahme erklärt, daß die Teilchen der Lichtsubstanz beim Auftreffen auf die Oberfläche eines Körpers (eines Spiegels) eine Abstoßung erfahren, infolgedessen ihre zur Oberfläche senkrechte Geschwindigkeitskomponente ihr Vorzeichen wechselt, während ihre zur Oberfläche parallele Komponente ungeändert bleibt. In Fig. 14 ist AB die spiegelnde Oberfläche, PQ eine ihr parallele, in großer Nähe befindliche Fläche; bis PQ erstreckt sich die Abstoßung, welche das Teilchen der Lichtsubstanz erfährt. Infolgedessen geht der geradlinige Weg CD des Teilchens in den krummlinigen DGE über. In G ist die zu AB senkrechte Geschwindigkeitskomponente gleich Null geworden, in E hat sie ihren ursprünglichen Wert wieder erhalten; sie hat ihr Vorzeichen gewechselt.



Die Brechung der Strahlen wurde nach der Emanationstheorie durch die Annahme erklärt, daß die Substanz des zweiten Mediums auf das Lichtteilchen auch eine anziehende Wirkung ausüben kann, welche im Raume zwischen den sehr nahe an AB gelegenen Ebenen PQ und P_1Q_1 (Fig. 15) auftritt. In diesem Raume vergrößert sich die zu AB senkrechte Geschwindigkeitskomponente des Teilchens, wodurch die Richtung CD in die andere, durch den Pfeil angedeutete, übergeht. Die zur Ebene AB parallele Geschwindigkeitskomponente bleibt un-

geändert; dies gibt uns die Beziehung $v \sin \varphi = v_1 \sin \psi$, woraus für den Brechungsquotienten n folgender Ausdruck folgt:

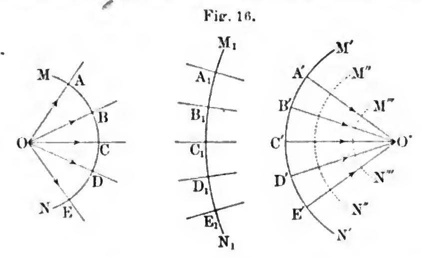
$$n = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

Ist $\psi < \varphi$, so heißt das zweite Medium das optisch dichtere.

Ein Vergleich der Formeln (6) und (7) miteinander führt zu folgendem sehr wichtigen Ergebnis:

Nach der Emanationstheorie ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Strahlen im optisch dichteren Medium größer, nach der Vibrationstheorie kleiner als im optisch

Fig. 16.



weniger dichten Medium. Ein diesbezüglicher Versuch von Foucault, den wir in Kapitel III, § 5 genauer beschreiben werden, hat zugunsten der Undulationstheorie entschieden.

Die Haupteigenschaften der optischen Linsen sind aus der Elementarphysik bekannt, übrigens sollen sie in Kapitel IV von neuem hergeleitet werden.

Zum Schlusse dieses Paragraphen wollen wir noch einen wichtigen Lehrsatz beweisen, der sowohl für den Fall der Spiegelung an sphärischen Spiegeln, als auch für die Brechung in optischen Linsen Geltung hat. Wie bekannt, können sowohl diese wie jene ein „divergierendes Strahlenbündel“ in ein „konvergierendes“ umwandeln; der Durchschnittspunkt der Strahlen des konvergierenden Bündels werde als reeller Bildpunkt bezeichnet.

Ist O (Fig. 16) der strahlenaussendende Punkt, so bildet sich zur gegebenen Zeit t um ihn herum eine Wellenfläche MN; es ist das der geometrische Ort der Punkte, welche gleichzeitig ihre Bewegungen beginnen. Trifft diese Wellenfläche auf ihrem Wege einen sphärischen Spiegel oder eine Linse, so ändert sich nach der Reflexion oder Brechung im allgemeinen ihre Krümmung, doch bleibt die Welle hierbei angenähert sphärisch (wenigstens innerhalb der Grenzen, zwischen welchen wir die sogenannte sphärische Aberration und den Astigmatismus —

s. Kapitel IV — vernachlässigen können). Wird die Wellenfläche auf der Seite hohl, nach welcher sich die Schwingungsbewegung ausbreitet, so wird das entsprechende Strahlenbündel konvergent. Sei $M_1 N_1$ die Wellenfläche, die sich aus MN nach einer beliebigen Anzahl Spiegelungen und Brechungen zur Zeit t_1 gebildet hat, und seien $A_1, B_1, C_1, \ldots$ Punkte, durch welche die Strahlen OA, OB, OC, ... gehen, dann folgt aus der Definition der Wellenfläche selbst, daß sich die Schwingungsbewegung in der gleichen Zeit $t_1 - t$ an den Strahlen AA_1, BB_1, CC_1, ... entlang ausgebreitet hat, welche ihrerseits gebrochene Linien von verschiedener Form darstellen. In wie verschiedenen Medien sich diese Strahlen in der Zeit T (Dauer einer Schwingung) auch ausgebreitet haben mögen, jeder Strahl hat sich dabei um eine Wellenlänge verlängert, die jedoch für die verschiedenen Strahlen verschieden sein kann, wenn die Ausbreitung in verschiedenen Medien erfolgt ist. Die Gesamtzahl der auf AA_1, BB_1, ... gelegenen Wellen ist für alle diese Strahlen die gleiche, nämlich gleich $\frac{t_1 - t}{T}$. Hieraus folgt dann, daß die Punkte A und A_1, B und B_1 usw. gleiche Phasendifferenz haben (Bd. I, Abt. 1, S. 133).

Da die Wellenflächen MN und $M_1 N_1$ willkürlich gewählt waren, kann man erstens annehmen, MN liege dem strahlenaussendenden Punkte O unendlich nahe und zweitens kann man an Stelle von $M_1 N_1$ die konkave Fläche $M'N'$ setzen, welche dem konvergierenden Strahlenbündel mit dem Bildpunkte O' entspricht. Ferner kann man $M'N'$ durch die Flächen $M''N''$, $M'''N'''$ usw. und schließlich durch eine dem Punkte O' unendlich nahe Fläche ersetzen. Auch hier sind die Ausbreitungszeiten der Strahlen einander gleich und die Phasendifferenzen der einander entsprechenden Punkte konstant.

Alle Strahlen gelangen in der gleichen Zeit vom strahlenden Punkte zum Bildpunkte oder von einer Wellenfläche zur anderen oder endlich von einer beliebigen Wellenfläche zum Bildpunkte. Die Phasenänderung, welche einem solchen Übergange entspricht, ist ebenfalls für alle Strahlen die gleiche und es können daher diese Übergänge keine Phasendifferenzen der Strahlen hervorrufen.

In der Lehre von der Ausbreitung der Schwingungsbewegungen sahen wir (Bd. I, Abt. 1, S. 184), daß der Strahlbegriff gleichsam verloren geht, wenn man zur Grundlage für alle Betrachtungen das Huygenssche Prinzip wählt. Dies gilt insbesondere von den Fällen einer unfreien Ausbreitung der Schwingungen, wenn Diffraktionserscheinungen auftreten (Bd. I, S. 186), wo selbst der rein geometrische Strahlbegriff seinen bestimmten Sinn verliert. Tritt jedoch keine Diffraktion auf oder kann man sie vernachlässigen, so erweist sich die Einführung des Strahls als einer geometrischen Linie durchaus zweckmäßig und nützlich besonders

in Fällen, wo die Ausbreitung der strahlenden Energie eine kompliziertere ist.

Den Teil der Lehre von der strahlenden Energie, in welchem man sich einer solchen geometrischen Methode zur Behandlung gewisser Fragen und Lösung gewisser Aufgaben bedient, kann man allgemein als geometrische Lehre von der strahlenden Energie bezeichnen, im besonderen, wenn von sichtbaren Strahlen die Rede ist, als geometrische Optik.

§ 10. Terminologie. Da wir im vorliegenden Abschnitte die modernen Vorstellungen von der strahlenden Energie konsequent zugrunde legen wollen, dürfen wir auch an der früheren Terminologie nicht mehr festhalten, da diese aus der Vorstellung hervorgegangen war, daß Licht und sogenannte strahlende Wärme wesentlich verschieden seien. Auf diesen Vorstellungen beruhen z. B. die Bezeichnungen „strahlende Wärme“, „Wärmestrahlen“ usw. Wir werden diese nicht benutzen, da sie auf unrichtigen Vorstellungen beruhen und zu Mißverständnissen führen können.

Von dem Standpunkte aus, welchen wir für den einzig richtigen halten müssen, haben wir folgendermaßen zu schließen: die kinetische Energie kommt in der Natur in verschiedenen Formen vor, z. B. als Energie der fortschreitenden oder der drehenden Bewegung der Körper, oder als Energie der Molekülbewegungen, die man auch Wärme nennt oder strahlende Energie; letztere ist eine periodische Bewegung, charakterisiert durch verschiedene Eigenschaften, die in Bd. I, Abt. 2, Kap. V, ausführlich behandelt worden sind. Es gibt eine unendliche Menge verschiedener Formen von strahlender Energie, die sich voneinander durch die Schwingungsdauer T und die Wellenlänge λ unterscheiden und eine kontinuierliche Reihe bilden, aus welcher gegenwärtig drei Abschnitte erforscht sind: 1. die Röntgenstrahlen von $\lambda = 0{,}000\,017\,\mu$ bis ungefähr $0{,}005\,\mu$, 2. die Wellen von $\lambda = 0{,}000\,02$ mm bis $\lambda = 0{,}342$ mm und 3. die Strahlen, deren λ einige Millimeter bis zehn und mehr Metern beträgt. Alle diese stellen nur Fälle von strahlender Energie dar; keiner von ihnen entspricht etwa der Wärme. Sie können aus der Wärmeenergie oder einer anderen Energieform hervorgehen und ebenso sich in Wärmeenergie oder eine andere Energieform umwandeln; darin liegt aber noch kein Grund, bestimmte Fälle der strahlenden Energie für Wärme oder „strahlende“ Wärme zu halten. Man kann freilich die strahlende Energie durch Kalorien messen, jedoch nur deshalb, weil alle Formen von Energie einander äquivalent sind und daher durch äquivalente Einheiten gemessen werden können; infolgedessen kann man ihnen der Bequemlichkeit halber auch gleiche Benennungen beilegen. Die Energie eines rotierenden Körpers könnten wir, falls wir wollten,

auch in Kalorien ausdrücken, ebenso wie wir als Einheit der Wärmemenge das Erg oder Megaerg oder Joule annehmen könnten. Die Energie eines rotierenden Körpers kann aus Wärmeenergie hervorgehen (Schwungrad eines Dampfmotors) und umgekehrt in Wärme übergehen; wir bezeichnen jedoch die Bewegungsenergie eines rotierenden Körpers nicht als Wärme und genau ebenso haben wir auch kein Recht, die strahlende Energie — eine Energie sui generis — als Wärme zu bezeichnen.

Ausdrücke, wie „ein Körper strahlt Wärme aus", dürfen wir nicht für zulässig halten, denn wenn ein Körper Wärme verliert, so strahlt er nicht diese selbst aus, sondern nur strahlende Energie. In analoger Weise überträgt auch der Dampf im Zylinder einer Dampfmaschine, während er Wärme verliert, auf den Kolben, das Schwungrad usw., nicht etwa Wärme, sondern Bewegungsenergie, welche, wie auch die strahlende Energie, zum Teil in Wärme übergehen kann.

Von unserem Standpunkte aus hat die noch unlängst in Lehrbüchern eingehend und ernsthaft behandelte Frage, ob es möglich sei, im sichtbaren Teile des Spektrums die Lichtstrahlen von den Wärmestrahlen zu sondern, oder ob sie immer zugleich und untrennbar verbunden die Medien durchdringen, absorbiert, reflektiert, gebrochen werden usw., gar keinen Sinn mehr. Die Geschichte dieser Frage ist freilich lehrreich, doch hat die Frage selbst, wie gesagt, ihren Sinn verloren; denn die Einwirkung auf unser Auge und die Umwandlung in Wärme sind nur verschiedene Äußerungen eines und desselben realiter Vorhandenen, nämlich der strahlenden Energie.

Manchem Leser könnte es vielleicht scheinen, als sei alles, was wir soeben vorgebracht haben, nur ein Spiel mit Worten und er könnte demnach fragen, ob man nicht doch die früheren Bezeichnungen, wenn auch mit gewissen Einschränkungen, gebrauchen dürfe. Diese Frage muß aber durchaus verneint werden, und zwar aus folgenden Gründen: Wir kennen die elektrischen, die dunklen infraroten, die sichtbaren, die dunklen ultravioletten und die Röntgenstrahlen. Welche von diesen soll man denn als Wärmestrahlen bezeichnen? Etwa alle dunklen? Das wäre unstatthaft; denn erstens sind die Grenzen zwischen sichtbaren und unsichtbaren Strahlen unbestimmt, so daß dieselben Strahlen unter gewissen Bedingungen oder für das eine Auge als Wärmestrahlen, unter anderen Bedingungen oder für ein anderes Auge nicht als Wärmestrahlen zu gelten hätten; ferner würde man sich wohl schwerlich daran gewöhnen, die ultravioletten Strahlen als Wärmestrahlen zu bezeichnen. Ebensowenig wäre es möglich, die Benennung Wärmestrahlen allein für die infraroten Strahlen beizubehalten; erstens wiederum wegen der Unbestimmtheit der Grenzen, zweitens weil jene Benennung keinen rechten Sinn hätte, da auch die sichtbaren und die ultravioletten Strahlen zur Quelle die Wärmeenergie haben und in sie ebenso über-

gehen können wie die infraroten Strahlen. Somit muß wiederholt werden, daß in der modernen Lehre von der strahlenden Energie die Ausdrücke „strahlende Wärme", „Wärmestrahlen", „Wärmestrahlung" usw. keine Verwendung finden können.

Wir werden uns streng an folgende Terminologie halten:

Die strahlende Energie zerfällt in

1. Elektrische (Hertzsche) Strahlen: gegenwärtig (1921) von $\lambda = 2$ mm bis zu beliebig großen Werten von λ.

2. Nicht erschlossenes Gebiet von $\lambda = 2$ mm bis $\lambda = 0{,}342$ mm $= 342\,\mu$, etwa $2^1/_2$ Oktaven umfassend.

3. Dunkle oder unsichtbare infrarote Strahlen: von $\lambda = 0{,}76\,\mu$ bis ungefähr $\lambda = 342\,\mu = 0{,}342$ mm; diese Strahlen umfassen ungefähr $8^1/_2$ Oktaven.

4. Sichtbare Strahlen oder Lichtstrahlen: von $\lambda = 0{,}4\,\mu$ bis $\lambda = 0{,}76\,\mu$; fast 1 Oktave.

5. Dunkle oder unsichtbare ultraviolette Strahlen: von $\lambda = 0{,}4\,\mu$ bis $\lambda = 0{,}02\,\mu$; beinahe $3^1/_2$ Oktaven.

6. Nicht erschlossenes Gebiet: von $\lambda = 0{,}02\,\mu = 200$ Å.-E. bis ungefähr $\lambda = 0{,}005\,\mu = 50$ Å.-E.; 2 Oktaven.

7. Röntgenstrahlen: von $\lambda = 0{,}005\,\mu = 50$ Å.-E. bis $\lambda = 0{,}000\,017\,\mu = 0{,}17$ Å.-E.; etwa 8 Oktaven.

Die Schwingungszahlen [vgl. Formel (2), S. 10] schwanken zwischen beliebig kleinen Werten bis zu Zahlen von der Größenordnung 10^{19}.

Erwähnt möge noch werden, daß die Lichtwellen häufig in $\mu\mu = 10^{-6}$ mm oder auch in Ångström-Einheiten (Å.-E.) $= 10^{-7}$ mm angegeben werden.

Die Formen der strahlenden Energie sind voneinander nicht streng gesondert; das ist übrigens kein Mangel, denn es ist klar, daß bei Änderung der Bedingungen das Unsichtbare oder Dunkle sichtbar werden kann und umgekehrt.

§ 11. Methoden zur Erlangung von homogenen Strahlen. Es gibt vier Methoden zur Erlangung von mehr oder weniger homogenen (monochromatischen) Strahlen, für welche die Wellenlänge λ in sehr engen Grenzen eingeschlossen ist, nämlich die folgenden:

1. Spektralmethode. Man zerlegt die Strahlen einer beliebigen Strahlenquelle mit Hilfe einer der vorhandenen Methoden (Prisma, Gitter) in ein Spektrum, aus welchem man etwa mittels eines in einem undurchsichtigen Schirm befindlichen Spaltes den Teil absondert, welchen man zu erhalten wünscht. In einigen Fällen kann die Aufgabe vereinfacht werden, wenn nämlich leuchtende Dämpfe oder Gase die Strahlenquelle bilden. So kann z. B. eine an sich schwach leuchtende Spiritusflamme oder Gasflamme fast homogene sichtbare Strahlen aussenden, wenn in ihr gewisse Dämpfe zum Leuchten gebracht werden;

sie sendet z. B. fast homogene gelbe Strahlen aus, wenn Natriumdämpfe in ihr enthalten sind. Die Dämpfe anderer Metalle liefern bei hoher Temperatur ein Spektrum, welches aus zahlreichen hellen Linien besteht. Sondert man aus einem solchen Spektrum eine der Linien aus, so erhält man ein in hohem Grade homogenes Licht. Fabry und Perot haben (1900) gezeigt, auf welche Weise ein möglichst hoher Grad von Homogenität der Strahlen erreicht werden kann.

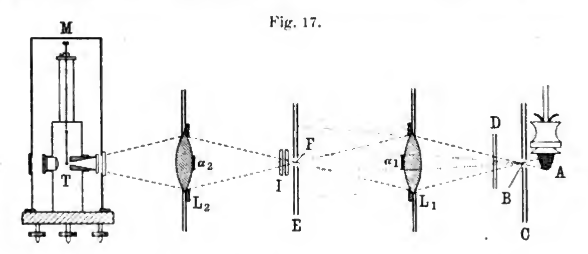
2. Absorptionsmethode. Einige Substanzen lassen nur eine bestimmte Gruppe von fast homogenen sichtbaren Strahlen hindurch, so daß das Spektrum der Strahlen, welche eine Platte aus einer derartigen Substanz durchdrungen haben, einen schmalen Streifen darstellt. Rubinglas läßt z. B. nur einen kleinen Teil der roten Strahlen des Spektrums hindurch. Wir werden in Kapitel VII in dem Abschnitt über Absorption eine Reihe derartiger Strahlenfilter angeben.

3. Methode der vielfachen Reflexionen. Wie die Theorie zeigt, nimmt das Reflexionsvermögen eines Körpers in unmittelbarer Nähe der Absorptionsstreifen außerordentlich hohe Werte an. Dieses auf ein enges Spektralgebiet beschränkte „metallische" Reflexionsvermögen der Stoffe kann zur Aussendung einzelner langwelliger Strahlenkomplexe aus der Gesamtstrahlung einer Lichtquelle in folgender Weise verwandt werden: Man läßt die Strahlen einer beliebigen Quelle nacheinander so oft an den Spiegeln aus dem gleichen Kristall reflektieren, daß man nur den metallisch reflektierten Strahlungsanteil in meßbarer Stärke zurückbehält. Hierbei erhält man in gewissen Fällen sehr homogene Strahlenbündel, die einem gewissen Bereiche angehören. So hatten z. B. Rubens und Nichols anfänglich (1897) gefunden, daß ein infrarotes Strahlenbündel nach vier Reflexionen am Flußspat nur noch Strahlen enthält, deren Wellenlänge nahezu $\lambda = 23{,}7\,\mu$ ist. Spätere Untersuchungen von Rubens (1899) haben jedoch gezeigt, daß die Intensität der reflektierten Strahlen zwei Maxima hat, bei $\lambda = 24{,}0\,\mu$ und bei $\lambda = 31{,}6\,\mu$, und daß auch die dazwischenliegenden Strahlen in beträchtlichem Maße reflektiert werden, so daß also der Grad der Homogenität der hier erhaltenen Strahlen kein hoher ist. Ferner haben Rubens und Aschkinass gefunden, daß nach fünffacher Reflexion am Steinsalz Strahlen von der Wellenlänge $\lambda = 52\,\mu$, am Sylvin mit $\lambda = 63\,\mu$ übrig bleiben. Solche Strahlen werden Reststrahlen genannt.

Im Verein mit seinen Schülern hat Rubens eine große Reihe von Körpern auf Reststrahlen untersucht und ist es ihm gelungen, nach dieser Methode bis $152\,\mu$ (Reflexion an Thalliumjodür) vorzudringen. Wir fügen noch die Reststrahlen einiger Substanzen an, deren Strahlung ziemlich homogen ist und die daher häufiger benutzt werden: Quarz $8{,}85\,\mu$, Steinsalz $52\,\mu$, Sylvin $63\,\mu$, Bromkalium $82{,}6\,\mu$, Jodkalium $97\,\mu$, Bromsilber $113\,\mu$.

4. Quarzlinsen-Methode von Rubens und Wood (1910). Der leuchtende Strumpf einer Gasglühlichtlampe wird mittels einer Quarzlinse auf die kreisförmige Öffnung einer Blende abgebildet. Die Entfernung der Blende vom Glühstrumpf ist so gewählt, daß die Abbildung nur durch die langen, infraroten Wellen stattfindet. Die kurzwelligen infraroten Strahlen, für die der Quarz in den angewandten Schichtdicken noch durchlässig ist, fallen dann divergierend auf den Blendeschirm und werden zudem durch einen vor die Linse gesetzten geeigneten Schirm abgeblendet. Dieser Aussonderungsprozeß wird ein zweites Mal wiederholt. Auf diese Weise wird eine ziemlich homogene Wellenlänge von ungefähr 110 μ erhalten. Die Anordnung ist in Fig. 17 dargestellt. Als Lichtquelle dient der Strumpf einer hängenden

Fig. 17.



Gasglühlichtlampe *A*. *D* ist ein Klappschirm, L_1, L_2 sind zwei Quarzlinsen, *C* und *E* zwei Diaphragmenschirme, *M* ein Mikroradiometer (S. 20). Der Abstand der Linse L_1 von *C* und *E* ist so gewählt, daß in *F* nur von den langwelligen Strahlen ein scharfes Bild des Diaphragmas *B* entworfen wird. Die kurzwelligen ultraroten Strahlen sind dann beim Austritt aus der Linse L_1 noch divergent. Ihr innerer Teil wird durch die Blende α_1, ihr äußerer, durch die feinpunktierten Linien begrenzter Teil wird von dem Schirm *E* zurückgehalten. Zur Beseitigung der etwa noch vorhandenen diffusen Strahlung wird derselbe Aussonderungsprozeß durch die in der Mitte mit der Papierscheibe α_2 bedeckte Quarzlinse L_2 noch einmal wiederholt. Die Methode ist sehr lichtstark. Ersetzt man den leuchtenden Strumpf durch eine Quarzquecksilberlampe (einer evakuierten Quarzröhre, in welcher der elektrische Bogen in Quecksilberdampf übergeht, s. Kapitel VII, § 8), so gelingt es, noch viel weiter ins Infrarot vorzudringen, wie Rubens und v. Bayer (1911) gezeigt haben. Die größte bis jetzt gemessene Wellenlänge auf diesem Gebiet beträgt 342 μ, also ungefähr $^1/_3$ mm.

Literatur.

Zu § 1.

Lodge: Der Weltäther. Braunschweig 1911.
Beda Anderhalden: Die Ätherhypothesen von Descartes bis Fresnel (Diss. Freiburg i. Schweiz 1901).
La Rosa: Der Äther. Geschichte einer Hypothese. Leipzig 1912.
O. Wiener: Der Wettstreit der Newtonschen und Huygensschen Gedanken in der Optik. Ber. d. math.-phys. Kl. d. Sächs. Akad. d. Wiss. Leipzig **71**, 240, 1919.
Huygens: Traité de la lumière. Leyden 1670. Ostwalds Klassiker Nr. 20.
Newton: Optics. London 1704.
Fresnel: Oeuvres. Paris.
Maxwell: Treatise on Electricity and Magnetism. Oxford 1881, II, p. 220; Phil. Trans. **155**, 1864; Scientific Papers **1**, 526, 1890.
Hertz: Wied. Ann. **34**, 551, 610, 1888; **36**, 1, 769, 1889; Ges. Werke **2**, 115 bis 198. Leipzig 1894.
Lodge: Nature **104**, 15, 1919.
Lenard: Jahrb. f. Radioaktivität u. Elektrot. **15**, 117, 1918; **17**, 309, 1921.
Witte: Jahrb. f. Radioaktivität u. Elektrot. **7**, 205, 1910.
E. Wiechert: Der Äther im Weltbild der Physik. Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1921, Heft 1.

Zu § 2.

Planck: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. Leipzig 1913.
S. Valentiner: Die Grundlagen der Quantentheorie in elementarer Darstellung. Braunschweig 1914.
A. March: Theorie der Strahlung und der Quanta. Leipzig 1919.
Reiche: Die Quantentheorie. Berlin 1921.
Einstein: Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905.
Lummer und Gehrcke: Verh. d. D. Phys. Ges. **4**, 437, 1903.
H. A. Lorentz: Phys. Ztschr. **11**, 349, 1910.
Planck: Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 138, 1911; Berl. Ber. 1911, S. 723.

Zu § 3.

H. A. Lorentz: The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat. 2. Aufl. Leipzig 1916.

Zu § 5.

Röntgen: Wied. Ann. **64**, 1, 1898.
Barkla: Phil. Trans. **204**, 467, 1905.
Laue, Friedrich und Knipping: Münch. Ber. 1912, S. 303 u. 363.

Zu § 8.

Hagen und Rubens: Ann. d. Phys. **8**, 1, 1902.
Pflüger: Ann. d. Phys. **13**, 890, 1904; Phys. Ztschr. **4**, 614, 861, 1903; **5**, 71, 1904.
Ladenburg: Phys. Ztschr. **5**, 525, 1904.
Die allgemeine Literatur zur Thermoelektrizität befindet sich in Bd. IV.
Rubens: Ztschr. f. Instr. **18**, 67, Fig. 2, 1898.
Lebedew: Ann. d. Phys. **9**, 209, 1902.
Boys: Phil. Trans. (1) **180**, 159, 1888; Proc. R. Soc. **42**, 189, 1887; **47**, 480, 1890.

Gerlach: Ann. d. Phys. **50**, 245, 1916.
Reinkober: Ann. d. Phys. **34**, 343, 1911.
Johansen: Ann. d. Phys. **33**, 517, 1910; Phys. Ztschr. **14**, 948, 1913.
Coblentz und Leiss: Ztschr. f. Instr. 1914, S. 14.
Voege: Phys. Ztschr. **21**, 288, 1920.
Paschen: Wied. Ann. **48**, 277, 1893.
Nichols: Astrophys. Journ. **13**, 101, 1901.
Holger Witt: Phys. Ztschr. **21**, 375, 1920.
Coblentz: Bull. Bur. of Stand. **2**, 479, 1906; **9**, 7, 1913; **11**, 131, 613, 1915; Phys. Ztschr. 1913, S. 683.
Coblentz and Emerson: Bull. Bur. of Stand. **12**, 503, 1915.

Bolometer.

Svanberg: Pogg. Ann. **48**, 216, 1851; **84**, 411, 1857.
Langley: Sill. Journ. (3) **21**, 187; **25**, 169; **27**, 169; **28**, 163; **31**, 1; **32**, 83; **36**, 359; **38**, 421; **39**, 97; Ann. chim. et phys. (5) **23**, 275; (6) **9**, 455; Wied. Ann. **19**, 226 u. 384, 1883, **22**, 598, 1884; Ztschr. f. Instr. **4**, 27, 1851.
Baur: Wied. Ann. **19**, 12, 1883.
R. v. Helmholtz: Verh. d. Berl. phys. Ges. **7**, 71, 1889.
Schneebeli: Wied. Ann. **22**, 430, 1884.
Ångström: Wied. Ann. **26**, 256, 1885.
Crova: Ann. chim. et phys. (6) **29**, 137, 1892.
Schtschegljajew: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **22**, 115, 1890.
Lummer und Kurlbaum: Wied. Ann. **46**, 204, 1892.
Warburg, Leithäuser und Johansen: Ann. d. Phys. **24**, 25, 1907; **40**, 628, 1913.

Radiometer.

Crookes: Proc. R. Soc. **22**, 32; **23**, 373, 1874; **24**, 276, 1876; **25**, 304, 1877; Phil. Trans. **164**, 501, 1874; (2) **165**, 519, 1876; (2) **166**, 326, 1877; (1) **170**, 87, 1880.
Donle: Wied. Ann. **68**, 306, 1899.
Riecke: Wied. Ann. **69**, 119, 1899.
Pringsheim: Wied. Ann. **18**, 1 u. 33, 1883.
Nichols: Wied. Ann. **60**, 401, 1897; Ztschr. f. Instr. 1897, S. 123.
Nichols und Rubens: Wied. Ann. **60**, 427, 1897.
Westphal: Ztschr. f. Phys. **1**, 92, 431, 1920; **4**, 221, 1921.
H. Schmidt: Ann. d. Phys. **29**, 1003, 1909.
Rubens und Hollnagel: Phil. Mag. **19**, 764, 1910.

Sehr ausführliche Literaturnachweise findet man in folgenden Werken:

Bertin: Ann. chim. et phys. (5) **8**, 278, 431, 1876.
Muthreich: Progr. d. Gymn. zu Grüneberg in Schlesien 1878.
Winkelmann: Handb. d. Phys. II, **2**, 262. Breslau 1896.

Kompensationsmethode.

K. Ångström: Phys. Rev. **1**, 365, 1893; Wied. Ann. **67**, 633, 1899; Ztschr. f. Instr. **20**, 28, 1900; Radiation Solaire 1900; Met. Ztschr. **18**, 174, 185, 1901.
F. Kurlbaum: Ber. d. techn. Reichsanstalt, Nov. 1892; Ztschr. f. Instr. **13**, 122, 1893; Wied. Ann. **51**, 591, 1894; **65**, 746, 1898.

Zu § 11.

Fabry et Perot: Compt. rend. **130**, 406, 1900; Journ. d. phys. (3) **9**, 383, 1900; Ztschr. f. Instr. **20**, 246, 1900.
Nichols und Rubens: Wied. Ann. **60**, 438, 1897.

Rubens und Aschkinass: Verh. d. Berl. phys. Ges. 1898, S. 42; Wied. Ann. **65**, 241, 1898.
Rubens: Wied. Ann. **69**, 576, 1899.
Aschkinass: Ann. d. Phys. **1**, 67, 1900.
Rubens: Rapports, prés. au Congrès internat. **2**, 159. Paris 1900.
Rubens und Hollnagel: Sitzungsber. d. Berl Akad. 1910, S. 26; Phil. Mag. **19**, 761, 1910; Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 83, 1910.
Rubens: Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1913, S. 201 u. 513; 1917, S. 47.
Rubens und Wood: Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1910, S. 1122; Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 88, 102, 179, 1911; Phil. Mag. **21**, 249, 1911.
Rubens und v. Bayer: Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1911, S. 339, 666; Phil. Mag. **21**, 689, 1911.

Zweites Kapitel.

Übergang von Wärmeenergie in strahlende Energie und umgekehrt.

§ 1. Kalorische Strahlung und Lumineszenz. Auf S. 15 war erwähnt worden, daß bei Temperaturerhöhung eines gegebenen Körpers immer mehr Ströme von strahlender Energie mit kürzerer Wellenlänge ausgesandt werden und daß sich die Energie dieser Schwingungen vermehrt. Bei einer gewissen Temperatur treten die ersten auf unser Auge wirkenden Strahlen auf, der Körper beginnt Licht auszusenden, er wird selbstleuchtend. Man hat vielfache Versuche gemacht, die Temperatur zu bestimmen, bei welcher feste Körper sichtbare Strahlen auszusenden beginnen.

Die Geschichte dieser Frage bietet ein besonderes Interesse dar, da im Laufe von beinahe 50 Jahren die unrichtige Deutung gewisser Versuchsergebnisse zu manchen irrtümlichen Schlußfolgerungen geführt hat. Draper (1847) war der erste, welcher die genannte Temperatur zu bestimmen suchte. Er erwärmte zu diesem Zwecke kleine Stücke Kalk, Marmor, Flußspat, verschiedene Metalle und Kohle im Innern einer einseitig verschlossenen eisernen Röhre und fand, daß alle Metalle und ebenso Kohle unter obigen Verhältnissen gleichzeitig, und zwar bei 525°, rötliches Licht auszusenden begannen. Kalk, Marmor und Flußspat leuchteten schon etwas früher. Ohne letzterem Umstande besondere Beachtung zu schenken, zog Draper aus seinen Versuchen den Schluß, daß alle Körper sichtbare rote Strahlen bei der gleichen Temperatur (von 525°) auszusenden beginnen. Obiger Satz galt als sogenanntes Drapersches Gesetz im Verlaufe fast eines halben Jahrhunderts als unantastbare Wahrheit. 40 Jahre nach Draper war es H. F. Weber (1887), welcher sich zuerst derselben Frage zuwandte. Er fand, daß die Körper bereits bei 400° ein graufarbenes („düsternebelgraues“)

eigentümliches, unstetes Licht aussenden, welches jedesmal verschwindet, wenn man es mit dem Auge festzuhalten sucht. Stenger, Emden, Violle u. a. haben die Beobachtungen Webers bestätigt; übrigens hatte bereits Draper jenes graue Leuchten wahrgenommen und sogar untersucht. S. Tereschin beobachtete das erste Auftreten eines Lichtschimmers schon bei 358°; Gray (1894), welcher die Frage eingehender untersuchte, fand als Anfangstemperatur des Leuchtens 370°, Pettinelli 404°. Die ganze Frage blieb so lange unentschieden, bis neuere Arbeiten, insbesondere die von Lummer, das Wesen derselben klarlegten und zeigten, daß das Drapersche Gesetz nicht der Wirklichkeit entspricht. Wir werden auf diese wichtige Frage beim Kirchhoffschen Gesetz nochmals zu sprechen kommen.

Man hat zwei Arten der Aussendung von strahlender Energie streng voneinander zu scheiden. Die eine ist die kalorische Strahlung, von welcher auf S. 14 die Rede war. Sie hat zur Quelle ausschließlich die Wärmeenergie des strahlenden Körpers.

Ferner gibt es eine ganze Reihe von Fällen, wo die Körper sichtbare strahlende Energie — Licht — unter Verhältnissen aussenden, unter welchen man das Vorhandensein entsprechend hoher Temperaturen nicht annehmen kann. Es sind anomale Fälle des Leuchtens, bei denen die sichtbar strahlende Energie sich wahrscheinlich unmittelbar nicht auf Kosten der Wärme, sondern einer anderen Energieform bildet. E. Wiedemann hat alle derartigen Fälle von Lichtentwickelung in sehr passender Weise als Lumineszenz bezeichnet. Man kann folgende verschiedene Fälle von Lumineszenz unterscheiden:

I. Photolumineszenz: Das Leuchten von Körpern nach vorhergegangener Belichtung derselben. Man nennt diese Erscheinung auch Phosphoreszenz und wir werden sie später genauer verfolgen. Einige Forscher rechnen hierher auch die Fluoreszenz.

II. Thermolumineszenz: Das Leuchten gewisser Körper bei schwacher Erwärmung; zu solchen Körpern gehören der Diamant, Marmor, Phosphorit und Flußspat. Letzterer leuchtet bereits in geschmolzenem Paraffin. Alle Körper, welche thermolumineszieren, verlieren diese Eigenschaft bei anhaltender und stärkerer Erwärmung, d. h. sie leuchten nach der Erkaltung bei nochmaliger Erwärmung nicht mehr. Diese Körper erlangen die verlorene Fähigkeit von neuem durch Einwirkung gewisser „Erreger", z. B. Licht-, Kathodenstrahlen usw.

Einige Stoffe leuchten bei Abkühlung auf sehr niedrige Temperaturen. Hierher gehören Suberon, Fenchon und ferner einige Substanzen, die beim Eintauchen in flüssige Luft leuchtend werden. Übrigens ist es schwer zu entscheiden, ob diese Erscheinung der Thermolumineszenz oder anderen Fällen, etwa der Kristallolumineszenz, angehört. Salpetersaures Uranoxyd leuchtet ebenfalls in flüssiger Luft während

der Abkühlung und nachher, wenn man es aus derselben entfernt, während der Erwärmung.

III. Triboluminneszenz: Das Leuchten infolge von Reiben, Bruch, Zerstoßen usw. Wird Zucker im Dunkeln gestoßen, so sieht man ihn leuchten; dasselbe geschieht, wenn Urannitratkristalle zerkleinert oder zwei Stücke ein und desselben Minerals (Feuerstein, Achat, Achat, Flußspat) aneinandergerieben werden.

Sehr starke Tribolumineszenz zeigen Saccharin (Pope), Salophen (Richarz), valeriansaures Chinin, Cumarin, salzsaures Anilin u. a. L. Tschugaeff hat 510 Substanzen untersucht und unter ihnen 127 lumineszierende gefunden. Trautz (1905) und van Eck (1911) haben eine Zusammenstellung unserer Kenntnisse auf diesem Gebiet gegeben. In letzter Zeit hat sich besonders Imhof (1917) mit dieser Erscheinung beschäftigt und nachgewiesen, daß es für jede Substanz eine spezifisch kleinste Kristallgröße gibt, bei der sie noch tribolumineszíert. Von neueren theoretischen Arbeiten wären zu erwähnen die von Imhof, v. Hauer, H. Schmidt u. a.

IV. Kristallolumineszenz: Das Leuchten im Augenblicke der Kristallisation. Beim Kristallisieren von arseniger Säure, Fluornatrium usw. tritt Leuchten auf, ja es bilden sich sogar Funken (Rose und Berzelius). Flüssiges Silber beginnt im Augenblick des Erstarrens heller aufzuleuchten (Phipson). Gießt man in eine gesättigte wässerige NaCl-Lösung Salzsäure oder Alkohol, so scheidet sich Salz aus, wobei bisweilen lebhafte Lichtentwickelung auftritt (Bandrowski). Nach Trautz ist die Kristallolumineszenz stets auf Tribolumineszenz zurückführbar und kommt durch das Zusammenstoßen und Aufeinanderfallen wachsender Kristalle und durch das Zerreißen von Kristallrinden zustande.

V. Chemilumineszenz: Das Leuchten lebender Organismen sowie faulender organischer Stoffe. Hierher gehört auch das Leuchten von Phosphor, der sich in Luft langsam oxydiert (in reinem Sauerstoff leuchtet der Phosphor erst bei niederen Drucken), und ebenso das Leuchten von K und Na, wenn sie in Gegenwart von feuchtem Sauerstoff (Luft) geschnitten werden. Reboul, der diese Erscheinung in letzter Zeit untersucht hat, ist der Ansicht, daß die Lumineszenz in diesem Falle eine Begleiterscheinung der in trockener Luft sich bildenden Sub- oder Peroxyde ist. Dubois hat gefunden, daß viele organische Stoffe, z. B. Äsculin, bei Erwärmung in einer alkoholischen Ätzkalilösung leuchten, eine Erscheinung, die auf eine langsame Oxydation zurückgeführt werden muß. Ebenso leuchten eine große Anzahl organischer Substanzen (Lophin, Amarin usw.) bei der Oxydation mit Wasserstoffsuperoxyd und Natriumhypochlorit.

VI. Elektrolumineszenz: Das Leuchten verdünnter Gase beim Durchgang von elektrischen Entladungen durch dieselben. In manchen

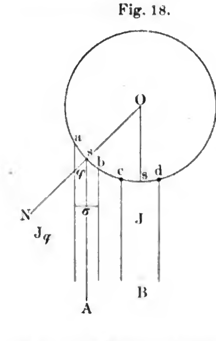
Fällen dauert das Leuchten noch an, nachdem die Entladungen bereits erloschen sind.

Die vorhergehende Zusammenstellung der verschiedenen Fälle von Lumineszenz kann keinesweg als eine streng systematische gelten; es ist vielmehr in hohem Grade wahrscheinlich, daß die Grundursache in mehreren der aufgezählten Fälle ein und dieselbe ist.

VII. Einen besonderen Fall bildet das Leuchten radioaktiver Körper (s. Bd. V).

§ 2. Abhängigkeit der strahlenden Energie von der Richtung der Strahlung. Von jedem Oberflächenelement eines strahlenden Körpers gehen Strömungen von strahlender Energie nach allen möglichen Richtungen aus.

Fig. 18.



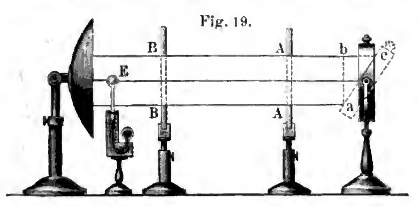
Wir hatten auf S. 25 allgemein als Intensität der Energiestrahlung die Energiemenge bezeichnet, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit einer zu den Strahlen senkrechten Fläche hindurchdringt. Sei nun mit J die Gesamtmenge der in der Zeiteinheit vom Flächenelemente s der Körperoberfläche senkrecht zu letzterer ausgesandten Energie bezeichnet, mit J_φ die Energiemenge, deren Richtung den Winkel φ mit ersterer bildet. Nach dem Lambertschen Gesetze ist dann

$$J_\varphi = J \cos \varphi \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

d. h. die Menge der strahlenden Energie, welche in der Zeiteinheit von einem Oberflächenelement eines Körpers in einer bestimmten Richtung ausgesandt wird, ist proportional dem Kosinus des Winkels zwischen dieser Richtung und der Senkrechten zur Oberfläche des strahlenden Körpers. Das Lambertsche Gesetz läßt sich nicht auf Körper anwenden, die für die gegebene Strahlenart irgendwie durchlässig sind. Empirisch wird es für Lichtstrahlen auf Grund der Tatsache bewiesen, daß eine leuchtende Kugel (etwa eine glühende Metallkugel) in der Mitte ebenso hell erscheint wie an den Rändern. Hieraus folgt, daß die Intensitäten der parallelen Energieströme A und B (Fig. 18) untereinander gleich sind. Setzt man $ab = cd = s$ und $\angle NsA = \varphi$, so ist $\frac{J_\varphi}{\sigma} = \frac{J}{s}$, wo σ den Querschnitt der Strömung A bedeutet. Es ist aber $\sigma = s \cos \varphi$ und hieraus ergibt sich Formel (1). Umgekehrt folgt aus dem Lambertschen Gesetze: Die Energieströme, welche von einem Oberflächenelement eines Körpers nach den verschiedenen Richtungen ausgehen, haben gleiche Intensitäten.

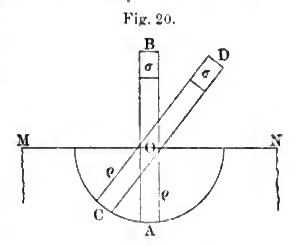
Für dunkle Strahlen ist die Richtigkeit obigen Gesetzes von Leslie bewiesen worden, und zwar mit Hilfe des in Fig. 19 abgebildeten Apparates. Ein mit heißem Wasser gefülltes Metallgefäß ac läßt sich um eine horizontale Achse drehen; AA und BB sind Schirme mit runden Ausschnitten, E die Kugel eines Differentialthermometers, welche sich im Brennpunkte eines Hohlspiegels befindet. Man findet, daß sich E gleich stark erwärmt, einerlei, ob sich ac in vertikaler oder geneigter

Fig. 19.



Stellung befindet, und hieraus geht hervor, daß die Intensität der Energiestrahlung, welche durch AA und BB hindurchgeht, in beiden Fällen die gleiche ist. Ferner haben Melloni, Ångström und Godard das Lambertsche Gesetz ebenfalls für dunkle Strahlen geprüft, Möller (1885) für die Strahlen, welche glühendes Pt aussendet.

Fig. 20.



Fourier hat für das Lambertsche Gesetz folgende Erklärung gegeben. Er nimmt an, daß an der Strahlung nicht nur die an der Oberfläche des Körpers gelegenen Teilchen mitwirken, sondern auch die in einer gewissen Tiefe befindlichen, und daß ϱ der sehr kleine Weg ist, den ein Strahl im Innern der Substanz zurücklegen kann, ohne völlig absorbiert zu werden. Wir beschreiben um einen auf der Fläche MN gelegenen Punkt O eines Körpers (Fig. 20) eine Halbkugel vom Radius ϱ und denken uns zwei Zylinder AB und CD von gleichem Querschnitt σ, deren Achsen durch O gehen. In den Richtungen OB und OD breiten sich dann gleiche Energiemengen aus, da dieselben von den gleichen kleinen Zylindern OA und OC ausgehen. Hieraus folgt, daß die Intensitäten der Energieströmung in den Richtungen OB und OD gleich sind, und hierauf kommt, wie wir gesehen haben, das Lambertsche Gesetz heraus. Befriedigend ist diese Erklärung nicht, denn man kann gegen sie nicht wenige Einwände erheben. Daß an der Strahlung in der Tat nicht nur die Oberflächenteilchen mitwirken, hat Melloni da-

durch nachgewiesen, daß er die Intensität der Strahlungen verglich, die von den vier Seitenflächen eines mit heißem Wasser gefüllten kupfernen Würfels ausgingen, wobei jene Seitenflächen mit gleichmäßig übereinandergelegten dünnen Lackschichten bedeckt waren. Die Galvanometernadel wurde um 9,3° abgelenkt, wenn die dem Thermomultiplikator zugekehrte Seite mit nur einer Lackschicht bedeckt war; er erhielt folgende Resultate:

Schichtenzahl:	1	2	3	4	5	6	7	....	16
Ablenkung:	9,3°	13,9°	17,8°	21,3°	24,5°	27,4°	29,9°	....	40,9°

Eine weitere Vermehrung der Schichten hatte auf die Intensität der Energiestrahlung keinen Einfluß mehr; die Gesamtdicke aller 16 Schichten betrug 0,0435 mm.

Auch Poisson, Zöllner und Lommel haben es versucht, das Lambertsche Gesetz theoretisch abzuleiten.

W. Uljanin (1897) hat zuerst streng bewiesen, daß das Gesetz nur für feste Körper mit absolut matter Oberfläche richtig sein kann, d. h. für Körper, welche gar kein Licht regelmäßig reflektieren. Ist die Oberfläche eines Körpers dagegen glatt, so muß die Formel (1) von Lambert durch einen komplizierteren Ausdruck ersetzt werden. Im späteren soll auf die diesbezügliche Arbeit von Uljanin zurückgekommen werden.

Neuere Untersuchungen über das Lambertsche Gesetz sind von Humphreys (1910), King (1912), Jentsch (1912), Worthing (1912) u. a. ausgeführt worden.

Auf glühende Dämpfe oder auf Körper, welche von einer einen Teil der Strahlen absorbierenden Dampfhülle umgeben sind, läßt sich das Lambertsche Gesetz nicht anwenden. Zu derartigen Körpern gehört die Sonne; es können daher die Darlegungen auf S. 40 betreffs der leuchtenden Metallkugel für die Sonne nicht gelten. In der Tat haben auch Bougouer, Chacornac, Pickering und Strange, H. C. Vogel, Frost (1892) u. a. gezeigt, daß sich die Intensität der strahlenden Energie vom Mittelpunkt nach dem Rande der Sonne hin schnell vermindert. Setzt man die Intensität der Strahlung des Sonnenmittelpunktes gleich 100, so ist sie für die sichtbaren Strahlen am Sonnenrande gleich 37, für die auf lichtempfindliches Papier einwirkenden Strahlen sogar nur 13,5. Eine eingehende Behandlung dieser Frage findet man in Scheiners „Strahlung und Temperatur der Sonne", Leipzig 1899, S. 40—49 und in Pringsheim, Vorlesungen über die Physik der Sonne, Leipzig 1910, S. 391—399.

§ 3. Gesamte (integrale) Strahlung. Abhängigkeit derselben von der Beschaffenheit und dem Zustande der Oberfläche der Körper. Die von einem Körper ausgehende Energiestrahlung enthält bei ge-

gebener Temperatur T Strahlen von sehr verschiedener Wellenlänge λ. Die moderne Wissenschaft hat sich die Frage nach den Teilen, aus denen eine Strahlung zusammengesetzt ist, vorgelegt, d. h. sie hat die Strahlung als Funktion von λ und T für jede Strahlenart gesondert darzustellen gesucht. Dieser Untersuchungsgang datiert erst seit dem Erscheinen der Arbeiten von W. A. Michelson (Moskau) und H. F. Weber in den Jahren 1887 und 1888. Bis dahin wurde fast immer die gesamte Energiestrahlung, die von einem Körper ausgesandt oder absorbiert wird, zum Gegenstande des Studiums gemacht. Man könnte diese als die integrale Strahlung bezeichnen. Wir wollen die vorliegende Frage in der Weise betrachten, daß wir uns zunächst den älteren Arbeiten zuwenden, welche die integrale Strahlung zum Gegenstande der Untersuchung hatten.

Die Erfahrung lehrt, daß die Intensität der Energiestrahlung bei gegebener Temperatur von der Beschaffenheit und dem physikalischen Zustande der Oberfläche des strahlenden Körpers abhängt. Diese Intensität dient als Maß für das sogenannte Emissionsvermögen E der gegebenen Oberfläche.

Jede Verdichtung der Oberflächenschicht eines Körpers verringert die Emissionsfähigkeit, jede Verminderung der Dichte hingegen vergrößert dieselbe. Wenn man die Oberfläche von geschmiedetem Silber matt macht, so nimmt E zu; putzt man dagegen weiches Silber mit Schmirgelpapier, wodurch seine Dichte zunimmt, so nimmt E ab.

Für Platinschwamm ist E siebenmal größer als für gewöhnliches Blattplatin.

Masson u. a. waren der Meinung, daß E für alle Körper in gepulvertem Zustande den gleichen Wert habe. Hiermit stimmen jedoch die Versuche von Tyndall nicht überein; derselbe fand, daß E für verschiedenartige Pulver in weiten Grenzen schwankt, so daß man für Ruß $E = 84{,}0$ (in willkürlichen Einheiten), für Steinsalzpulver $E = 35{,}3$ erhält.

Von neueren Arbeiten seien die Untersuchungen Wiedeburgs (1898) erwähnt, welcher die Gesamtstrahlung verschiedener Metalle und Legierungen bei 100° vergleicht. Eine Seite einer dünnen Platte wurde durch siedendes Wasser von 100° erwärmt; die Intensität der Strahlung wurde mittels einer Thermosäule gemessen. Alle Platten wurden mit ein und derselben Silberplatte verglichen, für welche die Intensität der Strahlung als Einheit gewählt war. Die erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. (Rheotan besteht aus 53 Proz. Cu, 17 Proz. Zn, 25 Proz. Ni und 4 Proz. Fe; die Mn-Cu-Legierung erhielt 30 Proz. Mn.)

Man sieht aus der Tabelle, daß die Werte des Emissionsvermögens E für alle reinen Metalle, mit Ausnahme des Nickels, in derselben Reihenfolge stehen, wie der elektrische Wider-

stand derselben Substanzen, oder in umgekehrter Reihenfolge, wie das elektrische und das Wärmeleitungsvermögen derselben. Für Ni und für die Metallegierungen ist keine derartige Parallelität bemerkbar.

	E		E		E
Ag	1,00	Ni	1,16	Messing	1,09
Cu	1,01	Sn	1,22	Neusilber	1,25
Au	1,06	Pt	1,23	Stahl	1,31
Al	1,07	Pb	1,36	Manganin	1,32
Zn	1,08	Sb	2,27	Rheotan	1,38
Cd	1,16	Bi	2,78	Mn-Cu-Legierung	1,62

Aus diesen Zahlen kann man jedoch nicht ein einfaches Gesetz ableiten, das die gesamte Strahlung und die elektrische Leitfähigkeit in Beziehung zueinander bringt. Zu sehr wichtigen Resultaten sind indessen Rubens und Hagen gelangt (1903), welche die elektrische Leitfähigkeit der Metalle verglichen mit ihrer Fähigkeit, Strahlen großer Wellenlängen auszusenden: es zeigte sich, daß diese Strahlungsfähigkeit umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der elektrischen Leitfähigkeit ist. Zu diesen Untersuchungen kehren wir in Kapitel IV, § 8 nochmals zurück.

Von besonders großem Interesse, namentlich für die Meteorologie, ist das Emissionsvermögen der Gase. Über diesen Gegenstand hat Fr. Very (1900) eine umfassende Untersuchung angestellt: derselbe bestimmte das Emissionsvermögen E von Luftschichten, Schichten von Kohlensäure und Wasserdampf, wobei er die Schichtdicke (von 25 bis 125 cm), den Druck und die Temperatur des Gases (von 10° bis 100°) änderte. Für Luft ist E innerhalb der genannten Versuchsbedingungen proportional der Schichtdicke d, für Kohlensäure und Wasserdampf dagegen wächst E viel schneller, als es der einfachen Proportionalität entspricht. Die hierher gehörigen numerischen Resultate werden in § 6 angeführt werden.

§ 4. Allgemeines über den Zusammenhang von Temperatur und Geschwindigkeit des Überganges der Wärmeenergie in strahlende Energie. Auf S. 14 war auseinandergesetzt worden, daß der Übergang von Wärmeenergie in strahlende eine verwickelte Erscheinung sei, und daß wir nur das Ergebnis zweier Strahlungen wahrnehmen. Es findet nämlich eine Strahlung des gegebenen Körpers ins umgebende Medium und umgekehrt eine Strahlung des Mediums zum Körper statt. Die Intensität der ersten von diesen Strömungen ist für einen gegebenen Körper und gegebene Oberflächeneigenschaften eine Funktion seiner Temperatur T. Die Intensität der zweiten Strömung wird gewöhnlich als Funktion der „Temperatur Θ des umgebenden Mediums“ angesehen. Es muß indes bemerkt werden, daß der Begriff der Temperatur

des umgebenden Mediums kein ganz klarer ist. Nur in dem besonderen Falle, wo der gegebene Körper allseitig von einer bei der Temperatur Θ verbleibenden Hülle umgeben ist, kann man sagen, daß dieses Θ auch die Temperatur des umgebenden Mediums darstellt, von welcher die Intensität der Strahlung zum Körper hin abhängt. In diesem Falle ist die Wärmemenge Q, welche der Körper während der gegebenen Zeit verliert, gleich der Differenz zweier Werte ein und derselben Funktion von T und Θ, d. h.

$$Q = F(T) - F(\Theta) \qquad (2)$$

Daß die Funktion in beiden Gliedern die gleiche ist, geht daraus hervor, daß bei beliebigen $T = \Theta$ immer $Q = 0$ sein muß.

Die in Rede stehende Erscheinung der Umwandlung von Wärmeenergie in strahlende Energie kann offenbar ebenso gut in die Wärmelehre als auch in die Lehre von der strahlenden Energie aufgenommen werden. Die Erscheinung des Erkaltens der Körper könnte daher auch in diesem Abschnitte besprochen werden. Da aber die Umwandlung von Wärmeenergie in strahlende Energie fast immer von noch anderen Erscheinungen begleitet wird, die durchaus der Wärmelehre angehören, wie z. B. die der Wärmeleitungsfähigkeit, so soll die Erscheinung der Erkaltung erst im dritten Bande ausführlicher behandelt werden.

§ 5. Gesetze der integralen Strahlung. Wir wollen hier einige der Formeln betrachten, welche die Größe der integralen Energiestrahlung, welche von den Körpern ausgesandt wird, darstellen sollten. Sei Q jetzt die Wärmemenge, welche ein Körper während des kleinen Zeitintervalls τ verliert, E die Größe der integralen Energiestrahlung, auf die Oberflächeneinheit bezogen, und S die Gesamtoberfläche des Körpers; es ist dann

$$\left.\begin{aligned} Q &= SE\tau \\ E &= f(T, \Theta) \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Hier hängt E von T, Θ und von den Oberflächeneigenschaften des strahlenden Körpers ab und muß von der Form (2) sein.

I. Gesetz von Newton: Die Menge der strahlenden Energie E ist proportional der Differenz der Temperaturen T des Körpers und Θ des umgebenden Mediums

$$\left.\begin{aligned} E &= h(T - \Theta) \\ Q &= Sh(T - \Theta)\tau \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Der Faktor h in obiger Formel hängt von den Oberflächeneigenschaften des Körpers ab. Er ist numerisch gleich der Wärmemenge, welche sich an der Einheit der Oberfläche ($S = 1$) in der Zeiteinheit ($\tau = 1$) in strahlende Energie verwandelt, wenn $T - \Theta = 1^0$ ist. Die

Größe h nennt man bisweilen den Koeffizienten der äußeren Wärmeleitung für die gegebene Oberfläche.

Das Newtonsche Gesetz gilt nur innerhalb sehr enger Grenzen, d. h. Q und E sind nur dann der Temperaturdifferenz $T - \Theta$ proportional, wenn diese wenige Grade nicht überschreitet; bei größeren Temperaturunterschieden, beispielsweise über 5°, werden die Abweichungen von obigem Gesetze bereits merklich. Außerdem hängt die Größe h auch von den absoluten Werten der Temperaturen T und Θ ab: sie wächst für berußte Flächen um mehr als 1 Proz. bei Steigerung der Temperaturen T und Θ um 1°; bei 100° ist das Emissionsvermögen des Rußes ungefähr doppelt so groß als bei 0°.

II. Gesetz von Dulong und Petit: Für die Strahlung des Rußes im Vakuum haben Dulong und Petit aus ihren Beobachtungen folgende Formeln abgeleitet:

$$\left.\begin{aligned} E &= m(a^T - a^\Theta) \\ a &= 1{,}0077 \\ Q &= m\,S(a^T - a^\Theta) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

m stellt hier einen Proportionalitätsfaktor dar. Eine kritische Untersuchung von Stefan, sowie die Versuche von Grätz haben die Unhaltbarkeit auch dieses Gesetzes dargetan. Es gibt für das Emissionsvermögen bei 100° ($\Theta = 100°$, $T = 101°$) einen 2,15 mal größeren Wert als bei 0° ($\Theta = 0°$, $T = 1°$). In Band III werden wir auf das Gesetz von Dulong und Petit zurückkommen.

III. Gesetz von Stefan: Das Emissionsvermögen einer Fläche ist proportional der Differenz der vierten Potenzen der absoluten Temperaturen des Körpers und des umgebenden Mediums.

$$\left.\begin{aligned} E &= \sigma[(T + 273)^4 - (\Theta + 273)^4] \\ Q &= S\sigma[(T + 273)^4 - (\Theta + 273)^4]\,\tau \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

σ ist ein Proportionalitätsfaktor. Boltzmann hat (1884) die Richtigkeit des Stefanschen Gesetzes für den sogenannten absolut schwarzen Körper theoretisch nachgewiesen. Wir kommen hierauf später zurück.

IV. Sonstige Gesetze: Ferrel ersetzte den Exponent (vier) in der Stefanschen Formel durch n und fand hierfür Werte, die zwischen 3,6 und 3,83 schwankten (einige Versuche ergaben $n = 4{,}2$). Verschiedene andere Formeln sind noch von Violle, Rosetti, Tereschin und anderen für die in Rede stehende gesetzmäßige Beziehung aufgestellt; wir werden sie im dritten Bande im Kapitel von der Erkaltung der Körper besprechen.

§ 6. Absoluter Betrag der integralen Strahlung. Die Formeln, welche in § 5 für den Zusammenhang zwischen der Größe E und den Temperaturen T und Θ angeführt wurden, enthalten gewisse Proportionalitätsfaktoren, auf deren numerische Werte wir jetzt hinweisen wollen. Die Versuche von Stefan und Christiansen ergeben das gleiche, leicht zu behaltende Resultat, nämlich für Ruß

$$E_{100} - E_0 = 1 \text{ Grammkalorie (qcm, Minute)} \quad (7)$$

d. h. jeder Quadratzentimeter der berußten Oberfläche eines Körpers verliert in jeder Minute eine Grammkalorie, wenn die Temperatur des Körpers 100°, diejenige der ihn umgebenden Hülle 0° beträgt und die Luft innerhalb der Hülle nach Möglichkeit verdünnt ist.

Die Strahlungskonstante σ der Stefan-Boltzmannschen Formel ist von einer Reihe von Forschern bestimmt worden. Sie läßt sich allein aus den thermometrischen Fundamentalpunkten ermitteln, wenn man einen schwarzen Körper von 100° gegen einen solchen von 0° strahlen läßt und die dabei übergeführte Energie mißt. Drückt man die Energie in Watt pro Quadratzentimeter der strahlenden Fläche aus, so ergibt sich für σ

Kurlbaum . . .	$\sigma = 5{,}45 \cdot 10^{-12}$	Westphal . . .	$\sigma = 5{,}57 \cdot 10^{-12}$
Féry	$\sigma = 6{,}30 \cdot 10^{-12}$	Keene	$\sigma = 5{,}89 \cdot 10^{-12}$
Bauer u. Moulin	$\sigma = 5{,}70 \cdot 10^{-12}$	Kahanowicz . .	$\sigma = 5{,}61 \cdot 10^{-12}$
Valentiner . . .	$\sigma = 5{,}58 \cdot 10^{-12}$	Hyde, Forsythe und Cady . . .	$\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-12}$
Féry u. Drecq .	$\sigma = 6{,}51 \cdot 10^{-12}$	Coblentz und Emerson . . .	$\sigma = 5{,}682 \cdot 10^{-12}$
Shakespear . .	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-12}$	Coblentz	$\sigma = 5{,}72 \cdot 10^{-12}$
Gerlach	$\sigma = 5{,}740 \cdot 10^{-12}$		
Puccianti . . .	$\sigma = 6{,}05 \cdot 10^{-12}$		

Wenn man von den abweichenden Werten von Féry und Féry und Drecq absieht, kann man angenähert setzen

$$\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-12} \text{ Watt/cm}^2 \text{ Grad}^4.$$

Nach Gerlach (1920) gilt als wahrscheinlichster Wert $5{,}76 \pm 0{,}07$.

Einen zusammenfassenden Bericht über absolute Strahlungsmessungen und über die Größe der Stefan-Boltzmannschen Strahlungskonstanten σ hat Gerlach gegeben (Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **15**, 137, 1918, siehe auch Ztschr. f. Phys. **2**, 76, 1920). Theoretisch hat Flamm (1917) σ berechnet und den Wert 5,752 erhalten.

Tumlirz und K. Ångström bestimmten die gesamte Strahlung einiger Flammen und besonders der Hefner-Alteneckschen Lampe, die in Kapitel IX beschrieben werden soll. Es sei E, ausgedrückt in erg, die Menge der Strahlungsenergie, welche in 1 Sekunde auf eine Fläche von 1 cm² fällt, die im Abstande 1 m von der Flamme so steht, daß ihre Normale horizontal ist und durch die Mitte der Flamme

hindurchgeht. Tumlirz fand (1888) für die Hefner-Altenecksche Lampe $E = 618$ erg; K. Ångström (1902) $E = 896$ erg. In einer neueren Arbeit (1903) gibt Tumlirz die Zahl $E = 677$ erg. Daraus kann man berechnen, daß die Flamme dieser Lampe nach allen Richtungen in einer Sekunde 2,04 kleine Kalorien ausstrahlt, d. h. 9,56 Proz. der gesamten Energie, die beim Brennen frei wird. Für die Wasserstoffflamme findet Tumlirz (1904) dieses Verhältnis gleich 6,15 Proz.

§ 7. Allgemeine Bemerkungen über die Umwandlung von strahlender Energie in Wärmeenergie. Wenn ein Strom von strahlender Energie die Oberfläche irgend eines Körpers trifft, so wird ein Teil desselben reflektiert, ein anderer dringt ins Innere des Körpers ein. Dieser andere Teil erfährt im Körper eine sogenannte Absorption oder Schwächung, d. h. er geht in andere Energieformen über. Wir wollen vorläufig nur den gewöhnlicheren Fall betrachten, wo die strahlende Energie in Wärmeenergie übergeht. Der nicht absorbierte Strom von strahlender Energie kann den Körper durchdringen und, nachdem er seine gegenüberliegende Oberfläche erreicht hat, sich wieder weiter ausbreiten; es ist dies die vom Körper hindurchgelassene Energie, die also den Körper durchstrahlt hat.

Sind r, a und b Zahlen, welche die Bruchteile der „einfallenden" Energie bezeichnen, die reflektiert (r), absorbiert (a) und hindurchgelassen (b) werden, so ist offenbar

$$r + a + b = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

r, a und b hängen von sehr vielen Größen ab, unter anderen von der Substanz und dem physikalischen Zustande des Körpers sowie von der Art der strahlenden Energie, d. h. ihrer Wellenlänge λ. Die Abhängigkeit von letzterer ist besonders wichtig. Außerdem hängen a und b von der Dicke der Schicht ab, welche die Strahlen zu durchsetzen haben. Ist im besonderen Falle a klein, b dagegen relativ groß, so sagt man, der Körper sei für die gegebene Strahlenart durchlässig oder „durchsichtig" (obgleich letzterer Ausdruck streng genommen nur für sichtbare Lichtstrahlen gilt). Ist umgekehrt b sehr klein oder gleich Null, so nennt man den Körper für die betreffende Strahlenart undurchlässig oder undurchsichtig. Ist $b = 0$, so ist

$$r = 1 - a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Der Bruch a heißt in diesem Falle das Absorptionsvermögen der Oberfläche des gegebenen Körpers für die gegebenen Strahlen. Streng genommen erfolgt die Absorption nicht an der geometrischen Oberfläche, sondern innerhalb einer dünnen Oberflächenschicht des Körpers. Der Bruch r wird vielfach das Reflexionsvermögen und der Bruch b das Durchlassungsvermögen genannt.

Ist der Körper für die gegebenen Strahlen mehr oder weniger durchsichtig, so setzt man

$$a + b = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

d. h. man nimmt als Einheit die in den Körper eingetretene Strahlung, nicht die an der Oberfläche angelangte, an.

Sei δ die Dicke der durchstrahlten Schicht, a_1 und b_1 die speziellen Werte von a und b für $\delta = 1$, dann heißt die Größe

$$\beta = -lg\, b_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

wo lg den natürlichen Logarithmus bedeutet, der Absorptionskoeffizient der gegebenen Substanz für die gegebenen homogenen Strahlen. Je größer b_1, also die durch die Schicht hindurchgegangene Energiemenge ist, je näher mithin b_1 der Einheit kommt, um so kleiner ist β. Es ist

$$b_1 = e^{-\beta}, \qquad a_1 = 1 - e^{-\beta}.$$

Ist die Intensität der eingetretenen Strahlen J_0, so ist die Intensität J_1, welche nach Durchdringung einer Schicht mit der Dicke $\delta = 1$ übrig bleibt, $J_1 = J_0 e^{-\beta}$. Die Strahlen dringen nun in eine zweite Schicht ein und verlassen sie mit der Intensität $J_2 = J_1 e^{-\beta} = J_0 e^{-2\beta}$. Nach Durchsetzung einer dritten Schicht ist die Intensität $J_3 = J_0 e^{-3\beta}$ usw. Ist somit die Schichtdicke gleich x, so erhält man für die Intensität J der austretenden Strahlung den Ausdruck

$$J = J_0 e^{-\beta x} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Für letztere Formel wollen wir eine strengere Herleitung geben. Sei $J = f(x)$ die Intensität der Strahlung nach Durchgang durch eine Schicht mit der Dicke x; bei Durchdringung einer weiteren unendlich dünnen Schicht dx erfolgt dann eine weitere Verminderung der Intensität um den Betrag dJ, welcher proportional der Größe J sowie der Schichtdicke dx ist. Da dJ eine negative Größe ist, kann man den Proportionalitätsfaktor mit $-\beta$ bezeichnen und erhält dann

$$dJ = -\beta J\, dx \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

oder

$$\frac{dJ}{J} = -\beta\, dx \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Hieraus erhält man auf bekannte Weise $d\,lg\,J = d(-\beta x)$; $lg\,J = -\beta x + C$. Für $x = 0$ ist die Intensität J_0, also $lg\,J_0 = C$. Setzt man diesen Wert ein, so wird $lg\,J - lg\,J_0 = -\beta x$ oder $lg\,\frac{J}{J_0} = -\beta x$, woraus sich schließlich die Formel (12) ergibt, nämlich $J = J_0 e^{-\beta x}$. Die Formel (14) zeigt, daß der Absorptionskoeffizient β das Maß für die unendlich kleine relative Schwächung $\frac{dJ}{J}$ der Intensität ist, welche durch eine Schicht von der unendlich kleinen Dicke dx

hervorgerufen wird. Die Größe β wird auch vielfach Absorptionskonstante oder Extinktionskoeffizient genannt.

Das Absorptionsvermögen a der Oberfläche, das Reflexionsvermögen r in Formel (9) sowie der Absorptionskoeffizient β in (11) hängen, wie erwähnt, nicht nur von der Substanz und dem physikalischen Zustande des Körpers ab, sondern auch von der Strahlenart, d. h. von λ. Ein und derselbe Körper kann sehr durchlässig für gewisse Strahlen, undurchlässig für andere Strahlen sein. Ebenso hängt das Verhältnis $r:a$, vgl. (9), von der Wellenlänge λ auch in dem Falle ab, daß der Körper für alle in Betracht gezogenen Strahlen undurchlässig ist.

In bezug auf die Größe r sei noch eine wichtige Bemerkung eingefügt. Man unterscheidet zweierlei Art von Reflexionen, die regelmäßige Reflexion (oder Spiegelung) und die diffuse. Erstere findet an Spiegelflächen, d. h. an vollkommen glatten Flächen statt; sie erfolgt nach den bekannten Reflexionsgesetzen. Hierbei hängt der Wert des Bruches r vom Einfallswinkel φ ab; diese Abhängigkeit wird im späteren eingehend betrachtet werden. Die diffuse Reflexion erfolgt an matten Oberflächen, welche einen Teil des auffallenden Lichtes nach allen Seiten hin zerstreuen. Die Oberflächen der in der Natur vorkommenden Körper reflektieren fast immer einen Teil der auffallenden Strahlen regelmäßig, den anderen unregelmäßig. Wir wollen als vollkommen matte Oberfläche eine solche bezeichnen, welche gar keine regelmäßige Reflexion zeigt, welche somit die Strahlen gleichmäßig nach allen Seiten hin zerstreut.

Für vollkommen matte Oberflächen ist der Koeffizient r der Reflexion vom Einfallswinkel φ unabhängig; für Flächen mit (wenn auch nur teilweise) regelmäßiger Reflexion ist r eine Funktion von φ. In allen Fällen jedoch hängt r von der Wellenlänge λ ab.

§ 8. Absorptionsfähigkeit der Oberflächen verschiedener Substanzen. Streng genommen ist zwischen dem Absorptionsvermögen a einer Oberfläche, wie es in Formel (9)

$$r + a = 1 \qquad (15)$$

auftritt, und der inneren Absorption kein wesentlicher Unterschied. Als Maß für die letztere nahmen wir die Größe $\beta = -lg\, b_1 = -lg(1 - a_1)$ an, wo $a_1 = 1 - e^{-\beta}$ den Teil der eintretenden strahlenden Energie bedeutet, der von einer Schicht mit der Dicke $\delta = 1$ zurückgehalten wird. Betrachtet man das Absorptionsvermögen a einer Oberfläche, so setzt man $b = 0$ oder $\beta = \infty$. Offenbar ist β niemals unendlich groß, d. h. sehr dünne Schichten sind für alle Strahlen durchlässig; ist jedoch β sehr groß und ist die Schicht der Substanz nicht sehr dünn, so kann man annehmen, die Absorption

erfolge an der Oberfläche des Körpers und hat dann die beiden in (15) vorkommenden Brüche r und a in Betracht zu ziehen.

Wenn es nicht auf genaue Messungen ankommt, läßt man für Ruß und ebenso für Platinschwarz, besonders wenn es mit einer Rußschicht bedeckt ist, unabhängig von der Wellenlänge der Strahlen den Wert $a = 1$ gelten (die elektrischen Strahlen lassen wir hier unberücksichtigt). Unmittelbare Untersuchungen von K. Ångström (1885) hatten zuerst gezeigt, daß Ruß 97,6 Proz. der einfallenden Strahlen absorbiert, daß also $a = 0{,}976$ ist und daß verschiedene Sorten von Ruß ein verschiedenes Absorptionsvermögen haben. Strahlen mit sehr großem Einfallswinkel werden weniger absorbiert als senkrecht einfallende Strahlen.

Aus späteren Untersuchungen von K. Ångström (1898), Crova und Compan (1898), Kurlbaum (1899) u. a. geht hervor, daß die Größe a in hohem Grade von der Art abhängt, wie die schwarze Fläche hergestellt ist, ebenso von der Wellenlänge, insbesondere für infrarote Strahlen. Crova und Compan fanden, daß die Strahlenmenge, welche von der Schichtoberfläche zerstreut wird, nicht kleiner als 2 Proz. der einfallenden gemacht werden kann. K. Ångström ist es indes gelungen, bis zu 0,82 Proz. zu kommen. Kurlbaum u. a. haben nachgewiesen, daß Ruß die Strahlen von der Wellenlänge $\lambda = 8\,\mu$ vollkommen absorbiert; für bedeutend größere Wellenlängen sind Ruß und Platinschwarz dagegen in hohem Grade durchlässig.

Die Größe a hängt von der Strahlenart ab; da nun verschiedene Quellen strahlende Energie von verschiedener Zusammensetzung aussenden, wenigstens je nach ihrer Temperatur, so ist offenbar, daß auch das Absorptionsvermögen davon abhängen muß, von was für einer Quelle die den Körper treffenden Strahlen ausgegangen sind.

Wie bereits erwähnt (S. 48), hängt das Absorptionsvermögen außerdem noch u. a. von der Dicke der durchstrahlten Schicht ab. Lampenruß und das nach dem Verfahren von Lummer und Kurlbaum hergestellte Platinmohr absorbieren die Strahlung eines schwarzen Körpers (s. später) von 100° bis zu 95 bzw. 97 Proz. bei einer Schichtdicke von 30 bzw. 200 mg auf das Quadratzentimeter. Eingehende Messungen über die Änderung der Absorption und Emission von Platinschwarz und Ruß mit zunehmender Schichtdicke hat Kurlbaum (1899) ausgeführt.

§ 9. Absorption der strahlenden Energie beim Durchgange durch Körper. Formel (12) $J = J_0 e^{-\beta x}$ drückt das Gesetz aus, nach welchem sich die Intensität der Energiestrahlung beim Durchgange durch beliebige Substanzen ändert. Der Koeffizient β hängt hierbei von der Art und dem physikalischen Zustande dieser Substanz, sowie von der Wellenlänge λ der betreffenden Strahlung ab. Um den Durchgang der Strahlung

durch die gegebene Substanz allseitig zu erforschen, hat man die Strahlung in ihre Bestandteile zu zerlegen und für jeden derselben, d. h. für jedes λ, den zugehörigen Wert von β zu bestimmen. Von nicht geringem historischen Interesse ist es jedoch, die Arbeiten der Autoren kennen zu lernen, welche die gesamte (integrale) Absorption der Energiestrahlung untersucht haben, analog der integralen Strahlung, von welcher weiter oben die Rede war.

Für die sichtbaren Strahlen entscheidet über den Durchsichtigkeitsgrad eines Körpers, wenigstens angenähert, das Auge, genauer die photometrischen Messungen, welche später behandelt werden sollen. Besitzt ein Körper für verschiedene sichtbare Strahlen ungleiche Absorptionskoeffizienten, so erscheint er im durchgehenden Lichte gefärbt, wobei man bisweilen bei lebhafter Färbung unmittelbar sehen kann, welche Strahlen vom gegebenen Medium absorbiert werden. Als Beispiele hierfür können dunkelgrünes und dunkelrotes Glas dienen.

Houllevigue (1905) bestimmte die Absorption der sichtbaren Strahlen durch dünne Eisenschichten. Seine Ergebnisse zeigt folgende Tabelle, in der entsprechend Formel (12) x die Dicke der Schicht in $\mu\mu$ (10^{-6} mm), $T:T_0$ die durchgelassene Lichtmenge und β der Absorptionskoeffizient bedeuten.

$x =$	31	34	55	72 $\mu\mu$
$T:T_0 =$	0,114	0,095	0,036	0,0093
$1/\beta =$	33	33	38	35

Die Oberflächenfarben entstehen in der Weise, daß einige bestimmte Strahlen von der Oberflächenschicht absorbiert, die übrigen, nichtabsorbierten von dieser Schicht reflektiert werden.

Die wichtige Frage, ob die Strahlen im Raum zwischen den Sternen absorbiert werden, ist bearbeitet worden von Turner (1908), Tichoff (1909, 1912), Kapteyn, Ives, Comstock, Parkhurst (1910) und King (1915). Ives und Parkhurst bestreiten, die übrigen bejahen diese Absorption. Tichoff findet, daß in jedem mm² des Raumes 37 Staubteilchen enthalten sein müssen, deren Größe klein ist im Vergleich zur Wellenlänge. In der Arbeit von King ist die Geschichte und Literatur dieser Frage angegeben.

Der Durchgang der unsichtbaren Strahlen durch verschiedene Substanzen ist sehr oft untersucht worden. Eine genaue Lösung dieser Frage ist für eine beliebige Substanz auch hier nur in der Weise möglich, daß man die Strahlung nach ihrem Durchgange durch die Substanz in ein Spektrum auflöst und alle Teile des letzteren sorgfältig, etwa mit dem Bolometer (S. 20), untersucht. Von Untersuchungen dieser Art wird an anderer Stelle die Rede sein. In früherer Zeit verfuhr man derart, daß man die gesamte (integrale) Absorption maß, die eine Strahlung einer Quelle A beim Durchgang durch einen

Körper *B* erlitt. Die Resultate derartiger Untersuchungen führten dazu, daß man eine ganze Reihe von neuen Ausdrücken einführte, die gegenwärtig wieder aufgegeben werden müssen. Eine Substanz, welche die infraroten Strahlen in mehr oder weniger hohem Grade hindurchläßt, nannte man diatherman (wärmedurchlässig). Weiter fand man, daß verschiedene Substanzen die von verschiedenen Körpern ausgehenden dunklen Strahlen in ungleichem Maße hindurchließen; dieser Umstand erklärt sich daraus, daß die Zusammensetzung der Strahlung von der Strahlenquelle abhängt, und führte Melloni dazu, den Begriff der Thermochrose (Wärmefärbung) für Quellen und Medien einzuführen, analog den Farben der Lichtquellen und durchsichtigen Medien.

In Wahrheit kann hier von zwei analogen Erscheinungen nicht die Rede sein. Wir haben es vielmehr mit einer einzigen Erscheinung zu tun, welche als Folge zweier Umstände auftritt: erstens kann die den Körper treffende Energiestrahlung eine unendlich verschiedenartige Zusammensetzung haben, je nach der Energiequelle und den Veränderungen, welche die Strahlung auf ihrem Wege erfährt; zweitens ist die gegebene Substanz nicht in gleicher Weise durchlässig für die verschiedenen Strahlen, aus denen die Strahlung besteht. Es ist sonach klar, daß der endgültige Bestand der Strahlung, welche den gegebenen Körper durchsetzt hat, sowohl vom Bestande der bis zum Körper gelangten Strahlung, als auch von den Eigenschaften des letzteren abhängt. Der Fall, wo im Bestande der Strahlung auch unsichtbare Strahlen enthalten sind und der Körper gleichzeitig, wenn auch nur für einige von ihnen, durchsichtig ist, kann logisch nicht als besonderer Fall angesehen werden.

Schultz-Sellack, Friedel, Zsigmondy u. a. haben den Durchgang der infraroten Strahlen durch verschiedene organische Flüssigkeiten untersucht und den Zusammenhang zwischen Absorptionsvermögen und chemischer Zusammensetzung der Substanz festgestellt.

K. Ångström hat den Durchgang von infraroten Strahlen durch Substanzschichten untersucht, in denen innere Diffusion auftrat, nämlich durch Schichten von Ruß (bis $\lambda = 8{,}9\,\mu$), Magnesia (bis $\lambda = 13{,}65\,\mu$) und Zinkoxyd (bis $\lambda = 8{,}9\,\mu$). Es mögen hier die für Ruß gefundenen Werte folgen; diese Zahlen geben die hindurchgelassenen Energiemengen in Prozenten der aufgefallenen an: *d* ist die Schichtdicke:

mm	$\lambda = 0{,}90\,\mu$	$1{,}70\,\mu$	$4{,}00\,\mu$	$6{,}50\,\mu$	$8{,}90\,\mu$
$d = 0{,}009$	19,1	44,3	64,4	68,8	67,9
$d = 0{,}023$	3,1	16,8	34,5	42,5	44,0
$d = 0{,}038$	—	3,9	17,4	26,2	32,0

Es gibt viele Körper, die vollkommen durchsichtig im gewöhnlichen Sinne des Wortes, d. h. durchlässig für die Lichtstrahlen sind, dabei aber

nur wenig durchsichtig (Glas) oder fast völlig undurchsichtig (Alaun, Eis) für die infraroten Strahlen. Umgekehrt gibt es auch für Licht undurchsichtige Körper, die für die dunklen Strahlen in hohem Grade durchlässig sind. Zu Körpern dieser Art gehört z. B. Ebonit und eine Lösung von J in CS_2. R. Arnò (1893) hat in diesem Sinne das Ebonit untersucht und gefunden, daß eine Ebonitplatte einen um so größeren Teil der strahlenden Energie hindurchläßt, je kleiner λ ist, d. h. je näher die dunklen Strahlen den sichtbaren roten liegen. Eine sehr dünne Ebonitplatte läßt sogar etwas rotes Licht hindurch. Bianchi (1898) hat im allgemeinen die Richtigkeit obiger Resultate bestätigt.

Reiner Schwefelkohlenstoff ist für sichtbare und dunkle Strahlen durchlässig; eine Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff dagegen absorbiert die sichtbaren Strahlen und läßt nur dunkle hindurch; der bei dieser Absorption auftretende relative Verlust an Energie ist sehr gering und beträgt nur $^1/_{24}$ der von einem weißglühenden Platindraht ausgesandten Energie. Folgende Zusammenstellung ermöglicht einen Vergleich der Energie der sichtbaren und dunklen von verschiedenen Strahlenquellen ausgehenden Strahlen und erklärt diesen Umstand:

Strahlenquelle	Energie der sichtbaren Strahlen Proz.	Energie der dunklen Strahlen Proz.
Rotglühendes Platin	0 *)	100,0
Wasserstoffflamme	0	100,0
Ölflamme	3,0	97,0
Gasflamme	4,0	96,0
Pt bei Weißglut	4,6	95,4
Elektrische Glühlampe (Kohle)	6,0	94,0
Lichtbogen	10,4	89,6
Acetylenflamme	10,5	89,5
Geisslerröhre	32,0	68,0
Quecksilberlampe	40,9—47,9	59,1—52,1

*) Unmerklich.

Die Quecksilberlampe, die wir in Kapitel VII beschreiben werden, untersuchte Geer (1903).

Die dunklen ultravioletten Strahlen werden von vielen Substanzen absorbiert, die für sichtbare Strahlen vollkommen durchlässig sind. Hierher gehören Glas, Glimmer und sogar Luft, welche die Strahlen kleinster Wellenlänge (angefangen von $\lambda = 0{,}18\,\mu$) absorbiert. Zu den auch für ultraviolette Strahlen durchlässigen Substanzen gehören dünne Silberschichten, die wiederum sichtbare Strahlen nicht hindurchlassen.

Wie wir gesehen haben, wird die Intensität J einer gegebenen Strahlenart, welche eine Schicht von der Dicke x durchsetzt hat, durch die Formel $J = J_0 e^{-\beta x}$ bestimmt. Durch Vergleichen der Licht-

mengen von bestimmtem λ, welche Schichten farbiger Flüssigkeiten von verschiedener Dicke durchsetzt hatten, haben zahlreiche Forscher die Gültigkeit obiger Formel vollkommen bestätigt gefunden (so z. B. Jamin, Masson, Beer, Hagen, Bernard). Selbstverständlich kann obige Formel nicht für den Fall gelten, wo man die totale Absorption einer zusammengesetzten Strahlung bestimmt. Für diesen Fall ist

$$J = \Sigma J_0 e^{-\beta x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

wo J_0 und β für die verschiedenen Strahlenarten verschieden sein können. Man findet, daß die Absorption innerhalb der ersten Schicht verhältnismäßig sehr groß ist, denn hier werden alle die Strahlen zurückgehalten, für welche die Substanz wenig durchlässig, also β groß ist.

Erfolgt die Absorption einer besonderen Art der strahlenden Energie durch eine gelöste Substanz, während das Lösungsmittel selbst die betreffenden Strahlen nicht absorbiert, so hängt die Absorption nur von der Menge der gelösten Substanz, die sich in der durchsetzten Schicht befindet, nicht aber von dem Konzentrationsgrade der Lösung ab. Demnach ist die Absorption innerhalb einer konzentrierten Lösung ebenso groß wie die in einer doppelt so dicken Schicht einer Lösung vom halben Konzentrationsgrade der ersten (Beersches Gesetz). Dies Gesetz haben die Versuche von Beer, Vierordt, Zöllner, Glan, Stumpf u. a. bestätigt. Das Gesetz gilt aber nicht für Suspensionen. Svedberg und Pihlblad bestimmten für mehrere Wellenlängen den Absorptionskoeffizienten von Suspensionen, kolloidalen Lösungen und molekularen Lösungen einer großen Anzahl von Metallen und organischen Substanzen, deren Teilchengröße auf verschiedene Weise geändert werden konnte, und fanden, daß die Lichtabsorptionskurven der dispersen Systeme sich bei abnehmender Teilchengröße kontinuierlich denen der molekularen homogenen Lösungen nähern. Hieraus kann auf die körperliche Existenz der Moleküle geschlossen werden.

Die Absorption der strahlenden Energie durch Gase und Dämpfe ist vielfach untersucht worden; hiervon wird später noch einmal die Rede sein. Von besonderem Interesse sind die diesbezüglichen Arbeiten von Magnus und Tyndall.

Als Quelle für die strahlende Energie diente bei den Versuchen von Magnus bis auf 100° erhitztes Glas. Einige Gase absorbierten hierbei diese Energie in hohem Grade, wie aus folgenden Zahlen ersichtlich ist, die sich auf gleich dicke Gasschichten bei gewöhnlichem Barometerstand beziehen:

Vakuum . .	100	CO_2	80,2	C_2N_2 . . .	72,2
Luft und O.	88,9	CO	79,0	C_2H_4 . . .	46,3
H.	85,8	CH_4	72,2	NH_3	38,9

Magnus fand, daß trockene und feuchte Luft die dunklen Strahlen in gleicher Weise absorbieren. Tyndalls Versuche schienen diesem Resultate zu widersprechen, doch hat Magnus auf Fehlerquellen hingewiesen, so daß das Magnussche Resultat im allgemeinen als bestätigt gelten kann. Spätere Versuche von Hoorweg und Haga haben indes gezeigt, daß eine Absorption der dunklen Strahlen durch Wasserdämpfe in der Tat stattfindet, wenn auch in sehr geringem Maße. Noch später hat Röntgen die Absorption der infraroten Strahlen durch feuchte Luft, Heine durch Gemenge aus Luft und CO_2, H_2 und CO_2 untersucht. Ångström, J. Koch, Kurlbaum, Arrhenius, Paschen, Rubens und Aschkinass u. a. haben die Absorption dieser Strahlen durch CO_2 und Wasserdampf bolometrisch gemessen, und wir werden auf die entsprechenden Arbeiten weiter unten zurückkommen.

§ 10. Das Kirchhoffsche Gesetz über den Zusammenhang zwischen dem Emissions- und Absorptionsvermögen der Körper. Dies für die neuere Physik überaus wichtige Gesetz, dessen volle Bedeutung erst in den letzten Jahren klargelegt worden ist, sowie die zahlreichen sich aus ihm ergebenden Folgerungen wollen wir ausführlich besprechen. Diese Folgerungen haben eine ganze Reihe von teilweise längst bekannten Erscheinungen erklärt und uns in den Stand gesetzt, den wahren Sinn gewisser anderer Gesetze (von Lambert, Draper) zu erfassen und die Bedingungen kennen zu lernen, unter denen jene Gesetze gelten. Die Geschichte des Kirchhoffschen Gesetzes zeigt, daß man bei Ableitung von verschiedenen Folgerungen aus demselben nicht selten in Fehler verfallen ist, welche zu verschiedenen Mißverständnissen und falschen Fassungen des Gesetzes selbst, sowie zu falschen Deutungen desselben geführt haben.

Zunächst sei bemerkt, daß das Kirchhoffsche Gesetz sich in seinem vollen Umfange ausschließlich auf die kalorische Emission und Absorption bezieht, d. h. auf den Fall, wo als Quelle für die strahlende Energie ausschließlich Wärmeenergie dient und umgekehrt die strahlende Energie bei der Absorption ganz und gar in Wärmeenergie übergeht. Wir wollen nochmals die uns bereits bekannten Größen aufzählen, welchen wir hier begegnen.

Das (kalorische) Absorptionsvermögen a eines Körpers von der Temperatur T für Strahlen von der Wellenlänge λ hängt von der Substanz des Körpers, bisweilen auch von seinen Dimensionen (s. unten) ab und stellt eine gewisse Funktion von λ und T dar; wir wollen dies folgendermaßen schreiben:

$$a = a\,(\lambda, T) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Die Strahlenquelle, welche die Strahlen von der Wellenlänge λ aussendet, sowie deren Temperatur spielen hierbei offenbar gar keine Rolle und üben auf die Größe a keinerlei Einfluß aus.

Wenn die Energie b der durch den gegebenen Körper hindurchgegangenen Strahlung gleich Null gesetzt werden kann (der Körper für die Wellenlänge λ undurchlässig ist), so ist, vgl. Formel (9),

$$a = 1 - r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

wo r die Energie der reflektierten Strahlung bedeutet.

Ist dagegen b keine zu vernachlässigende Größe, so hat man unter a folgenden Ausdruck zu verstehen, vgl. (8),

$$a = 1 - r - b \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Man darf somit die Größe a nicht auf irgend eine bestimmte Substanz beziehen, sondern hat von den speziellen Körpern zu reden, deren Dimensionen — wie z. B. die Dicke — eine in Betracht kommende Rolle spielen.

Was die Größe r anlangt, so war bereits auf S. 50 hingewiesen worden, daß sie für absolut matte Oberflächen vom Einfallswinkel φ unabhängig ist, für alle sonstigen, wenn auch nur teilweise regelmäßig reflektierenden Flächen dagegen eine Funktion von φ darstellt.

Das (kalorische) Emissionsvermögen e eines gegebenen Körpers ist ebenfalls eine Funktion von λ und T; wir wollen sie folgendermaßen bezeichnen:

$$e = e(\lambda, T) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

Die Größe e wird durch die Energie der Strahlen von der Wellenlänge λ gemessen, welche von der Einheit der Oberfläche in der Zeiteinheit ausgesandt werden, und hängt von der Substanz, sowie von den Dimensionen (der Schichtdicke) des Körpers ab, falls dessen Substanz für die ausgesandten Strahlen in höherem oder geringerem Grade durchlässig ist.

Als absolut schwarzen Körper bezeichnen wir einen solchen Körper, für welchen $a = 1$ ist, welche Werte auch immer λ und T haben mögen. Bezeichnet man für einen solchen absolut schwarzen Körper die Größen a und e mit A bzw. E, so gilt für alle Werte von λ und T die Beziehung

$$A = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (21)$$

Der absolut schwarze Körper hat den Bedingungen $r = 0$ und $b = 0$ zu genügen, d. h. seine Oberfläche darf gar nicht reflektieren und er selbst muß eine hinreichende Dicke besitzen, damit $b = 0$ sein kann. Wie wir sahen, war r für Ruß und Platinschwarz nahezu gleich Null; es kommt daher eine genügend dicke Schicht von Ruß oder Platinschwarz in seinen Eigenschaften dem absolut schwarzen Körper nahe. Entsprechend Formel (20) schreiben wir für den absolut schwarzen Körper den Ausdruck

$$E = E(\lambda, T) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

Das Vorhandensein einer Strahlung e (im besonderen Falle E) wird ermittelt und ihre Energie wird gemessen nach einer der im vorhergehenden Kapitel erwähnten Methoden (Auge, thermoelektrische Apparate, Bolometer, Radiometer, photographische Platte usw.). Damit jedoch ein Nachweis der Strahlung überhaupt möglich sei, ist es erforderlich, daß ihre Energie e nicht unterhalb einer gewissen minimalen Grenze liege, welche mit e_0 bezeichnet sein möge. Ist $e < e_0$, so kann das Vorhandensein der Strahlung nicht nachgewiesen werden, was für uns gleichbedeutend mit deren völligem Fehlen ist; wir werden in diesem Falle sagen, es sei praktisch $e = 0$. Symbolisch möge dieser Fall folgendermaßen bezeichnet werden:

$$\left.\begin{array}{l} e \text{ (oder } E) < e_0 \\ e \text{ (oder } E) = 0 \end{array}\right\} \qquad (23)$$

Selbstverständlich ist hier nur von Energiestrahlung mit solchen Werten von λ die Rede, welche wir überhaupt wahrzunehmen und zu messen imstande sind, und nicht etwa von den bisher der Erforschung unzugänglichen Strahlungen (siehe S. 32).

Ist e (oder E) kleiner als ein gewisses e_0, so ist e (oder E) praktisch gleich Null.

Der Vollständigkeit halber haben wir noch einiges über eine Frage vorauszuschicken, welche eingehend im 15. Kapitel behandelt wird. Eine Energiestrahlung wird nicht nur durch die Wellenlänge λ ihrer Strahlen innerhalb des gegebenen Mediums (durch die Zahl der in der Zeiteinheit erfolgenden Schwingungen) und durch ihre Intensität charakterisiert, sondern auch durch die spezielle Art der Bewegung. Stellt man sich auf den Standpunkt der mechanischen Theorie (nicht der elektromagnetischen), so kann man die verschiedenen hierher gehörigen Fälle folgendermaßen charakterisieren:

1. Geradlinig polarisierte Strahlen: Die Schwingungen erfolgen senkrecht zum Strahl in derselben Ebene.

2. Natürliche oder nicht polarisierte Strahlen: Die Schwingungen sind geradlinig, aber in jedem Punkte des Strahls ändert sich die Richtung der Schwingungen, eine ungeheuer große Anzahl von Malen sogar im Verlaufe eines sehr kurzen Zeitraums.

3. Elliptisch polarisierte Strahlen: Die Teilchen bewegen sich in senkrecht zum Strahl gelegenen Ellipsen. Diese Bewegung kann im Sinne der Uhrzeigerdrehung oder im umgekehrten Sinne erfolgen, wobei angenommen ist, der Strahl sei zum Beobachter hin gerichtet.

4. Kreisförmig (zirkular) polarisierte Strahlen: Es ist dies ein Spezialfall des vorhergehenden, wo die Achsen der Ellipse untereinander gleich sind. Auch hier hat man zwei Bewegungsrichtungen auf dem Kreise zu unterscheiden.

Nachdem wir die Zusammenstellung der Größen und Begriffe, welche für das Folgende wichtig sind, beendet haben, können wir auf die erste, einfachste Fassung des Kirchhoffschen Gesetzes eingehen.

Wir stellen uns zwei Körper M und M_1 vor, welche sich bei der gleichen Temperatur T befinden, und nehmen an, die kalorische Emission und die Absorption für Strahlen mit der Wellenlänge λ seien gleich a und e für den Körper M, a_1 und e_1 für den Körper M_1, dann wird das Kirchhoffsche Gesetz durch folgende Formel ausgedrückt:

$$\frac{e\,(\lambda,\ T)}{a\,(\lambda,\ T)} = \frac{e_1\,(\lambda,\ T)}{a_1\,(\lambda,\ T)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

oder kürzer

$$\frac{e}{a} = \frac{e_1}{a_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Kirchhoffsches Gesetz (unvollständige Fassung): Das Verhältnis der kalorischen Emission zur kalorischen Absorption ist eine für alle Körper gleiche Größe, welche von der Temperatur der Körper und von der Wellenlänge der Energiestrahlung abhängt, auf welche sich jene Emission und Absorption beziehen.

Somit bezieht sich dieses Gesetz auf Körper von gleicher Temperatur T und auf Strahlen von gegebener Wellenlänge λ. Ändert sich die Temperatur der Körper oder ziehen wir Strahlen von einer anderen Wellenlänge in Betracht, so ändert sich auch das Verhältnis $e:a$, und zwar in gleicher Weise für alle in der Natur vorkommenden Körper.

Wendet man Formel (24) auf zwei absolut schwarze Körper an, so ist

$$\frac{E}{A} = \frac{E_1}{A_1};$$

es ist aber $A = A_1 = 1$, also

$$E\,(\lambda,\ T) = E_1\,(\lambda,\ T).$$

Die kalorische Emission E stellt für alle absolut schwarzen Körper ein und dieselbe Funktion von T und λ dar. Auf diese Weise erwächst die Vorstellung von einer Funktion von λ und T, welche von universeller Bedeutung ist; diese Funktion ist eine vollkommen bestimmte, einzige und gleichartige für alle absolut schwarzen Körper. Wir bezeichnen sie durch das Symbol $E\,(\lambda,\ T)$.

Nimmt man an, der zweite der gegebenen Körper M und M_1 sei absolut schwarz, so folgt aus (25)

$$\frac{e}{a} = \frac{E}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Es ist aber $A = 1$, also

$$\frac{e}{a} = E \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

oder genauer

$$\frac{e(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = E(\lambda, T) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

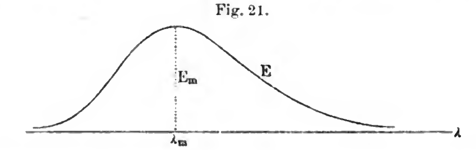
Kirchhoffsches Gesetz (genauere Fassung): **Das Verhältnis der kalorischen Emission zur kalorischen Absorption ist eine für alle Körper gleiche Funktion von λ und T, und zwar gleich der kalorischen Emission des absolut schwarzen Körpers.**

Aus Formel (28) folgt

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) \, . \, E(\lambda, T) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Diese überaus wichtige Formel zeigt, welche Bedeutung die universelle Funktion $E(\lambda, T)$ für die kalorische Emission $e(\lambda, T)$ aller

Fig. 21.



in der Natur vorkommenden Körper hat. Die Größe $e(\lambda, T)$ ist gleich dem Produkte zweier Faktoren, von denen der eine eben jene Funktion $E(\lambda, T)$ ist, während der andere gleich der kalorischen Absorption $a(\lambda, T)$ des betrachteten Körpers ist.

Wir werden später verschiedene Versuche zur Ermittlung der Form jener Funktion $E = E(\lambda, T)$ kennen lernen. Bereits an dieser Stelle sei jedoch darauf hingewiesen, daß **für ein gegebenes** T die Größe E als Funktion von λ durch eine Kurve wiedergegeben wird, deren allgemeiner Charakter aus Fig. 21 zu erkennen ist. Sie hat ein Maximum E_m für einen gewissen Wert $\lambda = \lambda_m$ und fällt nach beiden Seiten von demselben asymptotisch ab. Es ist eine **gleichmäßig verlaufende** Kurve ohne schroffe Erhebungen und Senkungen (vgl. dagegen die Kurve e in Fig. 22). **Für keinerlei Endwerte der Veränderlichen T und λ wird die Funktion E gleich Null.** Mathematisch heißt das: **der absolut schwarze Körper sendet bei jeder Temperatur alle nur möglichen Strahlen aus.** Physikalisch genommen liegt die Sache jedoch anders, denn jedesmal, wenn $E < e_0$ ist, hat man praktisch $E = 0$ zu setzen, vgl. (23).

Die Absorption $a(\lambda, T)$ kann in zwei Fällen gleich Null sein. Erstens, wenn $r = 1$ ist, d. h. wenn die gesamte Strahlung von gegebenem λ reflektiert wird, und zweitens, wenn $r + b = 1$ ist, vgl.

(19), d. h. wenn alle nicht reflektierten Strahlen den absolut durchlässigen Körper durchsetzen. Man kann nun aber mit Bestimmtheit behaupten, daß dieser zweite Fall in der Natur nicht vorkommt, daß eine, wenn auch geringe, innere Absorption stets vorhanden ist. Aber auch der erste Fall dürfte in der Natur schwerlich mathematisch genau erfüllt sein, wenn schon z. B. für einige Metalle hinsichtlich der infraroten Strahlen von großer Wellenlänge r nur unmerklich von Eins verschieden ist. Der Wirklichkeit entsprechend kann man daher annehmen, daß in einigen Fällen praktisch $r = 1$ oder $r + b = 1$, folglich $a = 0$ ist.

Wenn somit E und a wahrscheinlich niemals mathematisch genau gleich Null sind, so folgt aus (29), daß auch $e(\lambda, T)$ niemals gleich Null ist, d. h. daß jeder Körper bei jeder Temperatur Strahlen von jeder möglichen Wellenlänge λ aussendet.

Für die Praxis jedoch ist $e = 0$ oder $E = 0$ zu setzen, falls $e < e_0$ oder $E < e_0$ ist; wir setzen ferner $a = 0$, wenn sich, wie oben gesagt, r oder $r + b$ nur unmerklich von Eins unterscheiden.

Was die Geschichte der Entdeckung des Kirchhoffschen Gesetzes betrifft, welches in Formel (25) enthalten ist, so können als Vorgänger von Kirchhoff genannt werden A. Ångström, De la Provostaye und Desains, Stewart und einige andere.

Den strengen, jedoch äußerst verwickelten Beweis der Formel (25), den Kirchhoff gegeben hat, werden wir hier nicht anführen. Andere Beweise sind von Voigt (1899), Pringsheim (1900), Hilbert (1914) u. a. gegeben worden.

§ 11. Folgerungen aus dem Kirchhoffschen Gesetze. Wir wenden uns jetzt einer genaueren Untersuchung der Fundamentalformel zu, vgl. (26) und (29):

$$e = aE \qquad (30)$$

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) . E(\lambda, T) \qquad (31)$$

Man hat nicht zu vergessen, daß die Größe $a(\lambda, T)$ ihrem Wesen nach ein echter Bruch ist und nur im äußersten Falle gleich Eins wird. Hieraus folgt, daß $e(\lambda, T)$ niemals größer als $E(\lambda, T)$ sein kann.

Es ist also

$$\left.\begin{array}{l} a(\lambda, T) \leqslant 1 \\ e(\lambda, T) \leqslant E(\lambda, T) \end{array}\right| \qquad (32)$$

Das Emissionsvermögen des absolut schwarzen Körpers ist das möglichst größte. Für ein gegebenes T muß sich die Kurve $e = f(\lambda)$ ganz innerhalb der Kurve $E = E(\lambda)$ befinden, vgl. Fig. 22.

Aus Formel (30) folgt ferner,

$$\left.\begin{array}{ll} \text{wenn} & e > 0 \\ \text{so ist auch} & a > 0 \end{array}\right\} \qquad (33)$$

Die Ungleichheit $e > 0$ drückt aus, daß in Wirklichkeit $e > e_0$ ist; da $a \leqq 1$ ist, so ist offenbar in diesem Falle auch $E > e_0$. Formel (33) führt zu einem fundamentalen Lehrsatz, dem wir vorläufig folgende unvollständige Fassung geben wollen:

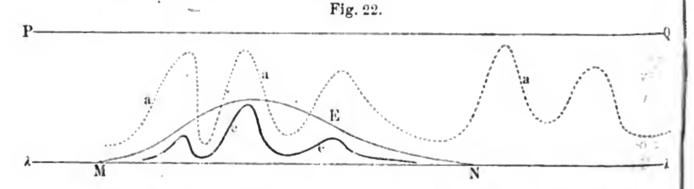
Satz I (unvollständige Fassung): Jeder Körper absorbiert die Strahlen, die er bei der gegebenen Temperatur aussendet.

Das Umgekehrte darf man hieraus nicht folgern, und zwar aus zwei Gründen:

Erstens kann der Fall eintreten, daß $E > 0$ und $a > 0$, dennoch aber $e = 0$ ist. In Wirklichkeit bedeutet nämlich $E > 0$, daß $E > e_0$ ist. Setzt man daher beispielsweise $E = 2\,e_0$ und $a = \frac{1}{3}$ oder $E = 200\,e_0$, $a = 0{,}001$, so ist $e < e_0$, d. h. praktisch $e = 0$.

Satz II: Es kann vorkommen, daß $E > 0$, also E eine wahrnehmbare Größe ist und daß $e = 0$ ist, d. h. e verschwindet, obwohl $a > 0$ ist.

Fig. 22.



Zweitens folgt aus dem Umstande, daß $a > 0$ und sogar nahezu gleich Eins ist, keineswegs, daß $e > 0$, da ja $E = 0$ sein kann. Man darf daher den Satz I nicht umkehren; es kann also ein Körper auch solche Strahlen absorbieren, die er selbst nicht aussendet, falls nur der absolut schwarze Körper bei der gegebenen Temperatur dieselben nicht aussendet. Rotes Glas von gewöhnlicher Temperatur absorbiert beispielsweise grüne Strahlen (a ist nahezu gleich Eins), sendet sie jedoch nicht aus, wie ja der absolut schwarze Körper sie bei gewöhnlicher Temperatur ebenfalls nicht aussendet.

In Fig. 22 ist erstens die Kurve E dargestellt, welche für ein gegebenes T zwischen M und N endliche Werte besitzt; ferner ist die Kurve e abgebildet, die völlig unterhalb E liegt. Endlich ist durch eine punktierte Linie die Kurve a angedeutet; sie liegt unterhalb der Geraden PQ, welches sich von der Abszisse (MN) in der Einheit der Entfernung befindet. Innerhalb des Bereiches MN verlaufen die Kurven a und e in analoger Weise. Außerhalb dieses Bereiches aber kann die Größe a beliebige Werte haben, kann sich der Einheit beliebig nähern, während e für die Praxis verschwindet. Man hat demgemäß dem Satz I eine genauere Fassung zu geben:

Satz I (in genauerer, jedoch noch nicht endgültiger Fassung): Jeder Körper absorbiert die Strahlen, welche er bei gegebener Temperatur aussendet. Er kann aber auch andere Strahlen absorbieren, jedoch nur solche, welche der absolut schwarze Körper bei der gegebenen Temperatur nicht aussendet.

Aus obigem geht hervor, unter welchem Vorbehalt man den Satz I umkehren kann; man kann ihm folgende Fassung geben:

Satz III: Von den Strahlen, welche der absolut schwarze Körper bei einer gegebenen Temperatur aussendet, absorbiert ein beliebiger Körper die, welche er selbst aussendet, und sendet die aus, welche er selbst absorbiert (falls aE nicht $< e_0$ ist).

Ist $E > 0$, so ist

für $e > 0 \;\cdot\cdot\cdot\cdot\; a > 0$ für $a = 0 \;\cdot\cdot\cdot\cdot\; e = 0$

für $a > 0 \;\cdot\cdot\cdot\cdot\; e > 0$ für $e = 0 \;\cdot\cdot\cdot\cdot\; a = 0$

Ist $E = 0$, so ist $e = 0$, doch kann hierbei $a > 0$ sein.

Ein gutes Beispiel dafür, daß $e = 0$ ist, falls $a = 0$ ist, stellt das Natriumphosphat dar; dasselbe verwandelt sich bei Weißglut in einen vollkommen durchsichtigen ($a = 0$) und gleichzeitig nichtleuchtenden ($e = 0$) Tropfen.

Es sei nochmals daran erinnert, daß sich alle diese Ausführungen ausschließlich auf die kalorische Emission beziehen.

Wir wollen uns nunmehr nochmals dem Satz I zuwenden und ihm eine endgültige Fassung geben. Wir nehmen an, ein Körper sende bei der gegebenen Temperatur T Strahlen von der Wellenlänge λ aus, welche in bestimmter Weise polarisiert (S. 58) sein mögen. Diese Art der Polarisation mag durch die Richtung der Strahlung oder durch besondere äußere Verhältnisse bedingt sein (z. B. durch Einwirkung magnetischer Kräfte). Wir lassen hierbei unerörtert, ob es überhaupt Fälle gibt, wo äußere Umstände auf den Charakter der Polarisation einer kalorischen Strahlung einwirken (es ist nämlich wohl möglich, daß die bisher beobachteten Fälle sich nur auf Lumineszenzstrahlung beziehen). Führen wir dann noch einen Hinweis auf den Charakter der Schwingungen ein, so erhalten wir den Satz I in folgender endgültiger Fassung:

Satz I: Jeder Körper, welcher bei gegebener Temperatur und gegebenen Bedingungen in bestimmter Richtung (unter bestimmtem Winkel mit dem Einfallslote) Strahlen von der Wellenlänge λ und von bestimmter Schwingungsart (Art der Polarisation) aussendet, absorbiert bei der gleichen Temperatur und denselben Bedingungen zu ihm gelangende Strahlen von derselben Richtung, derselben Wellenlänge λ und derselben Schwingungsart. Mit einigen Erscheinungen, welche die

obige Fassung unseres Lehrsatzes bestätigen, werden wir im vierten Bande bekannt werden.

Infolge Erweiterung des Begriffs der strahlenden Energie durch Einführung des Begriffs der besonderen Schwingungsart (Art der Polarisation) sind wir in den Stand gesetzt, auch die Fassung des Kirchhoffschen Gesetzes selbst zu vervollständigen.

Erstens bleibt unsere Grundformel (25), die sich auf zwei verschiedene Körper bezog, auch richtig, wenn man sie nicht bloß für ein gegebenes λ und T, sondern auch für eine gegebene Schwingungsart anwendet.

Satz IV: Das Verhältnis $e:a$, welches für alle Körper bei gegebenem T und für ein gegebenes λ das gleiche ist, hängt von der Art der Schwingungen, d. h. von der Art der Polarisation der ausgesandten und absorbierten Strahlen nicht ab.

Wir nehmen zweitens an, ein und derselbe Körper entsende bei der Temperatur T in derselben Richtung zwei Arten von Strahlen mit der gleichen Wellenlänge λ, deren Schwingungsart jedoch verschieden sei. Beide Strahlen mögen z. B. geradlinig polarisiert sein, ihre Schwingungen aber in aufeinander senkrechten Ebenen erfolgen. Es beziehe sich nun $a(\lambda)$, $e(\lambda)$ auf die eine, $a'(\lambda)$, $e'(\lambda)$ auf die andere Strahlenart. Für den absolut schwarzen Körper sind die entsprechenden Größen $E(\lambda)$ und $E'(\lambda)$ einander gleich, denn ein solcher Körper sendet natürliche (nicht polarisierte) Strahlen aus, und dieses heißt, wie wir sehen werden, daß er in gleicher Weise Strahlen von allen möglichen Arten der Polarisation aussendet. Wir haben dann

$$\frac{e(\lambda)}{a(\lambda)} = E(\lambda), \qquad \frac{e'(\lambda)}{a'(\lambda)} = E'(\lambda).$$

Es ist aber $E(\lambda) = E'(\lambda)$, also

$$\frac{e(\lambda)}{e'(\lambda)} = \frac{a(\lambda)}{a'(\lambda)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

wo sich also Größen auf ein und denselben Körper, dieselbe Richtung und die gleichen T und λ beziehen. Wir werden sehen, daß eine Turmalinplatte, deren Seiten der kristallographischen Achse parallel sind, in ungleicher Weise Strahlen absorbiert, deren Schwingungen parallel (a) bzw. senkrecht (a') zu dieser Achse erfolgen; es ist hierbei $a' > a$. Formel (34) zeigt uns mithin, daß $e' > e$ sein muß, d. h. daß eine Turmalinplatte mehr Strahlen aussenden muß, deren Schwingungen senkrecht zur Achse, also solche, deren Schwingungen parallel zur Achse sind.

Bereits Kirchhoff und später Stewart haben sich durch den Versuch davon überzeugt, daß $e' > e$ ist. A. Pflüger (1902) fand für eine in der Bunsenflamme erhitzte Turmalinplatte völlige Überein-

stimmung der Beobachtungen mit Formel (34). Er fand z. B. für eine Platte und für die Wellenlänge $\lambda = 0{,}610\,\mu$ folgende Resultate:

$$\frac{e(\lambda)}{e'(\lambda)} = 0{,}438, \qquad \frac{a(\lambda)}{a'(\lambda)} = 0{,}439.$$

Nur in einem Falle ging die Differenz bis zu 1,8 Proz.

Satz V: Wenn ein und derselbe Körper bei gegebener Temperatur zweierlei Strahlen von derselben Wellenlänge, aber von verschiedener Schwingungsart aussendet, so ist für dieselben das Verhältnis der Emissionen ($e:e'$) gleich dem Verhältnis der Absorptionen ($a:a'$).

Verbindet man Formel (24) mit (18) oder (19), so erhält man für einen Körper, welcher für die gegebene Schwingung undurchsichtig ist, die Beziehung

$$\frac{e}{1-r} = \frac{e'}{1-r'} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Für einen durchsichtigen Körper ist

$$\frac{e}{1-r-b} = \frac{e'}{1-r'-b'} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Wir sahen (vgl. Fig. 22), daß ein Körper auch solche Strahlen absorbieren kann, die er selbst nicht aussendet, weil beispielsweise seine Temperatur hierfür zu niedrig ist (rotes Glas bei gewöhnlicher Temperatur und grüne Strahlen). Nicht ohne Interesse ist daher die Frage, ob nicht ein solcher Körper bei Erwärmung diejenigen Strahlen reichlich aussende, die er selbst bei niedrigerer Temperatur absorbiert. Offenbar wird dies der Fall sein, wenn der Körper bei Erwärmung seine Fähigkeit, jene Strahlen zu absorbieren, beibehält. Hierher kann man die Versuche von Magnus rechnen, nach welchen Steinsalz, welches für bestimmte infrarote Strahlen sehr durchlässig ist, nur die Hälfte der Energiestrahlung hindurchläßt, die von erhitztem Steinsalz ausgeht; dasselbe Resultat fand Magnus auch für Sylvin (KCl). Rubens und Nichols sowie Abramczyk haben obige Resultate bestätigt. Man darf indes die genannten Versuche nicht als Bestätigung des Kirchhoffschen Gesetzes ansehen, da sich der ausstrahlende und der absorbierende Körper nicht bei der gleichen Temperatur befanden.

§ 12. Experimentelle Bestimmung der Emission des absolut schwarzen Körpers. Wir sahen, daß die Emission $e(\lambda, T)$ eines beliebigen Körpers mit der Strahlung $E(\lambda, T)$ des absolut schwarzen Körpers durch die Formel (29) zusammenhängt

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T)\, E(\lambda, T) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

Die große Bedeutung, welche somit der Funktion $E(\lambda, T)$ zukommt, hat veranlaßt, nach Methoden zu ihrer Bestimmung zu suchen.

Diese Aufgabe hat man in zweierlei Weise zu lösen gesucht: erstens auf experimentellem Wege durch Untersuchung der Strahlung eines Körpers, welcher die Eigenschaften des absolut schwarzen Körpers besitzt, und zweitens auf theoretischem Wege durch Bestimmung der Form der Funktion E.

Wir wenden uns zunächst den Arbeiten zu, die auf experimentellem Wege dies Ziel zu erreichen suchten. Offenbar erhält man die Funktion E, wenn man für einen beliebigen Körper und für alle nur möglichen λ und T die Größen e und a ermittelt. Derartige Messungen sind von Bouman (für Glas) und Rosenthal (für Quarz und Glimmer) allerdings nur innerhalb eines keinen Bereiches des infraroten Spektrums ausgeführt worden. Sie verglichen die Größen $e:a$ für die genannten Stoffe mit dem Emissionsvermögen eines Körpers (Kupferoxyd u. a.), welcher nach ihrer Ansicht dem absolut schwarzen Körper nahekommt. Das Kirchhoffsche Gesetz fand sich im wesentlichen bestätigt.

Man hat indes gefunden, daß man die Funktion $E(\lambda, T)$ experimentell viel besser ermitteln kann, ohne schwarze Körper im gewöhnlichen Sinne zu verwenden, d. h. solche, die für sichtbares Licht — freilich nicht absolut — schwarz sind. Bereits Kirchhoff (1860) hat darauf hingewiesen, daß die Lösung dieser Aufgabe möglich sei; eine praktische Ausführung seiner Gedanken erfolgte jedoch erst viel später (1895).

Wir denken uns einen geschlossenen Raum, dessen Umhüllung für die strahlende Energie undurchlässig ist ($b = 0$); innerhalb dieses Raumes können sich beliebige Körper befinden. Die Umhüllung und die sich in ihr befindlichen Körper sollen die gleiche Temperatur haben. Die von der Umhüllung und jenen Körpern ausgesandten Strahlen erfahren im allgemeinen eine große Zahl aufeinanderfolgender Reflexionen und innerer Absorptionen, bevor ihre Energie einen Wert erreicht, den man für die Praxis gleich Null setzen kann. Man hat in diesem Falle die wahre kalorische Emission $e(\lambda)$ des Elementes σ der Oberflächen von Umhüllung oder eingeschlossenen Körpern von derjenigen Energiestrahlung $\eta(\lambda)$ zu unterscheiden, welche endgültig vom Element σ ausgeht und aus zwei Teilen besteht:

$$\eta(\lambda) = e(\lambda) + g(\lambda) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

wo $g(\lambda)$ die Energie der Strahlungen ist, welche von σ reflektiert sind oder den ganzen Körper durchdrungen haben und durch σ hindurch nach außen gelangt sind. Die Größe $e(\lambda)$ hängt von der Art des Körpers ab und kann für verschiedene Stellen der Oberflächen von Umhüllung und Körpern verschieden sein. Kirchhoff hat zuerst darauf hingewiesen, daß, welcher Art auch die Umhüllung und die Körper sein mögen, an allen Oberflächen die Gleichung

$$\eta(\lambda) = e(\lambda) + g(\lambda) = E(\lambda) \quad \ldots \ldots \quad (39)$$

gilt, daß also die faktische Emission gleich der des absolut schwarzen Körpers ist, für den offenbar $g(\lambda) = 0$ ist.

In einem geschlossenen Raume, dessen sämtliche Teile die gleiche Temperatur haben, geht von allen Körpern und von der Umhüllung eine endgültige Strahlung aus, welche identisch mit der Strahlung des absolut schwarzen Körpers ist.

Befindet sich in der Hülle eines solchen Körpers eine kleine Öffnung, so ist die durch diese nach außen gelangende Energiestrahlung ihrer Zusammensetzung nach identisch mit der vom absolut schwarzen Körper bei der gleichen Temperatur ausgesandten Strahlung.

Kirchhoff hat sich zum Beweise obiger Sätze mit der Bemerkung begnügt, daß jeder Strahl, der von außen in den betrachteten Raum

Fig. 23.

eindringt, zuletzt vollkommen absorbiert wird; es verhalte sich also die Innenfläche jenes Raumes, als ob für sie $A = 1$ wäre. Pringsheim (1900) hat einen vollständigeren Beweis hierfür erbracht.

Ein solcher „absolut schwarzer" Körper ist zuerst von Christiansen (1884) und Boltzmann (1884), jedoch nur ganz beiläufig und zufällig, hergestellt worden. Ferner kamen offenbar St. John (1895) und Reid (1895) der praktischen Verwendung eines solchen geschlossenen Raumes nahe. Direkt zum Studium der strahlenden Energie, welche die kleine Öffnung eines solchen als „absolut schwarzer" Körper dienenden Raumes verläßt, haben jedoch erst Lummer und Wien im Jahre 1895 diesen Körper benutzt. Ferner gaben Lummer und Kurlbaum zunächst (1898) eine kurze, später (1901) eine ausführliche Beschreibung des „elektrisch geglühten schwarzen Körpers".

Die Fig. 23 stellt diesen auch heute noch häufig benutzten Apparat im Durchschnitt dar. Die Wandungen, welche innen mit Lampenruß oder den Oxyden von Eisen, Uran, Chrom oder Kobalt geschwärzt sind, besitzen eine zylindrische Gestalt und bestehen aus Porzellan, Marquardtscher Masse oder Magnesia. Benutzt man Porzellan, so darf man den Zylinder nur bis 1400° erhitzen; bei Verwendung von Magnesia darf man die Temperatur bis 1550° steigern. Bei höherer Temperatur biegen sich namentlich bei größerer Länge die Körper leicht durch. Der Hauptteil ist ein zylindrisches Rohr AA, das mit einer Anzahl von Diaphragmen versehen ist. Auf der einen Seite von der Mitte (in der

Figur rechts) besitzen alle Diaphragmen die gleiche Form. Sie sind mit je zwei Löchern versehen, um die beiden Schenkel eines Thermoelementes *Th* hindurchzuführen, dessen Lötstelle sich in der Mitte des Rohres befindet. Die Diaphragmen auf der anderen Seite werden nach der Mitte zu weiter, mit Ausnahme des innersten, das eine kleine Kammer *K* abschließt, die als der eigentliche schwarze Körper zu betrachten ist. Das ganze Rohr wird mit Platinband umwunden oder mit einer Platinhaut überzogen, die auf elektrischem Wege geheizt werden. Zwei weitere Rohre *BB* und *CC* werden durch Ringe von dem ersten getrennt und dienen nebst den eingeschlossenen Luftzwischenräumen zur thermischen Isolation. Die Diaphragmen sind so eingerichtet, daß nur die Strahlung aus dem innersten Teil des Körpers auf die Meßinstrumente fällt. Kurlbaum und Schulze haben ein Rohr aus Nernstmasse als schwarzen Körper benutzt; dasselbe ließ sich bis 2000° erhitzen. Auf wesentlich höhere Temperaturen (bis 3000°) kann man Rohre aus Kohle oder Graphit erhitzen; dieselben müssen dann im Vakuum geglüht werden und die Beobachtung geschieht durch abgedichtete Fenster.

Andere Formen des schwarzen Körpers sind von Valentiner konstruiert worden; geheizt werden dieselben durch die Dämpfe siedenden Wassers oder Schwefels. Hoffmann und Meissner tauchten kugelförmige Körper aus Marquardtscher Masse von etwa 2 cm Durchmesser in geschmolzenes Kupfer, Gold und Palladium.

§ 13. Das Gesetz der Strahlung des absolut schwarzen Körpers. Gesetze von Stefan und Wien. Wir sind nunmehr zu einer der wichtigsten Fragen der neueren Physik gelangt, nämlich zu der Frage: Wie lautet das Strahlungsgesetz des absolut schwarzen Körpers oder, mit anderen Worten, wie ist die Funktion $E(\lambda, T)$ gestaltet und welche Eigenschaften besitzt sie? In diesem Paragraphen werden wir einige Eigenschaften derselben betrachten, und zwar die, welche man durch die Gesetze von Stefan und Wien ausdrückt.

Erwähnt wurde das Stefansche Gesetz bereits auf S. 46. Stefan selbst glaubte, daß es für alle Körper gelte, doch wurde von Boltzmann und Bartoli theoretisch bewiesen, daß es sich nur auf den absolut schwarzen Körper bezieht, und zwar auf die integrale Strahlung, d. h. auf die Größe

$$E_T = \int_0^\infty E(\lambda, T)\, d\lambda \quad \ldots \ldots \ldots \quad (40)$$

In der Fassung, welche ihm Bartoli gegeben, lautet das Gesetz folgendermaßen:

I. Stefan-Boltzmannsches Gesetz: Die integrale Strahlung des absolut schwarzen Körpers ist proportional der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur.

Hat man zwei absolut schwarze Körper mit den Temperaturen T_1 und T_2, so ist die vom ersten in der Zeiteinheit verlorene Menge Q der strahlenden Energie gleich

$$Q = C(T_1^4 - T_2^4) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

wo C ein konstanter Faktor ist. Hieraus folgt

$$\frac{Q}{T_1^4 - T_2^4} = C = Const. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

In späterer Zeit ist auch von Planck (1900) eine theoretische Herleitung des Stefanschen Gesetzes gegeben worden.

Experimentelle Prüfungen obigen Gesetzes sind von vielen Seiten ausgeführt worden und zu diesem Zwecke verschiedene Körper, meist Platin, verwendet worden, so daß also die Prüfung des Gesetzes nicht am absolut schwarzen Körper vorgenommen wurde. Es ist daher auch nicht zu verwundern, wenn Grätz, Rivière, W. Siemens, Abney und Festing, Bottomley, Edler und Schleiermacher fanden, daß das Stefansche Gesetz entweder nicht richtig sei oder nur unter bestimmten Bedingungen gelte (nach Grätz bei niedrigen Temperaturen, nach Schleiermacher für Kupferoxyd). Eine Ausnahme bildeten die Versuche von Schneebeli, welcher das Gesetz in weiten Grenzen bestätigt fand. Gegenwärtig ist dies Resultat vollkommen verständlich: denn Schneebeli bediente sich, ohne es zu ahnen, der Strahlung gerade eines solchen absolut schwarzen Körpers, wie wir denselben auf S. 67 kennen gelernt haben.

Lummer und Pringsheim (1897, nach Einführung einer Korrektur 1900) haben zuerst gefunden, daß für den absolut schwarzen Körper das Stefansche Gesetz in den weiten Grenzen zwischen $T = 290^0$ (17^0 C) und $T = 1535^0$ die Versuche vollkommen wiedergibt. Dasselbe Resultat erhielten Lummer und Kurlbaum (1898); das Stefansche Gesetz ist auch für niedrige Temperaturen bis zu -180^0 C (Temperatur der flüssigen Luft) geprüft worden (Lummer, Compan). Ferner hat Kurlbaum allein (1898) das Gesetz zwischen 0^0 und 180^0 C vollständig bestätigt gefunden. Die ausführlichste Prüfung des Stefanschen Gesetzes hat Valentiner durchgeführt unter Benutzung von fünf verschiedenen schwarzen Körpern, von denen zwei mit Wasser- bzw. Schwefeldampf und drei auf elektrischem Wege bis 1560^0 erhitzt werden. Die Namen anderer Forscher, welche auf diesem Gebiete gearbeitet haben, findet man in der Tabelle auf S. 47 (Werte von σ).

Man kann somit an der Richtigkeit des Stefanschen Gesetzes auch nicht den geringsten Zweifel hegen. Es gilt aber nur für die integrale Strahlung des absolut schwarzen Körpers; für andere Körper durchaus nicht (s. § 15).

II. Gesetze von W. Wien. Im Jahre 1894 publizierte W. Wien seine bemerkenswerte Untersuchung über die Erscheinungen der Strahlung.

Leider müssen wir es uns versagen, auf den Hauptinhalt einzugehen und uns darauf beschränken, auf einige besonders wichtige Resultate hinzuweisen, die sich aus dieser Arbeit ergeben. Es sind deren drei, die miteinander im engen Zusammenhang stehen.

Es sei λ_m die Wellenlänge, für welche die Funktion $E(\lambda, T)$ den größtmöglichsten der Temperatur T entsprechenden Wert E_m annimmt. Wien stellte folgendes Gesetz auf:

Die Wellenlänge, welche dem Maximum der Emission des absolut schwarzen Körpers entspricht, ist umgekehrt proportional der absoluten Temperatur desselben.

Es ist also

$$\lambda_m T = A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

wo A eine Konstante ist. Bei Zunahme der Temperatur wachsen nicht nur die Ordinaten der Kurve $E = f(\lambda)$, sondern es verschiebt sich zugleich das Maximum der Funktion nach den Strahlen kleinerer Wellenlänge hin. Eine solche Verschiebung war schon von Langley (1886) beobachtet worden, doch fand erst Wien das Gesetz, nach welchem sie vor sich geht. Beweise der Formel (43) haben Thiesen (1901) und Lorentz (1901) gegeben. H. F. Weber hatte bereits vor Wien gezeigt, daß die von ihm als allgemeiner Ausdruck der Funktion $E(\lambda, T)$ (s. den folgenden Paragraphen) vorgeschlagene Formel der Gleichung (43) entspricht. Er hatte jedoch die Notwendigkeit eines derartigen Zusammenhanges zwischen λ_m und T nicht bewiesen.

Ferner führten die Untersuchungen Wiens zu folgendem allgemeinen Ausdruck

$$E(\lambda. T) = T^5 f(\lambda T) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

wo der an zweiter Stelle stehende Faktor eine Funktion des Produktes λT darstellt. Aus dieser Form der Funktion E ergibt sich folgendes selbstverständliche Resultat:

Die Funktion $E(\lambda, T)$, welche die Strahlung des absolut schwarzen Körpers darstellt, ist vollkommen bekannt, wenn ihre Werte für alle Wellenlängen λ bei ein und derselben Temperatur T oder ihre Werte bei allen Temperaturen T für irgend eine Wellenlänge λ bekannt sind.

Hält man die Resultate von Wien mit dem Stefanschen Gesetze zusammen, so kommt man zu folgendem Ausdrucke

$$E_m T^{-5} = B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

wo B eine Konstante ist; E_m ist das Maximum der Funktion $E(\lambda, T)$ bei gegebenem T, d. h. für $\lambda = \lambda_m$.

Bei gegebener absoluter Temperatur T ist das Maximum der Funktion $E(\lambda, T)$ direkt proportional der fünften Potenz dieser absoluten Temperatur. Die Untersuchungen von Lummer

und Pringsheim (1869) sowie die von Paschen haben gezeigt, daß die Formeln (43) und (45) Ausdrücke für wirkliche Gesetze darstellen. Dies ergibt sich auch aus der folgenden Tabelle, welche Beobachtungen von Lummer und Pringsheim wiedergibt, die Größe E_m ist in willkürlichen Einheiten ausgedrückt.

T	λ_m	E_m	$A = \lambda_m T$	$B = E_m T^{-5}$
1646°	1,78 μ	270,6	2928	2246 . 10⁻¹⁷
1460,4	2,04	145,0	2979	2184
1259,0	2,35	68,8	2959	2176
1094,5	2,71	34,0	2966	2164
998,5	2,96	21,50	2956	2166
908,5	3,28	13,66	2980	2208
723	4,08	4,28	2950	2166
621,2	4,53	2,026	2814	2190

Mittelwert = 2940.

Somit fanden Lummer und Pringsheim

$$\lambda_m T = A = 2940 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (46)$$

Rubens und Kurlbaum nahmen folgenden Wert an

$$\lambda_m T = A = 2890 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (47)$$

Paschen fand 2921; Warburg, Leithäuser, Hupka und Müller erhielten bei Benutzung eines Flußspatprismas für die Dispersion 2923; ein Quarzprisma, dessen Anwendung einwandfreier war, gab 2888.

§ 14. Die Strahlung des absolut schwarzen Körpers als Funktion der Temperatur und Wellenlänge. Wir wenden uns jetzt den Arbeiten zu, welche die Form der Funktion $E(\lambda, T)$ zu bestimmen suchten, die, wie wir soeben sahen, gewisse Eigenschaften besitzen muß.

Der erste, welcher es versuchte, die Form der Funktion $E(\lambda, T)$ zu ermitteln, war W. A. Michelson (Moskau), welcher sich hierdurch ein unvergängliches Verdienst erworben hat. Er gab den ersten Anstoß zur Inangriffnahme einer der wichtigsten Aufgaben der neueren Physik. Seine Formel hat die folgende Form

$$E(\lambda, T) = C T^{\frac{3}{2}} \lambda^{-6} e^{-\frac{c}{T\lambda^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (48)$$

Sie ergibt

$$\lambda_m^2 T = \frac{c}{3} = Const.,$$

$$E_m T^{-4,5} = Const.,$$

entspricht also nicht den Formeln (43) und (45), die man jetzt als richtig anerkennen muß.

Von den seit 1896 vorgeschlagenen Formeln führen wir die folgenden an:

1. Formel von W. Wien (1896)

$$E = C\lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad \ldots \ldots \quad (49)$$

2. Formel von Thiesen (1900)

$$E = C\lambda^{-5} \sqrt{\lambda T}\, e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad \ldots \ldots \quad (50)$$

3. Formel von Lord Rayleigh (1900)

$$E = C\lambda^{-5} . \lambda T e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad \ldots \ldots \quad (51)$$

4. Formel von Lummer und Jahnke (1900)

$$E = C\lambda^{-5} . \lambda T e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{1,3}}} \quad \ldots \ldots \quad (52)$$

5. Formel von Planck (1900)

$$E = C \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1} \quad \ldots \ldots \quad (53)$$

6. Formel von Boissoudy (1913)

$$E = C\lambda^{-5} e^{\frac{c}{\lambda T}} \left[\frac{\lambda T}{c} + 1\right] \quad \ldots \ldots \quad (54)$$

Die Zahl c steht mit der Konstanten $\lambda_m T$ in einfachem Zusammenhange:

$$\left.\begin{array}{llll}
\text{Formel (49) gibt} & \ldots & c = 5\, \lambda_m T \\
\quad\text{„} \quad (50) \quad \text{„} & \ldots & c = 4{,}5\, \lambda_m T \\
\quad\text{„} \quad (51) \quad \text{„} & \ldots & c = 4\, \lambda_m T \\
\quad\text{„} \quad (52) \quad \text{„} & \ldots & c = \frac{4}{1{,}3} (\lambda_m T)^{1,3} \\
\quad\text{„} \quad (53) \quad \text{„} & \ldots & c = 4{,}965\, \lambda_m T \\
\quad\text{„} \quad (54) \quad \text{„} & \ldots & c = 4{,}828\, \lambda_m T
\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (54\,\mathrm{a})$$

Eine rein empirische Formel hat noch Walker (1914) aufgestellt.

Da man gegenwärtig weiß, daß alle diese Formeln vielleicht mit Ausnahme der Planckschen die Versuche nicht wiedergeben, so soll von einer Diskussion derselben abgesehen werden. Eingehend wird in Band V noch das Thema der schwarzen Strahlung behandelt werden. Hier soll nur noch kurz auf die Plancksche Formel eingegangen werden. Die Verteilung der Energie im Spektrum eines absolut schwarzen Körpers kann man ausdrücken nicht nur durch den Betrag $E(\lambda, T)$, sondern auch in der Form $E(\nu, T)$, wo ν die Schwingungszahl bedeutet. Aus der Formel für die Lichtgeschwindigkeit $c = \nu\lambda$ folgt

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} \quad \ldots \ldots \quad (55)$$

$E(\nu, T)\,d\nu$ ist der Energiebetrag derjenigen Strahlen, deren Schwingungszahlen zwischen ν und $\nu\,d\nu$ liegen. Da offenbar

$$\int_0^\infty E(\nu, T)\,d\nu = \int_\infty^0 E(\lambda, T)\,d\lambda = -\int_0^\infty E(\lambda, T)\,d\lambda \ldots \quad (56)$$

so erhalten wir die Gleichung

$$E(\nu, T)\,d\nu = -E(\lambda, T)\,d\lambda \ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

oder mit Rücksicht auf (55)

$$E(\nu, T) = \frac{c}{\nu^2} E(\lambda, T) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

Die Plancksche Formel lautet (wenn c die Lichtgeschwindigkeit ist)

$$E(\lambda, T) = 8\pi c h \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c h}{k \lambda T}} - 1}.$$

Wenn wir hier $\lambda = c:\nu$ einsetzen, so ergibt (58)

$$E(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{\nu h}{k T}} - 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

In dieser Form schreibt man jetzt gewöhnlich die Formel von Planck. Diese Formeln beziehen sich auf die Menge der Strahlungsenergie in der Volumeinheit, die mit schwarzer Strahlung erfüllt ist.

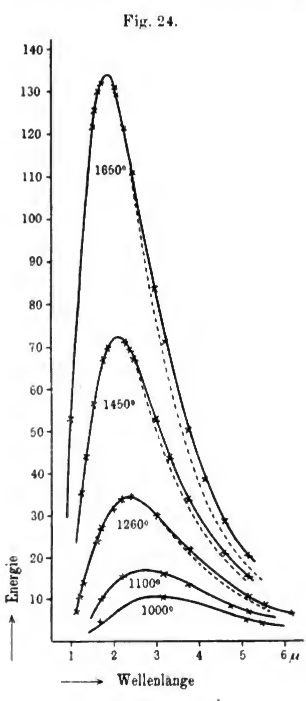
In diesen Formeln sind h und k zwei universelle Konstanten, und zwar im CGS-System: $h = 6{,}55 \,.\, 10^{-27}$ erg. sec; $k = 1{,}34 \,.\, 10^{-16} \frac{\text{erg}}{1\,\text{C}}$ und $k = R:N$, wo $R = 8{,}31 \,.\, 10^3$ die Gaskonstante ist, bezogen auf 1 Grammolekül; $N = 6{,}2 \,.\, 10^{23}$ die Avogadrosche Zahl, d.h. die Anzahl der Moleküle in einem Grammolekül eines Gases (Bd. I, Abt. 2, S. 112).

Die Formeln (62) bis (67) und insbesondere die Plancksche sind von einer großen Anzahl von Forschern geprüft worden, so besonders eingehend von Lummer und Pringsheim. Wieviel besser die Plancksche Formel die Versuche dieser Forscher wiedergibt als die Wiensche, geht aus der Fig. 24 hervor. Die × stellen die direkt beobachteten Werte dar. Die Figur zeigt zugleich den allgemeinen Verlauf der Kurven und deutlich erkennt man aus ihr, wie sich mit steigender Temperatur entsprechend dem Wienschen Verschiebungsgesetz das Maximum nach den kleineren Wellenlängen verschiebt.

Das Plancksche Gesetz ist weiter in neuester Zeit geprüft worden von Wanner, Holborn und Valentiner, Baisch (1911), Warburg (1913) und seinen Mitarbeitern, Coblentz, Mendenhall u. a. Wenn auch die Beobachtungen dieser Forscher nicht immer genau übereinstimmen, so

kann doch als sicher angesehen werden, daß das Plancksche Strahlungsgesetz die Beobachtungen besser wiedergibt, als irgend ein anderes. Eine vollständige Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie ist aber insbesonders für lange Wellen weder von Rubens und Kurlbaum, Warburg noch von Coblentz gefunden worden.

Fig. 24.



Beobachtungen von Lummer und Pringsheim.
—— Darstell. d. Energieverlaufs nach Planck.
Darstellung nach Wien.

Eine kritische Besprechung der zuverlässigsten Daten haben Nernst und Wulf (1919) gegeben. Sie kommen ebenfalls zu dem Ergebnis, daß die Plancksche Formel ungenau ist und ersetzen sie (Formel 53) durch die folgende:

$$E = C \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1} (1 + \alpha) \quad (60)$$

wo α eine empirische Konstante bedeutet. In neuester Zeit (Physikertagung in Jena 1921) hat Rubens seine Messungen wieder aufgenommen und unter Berücksichtigung der inzwischen gewonnenen Erfahrungen bedeutend verfeinert. Dabei hat sich ergeben, daß die Plancksche Formel die Versuche innerhalb der Beobachtungsfehler gut wiedergibt. Damit fallen das Nernst-Wulfsche Korrektionsglied α und die von diesen beiden Forschern aus dem angeblichen Nachweis der Ungenauigkeit der Planckschen Formel gezogene Folgerung, daß dem von Planck gegebenen Beweis seiner Formel der Boden entzogen sei.

Am Schluß dieses Abschnitts möge daran erinnert werden, daß Planck unter Zugrundelegung von vier universellen Konstanten, nämlich der Größen h und k, der Lichtgeschwindigkeit und der Gravitationskonstanten ein System natürlicher Maßeinheiten eingeführt hat. Sie sind bereits Bd. I, Abt. 1, S. 267 besprochen worden.

§ 15. Die Strahlung nichtschwarzer Körper. Die vorstehend besprochenen Gesetze, das Stefan-Boltzmannsche, das Wiensche und die Plancksche Strahlungsformel, gelten nur für den absolut schwarzen Körper und haben wir schon mehrfach darauf hingewiesen, z. B. bei dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz (S. 69), daß sie auf die nichtschwarzen Körper nicht angewandt werden dürfen. Es erhebt sich nun die Frage, welche Gesetze für diese Körper gelten.

Die Kurven in Fig. 24 stellen die Isothermen des absolut schwarzen Körpers dar; offenbar werden die Isothermen aller nichtschwarzen Körper unterhalb denselben verlaufen, wenn es sich um eine reine Temperaturstrahlung handelt. Ein besonderer Fall wäre der, daß die Kurve für einen bestimmten Stoff denselben Verlauf hat, wie für den schwarzen Körper, die Größe der Energie aber für alle Strahlen um den gleichen Prozentsatz geschwächt ist. Einen solchen Körper nennt man einen grauen Körper; derselbe wird alle Wellenlängen gleich stark reflektieren oder, was dasselbe ist, sein Absorptionsvermögen wird einen konstanten, von Wellenlänge und Temperatur unabhängigen Wert besitzen. Ist dies nicht der Fall, so besitzt der Körper ein selektives Emissions- und Reflexionsvermögen. Für alle grauen Körper gelten dieselben Formeln wie für den absolut schwarzen Körper, nur die sich auf Energiebeträge beziehenden Konstanten sind mit einem bestimmten Faktor, der kleiner als 1 sein muß, zu multiplizieren. Die Größen $A = \lambda_m T$ (Formel 43) haben denselben Wert wie für den schwarzen Körper, ungefähr 2890 (Formel 47), und das gleiche gilt für die Konstante c der Planckschen Formel, ungefähr gleich 14600 (vgl. 54). Solche grauen Körper werden sich in ihrem Verhalten also völlig den schwarzen Körper anschließen. Nach den Untersuchungen von Lummer (1914), Hyde (1912) und Senftleben und Benedict (1917) verhält sich die Kohle sehr angenähert wie ein grauer Körper. Die Gesamtstrahlung schreitet nach den Untersuchungen von Lummer proportional der vierten Potenz der absoluten Temperatur fort, ein Ergebnis, zu dem auch E. P. Hyde gelangt ist. Aus der eingehenden Untersuchung von H. Senftleben und E. Benedict ergab sich jedoch, daß, wenn auch nicht im ganzen Spektrum, so doch innerhalb kleinerer und größerer Gebiete, sich sowohl reine als auch präparierte Kohle wie ein grauer Körper verhält.

Umfangreiche Untersuchungen über die Strahlung nichtschwarzer Körper haben Paschen, Lummer, Kurlbaum, Pringsheim u. a. ausgeführt. Paschen untersuchte die Gültigkeit des Stefanschen Gesetzes für blankes und berußtes Platin. Bei beiden wuchs die Strahlung schneller als mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur; das schwach berußte Platin stand naturgemäß dem schwarzen Körper näher als das blanke, die Strahlung war bei ihm erheblich größer, das Anwachsen erfolgte langsamer. Ein analoges Resultat

erhielten Lummer und Kurlbaum (1898) bei der Untersuchung von Platin und Eisenoxyd; letzteres stand dem schwarzen Körper näher als das blanke Platin. Innerhalb kleiner Temperaturintervalle läßt sich bisweilen das Stefansche Gesetz auch für nichtschwarze Körper anwenden, wie P. Gruner für blankes Kupfer, Firnis und Ruß zwischen 0 und 90° gezeigt hat. Tereschin hat für die Strahlung galvanisch erhitzten Platins die Formel

$$E = Ce^{kT}(T^4 - T_0^4)$$

aufgestellt, k ist von der Oberfläche des strahlenden Körpers abhängig und wird für den schwarzen oder grauen Körper gleich 0 und die Formel geht in die Stefansche über.

Für die Strahlung des blanken Platins fanden Lummer und Pringsheim folgende Gesetze:

1. Die Gesamtstrahlung ist proportional der fünften Potenz der Temperatur.

2. Das Produkt aus maximaler Wellenlänge und absoluter Temperatur ist konstant und hat den Zahlenwert 2630 (für den schwarzen Körper 2940, siehe Formel 46).

3. Die maximale Energie schreitet proportional zur sechsten Potenz der Temperatur fort (für den schwarzen Körper vgl. Formel 45). Aschkinass (1905) hat diese Gesetze theoretisch abgeleitet und als nahezu gültig für alle Metalle nachgewiesen.

Paschen hat einen höheren Exponenten als Lummer und Kurlbaum gefunden. Paschen setzt in der Formel $E = cT^a$ den Exponenten nicht konstant gleich 4 bzw. 5, sondern gibt ihm eine für die verschiedenen Substanzen verschiedene Größe. Nach Coblentz (1909 bis 1911) haben die Energiekurven nichtschwarzer Körper einen wenig regelmäßigen Verlauf und gilt die Beziehung von Paschen nur, wenn man den Exponenten mit der Temperatur veränderlich annimmt. Von 800 bis 1700° fand er eine Abnahme dieser Größe von 6,5 bis 5,3. Nach Suydam (1915) kommen Glas, Lampenruß und Messing bei hohen Temperaturen dem schwarzen Körper wesentlich näher als bei tiefen.

§ 16. Lambertsches Gesetz. Lumineszenz. Gesetz von Draper.

Die Arbeiten der letzten Jahre haben nicht nur den wahren Sinn des Kirchhoffschen Gesetzes klargelegt und zu der mit ihm im Zusammenhange stehenden Lehre vom absolut schwarzen Körper geführt; sie haben uns auch in den Stand gesetzt, auf Grund des Kirchhoffschen Gesetzes die wahre Bedeutung der sogenannten Gesetze von Lambert und Draper, von denen schon früher die Rede war, zu erkennen.

Das Lambertsche Gesetz (S. 40) ist, wie wir sahen, nicht unbedingt richtig; die Abhängigkeit der Emission von der Richtung derselben muß durch einen komplizierteren Ausdruck dargestellt werden.

W. Uljanin (1897) hat zuerst auf den Zusammenhang zwischen dem Gesetze für die schiefe Strahlung und dem Kirchhoffschen Gesetze hingewiesen. Denken wir uns an der Oberfläche eines Körpers die Flächeneinheit und bezeichnen wir mit $J(\varphi, \lambda)$ die Intensität des Strahlenbündels von der Wellenlänge λ, welches von derselben in einer Richtung ausgesandt wird, welche mit einer zur Oberfläche des Körpers senkrechten Geraden den Winkel φ bildet. Der Querschnitt des Bündels ist dann gleich $\cos\varphi$. Nehmen wir ferner an, das Strahlenbündel sei durch eine Reihe von parallelen Diaphragmen begrenzt, durch welche es hindurchgeht und durch welche ein anderes Strahlenbündel mit der Wellenlänge λ in entgegengesetzter Richtung hindurchgelangen kann. Auf diese beiden Strahlenbündel wenden wir nun das Kirchhoffsche Gesetz an

$$e(\lambda) = a(\lambda)\, E(\lambda).$$

Hier ist $e(\lambda, T)$ die Intensität der Strahlung, folglich ist

$$J(\varphi, \lambda) = e(\lambda) \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

Macht man die Annahme, der Körper sei undurchlässig ($b = 0$), so erhält man auf Grund von Formel (18), S. 57, folgende Beziehung

$$J(\varphi, \lambda) = E(\lambda)\,[1 - r(\lambda)] \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

Für eine absolut matte Oberfläche (S. 50) hängt r nicht von φ ab, ist also $J(\varphi, \lambda)$ proportional $\cos\varphi$.

Das Lambertsche Gesetz gilt bloß für absolut matte Oberflächen (wo die Reflexion r von der Richtung der Strahlen unabhängig ist).

Für Oberflächen, welche nicht absolut matt sind, ist r eine Funktion von φ und man erhält für diese

$$J(\varphi, \lambda) = E(\lambda)\,[1 - r(\lambda, \varphi)] \cos\varphi \quad \ldots\ldots \quad (63)$$

Formel (63) stellt das verallgemeinerte Lambertsche Gesetz dar.

Für absolut glatte Oberflächen kann die Funktion $r(\lambda, \varphi)$ nach Formeln, die wir in der Lehre von der Polarisation der Strahlen kennen lernen werden, berechnet werden. Für den absolut schwarzen Körper ist $r = 0$, daher ist $E(\lambda)$ von φ unabhängig. Führt man noch die Abhängigkeit von der Temperatur T ein, so erhält man folgende allgemeinere Formel

$$J(\varphi, \lambda, T) = E(\lambda, T)\,[1 - r(\lambda, T, \varphi)] \cos\varphi\,. \;.$$

Bevor wir auf das sogenannte Drapersche Gesetz eingehen, wollen wir uns noch der Frage zuwenden, in welchem Zusammenhange die Erscheinung der Lumineszenz mit dem Kirchhoffschen Gesetze steht. Dies Gesetz

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T)\, E(\lambda, T)$$

ist nur für die Erscheinungen der rein kalorischen Strahlung gültig. Auf die Erscheinungen der Lumineszenz ist es nicht anwendbar. Hier sendet der Körper (sichtbare) Strahlen von kleiner Wellenlänge bei relativ niedriger Temperatur aus, es ist also, vgl. (58), $e > e_0$, obgleich $E < e_0$ ist, d. h. es ist für die Praxis $e > 0$, obgleich $E = 0$ ist, was nach dem Kirchhoffschen Gesetze nicht sein kann, da a kein unechter Bruch ist.

Nichtsdestoweniger gibt es gewisse schwerwiegende Gründe, welche auf den Gedanken führen, daß auch für die Erscheinungen der Lumineszenz zwar nicht das Kirchhoffsche Gesetz selbst, jedoch jener sich aus ihm ergebende Satz I gilt, dessen endgültige Fassung auf S. 63 gegeben wurde. Dieser Satz hat nicht den Charakter eines quantitativen Gesetzes und nimmt keine Rücksicht auf den absolut schwarzen Körper, sondern stellt bloß einen gewissen qualitativen Zusammenhang zwischen Emission und Absorption her. Es ist Grund zur Annahme vorhanden, daß ein lumineszierender Körper unter anderem jene Strahlen besonders stark absorbiert, die er selbst aussendet.

Als Bestätigung hierfür können folgende Erscheinungen angesehen werden.

Die Untersuchungen von Pringsheim und anderen haben gezeigt, daß das Leuchten von Gasen und Dämpfen in vielen Fällen eine Lumineszenzerscheinung ist (z. B. die gelbe D-Linie im Natriumdampf): auf diese Lumineszenzerscheinungen darf aber das Kirchhoffsche Gesetz eigentlich nicht angewandt werden. Nichtsdestoweniger liegt die gewaltige Bedeutung, welche das genannte Gesetz z. B. für die Astrophysik besitzt, gerade darin, daß man es auf leuchtende Gase und Dämpfe in Anwendung bringt. Sogar die erste hierher gehörige Erscheinung (Umkehrung des Spektrums) wurde von Kirchhoff an Lithiumdämpfen wahrgenommen, welche in der Bunsenflamme zum Leuchten gebracht waren. Somit basiert eine ganze Wissenschaft, die Astrophysik, auf Anwendung des Kirchhoffschen Gesetzes gerade bei dem Fall, auf welchen es als quantitatives Gesetz nicht anwendbar ist! Die qualitative Seite desselben jedoch, eine aus dem Gesetze sich ergebende Folge, ist, obgleich hierfür theoretische Erklärungen bis jetzt (1921) nicht vorhanden sind, auch auf jenen Fall anwendbar. Wir finden sonach:

Man hat Grund zur Annahme, daß die qualitative Seite des Kirchhoffschen Gesetzes (d. h. Satz I, S. 63) auch für die Erscheinungen der Lumineszenz gilt.

Strittig war lange die Frage, ob dies auch für Gase, welche unter dem Einflusse elektrischer Entladungen lumineszieren, gilt. Liveing und Dewar (1883) glaubten auf Grund ihrer Versuche diese Frage bejahen zu können, während Hittorf (1879), Cantor (1900) zu einem negativen Resultate gelangten. Neuere Versuche von Pflüger, Laden-

burg (1908), Perot (1909) u. a. entschieden endgültig im bejahenden Sinn. Pringsheim hat gezeigt, daß auf Grund theoretischer Erwägungen erwartet werden muß, daß der Intensitätsverlauf bei lumineszierenden Gasen dem Planckschen Strahlungsgesetz folgt, wenn das Gas sich im Strahlungsgleichgewicht befindet, homogen ist und wenn das Absorptionsvermögen bzw. Emissionsvermögen von der Strahlungsdichte unabhängig ist. Dann gilt auch quantitativ das Kirchhoffsche Gesetz.

Die hier behandelte Frage ist eingehend besprochen in dem Buch von H. Konen: Das Leuchten der Gase und Dämpfe, Braunschweig 1913, S. 302 u. f.

Wir wenden uns nunmehr der Frage zu, was es mit dem sogenannten Draperschen Gesetze, von dem bereits auf S. 37 die Rede war, eigentlich auf sich hat. Dasselbe lautete: alle Körper beginnen bei einer und derselben Temperatur sichtbares, und zwar rotes Licht auszusenden. Wie wir sahen, hatte Draper selbst gefunden, daß Kalk, Marmor und Flußspat früher zu leuchten begannen als andere Substanzen. Ferner war auch schon die eigentümliche Erscheinung der Grauglut erwähnt worden.

Lummer hat nun alle jene Lichterscheinungen erschöpfend erklärt, die man bei der allmählichen Temperatursteigerung wahrnimmt. Man hat hierbei zweierlei Erscheinungen voneinander zu trennen, eine objektive, hervorgerufen durch wirklich erfolgende Strahlung, und eine subjektive Erscheinung, die nur durch die besondere Beschaffenheit unseres Auges veranlaßt wird.

Wir wenden uns zunächst der objektiven Erscheinung zu. Betrachtet man die von Draper selbst angestellten Versuche (S. 37) kritisch, so findet man, daß sich alle von ihm untersuchten Körper unter solchen Bedingungen befanden, unter welchen ihre Strahlung identisch mit der des absolut schwarzen Körpers sein mußte; es ist daher nicht zu verwundern, daß sie sämtlich bei derselben Temperatur sichtbare Strahlen auszusenden begannen. Kalk, Marmor und Flußspat aber zeigen Lumineszenz, daher sie denn auch früher zu leuchten begannen als andere Substanzen. Die Draperschen Versuche beweisen daher sein Gesetz keineswegs.

Kirchhoff glaubte das Drapersche Gesetz als eine notwendige Folge seines eigenen Gesetzes

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) \,.\, E(\lambda, T)$$

ansehen zu können. Beginnt der absolut schwarze Körper gewisse, z. B. rote Strahlen auszusenden, so ist $E > 0$, folglich auch $e > 0$, d. h. es muß dann auch ein anderer Körper rote Strahlen auszusenden anfangen. Diese Schlußfolgerung ist jedoch unrichtig, wie wir dies im Satz II auf S. 62 bereits ausgedrückt hatten. Es kann der Fall

eintreten, daß $E > e_0$ also merkbar ist, während dennoch $e < e_0$, d.h. unterhalb der Wahrnehmbarkeitsgrenze bleibt. Da $a < 1$ ist, so sind die Beziehungen $E(\lambda, T) = e_0$ und $e(\lambda, T_1) = e_0$ nur dann möglich, wenn $T_1 > T$ ist; es beginnen also alle Körper bei einer höheren Temperatur sichtbare Strahlen auszusenden, als der absolut schwarze Körper, und diese Temperatur muß um so höher liegen, je kleiner a ist. Hieraus ergibt sich somit:

Ein Gesetz von der Fassung, wie sie Draper gab, existiert nicht. Die Draperschen Versuche beweisen nichts und die Ableitung des sogenannten Gesetzes von Draper aus dem Kirchhoffschen Gesetze ist unrichtig. Die verschiedenen Körper beginnen merkliche Mengen strahlender Energie von der Wellenlänge λ bei verschiedenen Temperaturen auszusenden, die um so höher liegen, je weniger die Körper dieselben absorbieren, d. h. je mehr sie dieselben reflektieren und hindurchlassen.

Der Irrtum Drapers ist dadurch veranlaßt worden, daß dieser Forscher die zu untersuchenden Stoffe in einem Hohlraum (Flintenlauf) erhitzte, also in Wirklichkeit die Glühtemperatur eines annähernd schwarzen Körpers beobachtete.

Um die subjektive Seite der Erscheinung zu verstehen, hat man zwei Eigenschaften des menschlichen Auges in Betracht zu ziehen.

Erstens ist die Netzhaut des Auges empfindlicher gegen Strahlen, welche der Mitte des sichtbaren Spektrums entsprechen, als gegen die äußersten roten, so daß bei geringer Strahlungsenergie die gelben und grünen Strahlen leichter wahrgenommen werden als die roten.

Zweitens spielt folgender Umstand eine wichtige Rolle. Die Netzhaut unseres Auges enthält zwei Arten von mikroskopischen Organen: Stäbchen (bacilli) und Zapfen (coni). Im gelben Flecke, d. h. dem mittleren Teile der Netzhaut, fehlen die Stäbchen vollständig. A. König und später insbesondere J. Kries haben gezeigt, daß diese beiden Organe durchaus verschiedene Eigenschaften besitzen: die Stäbchen sind in höherem Grade lichtempfindlich als die Zapfen, sie sind jedoch absolut nicht farbenempfindlich. Ein sehr schwaches Licht wird von den Stäbchen früher wahrgenommen als von den Zapfen, erscheint aber farblos, grau. Zur Erregung der Zapfen ist größere Intensität des Lichts erforderlich, dafür sind sie aber farbenempfindlich. Da im gelben Flecke die Stäbchen fehlen, so nehmen wir sehr schwaches Licht nur beim indirekten Sehen wahr und verschwindet dasselbe, sobald wir es zu fixieren, d. h. auf den gelben Fleck zu bringen suchen. Hiernach erklärt sich die unstete, düster nebelgraue Lichterscheinung vollkommen, welche bei der Grauglut auftritt (S. 37). Bei höherer Temperatur beginnt auch der gelbe Fleck Licht wahrzunehmen, der erste Schimmer dieses Lichts aber gehört aus dem früher erwähnten Grunde nicht dem

Rot, sondern dem Gelb und Grün an. Diese Tatsachen lassen sich leicht nach Lummer (1904) mittels dreier starkfadiger etwa $1\frac{1}{2}$ m voneinander entfernter und aus großer Entfernung betrachteter Glühlampen demonstrieren, deren Strom man langsam auf Null herabsetzt.

Die Intensität der sichtbaren Strahlung, oder die sogenannte photometrische Helligkeit H eines Körpers wächst sehr schnell bei Erhöhung der Temperatur. Lummer und Kurlbaum (1900) haben als erste die Abhängigkeit der ganzen sichtbaren Strahlung von der absoluten Temperatur T bestimmt. Für Platin stellten sie eine empirische Formel auf: $H_1 : H_2 = (T_1 : T_2)^x$, wobei x nur in kleinen Temperaturintervallen konstant bleibt. Für verschiedene T fanden sie folgende Zahlenwerte des Exponenten x:

$T =$	900	1000	1100	1200	1400	1600	1900
$x =$	30	25	21	19	18	15	14

Diese Zahlen zeigen, mit welcher enormen Geschwindigkeit die Helligkeit mit der Temperatur wächst, besonders bei der Rotglut; bei 820° ist sie doppelt so groß wie bei 800°. Guillaume (1901) und Lummer nehmen an, daß bei wachsendem T x sich dem Werte 12 nähert. Dabei wird durch Verdoppelung der absoluten Temperatur die Helligkeit z. B. um das 4000 fache vergrößert. Lummer (1914) fand für Kohle, daß x von 33 auf 8,5 herabsinkt, wenn T von 1700 bis 2900° anwächst. Rasch (1904) leitete theoretisch die Formel ab: $lg H = C - \frac{K}{T}$, wo C und K Konstante sind. Diese Formel kann man auch so schreiben: $H = H_1 . e^{a\left(1 - \frac{\vartheta}{T}\right)}$. Hier bedeutet ϑ diejenige Temperatur, bei welcher $H = H_1$. Wenn man H_1 gleichsetzt der Helligkeit einer Hefner-Altenecksehen Lampe, so erhält man für 1 mm² der Oberfläche eines schwarzen Körpers $a = 12{,}943$ und $\vartheta = 2068{,}4°$ absolut. Le Chatelier und Boudouard bestimmten die Helligkeit H für erhitztes Eisenoxyd und für rote Strahlen; sie fanden, wenn sie als Einheit die Helligkeit einer Kerze (vgl. Kapitel IX) annahmen: $H = 10^{6,7}\, T e^{-\frac{8210}{T}}$. Hieraus kann man berechnen, daß in der obigen Formel $a = 13{,}02$ ist, welcher Wert dem angegebenen sehr nahe liegt. Weitere Untersuchungen haben Guillaume (1901), Nernst, Eisler und Jablonski (1904) ausgeführt. Lucas zeigte, daß die Formel von Rasch aus der Formel (49) von Wien abgeleitet werden kann, wenn man diese auf $\lambda = 0{,}542\,\mu$ anwendet.

§ 17. Einfluß des umgebenden Mediums auf den Übergang von Wärmeenergie in strahlende Energie. Kirchhoff (1860) und nach ihm Clausius (1864) haben bewiesen, daß das Emissionsvermögen der

Körper vom umgebenden Medium abhängt und daß es für schwarze Körper proportional dem Quadrate der Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie in diesem Medium ist. Sei E das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers im Vakuum, e dasselbe in einem beliebigen Medium, V und v die Geschwindigkeit der Strahlen im Vakuum und dem gewählten Medium; dann ist $e:E = V^2:v^2$; es ist aber $\frac{V}{v} = n$, wo n den Brechungsquotienten [Formel (6) auf S. 27] des Mediums darstellt, daher ist

$$e = n^2 E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

Das Emissionsvermögen schwarzer Körper ist proportional dem Quadrate des Brechungsquotienten für das umgebende Medium. Dieses Gesetz wird gewöhnlich das Clausiussche Gesetz genannt; wir werden es das Kirchhoff-Clausiussche Gesetz nennen.

Quintus Icilius hat das Kirchhoff-Clausiussche Gesetz geprüft, indem er die Strahlungen von erhitztem Kupfer in CO_2 und H miteinander verglich; seine Versuche können als Bestätigungen obigen Gesetzes gelten.

Smoluchowski de Smolan brachte drei äquidistante horizontale Platten übereinander, erhielt die untere auf einer Temperatur von 0°, die obere bei 36° und bestimmte die Temperatur der mittleren Platte, wenn zwischen den Platten einmal Luft, ein anderes Mal CS_2 enthalten war. Nach Einführung aller erforderlichen Korrektionen erhielt er eine genügende Übereinstimmung mit dem Kirchhoff-Clausiusschen Gesetze. Neuere theoretische Herleitungen des Kirchhoff-Clausiusschen Gesetzes stammen von Smoluchowski de Smolan, Bartoli, Fürst B. Galitzin, Planck (1900), W. Uljanin, W. Michelson u. a. Einen relativ sehr einfachen, jedoch nicht vollkommen strengen Beweis hat Mach gegeben.

§ 18. Druck der strahlenden Energie. Die von Maxwell geschaffene elektromagnetische Theorie der strahlenden Energie führt zu dem bemerkenswerten Resultate, daß die Oberfläche eines Körpers, auf welchen ein Strom von strahlender Energie auftritt, einen gewissen Druck erleidet, der für die Oberflächeneinheit numerisch gleich der gesamten in der Volumeneinheit enthaltenen strahlenden Energie ist, falls die Oberfläche des Körpers absolut schwarz ist, d. h. die gesamte Energiestrahlung absorbiert ($r = 0$). Sei der Druck auf die Fläche S gleich F und E die Menge der strahlenden Energie im Volumen V, dann ist

$$\frac{F}{S} = \frac{E}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

Beide Seiten der Beziehung (65) sind von derselben Dimension, denn es ist

$$[F] = \frac{ML}{T^2}, \quad [S] = L^2; \quad [E] = \frac{ML^2}{T^2} \quad \text{und} \quad [V] = L^3.$$

Der Druck in Dynen pro Quadratzentimeter ist gleich der Anzahl Ergs in einem Kubikzentimeter des Volumens.

Sind die Strahlen senkrecht zur Oberfläche des Körpers und werden sie vollkommen reflektiert ($r = 1$), so ist der Druck F doppelt so groß als der aus (65) folgende.

Für eine beliebige Oberfläche erhält man folgenden Ausdruck für den auf die Oberflächen**einheit** wirkenden Druck f

$$f = \frac{F}{S} = \frac{E}{V}(1 + r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

wo der Reflexionskoeffizient r zwischen Null und Eins liegt. Dasselbe Resultat (66) erhielt **Bartoli** (1883) unabhängig von **Maxwell**. Fernere theoretische Untersuchungen über diese Frage stellten **Boltzmann** (1884), **Guillaume**, **Heaviside**, Fürst B. **Galitzin** (1892), **Havelock** (1900), D. **Goldhammer** (1901), **Abraham** (1904), **Poynting** (1905), **von Hirsch** (1908), **Debye** (1908), **Nicholson** (1912) u. a. an. Einige der bezüglichen Untersuchungen stützen sich auf die Grundprinzipien der Thermodynamik; wir können hier nicht näher auf sie eingehen. Wenn die Strahlen mit der Normalen der Oberfläche des Körpers den Winkel φ bilden, so ist der Druck auf die Einheit der Oberfläche gleich

$$f = e(1 + r)\cos^2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

wo $e = E : V$ die Energie der Volumeneinheit bedeutet. **Poynting** zeigte, daß die Strahlen auch eine **tangentiale** Kraft auf den Körper ausüben, wenn $\varphi > 0$ ist. Die Größe dieser Kraft, bezogen auf die Einheit der Oberfläche, ist gleich

$$f_1 = \frac{e}{2}(1 - r)\sin 2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

Wenn $r = 1$ oder ferner wenn $\varphi = 0$, so ist $f_1 = 0$; also die Absorption der Strahlen ist die notwendige Bedingung für das Auftreten der tangentialen Kraft, die ihr Maximum bei $\varphi = 45^0$ erreicht, wenn nicht auch r von φ abhängt, also jedenfalls bei $r = 0$.

Sehr interessant ist, daß bereits **Kepler** (1619) an einen Druck des Lichtes dachte, wobei er freilich von der Emanationstheorie ausging; durch diesen Druck suchte er die Entstehung der von der Sonne abgekehrten Kometenschweife zu erklären. Seine Anschauung wurde von **Longomontanus** (1622) unterstützt und **Euler** (1746) kam auf sie wieder zurück. **Fitzgerald** (1883) führte die Wirkung der Strahlen

auf die Wirkung der Maxwellschen Druckkräfte auf die in den Kometenköpfen verdampfenden Stoffe zurück.

Die ersten Versuche, sich von dem Vorhandensein eines Druckes der Lichtstrahlen zu überzeugen, wurden von De Mairan und Du Fay (1754) ausgeführt. Sie kamen indes zu keinen klaren Ergebnissen und ebendasselbe läßt sich von den Versuchen von Fresnel (1825), Zöllner, Bartoli und Crookes sagen; die Untersuchungen des letzteren führten zur Entdeckung der radiometrischen Erscheinungen.

Fig. 25.

P. Lebedew hat zuerst (1900) die Maxwell-Bartolischen Druckkräfte experimentell nachgewiesen. Die allgemeine Anordnung seiner Apparate ist in horizontalem Querschnitt aus Fig. 25 zu ersehen, während Fig. 26 den beweglichen Hauptteil darstellt. Letzterer ist ein in horizontaler Lage aufgehängter Apparat aus runden Plättchen (von 5 mm Durchmesser), auf deren Oberfläche der Druck der Energiestrahlung einwirkte. In Fig. 26 sind drei solche Apparate dargestellt; die beigeschriebenen Zahlen beziehen sich auf das Material, aus welchem die Plättchen bestehen, sowie auf die Beschaffenheit ihrer Oberflächen, nämlich

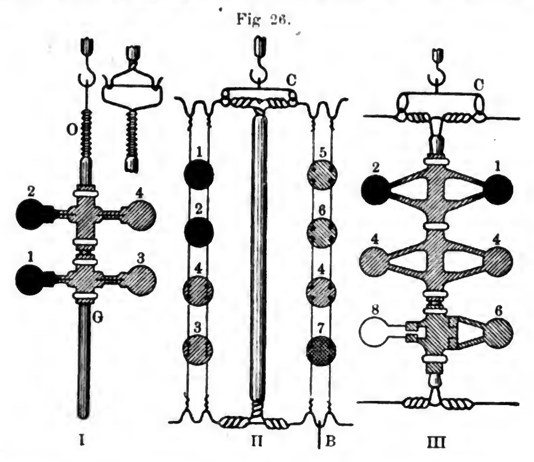
1. Platin,	mit dicker Schicht platiniert,		
2. Platin,	„ fünfmal dünnerer Schicht platiniert,		
3. Platin,	„ spiegelblanker Oberfläche, Dicke	0,10	mm,
4. Platin,	„ „ „ „	0,02	„
5. Aluminium,	„ „ „ „	0,10	„
6. Aluminium,	„ „ „ „	0,02	„
7. Nickel,	„ „ „ „	0,02	„
8. Glimmer,	„ „ „ „	< 0,01	„

Jeder dieser kleinen Apparate konnte bei *R* (Fig. 25) innerhalb des Glasballons *G* aufgehängt werden, und zwar so, daß sich die

Plättchen in einer durch RB gehenden vertikalen Ebene befanden. Ein Strahlenbündel konnte auf eine der Platten senkrecht zu ihrer Oberfläche gerichtet werden, und zwar wechselweise auf die rechts oder links befindliche Oberfläche (vgl. Fig. 26).

Das Licht einer Bogenlampe B wurde durch die Kondensatorlinse C in der Öffnung des Diaphragmas D konzentriert und ging hierauf nach Verlassen der Linse K als paralleles Lichtbündel weiter. Ein Glasgefäß W mit planparallelen Wandungen war mit Wasser gefüllt, um die infraroten Strahlen ($\lambda > 1{,}2\,\mu$) zurückzuhalten, während

Fig. 26.



die ultravioletten Strahlen durch die Gläser absorbiert wurden, durch welche die Strahlen hindurchgehen mußten. S_1, S_2,... S_6 sind Spiegel; S_1 und S_4 konnten aus der Stellung, welche sie in Fig. 25 haben, so weit nach rechts gebracht werden, daß die Strahlen auf S_4 fielen. Wenn die Strahlen auf S_1 fielen, wurden sie von S_1, S_2 und S_3 reflektiert und mittels der Linse L_1 in R auf der einen (rechten) Oberfläche einer der Kreisscheibchen konzentriert. Waren S_1 und S_4 zur Seite gerückt, so gingen die Strahlen in der Richtung $S_4 S_5 S_6$ und wurden mittels der Linse L_2 auf der anderen (linken) Seite des Kreisscheibchens konzentriert.

Um die relativen Änderungen der Strahlungsenergie verfolgen zu können, wurde ein bestimmter Teil des auffallenden Strahlenbündels von der Glasplatte P_1 nach der Thermosäule T reflektiert, welche aus Eisen und Konstantan bestand und in ihrer Konstruktion an den auf S. 19 (Fig. 6) beschriebenen Apparat von Rubens erinnerte.

Die Luft im Glasballon G wurde bis zu einem Drucke von weniger als 0,0001 mm Quecksilbersäule entfernt.

Zur Messung der absoluten Größe der Strahlungsenergie diente ein Kalorimeter, welches hier nicht beschrieben werden soll. Es ergab sich, daß zu jedem der Scheibchen (von 5 mm Durchmesser) in der Minute 1,2 bis 1,8 Grammkalorien gelangten. Der Reflexionskoeffizient r der Scheibchen wurde besonders bestimmt. Durch Beobachtung der Schwingungen, welche die in G aufgehängten Scheibchen ausführten, bestimmte Lebedew (wie dies bei Beobachtung der Schwingungen eines Wagebalkens geschieht) ihre Gleichgewichtslage, falls sie von der einen oder der anderen Seite her beleuchtet wurden. Diese Gleichgewichtslagen verschoben sich, und aus der Größe jener Verschiebungen konnte der vom Strome der strahlenden Energie ausgeübte Druck ermittelt werden. Dieser stimmte innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler genügend gut mit der Größe überein, die man durch Rechnung nach Formel (66) erhält.

Letztere Berechnung wird folgendermaßen angestellt. Sei q die Energie der Strahlung, welche in der Sekunde zu 1 qcm der Oberfläche gelangt, ausgedrückt in Ergs. Diese Energie kann man sich im Innern eines Zylinders verteilt denken, dessen Querschnitt gleich 1 qcm, dessen Länge gleich der Lichtgeschwindigkeit, d. h. gleich $3 \cdot 10^{10}$ cm ist. Hieraus ergibt sich für die in (66) vorkommende Größe $E : V$ folgender Wert:

$$\frac{E}{V} = \frac{q}{3 \cdot 10^{10}} \text{ Erg,}$$

also

$$f = \frac{q}{3 \cdot 10^{10}} (1 + r) \text{ Dynen} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (69)$$

Lebedew hat sich davon überzeugt, daß die von ihm beobachteten Ablenkungen der Scheibchen nicht durch gewöhnliche radiometrische Wirkungen hervorgerufen sein konnten.

Wir werden später sehen, daß auf 1 qcm einer zu den Sonnenstrahlen senkrechten, außerhalb der einen beträchtlichen Teil der Energie absorbierenden Erdatmosphäre befindlichen Fläche eine Menge strahlender Energie auffällt, welche nahezu 2 Grammkalorien oder 82 Megaerg pro Minute gleichkommt. Hieraus findet man

$$q = 7 \cdot 10^5 \text{ Erg.}$$

Setzt man diesen Wert in (66) ein und setzt $r = 0$, so erhält man einen Druck von $^4/_9$ Dynen pro Quadratmeter einer schwarzen Fläche. Für eine absolut reflektierende Fläche ($r = 1$) würde der Druck doppelt so groß ausfallen. Geht ein Teil der Energie durch den Körper hindurch, so muß derselbe, da er keinen Druck ausübt, von q subtrahiert werden.

Nichols und Hull (1901) haben ebenfalls, jedoch später als Lebedew, den Druck f gemessen und mit der Theorie übereinstimmende Resultate erhalten. Einen Demonstrationsversuch hat Amerio (1909) beschrieben. Weiter haben über diesen Gegenstand gearbeitet Poynting und Guy Barlow (1910). Poynting ist es gelungen, die tangentiale Kraft experimentell nachzuweisen und ihre Größe zu messen, die mit der Formel übereinstimmt.

Ein strahlender Körper muß einen Druck erfahren, dessen Richtung der Ausstrahlung genau entgegengesetzt ist; dieser Druck entspricht dem Rückstoß bei einer Kanone. Poynting hat auch diesen Rückstoß experimentell nachgewiesen.

Auf Grund dieser positiven Versuchsergebnisse ist der von Kepler stammende Gedanke neuerdings wieder aufgenommen worden, den Einfluß des Lichtdruckes auf gewisse kosmische Erscheinungen, z. B. auf die Bildung der Kometenschweife, zu untersuchen. Der erste, welcher die abstoßende Kraft des Lichtes mit der Newtonschen Anziehung verglich, war P. Lebedew (1892); er zeigte, daß für Körper von geringen Dimensionen die erstere größer werden könne als die letztere. In der Tat nimmt die Anziehung proportional dem Kubus, die Abstoßung proportional dem Quadrate der linearen Dimensionen ab. Ferner muß man beachten, daß in der Nähe der Sonnenoberfläche die Intensität der Strahlung 46 520 mal größer ist als an der Erde, während die Newtonsche Anziehungskraft nur 27,5 mal größer ist als an der Erdoberfläche.

Arrhenius (1900) und Schwarzschild (1901) haben die auf Abstoßung der Sonnenstrahlen basierende Kometentheorie weiter entwickelt und mit der bekannten Theorie von Bredichin in Verbindung gebracht. Arrhenius findet, daß für ein kugelförmiges Partikelchen, welches sich in der Nähe der Sonnenoberfläche befindet und welches die Dichte des Wassers und einen Durchmesser von 1,5 μ hat, die Abstoßung der Sonnenstrahlen der Sonnenanziehung gerade gleichkommt. Für noch kleinere Partikel überwiegt die Abstoßung über die Anziehung. Schwarzschild hat die weiteren Schlußfolgerungen von Arrhenius wesentlich korrigiert, indem er zeigte, daß das Verhältnis des Druckes der strahlenden Energie zur Massenanziehung ein Maximum hat, wenn der Durchmesser der kugelförmigen Partikel ungefähr $\lambda : 3$ beträgt, wo λ die Wellenlänge bedeutet; bei weiterer Abnahme der Partikel nimmt auch dieses Verhältnis schnell ab. Die Theorie ist auch imstande, die beobachteten Formen der Kometenschweife vollkommen zu erklären. Diese Zahlenangaben erleiden eine wesentliche Veränderung, wenn die Teilchen das Licht absorbieren oder zerstreuen. Unter Berücksichtigung dieser Größen hat Debye (1909) die Theorie entwickelt. Von Lebedew (1910) ist dieser Lichtdruck auf Gase auch experimentell gemessen worden. Aus seiner Untersuchung ergab sich vollständige Übereinstimmung

zwischen der Erfahrung und der Theorie von Fitzgerald. Ehrenhaft (1914) hat die Wirkung des Lichtdruckes auf Partikelchen, deren Durchmesser von der Größe der Lichtwellenlänge war, sichtbar gemacht; mit Hilfe desselben konnte man deutlich erkennen, daß entsprechend der Schwarzschildschen Theorie für Partikelchen von bestimmter Größe die Wirkung des Lichtdruckes ein Maximum hat. Ehrenhaft (1918) glaubte weiter gefunden zu haben, daß das Licht auf kleine Teilchen nicht nur einen Druck, sondern auch einen Zug ausüben könne, den er lichtnegative Photophorese nannte, doch haben Epstein (1919) und Rubinowicz (1920) es wahrscheinlich gemacht, daß es sich hierbei um sekundäre Effekte, z. B. um den Radiometereffekt handelt.

Literatur.

Zu § 1.

Draper: Phil. Mag. (3) **30**, 345, 1847; Amer. Sc. Journ. (2) **4**, 1847; Scient. Mem., London 1878, p. 44.
H. F. Weber: Wied. Ann. **32**, 256, 1887.
Stenger: Wied. Ann. **32**, 271, 1887.
Emden: Wied. Ann. **36**, 214, 1889.
Violle: Compt. rend. **88**, 171, 1879; **92**, 866 u. 1204, 1881; Journ. de phys. (3) **1**, 298, 1892.
Gray: Phil. Mag. (5) **37**, 555, 1894; Proc. phys. Soc. **13**, 122, 1894.
S. Tereschin: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **25**, 102, 1893.
Pettinelli: Nuovo Cimento (4) **1**, 183.
E. Wiedemann: Wied. Ann. **34**, 446, 1888; Über Lumineszenz, Erlangen 1901; E. Wiedemann und G. C. Schmidt: Wied. Ann. **54**, 604, 1895, **56**, 18, 201, 1895.
Pope: Nature **59**, 618, 1899.
Richarz: Sitzungsber. d. naturw. Ver. Greifswald, 1. Febr. 1899.
Tschugaeff: Chem. Ber. **34**, 1820, 1901.
Trautz: Ztschr. f. phys. Chem. **53**, 1, 1905; Bericht über Chemilumineszenz, Jahrb. f. Radioaktivität u. Elektrot. **4**, 136, 1907.
Trautz und Schorigin: Ztschr. f. wiss. Photogr. **3**, 80, 1905.
van Eck: Pharmazeutisch Weekblad **48**, 581, 611, 654, 1911.
Imhof: Phys. Ztschr. **18**, 78, 374, 1917; **20**, 131, 1919.
H. Schmidt: Phys. Ztschr. **19**, 399, 1918; Naturwissenschaften **6**, 641, 1918.
v. Hauer: Wien. Ber. **127**, 369, 1918.
J. Borgmann: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **29**, 116, 1897; Compt. rend. **124**, 895, 1897.
Rose: Pogg. Ann. **52**, 443, 1841.
Phipson: Rep. of Brit. Assoc., 28. meeting, p. 76, 1858.
Bandrowski: Ztschr. f. phys. Chem. **15**, 325, 1892.
Reboul; Compt. rend. **168**, 1195, 1919.
R. Dubois: Compt. rend. **132**, 431, 1901.

Leuchten radioaktiver Körper:

Sir W. und Lady Higgins: Astrophys. Journ. **18**, 151, 1903; Journ. de Phys. **1903**, 151; **1904**, 253; **1906**, 310; **1907**, 138, 268.
Crookes: Proc. Roy. Soc. **72**, 295, 1903; Chem. News **88**, 202, 1903.

Stern: Jahrb. d. Radioaktivität **2**, 147, 1905.
Walter: Ann. d. Phys. **20**, 237, 1906.
Pohl: Verh. d. D. Phys. Ges. **1905**, 458.
Himstedt und Meyer: Verh. d. D. Phys. Ges. **1906**, 433; Phys. Ztschr. **1906**, 762.

Zu § 2.

Lambert: Photometria sive de mensura et gradibus luminis colorum et umbrae. Augsburg 1760.
Leslie: Inquiry into the nature of heat. London 1804.
Fourier: Ann. chim. et phys. (2) **6**, 259, 1817; **27**, 236, 1824; Pogg. Ann. **20**, 375, 1824.
Melloni: La thermochrose I, Naples 1850; Ann. chim. et phys. (2) **53**, 5, 1833; **55**, 337, 1833; **70**, 435, 1835; **75**, 79, 337, 1840; Pogg. Ann. **35**, 112, 277, 385, 530, 1835; **45**, 101, 1838; **65**, 101, 1845; **74**, 147, 1848.
Ångström: Wied. Ann. **26**, 253, 1885.
Godard: Ann. chim. et phys. (6) **10**, 354, 1887.
Möller: Wied. Ann. **24**, 266, 1885.
Poisson: Ann. chim. et phys. (2) **26**, 225, 1824.
Lommel: Wied. Ann. **10**, 449, 1880.
W. Uljanin: Das Lambertsche Gesetz (russ.), Kasan 1899; Wied. Ann. **62**, 528, 1897.
Kolaček: Wied. Ann. **64**, 398, 1898.
Chacornac: Compt. rend. **49**, 806.
Pickering and Strange: Proc. Amer. Acad. (2) **2**, 428.
H. C. Vogel: Berl. Ber. 1877, S. 104.
Frost: Astr. Nachr. 130.
Jentzsch: Ann. d. Phys. **39**, 997, 1912.
King: Phil. Mag. **23**, 237, 1912.
Worthing: Astrophys. Journ. **36**, 345, 1912.

Zu § 3 bis 6.

De la Provostaye et Desains: Ann. chim. et phys. (3) **12**, 129, 1841; **16**, 337, 1846; **22**, 348, 1848; **34**, 192, 1852; Compt. rend. **24**, 60, 1847; **26**, 212, 1848.
Wiedeburg: Wied. Ann. **66**, 92, 1898.
Knoblauch: Pogg. Ann. **70**, 205, 337, 1847; **71**, 1, 58, 1847; **101**, 161, 1857; **120**, 177, 1863; **125**, 1, 1865; **136**, 66, 1869; **139**, 150, 1870.
Newton: Phil. Trans. 1701, Nr. 270; Principia, III, prop. 8, coroll. 4. Opusculum II, p. 423, opusculum 21.
Dulong et Petit: Ann. chim. et phys. (2) **7**, 225, 337, 1818; (3) **2**, 1841.
Stefan: Wien. Ber. **79**, II, 391, 1879.
Boltzmann: Wied. Ann. **22**, 31, 292, 1884.
Ferrel: Amer. Journ. of Sc. **38**, 1889.
Violle: Compt. rend. **88**, 171, 1879; **92**, 866, 1204, 1881.
Rosetti: Atti della R. Acc. d. Lincei (3) **2**, 174, 1878.
H. F. Weber: Berl. Ber. 1888 (2), S. 933.
Christiansen: Wied. Ann. **19**, 279, 1883.
Kurlbaum: Wied. Ann. **65**, 746, 1898; Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 576, 792, 1912.
Féry: Ann. chim. et phys. **17**, 267, 1909.
Bauer et Moulin: Compt. rend. **149**, 988, 1909; **150**, 167; **151**, 468, 1910; Journ. de Phys. **9**, 468, 1910.
Valentiner: Ann. de Phys. **31**, 275, 1910; **39**, 489, 1912; **41**, 1056, 1913.

Féry et Drecq: Journ. de Phys. **1**, 551, 1911; **3**, 380, 1913.
Shakespear: Proc. Roy. Soc. **86**, 180, 1911.
Gerlach: Ann. de Phys. **38**, 1, 1912; **40**, 701; **41**, 99, 1913; Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektrot. **15**, 137, 1918; Ztschr. f. Phys. **2**, 76, 1920.
Puccianti: Nuovo Cimento **4**, 31, 322, 1912.
Westphal: Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 987, 1912; **15**, 897, 1913.
Keene: Proc. Roy. Soc. **68**, 49, 1913.
Marya Kahanowicz: Lincei Rend. **28**, 73, 1919.
Hyde, Forsythe and Cady: Phys. Rev. **8**, 45, 1919.
Coblentz and Emerson: Bull. Bur. Stand. **12**, 503, 1916.
Coblentz: Phys. Rev. **14**, 174, 1919.
Flamm: Phys. Ztschr. **18**, 515, 1917.
Tumlirz: Wien. Ber. **97**, 1521, 1625, 1888; **98**, 826, 1122, 1889; **112**, 1382, 1903; **113**, 501, 1904; Wied. Ann. **38**, 640, 1889.
K. Ångström: Wied. Ann. **67**, 647, 1899; Phys. Ztschr. **3**, 257, 1902; Astrophys. Journ. **15**, 223, 1902.

Zu § 7.

Schaum: Ztschr. f. wiss. Photogr. **7**, 406, 1909.

Zu § 8.

K. Ångström: Wied. Ann. **26**, 276, 1885; Öfersigt af kon. Vetens. Akad. Förhandl. **55**, 283, 1898.
Crova et Compan: Compt. rend. **126**, 707, 1898.
F. Kurlbaum: Wied. Ann. **67**, 846, 1899; Ann. d. Phys. **2**, 546, 1900.
Rubens und Nichols: Wied. Ann. **60**, 418, 1897.

Zu § 9.

Houllevigue: Compt. rend. **140**, 428, 1905,
Tichoff: Nachr. Pulkowaer Observ. **26**, 31, 1909; **29**, 75, 1911; **40**, 35; Compt. rend. **148**, 266, 1909.
Parkhurst: Astrophys. Journ. **30**, 33, 1909.
Kapteyn: Astrophys. Journ. **29**, 46, 1909; **30**, 284, 1909.
Ives: Astrophys. Journ. **31**, 157, 1910.
Comstock: Astrophys. Journ. **31**, 270, 1910.
Schultz-Sellack: Pogg. Ann. **139**, 187, 1870.
Friedel: Wied. Ann. **55**, 452, 1895.
Zsigmondy: Wied. Ann. **57**, 639, 1896.
K. Ångström: Wied. Ann. **36**, 715, 1889.
Arnò: Atti R. Acc. Torino **28**, 746, 1893.
Bianchi: Nuovo Cimento **8**, 285, 1898.
Geer: Phys. Rev. **16**, 94, 1903.
Beer: Pogg. Ann. **106**, 78, 1852.
Hagen: Pogg. Ann. **106**, 33, 1859.
Bernard: Ann. chim. et phys. (3) **35**, 1852.
Vierordt: Anwendung des Spektralapparates zur Messung und Vergleichung farbigen Lichtes, Tübingen 1873; Quantitative Spektralanalyse, Tübingen 1876.
Zöllner: Pogg. Ann. **109**, 244, 1860; **142**, 88, 1871.
Glan: Pogg. Ann. **111**, 48, 1870; Wied. Ann. **3**, 54, 1878.
Stumpf: Phys. Ztschr. **10**, 29, 1909.
Svedberg und Pihlblad: Ztschr. f. phys. Chem. **74**, 513, 1910.

Pihlblad: Ztschr. f. phys. Chem. **81**, 417, 1912.
Magnus: Pogg. Ann. **112**, 351, 497, 1861; **118**, 575, 1863; **121**, 186, 1864; **124**, 476, 1865; **127**, 613, 1866; **130**, 207, 1867; **134**, 102, 1868; Ann. chim et phys. (3) **64**, 489, 1862; **67**, 357, 1863; (4) **6**, 41, 1865; **13**, 436, 1868; **15**, 470, 1868.
Tyndall: Phil. Mag. (4) **22**, **23**, **25**, **26**, **32**; Phil. Trans. 1864, S. 201, 327.
Hoorweg: Pogg. Ann, **155**, 385, 1875; Journ. de phys. (1) **5**, 22, 97, 1874; **6**, 153, 1875.
Haga: Thèse à l'Univers. de Leyde, 1876; Journ. de phys. (1) **6**, 21, 1875.
Röntgen: Wied. Ann. **22**, 1, 1884.
Kurlbaum: Wied. Ann. **61**, 417, 1897.
K. Ångström: Wied. Ann. **39**, 267, 1890.
J. Koch: Öfersigt af kon. Vetens. Akad. Förhandl. 1901, Nr. 6, p. 475.
Arrhenius; Ann. d. Phys. **4**, 690, 1901.
Paschen: Wied. Ann. **53**, 334, 1896.
Rubens und Aschkinass: **64**, 584, 1898.

Zu § 10.

Kirchhoff: Pogg. Ann. **109**, 292, 1860; Berl. Ber. 1859, S. 216.
Euler: Theoria lucis et colorum.
A. Ångström: Pogg. Ann. **94**, 141, 1853; **97**, 290, 1854.
De la Provostaye et Desains: Compt. rend. **36**, 84; **37**, 168, 1853.
Stewart: Proc. Edinb. Soc. 1857/58, p. 95; 1858/59, p. 203; Phil. Mag. (4) **20**, 169; **21**, 391.
Voigt: Wied. Ann. **67**, 366, 1899.
Pringsheim: Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 81, 1901; Rapports Congr. int. de Phys. **2**, 101. Paris 1900.
Hilbert: Phys. Ztschr. **13**, 1056, 1912; **15**, 874, 1914; Götting. Nachr. 1913, S. 409. Vgl. auch Phys. Ztschr. **14**, 592, 1913 u. Pringsheim: Phys. Ztschr. **14**, 589, 847, 1913.

Zu § 11.

Kirchhoff: Pogg. Ann. **109**, 292, 1860.
B. Stewart: Phil. Mag. (4) **21**, 391, 1861.
A. Pflüger: Ann. d. Phys. **7**, 806, 1902.
Magnus: Pogg. Ann. **139**, 445, 1870.
Rubens und Nichols: Wied. Ann. **60**, 429, 1897.
Abramczyk: Wied. Ann. **64**, 625, 1898.

Zu § 12.

Bouman: Versl. K. Ak. d. Wetens. Amsterdam **5**, 438, 1897.
Rosenthal: Wied. Ann. **68**, 783, 1899; Diss., Berlin 1899.
Kirchhoff: Untersuchungen über das Sonnenspektrum usw., 2. Aufl., Berlin 1862; Ostwalds Klassiker, Nr. 100, S. 36; Pogg. Ann. **109**, 292, 1860.
Pringsheim: Rapp. prés. au Congr. d. Phys. **2**, 101, Paris 1900; Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 81, 1901.
Christiansen: Wied. Ann. **21**, 364, 1884.
Boltzmann: Wied. Ann. **22**, 31, 1884.
St. John: Wied. Ann. **56**, 433, 1895.
Reid: Astrophys. Journ., August 1895.
Lummer und Wien: Wied. Ann. **56**, 451, 1895.
Lummer und Pringsheim: Wied. Ann. **63**, 399, 1897.

Lummer und Kurlbaum: Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 106, 1898; Ann. d. Phys. **5**, 829, 1901.
Kurlbaum und Schulze: Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 428, 1903.
Valentiner: Ann. d. Phys. **31**, 275, 1910.
Hoffmann und Meissner. Ztschr. f. Instr. **32**, 201, 1912; **33**, 156, 1913.
Eine genaue Beschreibung der Einzelheiten der Temperaturmessung mittels des schwarzen Körpers findet man in F. Henning: Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung. Braunschweig 1915.

Zu § 13.

Stefan: Wien. Ber. **79**, 391, 1879.
Boltzmann: Wied. Ann. **22**, 31, 291, 1884.
Planck: Ann. d. Phys. **1**, 115, 1900.
Grätz: Wied. Ann. **11**, 913, 1880; **36**, 857, 1889.
Rivière: Compt. rend. **95**, 452, 1882.
W. Siemens: Proc. Roy. Soc. **35**, 166, 1883.
Abney and Festing: Phil. Mag. (5) **16**, 224, 1883.
Bottomley: Proc. Roy. Soc. **37**, 177, 1884; Phil. Trans. London 1878, p. 178, 429; 1884, A., p. 591, 1893.
Edler: Wied. Ann. **40**, 531, 1890.
Schleiermacher: Wied. Ann. **26**, 287, 1885; **34**, 623, 1888; **36**, 346, 1889.
Schneebeli: Wied. Ann. **22**, 430, 1884.
Lummer und Pringsheim: Wied. Ann. **63**, 395, 1897; Ann. d. Phys. **3**, 159, 1900.
Lummer und Kurlbaum: Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 106, 1898.
Lummer: Rapp. prés. au Congr. de Phys. **2**, 81. Paris 1900.
Valentiner: Ann. d. Phys. **31**, 275, 1910.
Kurlbaum: Wied. Ann. **65**, 754, 1898.
Paschen: Wied. Ann. **58**, 455, 1896; **60**, 662, 1897.
Coblentz: Bull. Bur. of Stand. **5**, 159, 1908; **5**, 339, 1910; **6**, 301, 1910; **7**, 243, 1911; **9**, 81, 1912.
D. Goldhammer: Mitteil. d. phys.-math. Ges. zu Kasan (russ.) 1901; Ann. d. Phys. **4**, 828, 1901.
W. Wien: Wied. Ann. **52**, 132, 1894; Rapp. prés. au Congr. d. Phys. **2**, 25, Paris 1900; Berl. Ber. 1893, S. 55.
Langley: Ann. chim. et phys. (6) **9**, 433, 1886.
Thiesen: Verh. d. D. Phys. Ges. **2**, 65, 1900.
H. Lorentz: Versl. K. Ak. d. Wetens. 1900/01, p. 572.
H. F. Weber: Berl. Ber. 1888, S. 933.
Lummer und Pringsheim: Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 23, 214, 1899.
Paschen: Wied. Ann. **58**, 455, 1896; **60**, 662, 1897.
Rubens und Kurlbaum: Ann. d. Phys. **4**, 652, 1901.
Warburg, Leithäuser, Hupka und Müller: Ann. d. Phys. **40**, 609, 1913.

Zu § 14.

W. Michelson: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **19**, 79, 1887; **21**, 87, 1889; Journ. de phys. (2) **6**, 462, 1887; Phil. Mag. (5) **25**, 425, 1888.
W. Wien: Wied. Ann. **58**, 662, 1896; Berl. Ber. 1893, S. 55.
Thiesen: Verh. d. D. Phys. Ges. **2**, 65, 1900.
Lord Rayleigh: Phil. Mag. (5) **49**, 539, 1900.
Lummer und Jahnke: Ann. d. Phys. **3**, 283, 1900.
Planck: Verh. d. D. Phys. Ges. **2**, 202, 237, 1900; **4**, 553, 1901; **13**, 138, 1911; **14**, 113, 1912; Berl. Ber. 1903, S. 278.

Planck: Ann. d. Phys. **1**, 116, 719, 1900; **3**, 764, 1900; **4**, 553, 1901.
Boissoudy: Journ. d. Phys. **3**, 385, 1913.
Walker: Proc. Roy. Soc. **89**, 373, 1914.
W. Wien: Ann. d. Phys. **3**, 530, 1900.
Lummer und Pringsheim: Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 23, 215, 1899; **2**, 163, 1900; **3**, 36, 1901; **5**, 3, 1903; Ann. d. Phys. **3**, 159, 1900.
Paschen: Ann. d. Phys. **4**, 277, 1901.
Jahnke, Lummer und Pringsheim: Ann. d. Phys. **4**, 225, 1901.
Lummer und Pringsheim: Ann. d. Phys. **4**, 192, 1901.
Rubens und Kurlbaum: Berl. Ber. 1900, S. 929; Ann. d. Phys. **4**, 649, 1901.
Coblentz: Bull. Bur. of Stand. **10**, 1, 1913.
Wanner: Ann. d. Phys. **2**, 141, 1900.
Holborn und Valentiner: Ann. d. Phys. **22**, 1, 1907.
Warburg, Leithäuser, Hupka und Müller: Ann. d. Phys. **40**, 609, 1913.
Baisch: Ann. d. Phys. **35**, 543, 1911.
Mendenhall: Phys. Rev. **10**, 515, 1917.
Nernst und Wulf: Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 294, 1919.
Gerlach: Verh. d. D. Phys. Ges. [2] **1**, 28, 1920.
Eine zusammenfassende Darstellung und Ableitung des Planckschen Gesetzes findet man in Planck: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. Leipzig 1913.

Zu § 15.

Lummer: Verflüssigung der Kohle, Braunschweig 1914, S. 39.
Hyde: Astrophys. Journ. **36**, 89, 1912.
Senftleben und Benedict: Ann. d. Phys. **54**, 65, 1917.
Paschen: Ann. d. Phys. **49**, 50, 1893; **58**, 455, 1896; **60**, 662, 1897.
Lummer und Kurlbaum: Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 106, 1898; **1**, 226, 1899.
Gruner: Phys. Ztschr. **6**, 217, 1905.
Aschkinass: Ann. d. Phys. **17**, 960, 1905.
Coblentz: Bull. Bur. of Stand. **10**, 1, 1913.
Suydam: Phys. Rev. **5**, 247, 1915.

Zu § 16.

W. Uljanin: Wied. Ann. **62**, 528, 1897. Das Lambertsche Gesetz und die Polarisation von Arago (russ.), Kasan 1899.
Liveing and Dewar: Chem. News **47**, 122, 1883.
Hittorf: Wied. Ann. **7**, 582, 1879.
Cantor: Ann. d. Phys. **1**, 462, 1900.
Ladenburg: Phys. Ztschr. **12**, 5, 1911; **14**, 195, 1913; Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 54, 549, 1018, 1910.
Konen: Phys. Ztschr. **11**, 663, 1910; Astrophys. Journ. **32**, 249, 1910.
Pflüger: Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 208, 719, 1910.
Pringsheim: Wied. Ann. **45**, 437, 1892; **49**, 347, 1893; Rapp. prés. au Congrès de Phys. **2**, 100. Paris 1900.
Lummer: Rapp. prés. au Congrès de Phys. **2**, 56, Paris 1900; Arch. d. Math. u. Phys. (3) **1**, 77, 1901; Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 121, 1897; Wied. Ann. **62**, 14, 1897.
König: Berl. Ber. 1894, S. 577.
Kries: Ztschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorgane **9**, 81, 1894.
Lummer: Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 62, 1904.
Lummer und Kurlbaum: Verh. d. D. Phys. Ges. **2**, 89, 1900.
Le Chatelier et Boudouard: Mesure des temp. élevées, Paris 1900, p. 167.
Rasch: Ann. d. Phys. **14**, 193, 1904.

Guillaume: Rev. génér. des Sc. **12**, 364, 1901.
Nernst: Phys. Ztschr. **4**, 733, 1903.
Eisler: Elektrot. Ztschr. **25**, 188, 1904.
Jablonski: Elektrot. Ztschr. **25**, 374, 1904.
Lucas: Phys. Ztschr. **6**, 19, 1905.

Zu § 17.

Kirchhoff: Untersuch. über d. Sonnenspektrum, 2. Aufl., 1862; Pogg. Ann. **109**, 275, 1860; Ostw. Klass., Nr. 100, Anm. 19.
Clausius: Pogg. Ann. **121**, 1, 1864.
Quintus Icilius: Pogg. Ann. **127**, 30, 1866.
Smoluchowski de Smolan: Compt. rend. **123**, 230, 1896; Journ. de phys. (3) **5**, 488, 1896.
Bartoli: Nuov. Cim. (3) **6**, 265, 1880.
B. Galitzin: Wied. Ann. **48**, 492, 1892.
Planck: Ann. d. Phys. **1**, 118, 1900.
W. Uljanin: Wied. Ann. **62**, 528, 1897. Das Lambertsche Gesetz (russ.), Kasan 1899.
W. Michelson: Physik. Umschau (russ.) **2**, 1901.
Mach: Prinzipien der Wärmelehre, Leipzig 1896, S. 146.

Zu § 18.

Maxwell: Treatise on electr. and magnet., Art. 792, 1873.
Bartoli: Sopra i movimenti prodotti della luce etc., Firenze, Le Monnier, 1876; Nuov. Cim. (3) **15**, 193, 1884; Repert. d. Phys. **21**, 198, 1885.
Boltzmann: Wied. Ann. **22**, 33, 1884.
Guillaume: Arch. Sc. phys. (3) **31**, 121, 1891.
Heaviside: Electromagn. theory I, London 1893, p. 334.
B. Galitzin: Wied. Ann. **47**, 479, 1892.
D. Goldhammer: Ann. d. Phys. **4**, 834, 1901.
Havelock, Phil. Mag. **6**, 157, 1903.
Abraham: Ann. d. Phys. **14**, 268, 1914.
Poynting: Phil. Mag. **9**, 169, 1905; Proc. Roy. Soc. **72**, 265, 1904; Phys. Ztschr. **5**, 605, 1904.
v. Hirsch: Phys. Ztschr. **9**, 495, 901, 1908.
Debye: Ann. d. Phys. **30**, 57, 1909.
Nicholson: Proc. Math. Soc. **11**, 104, 1912.
Kepler: Principia mathematica I, 3, Prop. 41.
Euler: Mém. de l'Acad. de Berlin 1746, vol. 2, p. 121, 135.
Fitzgerald: Proc. Roy. Dublin Soc. **3**, 344, 1883.
De Mairan: Traité phys. et hist. de l'Aurore Boréale, Paris 1754, p. 371.
Fresnel: Ann. chim. et phys. (2) **29**, 57, 107, 1825.
Zöllner: Pogg. Ann. **160**, 154, 1877.
P. Lebedew: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **32**, 211, 1900; **33**, 53, 1901; Rapp. prés. au Congrès de Phys. **2**, 133, Paris 1900; Ann. d. Phys. **6**, 433, 1901.
Nichols and Hull: Phys. Rev. **13**, 307, 1901; Ann. d. Phys. **12**, 225, 1903.
Hull: Phys. Rev. **20**, 297, 1905.
P. Lebedew: Wied. Ann. **45**, 292, 1892; **62**, 170, 1897; Phys. Ztschr. **4**, 15, 1902; Ann. d. Phys. **32**, 411, 1910; Ostw. Klass., Nr. 118, 1913.
Amerio: Nuovo Cim. **18**, 424, 1909.
Poynting and Guy Barlow: Proc. Roy. Soc. **83**, 534, 1910.

Arrhenius: Öfersigt af kon. Wetens. Akad. Förhandl. 1900, p. 545; Phys. Ztschr. **2**, 81, 97, 1900.
Schwarzschild: Münch. Ber. **31**, 293, 1901.
Debye: Ann. d. Phys. **30**, 57, 1909.
Ehrenhaft: Phys. Ztschr. **15**, 608, 1914; Ann. d. Phys. **56**, 81, 1918.
Epstein: Mitt. d. phys. Ges. Zürich 1919, S. 30.
Rubinowicz: Ann. d. Phys. **62**, 691. 716, 1920.

Drittes Kapitel.

Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie.

§ 1. Allgemeine Bemerkungen. Bei der Untersuchung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie hat man scharf zu unterscheiden, ob der Vorgang im Vakuum vor sich geht oder in einem Raum, der Stoff enthält. Für das Vakuum gilt folgender wichtiger Satz:

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie im Vakuum hängt nicht von der Strahlenart, d. h. von der Periode T, ab. Dieser Satz wird durch die Beobachtungen der Farbe veränderlicher Sterne bestätigt. Solche Sterne werden wahrscheinlich in periodischen Intervallen von dunklen Begleitern bedeckt. Würde die Geschwindigkeit der Strahlen von der Periode abhängen, so müßten sich die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen mit verschiedener Geschwindigkeit ausbreiten und man müßte eine bestimmte Aufeinanderfolge in den Färbungen beim Erscheinen (oder der Lichtzunahme), die entgegengesetzte beim Verschwinden (oder der Lichtabnahme) der Sterne beobachten. Die von Arago am Sterne Algol (im Sternbilde des Perseus) angestellten Beobachtungen haben gezeigt, daß ein solcher Wechsel in der Färbung nicht vorhanden ist. Auch die Tatsache, daß bei Eintritt oder Aufhören der Verfinsterung der Jupitermonde dieselben nie farbig erscheinen, beweist sehr scharf, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie nicht von der Farbe abhängt.

Rayleigh hat darauf hingewiesen, daß man zwischen der Geschwindigkeit U einer Gruppe von Wellen und der Geschwindigkeit V einer einzelnen Welle im Vakuum zu unterscheiden habe. Diese beiden Geschwindigkeiten sind miteinander durch folgende Gleichung verknüpft:

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da einige der Methoden zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit den Wert U (Römersche, Fizeausche und Foucaultsche Methode), andere den Wert V (Bradleysche Methode) ergeben, so müßten sich

nach Rayleigh in den Resultaten merkliche Unterschiede zeigen, falls die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum von λ abhinge. Eine eingehende Erörterung dieser Frage, wobei auch auf die Methoden und Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen Rücksicht genommen wird, hat Brace (1902) gegeben. Lamb hat Formel (1) auf Wellen an der Oberfläche von Flüssigkeiten angewandt.

Auf Grund der allgemeinen Formel für die Wellenlänge λ

$$\lambda = VT \quad \text{(2)}$$

erkennt man, daß im Vakuum die Wellenlänge proportional der Schwingungsdauer ist.

Im Raume, der Stoff enthält, hängt die Geschwindigkeit V nicht nur von den Eigenschaften des Mediums, sondern auch von der Periode T der Schwingung ab. Die Strahlen von verschiedener Länge breiten sich in einem solchen Medium mit ungleicher Geschwindigkeit aus und die Wellenlänge λ ist nicht mehr proportional der Schwingungsdauer T. Michelson fand experimentell im Wasser die Geschwindigkeit der roten Strahlen um 1,4 Proz. größer als die der blauen. Im anisotropen Medium hängt die Geschwindigkeit außerdem noch von der Richtung ab, in welcher die Schwingungen vor sich gehen.

Ausgehend vom Standpunkte der modernen elektromagnetischen Theorie der strahlenden Energie erhält man für die Geschwindigkeit von Strahlen, deren Wellenlänge λ sehr groß ist, eine Formel, welche den Zusammenhang der Größe V mit den elektrischen und magnetischen Eigenschaften des Mediums liefert. Wir wollen uns hierbei auf Dielektrika beschränken, die keine magnetischen Eigenschaften besitzen, welche sich von den entsprechenden Eigenschaften des Vakuums unterscheiden. Für solche Körper gibt die erwähnte Theorie folgende Formel:

$$n^2 = K \quad \text{(3)}$$

Hier ist K die Dielektrizitätskonstante des Mediums und n der Brechungsexponent für Strahlen von sehr großem λ. Aus (2) und aus Formel (6) auf S. 27, $\left(n = \frac{v}{v_1}\right)$, folgt

$$V = \frac{C}{\sqrt{K}} \quad \text{(3, a)}$$

wenn man einsetzt: $v = C$, wo C gleich ist der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum, für welchen K den Wert Eins hat, und ferner $v_1 = V$ (Geschwindigkeit im zweiten Medium).

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie ist unabhängig von der Intensität der Strahlung, wie die Versuche von Lippich (1875) und Ebert (1887) gezeigt

haben. Letzterer ist zu dem Resultate gelangt, daß sich bei Änderung der Intensität um das 250fache die Geschwindigkeit V nicht einmal um ein Millionstel ihres Wertes ändert. Doubt (1904) fand, daß die Geschwindigkeit des Lichtes in Luft bis auf weniger als 57 cm/sec konstant bleibt, wenn man die Intensität im Verhältnis 1 : 290 000 ändert. Ähnliche Resultate erhielt er in Wasser und Schwefelkohlenstoff.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der strahlenden Energie ist sowohl für die sichtbaren Strahlen (Lichtgeschwindigkeit) als auch für die elektrischen Strahlen gemessen worden. Wir wollen in diesem Bande nur die Methoden zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit betrachten.

§ 2. Methode von Römer (1675). Der dänische Astronom Olaf Römer machte die Beobachtung, daß die Verfinsterungen der Jupitertrabanten nicht nach gleichen Zeitintervallen beobachtet werden. Wenn sich die Erde vom Jupiter entfernt, so treten die Verfinsterungen verspätet ein, wenn sie sich dem Jupiter nähert, so treten die Verfinsterungen schneller nacheinander ein. Römer gab für diese Erscheinung die Erklärung, daß die vom Jupitertrabanten ausgehenden Lichtstrahlen im ersten Falle die Erde einzuholen haben, daher bei jeder folgenden Verfinsterung größere Wege zurücklegen müssen. Im zweiten Falle bewegt sich die Erde den Strahlen entgegen; der zeitliche Abstand zweier aufeinanderfolgender Verfinsterungen muß daher kleiner sein als bei unveränderter Entfernung zwischen Jupiter und Erde. Bezeichnet man mit $2t$ die Summe der Verspätungen aller Verfinsterungen während der Zeit, wo sich die Erde vom Jupiter entfernt, d. h. vom Augenblicke ihrer beiderseitigen Konjunktion bis zum Momente, wo sie sich in Opposition befinden, so ist dieses $2t$ die Zeitdauer, während welcher das Licht die Entfernung durchläuft, um welche sich der Abstand zwischen Erde und Jupiter vergrößert hat. Letztere ist gleich $2R$, wenn R der mittlere Radius der Erdbahn ist. Setzt man $R = r : tg\,\alpha$, wo r der Erdradius, α die Sonnenparallaxe ist, so ist

$$V = \frac{R}{t} = \frac{r}{t\,tg\,\alpha} \quad \text{. . . . .} \quad (4)$$

Römer fand $t = 8$ Min. 18,2 Sek. Die neuesten Untersuchungen von S. von Glasenapp haben $t = 8$ Min. 20,8 Sek. $= 500,8$ Sek. ergeben.

Setzt man $\alpha = 8{,}85''$, so erhält man

$$V = 297\,100 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} = 2{,}971 \,.\, 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{Sek.}} \quad \text{. . . . . .} \quad (5)$$

Bouquet de la Grye (1899) nimmt als wahrscheinlichsten Wert $\alpha = 8{,}80''$ an; danach ist

$$V = 298\,800 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} = 2{,}988 \,.\, 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{Sek.}} \quad \text{. . . . .} \quad (5, a)$$

§ 3. Methode von Bradley (1727). Aberration des Lichtes. Der englische Astronom Bradley hat die Erscheinung der Lichtaberration entdeckt. Diese beruht in der Änderung der scheinbaren Lage von Gestirnen am Himmel, hervorgerufen durch die Bewegungen, die der Beobachter infolge der Achsendrehung und Sonnenumkreisung der Erde ausführt. Die Lage eines Gestirns wird durch den Winkelabstand zweier Geraden bestimmt, von denen die eine fest mit der Erde verbunden ist, die andere durch das auf der Netzhaut des Auges des Beobachters gelegene Bild des Gestirns und einen bestimmten Punkt auf der optischen Achse des Winkelmeßapparates geht (z. B. durch den Schnittpunkt zweier Fäden im Okularmikrometer eines Fernrohres). Diese zweite Gerade bestimmt die Richtung, in welcher der Beobachter das Gestirn sieht. Sei AN (Fig. 27) die Bewegungsrichtung des Beobachters, v seine Geschwindigkeit. Die Zeichnungsebene gehe durch AN und durch das Gestirn; von der Geraden AN aus mögen die Winkelgrößen gemessen werden, welche die Lage des Gestirns bestimmen.

Fig. 27.

$S'A$ sei die Richtung der vom Sterne zum Beobachter gelangenden Strahlen; $\angle S'AN = \omega$. Bliebe der Beobachter in A in Ruhe, so hätte er die Fernrohrachse nach AS' zu richten, um das Bild des Sternes im Durchschnittspunkte der Fäden des Okularmikrometers zu erblicken. Der Beobachter bleibt aber tatsächlich nicht in Ruhe, sondern bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in der Richtung AN. Wir behaupten nun, daß der Beobachter, wenn er die Achse seines Fernrohres nach AS' richtet, infolge seiner Eigenbewegung das Bild des Sternes nicht im Schnittpunkt der Okularfäden, d. h. nicht auf der Achse des Fernrohres sieht, sondern etwas seitlich davon, und zwar in der Richtung AN der Eigenbewegung verschoben. Um den „Stern einzustellen", d. h. sein Bild zur Deckung mit dem Schnittpunkte der Fäden zu bringen, muß man das Fernrohr in der Ebene $S'AN$ um einen gewissen Winkel $\alpha = S'AS$ drehen und der Achse desselben die Richtung AS geben, denn in dieser scheint sich der Stern zu befinden. Winkel α aber findet sich aus folgender Formel

$$\sin\alpha = \frac{v}{V}\sin\omega \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wo V die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Wir wollen jetzt das Obige beweisen. Der Stern wird offenbar mit dem Kreuzungspunkt der Fäden

zusammenzufallen scheinen, wenn der vom Sterne dorthin kommende Strahl auf seinem weiteren Wege den Mittelpunkt der Pupille des Beobachterauges trifft, welches sich am Okular befindet. Sei M jener Kreuzungspunkt und A der Ort des Auges in dem Augenblicke, wo der Strahl $S'M$ im Punkte M angelangt ist. Sei ferner t die Zeit, während welcher der Strahl den Weg von jenem Kreuzungspunkte bis zum Auge zurücklegt. Wegen der außerordentlichen Kleinheit des Winkels α kann man $\measuredangle MAN = \omega$ und $MC = MA$ setzen. Aus dem $\triangle AMC$ erhält man

$$\frac{AC}{CM} = \frac{\sin\alpha}{\sin\omega}.$$

Substituiert man $CM = Vt$ und setzt $\sin\alpha$ aus (6) ein, so erhält man

$$AC = \frac{v\sin\omega}{V\sin\omega} Vt = vt.$$

Es ist aber vt der vom Auge des Beobachters in der Richtung AN während der Zeit t zurückgelegte Weg, während welcher der Strahl von M nach C gelangte.

Hieraus folgt, daß der Strahl $S'M$ gerade das Auge des Beobachters trifft, daß also der Beobachter den Stern S' erblickt, wenn er der Achse seines Fernrohres die Richtung AS gibt. Mit anderen Worten:

Der Beobachter sieht den Stern S' in der Richtung AS, d. h. nach der Richtung AN seiner Bewegung verschoben um einen Winkel α, der durch Formel (6) bestimmt wird.

Der Winkel α heißt die Aberration des Gestirns. Sein Maximalwert α_m tritt bei $\omega = 90^0$ ein; er ist

$$\sin\alpha_m = \frac{v}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Für $\omega = 0$ ist auch die Aberration gleich Null. Befindet sich das Gestirn in der Ekliptik, so bewegt es sich im Laufe des Jahres auf einer Geraden hin und her, deren Endpunkte den Winkelabstand $2\alpha_m$ haben. Ein Stern, der sich im Pol der Ekliptik befindet, beschreibt im Laufe des Jahres einen Kreis, dessen Radius durch den Bogen α_m bestimmt wird. Zwischen der Ekliptik und dem Pol gelegene Sterne beschreiben Ellipsen, deren große Halbachsen parallel der Ekliptik und gleichfalls gleich dem Bogen α_m sind. Der allen Sternen gemeinsame Winkel α_m heißt die Konstante der Aberration. W. Struve fand aus seinen Beobachtungen (1842) den Wert $\alpha_m = 20{,}445''$, später (1853) erhielt er $\alpha_m = 20{,}463''$; Küstner in Berlin $\alpha_m = 20{,}313''$; Nyrèn fand $\alpha_m = 20{,}517''$. Die neuesten

Untersuchungen von **Löwy** und **Puiseux** (1891) geben einen Wert, der mit dem ersten **Struve**schen vollkommen übereinstimmt, nämlich

$$\alpha_m = 20{,}445'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Diesen Wert kann man gegenwärtig als den wahrscheinlichsten gelten lassen; er unterscheidet sich auch nur wenig von dem von **Gill** (1881) gefundenen $\alpha_m = 20{,}496''$.

Formel (7) gibt

$$V = \frac{v}{\sin \alpha_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Ist T die Dauer eines siderischen Jahres in Sekunden und R der mittlere Radius der Erdbahn, so ist

$$V = \frac{2\pi R}{T \sin \alpha_m}.$$

Hieraus ergibt sich, wenn man $\alpha_m = 20{,}5''$ setzt, für die Lichtgeschwindigkeit V folgender Wert:

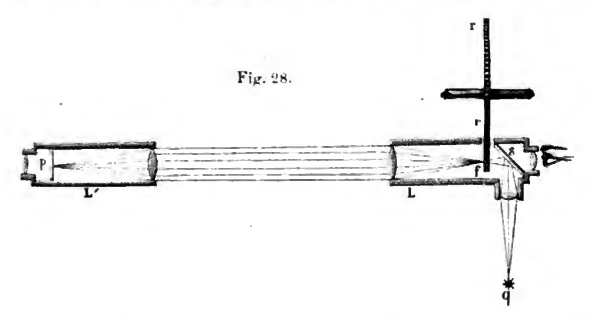
$$V = 298\,200 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} = 2{,}982 \,.\, 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{Sek.}} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Die Werte in (5) und (10) stimmen gut miteinander überein. Die wichtige Frage nach dem Einfluß des Mediums, welches den Raum zwischen M und A erfüllt (Fig. 27), soll erst später erörtert werden. An dieser Stelle sei nur bemerkt, daß auf Grund der Theorie, die durch Beobachtungen an einer mit Wasser gefüllten Röhre bestätigt wird, die Größe der Aberration von der Art des Mediums, durch welches sich das Licht ausbreitet, unabhängig ist.

§ 4. Methode von Fizeau (1849). Das Prinzip dieser Methode ist aus der schematischen Zeichnung (Fig. 28) ersichtlich. Zwei Fernrohre L und L' sind so aufgestellt, daß man durch jedes von ihnen das Objektiv des anderen deutlich sehen kann; ihr Abstand beträgt 8633 m. Durch eine Lücke in der Seitenfläche von L geht der Rand eines Zahnrades rr hindurch, und zwar gerade an der Stelle, an welcher sich der Brennpunkt f des Objektivs befindet. Im Innern von L befindet sich eine unter 45° gegen die Fernrohrachse geneigte planparallele Glasplatte s. Endlich ist an L noch ein seitliches kurzes Rohr angebracht, welches ebenfalls eine Linse enthält. Innerhalb L' befindet sich der zur Achse des Fernrohres senkrechte Planspiegel p; an seiner Oberfläche liegt der Brennpunkt des Objektivs. Die Strahlen einer sehr hellen Lichtquelle q werden durch die seitliche Linse und den Planspiegel s in f vereinigt und durch das Objektiv von L parallel gerichtet. Das Objektiv von L' vereinigt die Strahlen an der Oberfläche des Spiegels p. Reflektiert gehen diese Strahlen denselben Weg

wieder zurück. Nach ihrer Vereinigung in f wird ein Teil derselben von der Glasplatte s reflektiert, während ein anderer Teil durch s hindurchgeht. Infolgedessen kann der Beobachter durch das Okular des Fernrohres L den leuchtenden Brennpunkt f deutlich sehen. Dreht sich das Zahnrad $r\,r$ so langsam, daß nicht mehr als 10 Zähne in jeder Sekunde an die Stelle treten, an welcher zuvor das Bild des Lichtpunktes erschien, so nimmt das Auge das Verschwinden und Wiederaufleuchten jenes Bildes wahr. Ist die Drehgeschwindigkeit des Rades größer, so sieht man den hellen Punkt ununterbrochen, da die einzelnen Lichteindrücke miteinander verschmelzen. Bei einer gewissen, ganz bestimmten Drehgeschwindigkeit aber verschwindet der Lichteindruck. Dies erfolgt in dem Falle, wo die Strahlen, welche eine

Fig. 28.



Zahnlücke in der Richtung von f nach p passiert hatten, auf ihrem Rückwege von p nach s auf einen Zahn des Rades treffen. Für diesen Fall ist die Zeit t, während welcher die Strahlen den Weg vom Rade $r\,r$ zum Spiegel p und wieder zurück gemacht haben, gleich derjenigen, in welcher sich das Zahnrad um den Winkel $\frac{2\pi}{2n} = \frac{\pi}{n}$, also um den $2n$ten Teil einer vollen Umdrehung, vorwärts gedreht hat (wo n die Zahl der Radzähne bedeutet).

Bezeichnet man die Entfernung fp mit l, die sekundliche Anzahl der Radumdrehungen mit N, so ist, wenn V die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet, die Zeit t einerseits gleich $2l : V$, andererseits gleich $\frac{1}{2nN}$, da ja eine volle Radumdrehung in $\frac{1}{N}$ Sekunde erfolgt. Aus der Gleichung

$$\frac{2l}{V} = \frac{1}{2nN}$$

ergibt sich

$$V = 4nNl \qquad (11)$$

Verdoppelt man jetzt die Drehgeschwindigkeit, so sieht man wiederum ununterbrochenes Licht: die Lichtstrahlen, welche auf dem Hinwege durch eine Zahnlücke hindurchgegangen waren, gelangen auf dem Rückwege durch die nächstfolgende hindurch. Bezeichnet man für diesen Fall die sekundliche Umdrehungszahl des Rades mit N_1, so ist $t = 1 : N_1 n$, also $V = 4n \frac{N_1}{2} l$.

Diese einfache, jedoch nicht vollkommen strenge Überlegung führt zur Gleichung $N_1 = 2N$. Wird die Umdrehungszahl gleich $N_2 = 3N$, so verschwindet wiederum der Lichtpunkt, bei $N_3 = 4N$ erscheint er von neuem usf.

Allgemein hat man folgenden Ausdruck:

$$V = 4n \frac{N_k}{k} l \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11,a)$$

Bei den Fizeauschen Versuchen hatte die Entfernung fp den Wert $l = 8{,}633$ km, die Anzahl der Radzähne war $n = 720$. Das erste Verschwinden des Lichtpunktes trat bei verhältnismäßig geringer Drehgeschwindigkeit auf, nämlich für $N = 12{,}6$. Aus Formel (11) erhält man danach

$$V = 313\,300 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

Cornu (1872 bis 1874) hat eine Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach der Fizeauschen Methode ausgeführt, wobei er sich der genauesten Beobachtungsmethoden bediente, die Drehgeschwindigkeiten des Rades und die Augenblicke des Aufleuchtens und Verschwindens des Lichtpunktes genau bestimmte. Bei seinen ersten Versuchen war die Entfernung $l = 10\,310$ m, bei den folgenden $l = 22\,910$ m. Das Zahnrad machte bis zu 1600 Umdrehungen pro Sekunde, so daß man bis zum 21sten Aufleuchten und Verschwinden des Lichtpunktes gehen konnte. Sein endgültiges Resultat lautete

$$V = 300\,400 \text{ km}.$$

Cornu hat auch eine vollständige mathematische Theorie der Fizeauschen Methode gegeben.

Young und Forbes haben die Fizeausche Methode derart abgeändert, daß sie zwei Spiegel in verschiedenen Entfernungen l_1 und l_2 vom Zahnrade anbrachten; beide Spiegel befanden sich in bezug auf s fast in derselben Richtung, so daß der Beobachter gleichzeitig zwei Bilder des leuchtenden Punktes in etwa 0,25 mm Abstand sah. Das Aufleuchten und Verschwinden dieser Bilder wurde bei verschiedenen Drehgeschwindigkeiten des Zahnrades bewirkt. Bestimmt wurden die Drehgeschwindigkeiten, bei welchen beide Lichtpunkte gleich hell erschienen, da eine Zunahme der Drehgeschwindigkeit ein Dunkler-

werden des einen und Hellerwerden des anderen Lichtpunktes zur Folge hatte. Das Verhältnis $l_1 : l_2$ betrug 12 : 13. Als Resultat ergab sich

$$V = 301\,382 \,\frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

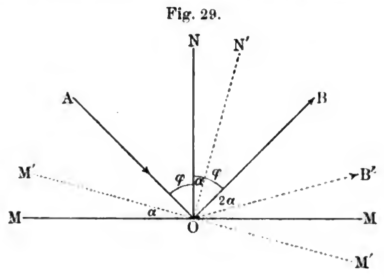
Cornu (1900) hat die Arbeit von Young und Forbes einer recht scharfen Kritik unterzogen. Nach der Methode von Fizeau hat Perrotin in Nizza eine Arbeit ausgeführt, für welche er sich noch der Ratschläge von Cornu († 1902) bedienen konnte. Aus einer Ende 1902 erschienenen kurzen Notiz ist zu ersehen, daß es Perrotin gelungen ist, die Entfernung $l = 46$ km zu machen. Für V wird der Wert

$$V = 299\,880 \,\frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

angegeben. Leider starb Perrotin (1904) und scheint die Arbeit nicht fortgesetzt worden zu sein.

§ 5. Methode von Foucault (1849 bis 1862). Wie sich aus einer historischen Darstellung von Cornu ergibt, wäre es zutreffender, diese Methode als die Foucault-Fizeausche Methode zu bezeichnen. Bevor wir eine Beschreibung derselben geben, sei zunächst gezeigt, welchen Einfluß die Drehung eines Spiegels auf die Richtung eines von demselben reflektierten Strahles hat. Sei MOM (Fig. 29) ein ebener Spiegel, AO der einfallende Strahl, ON das Einfallslot, OB der reflektierte Strahl, so daß

Fig. 29.



$\angle BON = \angle NOA = \varphi$ ist. Dreht sich der Spiegel um eine durch O gehende, zur Einfallsebene (der Zeichnungsebene) senkrechte Achse um den Winkel α, so daß er in die Lage $M'M'$ gelangt, so wird ON' zum Einfallslot und es ist $\angle N'ON = \alpha$. Dann ist der Einfallswinkel $\angle AON' = \varphi + \alpha$, folglich bildet der reflektierte Strahl OB' mit ON' den Winkel $B'ON' = \varphi + \alpha$. Da nun $\angle BON' = \varphi - \alpha$ ist, so ist $\angle B'OB = \angle B'ON' - \angle BON' = \varphi + \alpha - (\varphi - \alpha) = 2\alpha$. Eine Drehung des Spiegels um den $\angle \alpha$ ruft also eine Drehung des reflektierten Strahles um den $\angle 2\alpha$ hervor.

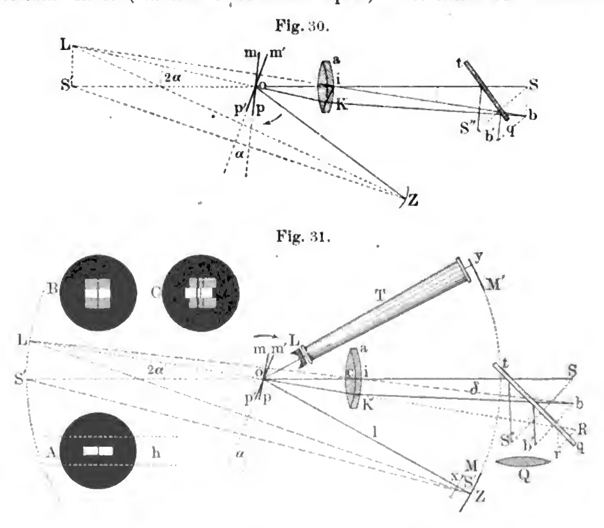
In Fig. 30 ist die Anordnung der bei der Foucaultschen Methode zur Anwendung kommenden Apparate in der Draufsicht dargestellt.

In Fig. 31 sieht man die Anordnung der Apparate zum Vergleichen der Lichtgeschwindigkeit innerhalb der Luft mit der im Wasser. Von diesen Versuchen wird gleich nachher die Rede sein; in beiden Figuren sind die gleichen Teile mit gleichen Buchstaben bezeichnet.

Den wichtigsten Teil des Apparates stellt der Spiegel mp dar, der in sehr schnelle Rotation um eine vertikale, durch den Punkt o gehende Achse versetzt werden kann. In S befindet sich eine helle vertikale Linie (ein hell erleuchteter Spalt). Die Linse aK würde in

Fig. 30.

Fig. 31.



S' ein Bild jener hellen Linie entwerfen, wenn der Spiegel nicht im Wege stände; so aber reflektiert dieser die Lichtstrahlen und das entstehende Bild dreht sich mit großer Geschwindigkeit in einem Kreise vom Radius oS' und durchläuft bei jeder Umdrehung unter anderem den Bogen $S'Z$. In Z befindet sich ein Hohlspiegel, von dem die Strahlen in der Richtung ZoS reflektiert werden. Der unbelegte Spiegel tq reflektiert einen Teil der Strahlen, so daß in S'' ein reelles Bild von S entsteht, das mittels der Lupe Q (Fig. 31) betrachtet wird. Der Spiegel mp gelangt bei seiner Drehung um den $\angle\, \alpha$ in die Lage $m'p'$, bevor das Licht den Weg von o nach Z und wieder zurück durchlaufen hat, so daß der Strahl in der Richtung ob reflektiert wird, welche mit oS den Winkel 2α einschließt. Das Bild der hellen Linie entsteht in b und außerdem in b'. Ist die Drehgeschwindigkeit des Spiegels hin-

reichend groß, so kommt eine merkliche Verschiebung $\delta = S''b' = Sb$ zustande. Ist die Entfernung $oS = r$, $oZ = l$, so ist der Winkel $2\alpha = \frac{Sb}{So} = \frac{\delta}{r}$, woraus sich $\alpha = \frac{\delta}{2r}$ ergibt. Mit N sei die in jeder Sekunde erfolgende Zahl der Spiegelumdrehungen bezeichnet. In der Zeit t, in welcher das Licht den Weg $oZ + Zo = 2l$ zurücklegt, die offenbar gleich $t = \frac{2l}{V}$ ist, dreht sich der Spiegel um den Winkel α; da er sich jedoch um $\angle 2\pi$ in der Zeit $\frac{1}{N}$ dreht, so erhalten wir $t = \frac{\alpha}{2\pi N}$. Aus der Gleichung

$$\frac{2l}{V} = \frac{\alpha}{2\pi N} = \frac{\delta}{4\pi N r}$$

ergibt sich

$$V = \frac{8\pi N l r}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Bei den Foucaultschen Versuchen betrug die Zahl der Spiegelumdrehungen bis zu 800 pro Sekunde, l war gleich 4 m. Um die Entfernung l größer machen zu können, stellte Foucault später den Spiegel Z gegen oZ geneigt auf, ließ die von Z reflektierten Strahlen auf einen zweiten, von hier auf einen dritten Spiegel fallen usw. und richtete erst den fünften Spiegel derart, daß die auf seiner Oberfläche senkrechte Gerade mit der Richtung der einfallenden Strahlen zusammenfiel. Hierdurch wurden diese Strahlen zum vierten, von diesem zum dritten Spiegel usw. zurückgeworfen und kehrten schließlich in der Richtung Zo zum Spiegel pm zurück. Jetzt war $l = 20$ m und Foucault erhielt eine Verschiebung $S''b' = \delta = 0{,}7$ mm. Mit Hilfe der Formel (12) ergab sich

$$V = 298\,000 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

Lichtgeschwindigkeit im Wasser. Foucault ist es gelungen, die Lichtgeschwindigkeit in der Luft mit der im Wasser zu vergleichen und auf diese Weise den Jahrhunderte alten Streit zwischen den Anhängern der Emanations- und Undulationstheorie zu entscheiden. Wir sahen auf S. 28, daß erstere zu dem Resultate führt, daß die Lichtgeschwindigkeit direkt proportional dem Brechungsquotienten n des betreffenden Mediums ist, also im Wasser größer als in der Luft sein muß; nach der Undulationstheorie ist die Lichtgeschwindigkeit dem Brechungsquotienten indirekt proportional, muß also im Wasser kleiner sein als in Luft. Um die Lichtgeschwindigkeit im Wasser (V') mit der in der Luft (V) zu vergleichen, brachte Foucault nach Y einen zweiten Spiegel YM' und zwischen ihn und pm eine mit Wasser

gefüllte, durch planparallele Glasplatten geschlossene Röhre T. Der Hohlspiegel L hob die Wirkung des Wassers auf das konvergierende Strahlenbündel oY auf, das ohne denselben infolge der Lichtbrechung im Wasser nicht in Y, sondern in einiger Entfernung vor diesem Spiegel das Bild der Spaltlinie S geben würde. Bei jeder Umdrehung von pm erscheint einmal ein Strahl, der zum Spiegel Y und wieder zurück gelangt.

Ist die Drehgeschwindigkeit von pm gering, so sieht man in S'' zwei übereinanderliegende Bilder der Linie S, von denen das eine durch die Strahlen oZo, das andere durch die Strahlen oYo erzeugt wird. Bei sehr schneller Drehung von pm verschieben sich beide Bilder zur Seite. Bezeichnet man die Verschiebung des ersten Bildes mit δ, die des zweiten mit δ', so erhält man nach (12)

$$\delta = \frac{8\pi Nlr}{V}, \quad \delta' = \frac{8\pi Nlr}{V'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

und hieraus

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{V'}{V} = \begin{cases} \frac{1}{n} < 1 \quad \ldots\ldots \quad \text{nach der Undulationstheorie,} \\ n > 1 \quad \ldots\ldots \quad \text{nach der Emanationstheorie.} \end{cases}$$

Um die von den Spiegeln Z und Y erhaltenen Bilder voneinander unterscheiden zu können, brachte Foucault nach S einen dünnen vertikalen Faden in einer Umrahmung; vor Z wurde ein Schirm mit horizontalem Spalt derart aufgestellt, daß die Mitte des Bildes jener Umrahmung S auf den Spiegel Z fiel. Der Beobachter sieht nun mittels der Lupe Q einen hellen Streifen, wie er in Ah abgebildet ist, wenn der Spiegel Y nicht da ist. Dieser Spiegel bewirkt es, daß ein volles Viereck erscheint, so daß bei Anwendung beider Spiegel im Gesichtsfelde der Lupe drei Streifen erscheinen (s. Fig. 31, B); die beiden äußeren Streifen sind grünlich gefärbt, da sie von den Strahlen erzeugt werden, welche die Wassersäule T durchsetzt haben. Der Faden des Okulars Q wurde jetzt zur Koinzidenz mit dem Bilde des in S befindlichen Fadens gebracht. Wurde dann pm in schnelle Rotation versetzt, so trat eine seitliche Verschiebung der Streifen und des Fadenbildes auf, wobei sich der mittlere Streifen weniger verschob als die beiden äußeren (s. Fig. 31, C). Hieraus geht hervor, daß $\delta' > \delta$ ist, und hieraus folgt wiederum, daß $V' < V$ ist, daß sich also das Licht im Wasser weniger schnell ausbreitet als in der Luft, wie es nach der Undulationstheorie der Fall sein muß. Das Verhältnis $\delta' : \delta$ wurde nahezu gleich 4 : 3, also gleich dem Brechungsquotienten des Wassers gefunden.

Versuche von Michelson und Newcomb. Michelson (in Amerika) hat die Foucaultsche Methode wesentlich verbessert. Die wichtigste Verbesserung besteht darin, daß es ihm gelang, die Ent-

fernung l' zwischen dem festen und dem rotierenden Spiegel beträchtlich zu vergrößern; bei seinen Versuchen war $l' = 605$ m. Eine Linse mit sehr großer Brennweite (45 m) wurde zwischen den Spiegeln derart eingeschaltet, daß die Strahlen nach Reflexion am rotierenden Spiegel durch die Linse parallel gerichtet wurden. Die Zahl der Spiegelumdrehungen betrug $n = 257$; die Verschiebung der Lichtlinien betrug $\delta = 133$ mm, war also 200 mal größer als die von Foucault erzielte. Das Ergebnis der Versuche vom Jahre 1880 war

$$V = 299\,940 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}},$$

das 1885 gefundene war

$$V = 299\,850 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

Newcomb (1885) führte noch weitere Vervollkommnungen ein, unter anderem ersetzte er den rotierenden Spiegel durch ein vierseitiges Prisma mit Spiegelflächen, das sich um eine geometrische Achse drehte; er brachte l' bis auf 3720 m und fand

$$V = 299\,860 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

Cornu (1900) hat sämtliche nach den Methoden von Fizeau und Foucault ausgeführten Arbeiten einer kritischen Sichtung unterzogen und hierbei auf weitere Vervollkommnungen der Foucaultschen Methode hingewiesen. Er kommt zu dem Schlusse, daß der wahrscheinlichste Wert für die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum der folgende ist:

$$V = 300\,130 \pm 270 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (14)$$

B. Weinberg hat alle zur Bestimmung von V unternommenen Arbeiten — hierher gehören auch zahlreiche auf die Untersuchung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen (s. Bd. IV) gerichtete Abhandlungen — einer kritischen Besprechung unterzogen. Aus einer hierauf bezüglichen vorläufigen Mitteilung ist zu ersehen, daß Weinberg bereits 1898 als wahrscheinlichsten Wert für V im Vakuum

$$V = 299\,848 \pm 51 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} \quad \dots\dots\dots \quad (14, a)$$

annimmt. Aus den astronomischen Beobachtungen allein berechnet er als wahrscheinlichsten Wert

$$V = 299\,647 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}}$$

Der erste Wert kommt dem Resultate von A. Michelson (1902) sehr nahe, welcher

$$V = 299\,890 \pm 60 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} \quad \dots\dots\dots \quad (14, b)$$

setzt.

Mit genügender Annäherung an den wahren Wert kann man sonach

$$V = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{Sek.}} = 3 \,.\, 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{Sek.}} \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

setzen.

Michelson verglich ebenfalls die Geschwindigkeiten des Lichtes im Wasser (V') und in der Luft (V) und fand $V : V' = 1{,}33$, was genau dem Brechungsquotienten des Wassers entspricht. Für CS_2 war die Übereinstimmung eine weniger gute (1,77 anstatt 1,63).

Gutton (1911) hat für Wasser ebenfalls gute Übereinstimmung gefunden (1,32 für gelbes Licht und 1,36 für blaues). Große Abweichungen ergaben sich aber für die stark dispergierenden Flüssigkeiten Schwefelkohlenstoff und Monobromnaphtalin. Die Geschwindigkeiten in diesen Flüssigkeiten wurden 10 bis 15 Proz. kleiner gefunden, als dem Brechungsexponenten entspricht. Vergrößert man aber entsprechend Formel (1) auf S. 95 den z. B. von Michelson gefundenen Wert 1,63 um 7,5 Proz., so erhält man in naher Übereinstimmung mit der direkten Beobachtung den Wert 1,76.

H. Lorentz hat (1901) die Methode des drehenden Spiegels einer allseitigen theoretischen Untersuchung unterworfen und gezeigt, daß sie zwar gewisse Fehlerquellen enthält, daß aber die betreffenden Fehler vernachlässigt werden können.

§ 6. Einfluß einer Bewegung des Mediums auf die Ausbreitung der strahlenden Energie in demselben. Auf die lange Zeit stark umstrittene Frage nach dem Einfluß einer Bewegung der Lichtquelle auf die Ausbreitung der strahlenden Energie soll hier nur kurz eingegangen werden. Ausführlich werden wir hierauf in Bd. V bei Besprechung der Relativitätstheorie zurückkommen. Fresnel (1818) gab die Formel

$$u = \frac{n^2 - 1}{n^2} v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

in der v die Geschwindigkeit der Bewegung des Mediums, u die Geschwindigkeit ist, mit welcher die Energiestrahlung in der Bewegungsrichtung des Mediums fortgeführt wird. Potier und Foussereau haben die Formel theoretisch abgeleitet. Fizeau hat diese Formel mit Hilfe des in Fig. 32 abgebildeten Apparats einer Prüfung unterworfen. Die Röhre $A\,A'\,B\,B'$ ist durch eine innere Scheidewand, die nicht bis $B\,B'$ reicht, in zwei Teile geteilt. Beiderseits ist sie durch Glasplatten verschlossen. In der Richtung der Pfeile wird sie von unter hohem Drucke befindlichem Wasser durchströmt. Die von einem leuchtenden Punkte S kommenden Strahlen durchsetzen, wie aus der Figur ersichtlich, beide Rohrhälften, werden einander mittels der Platten R und R' genähert und vereinigen sich in M', wo die auftretenden Interferenzstreifen (s. weiter unten) einmal beobachtet werden, während

das Wasser in AA' BB' in Ruhe, das andere Mal, während es in strömender Bewegung ist. Sobald das Wasser zu strömen beginnt, nimmt die Lichtgeschwindigkeit, also auch die Wellenlänge in der linken Hälfte zu, in der rechten ab. Der Gangunterschied der interferierenden Strahlen ändert sich in verschiedenen Punkten der Ebene M', infolgedessen sich die Streifen seitlich verschieben. Bei einer Strömungsgeschwindigkeit des Wassers von 7 m pro Sekunde konnte man die Verschiebung messen und fand sie in Übereinstimmung mit der Fresnelschen Formel.

Michelson und Morley (1878) haben die Fizeauschen Versuche wiederholt und ebenfalls völlige Übereinstimmung mit der Fresnelschen Formel gefunden.

Nach einer Methode, die der Michelson-Morleyschen nachgebildet war, hat Zeeman (1914 bis 1920) den Einfluß einer Bewegung auf die Ausbreitung des Lichtes untersucht. Er beschränkte sich hierbei nicht auf flüssige Körper, sondern dehnte seine Versuche auch auf schnell bewegte feste Körper aus. Ferner hat er den Einfluß der verschiedenen Wellenlängen bestimmt. Seine Versuche bestätigten die Lorentzsche Formel für die Mitführung ε

$$\varepsilon = \frac{n^2 - 1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}.$$

Die Größe

$$\frac{n^2 - 1}{n^2}$$

heißt der Fresnelsche Mitführungskoeffizient, die Größe

$$\frac{n^2 - 1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}$$

der Lorentzsche Mitführungskoeffizient. Über diesen Gegenstand haben ferner gearbeitet Sagnac (1913), Harress (1920) und theoretisch Einstein, v. Laue (1920) u. a.

Fig. 32.

Die Frage, ob eine Bewegung der Lichtquelle die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes beeinflußt, ist in letzter Zeit experimentell auch von Majorana (1918) in Angriff genommen. Zwei Quecksilberlichtbogen wurden in diametraler Anordnung auf einem Kreise von 2 m Durchmesser in schnelle Rotation versetzt. Die grüne Strahlung wurde tangential zur Bewegung beider Lichtquellen mit Hilfe des Michelsonschen Interferometers (s. später) beobachtet. Es ergab sich, daß die Geschwindigkeit des Lichtes durch die Bewegung der Lichtquelle in der Richtung seiner Fortpflanzung nicht geändert wird.

Literatur.

Zu § 1.

Arago: Ann. chim. et phys. (3) **37**, 180, 1853.
Rayleigh: Nature **24**, 556, 1881; Theory of sound, § 191.
Brace: Science **16**, 81, 1902; Proceed. Amer. Ass. for the Advance of Science **51**, 333, 1902.
Lamb: Manchest. Mem. **44**, 1900.
Lippich: Wien. Ber. **77**, 352, 1875.
Ebert: Wied. Ann. **32**, 337, 1887.
Doubt: Phys. Ztschr. **5**, 457, 1904.

Zu § 2 und 3.

Römer: Mém. de l'Acad. des sciences I, X, p. 575, 1666; Journ. d. Sav., 1676.
Bouquet de la Grye: Compt. rend. **129**, 986, 1899.
Bradley: Phil. Trans. London **35**, 637 (Nr. 406), 1728.
Struve: Recueil de Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg 1844.
Löwy et Puiseux: Compt. rend. **112**, 549, 1891.
Gill: Nature. 25. Aug. 1881 (Aufs. von Rayleigh).

Zu § 4.

Fizeau: Compt. rend. **29**, 90, 1849; **30**, 562, 771, 1850; Pogg. Ann. **79**, 167, 1850.
Cornu: Compt. rend. **73**, 857, 1871; **76**, 338, 1873; **79**, 1361, 1874; Journ. de l'École Polytechn. **44**, 133, 1872; Annales de l'observat. (Mémoires) **13**, 1878; Rapports prés. au Congrès de phys. **2**, 225. Paris 1900.
Perrotin: Compt. rend. **131**, 731, 1900; **135**, 881, 1902.
Young and Forbes: Phil. Trans. 1882, p. 231; Proc. R. Soc. **32**, 247, 1881.

Zu § 5.

Foucault: Compt. rend. **30**, 551, 1850; **55**, 501, 792, 1862; Pogg. Ann. **81**, 434, 1850; **118**, 485, 580, 1862; Oeuvres compl., p. 517.
Michelson: Amer. Journ. of Sc. (3) **15**, 394, 1878; **18**, 390, 1879; Proc. Amer. Soc. of Sc. 1878, p. 71; Astron. papers of the Amer. Ephem. 1, III; Phil. Mag. (6) **3**, 330, 1902; Journ. de phys. (4) **1**, 610, 1902; Decennial Publ. Univ. of Chicago **9**, 1902.
Newcomb: Nautical Alman. Washington 1885, p. 112; Astron. papers of the Amer. Ephem. 2, III.
P. Weinberg: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **30**, 142, 1898; Beibl. **23**, 25, 1899. Über den wahrscheinlichsten Wert der Verbreitungsgeschwindigkeit der Störungen im Äther nach den bisherigen Bestimmungen. Teil I: Bestimmung des wahrscheinlichsten Wertes der Lichtgeschwindigkeit nach den astronomischen Beobachtungen. 716 S. Odessa 1903. Beibl. **27**, 541, 1903.
A. Michelson: Phil. Mag. (6) **3**, 330, 1902.
H. Lorentz: Arch. Néerl. (2) **6**, 303, 593, 1901.
Gutton: Compt. rend. **152**, 1089, 1911.

Zu § 6.

Fresnel: Ann. chim. et phys. (2) **9**, 56, 1818; Oeuvres II, p. 627.
Potier: Journ. de phys. (1) **5**, 105, 1876.

Foussereau: Journ. de phys. (3) **1**, 144, 1893; **3**, 571, 1895; Compt. rend. **120**, 85, 1895.
Fizeau: Compt. rend. **33**, 351, 1851; Ann. chim. et phys. (3) **57**, 385, 1859; Pogg. Ann. Ergb. **3**, 457, 1853.
Michelson: Amer. Journ. of Sc. (3) **22**, 120, 1881. Light Waves and their Uses. Chicago 1903.
Michelson and Morley: Amer. Journ. of Sc. (3) **31**, 377, 1886; **34**, 333, 1887; Phil. Mag. (5) **24**, 449, 1887.
Zeeman: Proc. Amsterdam **17**, 445, 1914; **18**, 1240, 1916; **19**, 125, 1916; **22**, 462, 512, 1920; Versl. Akad. Amsterdam **28**, 1451, 1462, 1919; Compt. rend. **163**, 235, 1916.
Harress: Diss. Jena 1914; Ann. d. Phys. **62**, 389, 1920.
Einstein: Astron. Nachr. **199**, 9, 47, 1914.
Sagnac: Compt. rend. **157**, 708, 1410, 1913; Journ. de phys. **4**, 177, 1914.
Laue: Ann. d. Phys. **62**, 448, 1920.
Majorana: Lincei Rend. **27**, 402, 1918; Compt. rend. **167**, 71, 1919; Phil. Mag. **35**, 163, 1918.

Viertes Kapitel.

Reflexion der strahlenden Energie.

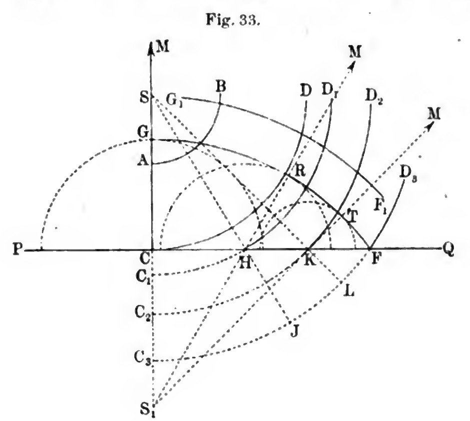
§ 1. Einleitung. Der ebene Spiegel. In der Lehre von der Reflexion der Strahlen (Katoptrik) hat man zwei Teile voneinander zu trennen: den geometrischen und den rein physikalischen. In ersterem betrachtet man die Reflexion unter der Annahme, daß die Richtung der einfallenden Strahlen oder Wellen, sowie die Form und Lage des reflektierenden Spiegels bekannt sind. Auf Grund der rein geometrischen Reflexionsgesetze werden in diesem Teile Lage und Eigenschaften der reflektierten Wellen oder die Richtungen der reflektierten Strahlen bestimmt. Die Wellenlänge der einfallenden Strahlen und die Substanz der spiegelnden Flächen kommen hierbei gar nicht in Betracht.

Im zweiten Teile der Lehre von der Reflexion wird vor allen Dingen die Abhängigkeit der Reflexion von der Spiegelsubstanz, von den Oberflächeneigenschaften der Spiegel und der Art der reflektierten Strahlen, d. h. ihrer Wellenlänge, betrachtet.

Wir wollen uns zunächst dem ersten, rein geometrischen Teile der Katoptrik zuwenden. In Bd. I sahen wir, in welcher Weise sich die aus der Elementarphysik bekannten Reflexionsgesetze mittels des Huygensschen Prinzips herleiten lassen: Wir fanden, daß eine ebene Welle nach ihrem Auftreffen auf eine ebene spiegelnde Fläche (einen ebenen Spiegel) von neuem eine ebene Welle bildet. Die Konstruktion wird etwas anders, wenn man eine auf einen ebenen Spiegel PQ

(Fig. 33) treffende Kugelwelle betrachtet, oder mit anderen Worten, ein von einem leuchtenden Punkte S ausgehendes divergierendes Strahlenbündel. Die elementare geometrische Konstruktion zeigt, daß die einfallenden Strahlen SC, SH, SK nach der Reflexion ein divergierendes Bündel von Strahlen CM, HM und KM bilden, welche scheinbar vom Punkte S_1 der zu PQ senkrechten Geraden SS_1 ausgehen, wobei $CS_1 = CS$ ist. Betrachten wir jedoch die Wellenflächen, die sich nacheinander um den Punkt S herum bilden, so muß die Konstruktion anders durchgeführt werden. Wir beschränken uns auf die auf der

Fig. 33.



einen Seite der Senkrechten SC liegenden Hälfte. Die Wellenfläche AB gelangt in die Lage CD und würde bei Abwesenheit des Spiegels die Lagen C_1D_1, C_2D_2, C_3D_3 usw. annehmen; in Wirklichkeit aber bleiben nur die Teile HD_1, KD_2, FD_3 übrig. Die Punkte C, H, K werden zu neuen Schwingungszentren; um sie herum bilden sich elementare Wellenflächen, die von der Zeichnungsebene in Halbkreisen geschnitten werden. Wir wollen die Lage dieser Halbkreise für den Augenblick betrachten, wo die Wellenfläche bis zur FD_3 gelangt ist, also die Lage C_3FD_3 haben würde, wenn der Spiegel PQ selbst nicht vorhanden wäre. Nach dem Huygensschen Prinzip (Bd. I, Abt. 1, S. 182) kann man annehmen, daß die Schwingungen bis nach C_3, J und L von den kleinen um C, H und K gelegenen Teilen der Wellenflächen gelangt seien. Hieraus folgt, daß die gesuchte reflektierte Wellenfläche sich von C, H und K ebenfalls in Abständen gleich CC_3, HJ und KL befinden muß. Beschreibt man um C, H und K Halbkreise mit den Radien CC_3, HJ und KL nach der Seite hin, nach welcher die Reflexion erfolgt.

und verbindet die Berührungspunkte G, R und T der diese Halbkreise Umhüllenden mit den Punkten C, H und K, so ist $GC = CC_3$, $HR = HJ$ und $KT = KL$ und die Umhüllende selbst senkrecht zu CG, HR und KT, da sie und die Halbkreise gemeinsame Tangenten in G, R und T haben. Die Geraden CC_3, HJ und KL sind aber ebenfalls senkrecht zu C_3F, woraus folgt, daß $GRTF$ in bezug auf PQ symmetrisch zu C_3JLF liegt. Hieraus ersieht man, daß die reflektierte Welle die Zeichnungsebene im Kreisbogen GF schneidet, dessen Mittelpunkt sich in S_1 symmetrisch zu S in bezug auf PQ befindet. Ferner bildet sich die Wellenfläche G_1F_1 usw.

Die reflektierten Strahlen sind die Geraden CM, HM, KM, die gleichsam vom Punkte S_1 ausgehen. Das auf dem Wege der Wellenfläche G_1F_1 befindliche Auge des Beobachters muß genau denselben Eindruck empfangen, als ob sich in S_1 der leuchtende Punkt befände. Da alle Vorstellungen, die wir von der außerhalb uns existierenden Welt haben, auf den Eindrücken beruhen, die unsere Sinnesorgane erhalten (Bd. I, Abt. 1, S. 2), so „sieht" auch der Beobachter einen leuchtenden Punkt in S_1. Unser Wille hat über den Verstandesschluß, auf dem der Übergang vom Eindruck zur Vorstellung vom Vorhandensein eines Gegenstandes außerhalb uns beruht, keine Macht. Wir können uns deshalb auch nicht daran verhindern, den Punkt S_1 zu sehen, wenn wir auch klar einsehen, daß ein derartiger als Lichtquelle dienender Punkt in Wirklichkeit gar nicht vorhanden ist.

Hat sich um einen gewissen leuchtenden Punkt S herum eine sphärische Wellenlänge gebildet und sei nach Reflexion derselben an irgend einem Spiegel eine neue sphärische Wellenfläche entstanden, dann nennt man den Mittelpunkt S_1 dieser neuen Fläche den Bildpunkt oder das Spiegelbild des Punktes S; in ihm schneiden sich die reflektierten Strahlen, welche die Richtung der Radien der reflektierten Wellenfläche haben. Die wahre physikalische Bedeutung eines solchen Spiegelbildes werden wir später kennen lernen.

Ein Bildpunkt, in welchem sich die Lichtstrahlen nur dann geometrisch schneiden, wenn man sie verlängert, wird imaginär genannt; wenn sich dagegen die Strahlen selbst auf ihrem Wege schneiden, so heißt jener Schnittpunkt ein reeller Bildpunkt. In Fig. 33 stellt z. B. der Punkt S_1 einen imaginären Bildpunkt dar. Diese Definitionen gelten nicht nur für die Spiegelung, sondern auch für die Brechung von Wellenflächen (vgl. Kapitel V).

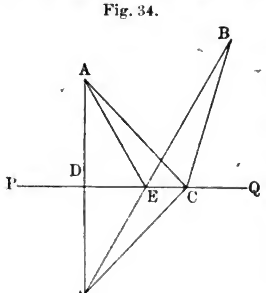
Wir beweisen nunmehr, daß die vom Strahle auf seinem Wege vom Lichtpunkte A zum Spiegel PQ und zum Beobachter B zurückgelegte Strecke AEB (Fig. 34) ein Minimum ist, d. h. kleiner als jede beliebige andere Strecke ACB. Zieht man $AD \perp PQ$, $DA_1 = DA$ und verbindet E und C mit A_1, so ist

$$AE + EB = A_1E + EB = A_1B; \; AC + CB = A_1C + CB.$$

Es ist aber $A_1C + CB > A_1B$, da A_1B eine Gerade ist. — Der soeben bewiesene Lehrsatz stellt einen Sonderfall des folgenden viel allgemeineren Theorems von Fermat dar:

Erfährt ein Strahl beim Übergange vom Punkte A zum Punkte B eine Reihe von Reflexionen und Brechungen, so folgt er einem Weg, dessen optische Länge (d. h. $\sum \frac{x_i}{\lambda_i}$, wo x_i die geometrische Länge des Strahlabschnitts im $i$ten Medium ist) ein Minimum oder Maximum ist, so daß also die erste Ableitung des Weges gleich Null ist. Im Falle einfacher Reflexion befinden sich der einfallende und der reflektierte Strahl in demselben Medium; es ist $\frac{x_1}{\lambda} + \frac{x_2}{\lambda}$ ein Minimum oder Maximum, also die geometrische Länge $x_1 + x_2$ des Strahls ist ein Minimum bzw. Maximum. Bei Reflexion an einem ebenen Spiegel stellt jene Länge ein Minimum dar. Die optische Strahllänge ist gleich der Anzahl von Wellenlängen, welche in der ganzen Weglänge des Strahls von A bis B aufgehen; da sich nun aber jede Welle λ_i während der Dauer T einer Schwingung ausbildet, so ist die optische Länge der Welle proportional der Zeit t, in welcher sich der Strahl von A nach B ausbreitet. Man kann daher das (verallgemeinerte) Fermatsche Theorem in folgender Form aussprechen:

Fig. 34.



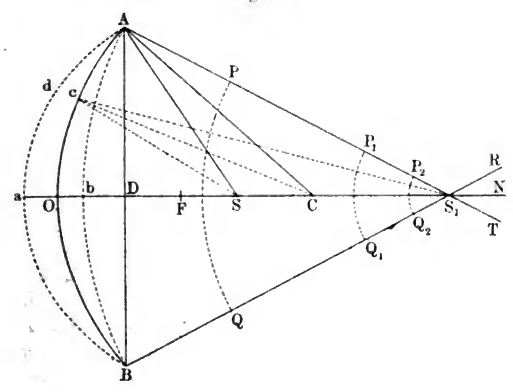
Ein Strahl breitet sich von A nach B aus auf dem Wege der kürzesten oder (in einigen Fällen) längsten Zeitdauer.

Wie man die Konstruktionen der Bilder von Gegenständen im ebenen Spiegel, in Winkelspiegeln und parallelen Planspiegeln ausführt, gehört in die elementare Physik.

§ 2. Sphärische Hohlspiegel. Die Lehre von den sphärischen Hohl- und Konvexspiegeln gehört in die Elementarphysik. Wir wollen an dieser Stelle eine Erweiterung jener Lehre geben und unter anderem zeigen, wie man, vom Begriffe der Wellenflächen ausgehend, die reflektierten Wellen konstruktiv finden kann. Wir nehmen an, der leuchtende Punkt S (Fig. 35) befinde sich auf der optischen Hauptachse ON eines Hohlspiegels AOB; dieselbe verbindet den Mittelpunkt O des Spiegels mit dem Krümmungsmittelpunkt C. Ferner stelle AOB einen nur sehr kleinen Teil der vollen zugehörigen Kugelfläche dar, so daß also $\angle ACO$ sehr klein ist; eben dasselbe gelte auch von $\angle ASO$.

Um die reflektierte Welle für den Augenblick zu konstruieren, wo die einfallende Welle eben die äußersten Punkte A und B erreicht hat, also die Lage AaB einnehmen würde, wenn der Spiegel nicht vorhanden wäre, muß man von allen Punkten der Oberfläche AOB aus, zu denen die Welle bereits hingelangt war, Halbkreise beschreiben. Die Radien derselben sind Oa, cd usw. Die Umhüllende AbB gibt bei Drehung um ON die reflektierte Wellenfläche, die keineswegs sphärisch ist. Wenn aber AOB ein sehr kleiner Teil eines Kreis-

Fig. 35.



umfanges ist, so ist auch der Bogen AbB nur wenig von der Sehne ADB verschieden und kann daher durch den Kreisbogen ersetzt werden, der durch die Punkte AbB geht, wobei

$$Ob = Oa \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

ist; sein Mittelpunkt liege in S_1. Bei ihrem Weiterrücken nimmt die Welle AbB nacheinander die Lagen PQ, P_1Q_1, P_2Q_2 usw. an, verwandelt sich, geometrisch gesprochen, in den Punkt S_1 und breitet sich darauf weiter aus, als ob sie ein Teil einer sphärischen Welle mit dem Mittelpunkt in S_1 wäre.

Geht man zu Strahlen über, so muß man sagen, daß sich nach Reflexion am Spiegel alle Strahlen im Punkte S_1, dem Bildpunkte von S, vereinigen. Es ist dies ein reeller Bildpunkt; das Auge des Beobachters sieht den Punkt S_1, wenn es sich innerhalb des Raumwinkels RS_1T befindet; wenn man nach S_1 ein Blatt Papier, eine matte Glasscheibe usw. bringt, so wird der Punkt S_1 wegen der

von jenen Oberflächen zerstreuten Strahlen allseitig sichtbar. Es sei $SO = d$, $S_1 O = f$, $CA = CO = r$ gesetzt, dann ist

$$\overline{AD}^2 = 2\,OD\,.\,OC; \quad \overline{AD}^2 = 2\,aD\,.\,aS; \quad \overline{AD}^2 = 2\,bd\,.\,bS_1$$

oder

$$\overline{AD}^2 = 2\,OD\,.\,r; \quad \overline{AD}^2 = 2\,(OD + Oa)\,(d + Oa);$$
$$\overline{AD}^2 = 2\,(OD - Ob)\,(f - Ob).$$

Vernachlässigt man die Größen Oa und Ob gegenüber d und f, so erhält man

$$\frac{1}{r} = \frac{2\,OD}{\overline{AD}^2},$$
$$\frac{1}{d} = \frac{2\,OD}{\overline{AD}^2} + \frac{2\,Oa}{\overline{AD}^2},$$
$$\frac{1}{f} = \frac{2\,OD}{\overline{AD}^2} - \frac{2\,Ob}{\overline{AD}^2}.$$

Nach (1) erhält man hieraus

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Somit führt die Betrachtung der reflektierten Welle zu derselben Formel, die in der Elementarphysik aus dem Satze abgeleitet wurde, daß die Strahlen Sc und cS_1 gleiche Winkel mit dem Radius cC bilden.

Formel (2) lehrt, daß d und f ihre Rollen vertauschen können und daß S der Bildpunkt von S_1 ist, weshalb man auch die Punkte S und S_1 konjugierte Punkte nennt. Die Konstruktion der reflektierten Welle wird jedoch für diesen Fall eine andere. Sei S (Fig. 36) der jenseits vom Mittelpunkt liegende Lichtpunkt. Hier ist O der äußerste Punkt des Spiegels für die von S ausgehende Welle, er wird als letzter in dem Augenblicke erreicht, wo die Welle sich, bei Abwesenheit des Spiegels, in der Lage aOb befinden würde. Stellt man dieselben Überlegungen wie vorher an, so hat man die reflektierte Welle cOd mit dem Mittelpunkt in S_1 zu konstruieren, indem man $Ac = Aa$, $Bd = Bb$ macht und einen Kreisbogen durch die Punkte c, O und d legt.

Formel (2) gibt $f = \frac{r}{2}$ für $d = \infty$. Ist $OF = \frac{r}{2}$, so heißt OF die Brennweite oder Fokaldistanz, der Punkt F der Brennpunkt oder Fokus des Spiegels; in F vereinigen sich die Strahlen, welche vor der Reflexion parallel zur optischen Hauptachse waren. Für diesen Fall ist aOb (Fig. 36) eine Gerade und der Mittelpunkt des Bogens cOd liegt in F. Ist $d > r$, so ist $f < r$; die Punkte S und S_1 bewegen sich aufeinander zu; in C fallen sie zusammen. In diesem Falle decken sich auch aOb und cOd mit AOB. Ist $d < r$, so ist $f > r$ und für

$d = \frac{r}{2}$ ist $f = \infty$. Jetzt fällt S mit F zusammen (Fig. 35); ferner ist $Oa = OD$ und Bogen AbB deckt sich mit ADB. Ist $d < \frac{r}{2}$, so ist f negativ, die reflektierten Wellen sind konvex ($Ob > OD$, Fig. 35) und ihr Mittelpunkt, welcher den imaginären Bildpunkt darstellt, liegt hinter dem Spiegel.

Ist d negativ, so ist f positiv und kleiner als $\frac{r}{2}$; in diesem Falle trifft den Spiegel ein konvergierendes Strahlenbündel, der Bogen aOb (Fig. 36) ist auf der linken Seite hohl, die reflektierte Welle cOD hat zum Mittelpunkt einen zwischen O und F liegenden Punkt.

Fig. 36.

Die Größen d und f sind die Abstände der Punkte S und S_1 vom Spiegelmittelpunkte O. Wir wollen Formel (2) umformen, indem wir die Abstände der Punkte S und S_1 vom Krümmungsmittelpunkt C des Spiegels einführen und dieselben in der Richtung von C nach O positiv ansehen. Wir setzen nun $CS_1 = m$ und $CS = -n$, wo m und n die Entfernungen der Punkte S_1 und S vom Mittelpunkt C sind. Aus (2) finden wir $fr + dr = 2df$. Setzt man hier

$$f = S_1 O = CO - CS_1 = r - m$$

und

$$d = SO = CO + CS = r + (-n) = r - n$$

ein, so kommt

$$(r - m)r + (r - n)r = 2(r - n)(r - m)$$

oder gekürzt

$$nr + rm = 2nm;$$

dividiert man beide Seiten durch $n m r$, so erhält man die Beziehung

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

welche der Formel (2) vollkommen analog ist.

Eine noch bemerkenswertere Formel findet man, wenn man die Entfernungen $FS = x$, $FS_1 = y$ der konjugierten Punkte vom Brennpunkte F einführt und die Fokusdistanz OF mit F bezeichnet. Dann ist

$$d = OS = OF + FS = F + x,$$
$$f = OS_1 = OF + FS_1 = F + y.$$

Da $F = \frac{r}{2}$ ist, so folgt aus (2)

$$Ff + Fd = fd$$

oder

$$F(F + y) + F(F + x) = (F + y)(F + x)$$

oder

$$xy = F^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Fig. 37.

Das Produkt aus den Distanzen zweier konjugierter Punkte vom Brennpunkt ist eine konstante Größe, und zwar gleich dem Quadrat der Brennweite des Spiegels.

Die reflektierte Welle ist in Wirklichkeit keine sphärische, sie konvergiert nicht geometrisch nach einem Punkte, mit anderen Worten, die von einem Achsenpunkte ausgehenden und vom Hohlspiegel reflektierten Strahlen schneiden sich nicht in einem und demselben Punkte. Man nennt diese Erscheinung die sphärische Aberration. Bedient man sich der Bezeichnungen von Fig. 37, so ist

$$\frac{n}{m} = -\frac{SA}{S_1 A} = -\frac{\sin A S_1 O}{\sin A S S_1} = -\frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)}.$$

Hieraus erhält man

$$\frac{n + m}{m} = \frac{\sin(\varphi - \alpha) - \sin(\varphi + \alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)} = -2\cos\varphi \frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi - \alpha)}$$
$$= -2\cos\varphi \frac{\sin\alpha}{\sin A S S_1} = -2\cos\varphi \frac{CS}{AC} = \frac{2 n \cos\varphi}{r},$$

oder
$$(n + m)r = 2mn\cos\varphi,$$
also
$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2}{r}\cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

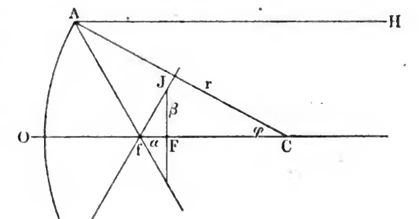
Durch diese Formel wird der Zusammenhang zwischen der Lage des Brennpunkts und dem Winkel φ gegeben; mit Zunahme des letzteren nimmt auch m zu. Aus ihr geht hervor, daß die **Randstrahlen**, wie z.B. SB, sich in Punkten s schneiden, die dem Spiegel näher liegen als die Schnittpunkte der reflektierten Zentralstrahlen.

Setzt man in Formel (5) die Werte $n = r - d$ und $m = r - f$ ein, so erhält man

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} + \frac{2r}{fd}\cdot\frac{1 - \cos\varphi}{2\cos\varphi - 1} = \frac{2}{r}\cdot\frac{\cos\varphi}{2\cos\varphi - 1} \quad . \quad . \quad (5, a)$$

Ist φ sehr klein, so daß $\cos\varphi = 1$ gesetzt werden kann, so erhält man statt der genauen Formeln (5) und (5, a) die vorhergehenden angenäherten Ausdrücke (3) und (2).

Fig. 38.



Für Strahlen, welche parallel zur Hauptachse auffallen (Fig. 38), ist $n = \infty$, folglich $m = \frac{r}{2\cos\varphi}$. **Randstrahlen**, wie z.B. HA und KB, treffen nach der Reflexion die optische Hauptachse in f, wobei $Cf = m = \frac{r}{2\cos\varphi}$ ist, falls $\varphi = \angle ACO$ ist. Die Zentralstrahlen treffen die Achse in F, wo $CF = \frac{r}{2}$ ist. Die Entfernung $\alpha = fF$ heißt die **Längenabweichung** des Spiegels (Länge des Brennraums, longitudinale Aberration). Sei $\sigma = AD$ der Radius der Spiegelöffnung, so ist offenbar

$$\left.\begin{aligned} \alpha = Cf - CF = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\varphi} - 1\right) = r\,\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi} = \frac{r\varphi^2}{4} \\ = \frac{r}{4}\left(\frac{\sigma}{r}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{4r} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (5, b)$$

Hier war $\cos\varphi = 1$ angenommen, $\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{\varphi}{2}$ und der Bogen φ durch einen Sinus ersetzt worden. Die erhaltene Formel gibt folgenden

Satz: Die Längenabweichung des Spiegels ist proportional dem Quadrat des Radius der Spiegelöffnung und proportional der Krümmung $\left(\frac{1}{r}\right)$ des Spiegels. Eine durch F senkrecht zur optischen Hauptachse OC gelegte Ebene schneidet die reflektierten Strahlen in einem gewissen Zerstreuungskreise, dessen Radius $\beta = FJ$ die Seitenabweichung des Spiegels (transversale Aberration) heißt. Den Winkel $JfF = AfO$ kann man gleich $2\,\varphi$ setzen, daher ist

$$\beta = \alpha\, tg\, 2\,\varphi = 2\,\alpha\,\varphi = 2\,\alpha\,\frac{\sigma}{r} = \frac{\sigma^3}{2\,r^2} \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5,c)$$

Die Seitenabweichung ist dem Kubus des Radius der Spiegelöffnung und dem Quadrat der Spiegelkrümmung proportional.

Die reflektierten Strahlen, welche sich nicht in einem Punkte schneiden, erfüllen einen gewissen Raum, von dessen Begrenzung späterhin die Rede sein soll. Vorläufig sei nur so viel bemerkt, daß der Radius des schmalsten Querschnitts dieses Raumes gleich $\frac{\sigma^3}{8\,r^2}$ ist, d. h. gleich einem Viertel der Seitenabweichung, und daß dieser Querschnitt ungefähr in einem Viertel der Längenabweichung, näher zum Schnittpunkte der roten Strahlen, liegt. Dieser Querschnitt, in welchem die Helligkeit schnell vom Mittelpunkt nach den Rändern hin abnimmt, wird als Bildpunkt des leuchtenden Punktes angenommen.

Die von einem Punkte ausgegangenen Strahlen, die sich wieder in einem Punkte vereinigen, heißen homozentrische. Eine sphärische Spiegelfläche gibt keine homozentrischen Strahlenbündel, außer wenn Licht- und Bildpunkt mit dem Spiegelmittelpunkt zusammenfallen.

Um das Bild eines außerhalb der optischen Hauptachse gelegenen Lichtpunktes zu erhalten, genügt es, die Richtungen von zwei beliebigen reflektierten Strahlen zu bestimmen. Am bequemsten ist es hierbei natürlich, Strahlen zu wählen, deren Richtung nach der Reflexion schon von vornherein bekannt ist.

Solcher Strahlen hat man drei (Fig. 39): SC wird nach derselben Richtung DCS reflektiert, $SA \parallel ON$ geht nach der Reflexion durch F und endlich SF geht nach der Reflexion in der Richtung $BE \parallel ON$ weiter. Diese Strahlen schneiden sich in S_1. Sieht man jetzt SD als optische Spiegelachse an, wobei man sich nur einen Teil des Spiegels vorhanden denkt, so erhält man nach Formel (2) die Beziehung

$$\frac{1}{SD} + \frac{1}{S_1 D} = \frac{2}{CD} = \frac{2}{r}.$$

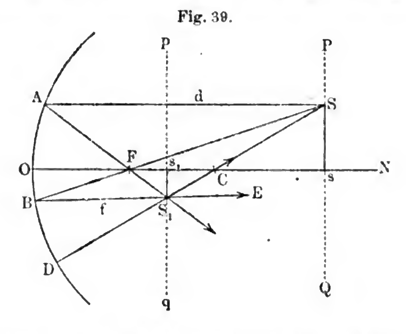
Ohne einen großen Fehler zu begehen, kann man $SD = SA = d$ und $S_1 D = S_1 B = f$ setzen. Dann wird

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

Hieraus folgt, daß die Brennpunkte aller Punkte, welche in einer zur optischen Hauptachse ON senkrechten Ebene PQ gelegen sind, sich ebenfalls in einer Ebene pq befinden, die zu ON senkrecht ist. Das Bild der Linie Ss ist $s_1 S_1$.

Unter der Vergrößerung eines Spiegels versteht man das Verhältnis der linearen Dimensionen des Bildes zu den entsprechenden

Fig. 39.



linearen Dimensionen des Gegenstandes. Dieses Verhältnis g ist, wenn man auf das Vorzeichen Rücksicht nimmt, gleich

$$g = -\frac{S_1 s_1}{Ss} = -\frac{Cs_1}{Cs} = \frac{Cs_1}{-Cs} = \frac{OC - Os_1}{OC - Os} = \frac{r-f}{r-d}$$
$$= \frac{2F-f}{2F-d}.$$

Setzt man hierin F oder d oder f aus der Gleichung $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ ein, so ist

$$g = -\frac{f}{d} = \frac{F}{F-d} = \frac{F-f}{F} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Ist $d > F$, so ist g negativ, das Bild verkehrt. Für $d > 2F$ ist $-g < 1$, d. h. das Bild ist verkleinert, bei $d < 2F$ ist es vergrößert.

Wenn man wie vorhin mit x den Abstand des Gegenstandes vom Hauptbrennpunkt bezeichnet, so ist $x = d - F$ und man erhält aus (6), wenn man das Vorzeichen fortläßt:

$$g = \frac{F}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6, a)$$

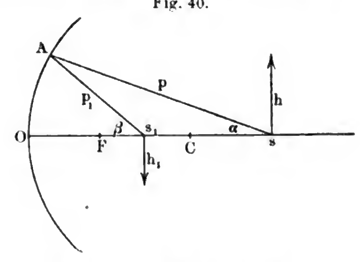
Das Bild ist so viel mal größer als der Gegenstand, als die Fokaldistanz die Entfernung des Gegenstandes vom Brennpunkte übertrifft.

Sei h (Fig. 40) der Gegenstand, h_1 sein Bild; dann ist $d = Os$, $f = Os_1$, und aus (6) erhält man

$$g = -\frac{Os_1}{Os} = -\frac{As_1}{As} = -\frac{p_1}{p},$$

wo p und p_1 an einen beliebigen Punkt A des Spiegels gezogen sind.

Fig. 40.



Ist $\angle AsO = \alpha$, $\angle As_1O = \beta$, so kann man den Bogen $OA = p\alpha = p_1\beta$ setzen. Hieraus ergibt sich folgende wichtige Formel:

$$g = -\frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6, b)$$

an deren Stelle man auch die folgende setzen kann:

$$g = -\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6, c)$$

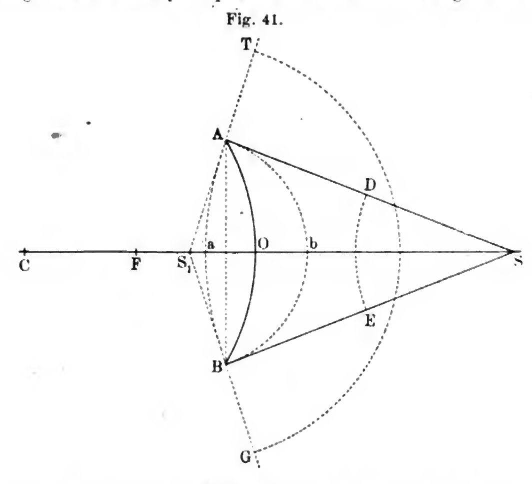
§ 3. Sphärischer Konvexspiegel. In dem Augenblicke, wo die Wellenfläche DE (Fig. 41), welche vom leuchtenden Punkte S ausgegangen ist, in die Lage AaB gelangt sein würde, hat sich bereits die reflektierte Welle AbB ausgebildet, die man geometrisch konstruiert, indem man $Ob = Oa$ macht und einen Kreisbogen durch A, b und B legt. Der Mittelpunkt S_1 der reflektierten Wellen AbB, TG usw. (des divergierenden Strahlenbündels) ist der imaginäre Bildpunkt von S. Setzt man $SO = d$, $OS_1 = f$ und $OC = r$, so erhält man aus Formel (2), wenn man anstatt f und r die Werte $-f$ und $-r$ einführt:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d} = \frac{2}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Für $d = \infty$ ist $f = F = \frac{r}{2}$; in diesem Falle wird der Bogen AaB durch die Sehne AB ersetzt, der Mittelpunkt des Bogens AbB

aber befindet sich in F, wo $OF = FC$ ist. Fällt auf den Konvexspiegel ein konvergierendes Strahlenbündel und bezeichnet man seinen links von AOB (d ist negativ) befindlichen Mittelpunkt mit S (imaginärer Lichtpunkt), so ist sein Bildpunkt S_1 entweder imaginär oder reell, je nach der Lage von S. Die verschiedenen möglichen Lagen der imaginären S und S_1 entsprechen vollkommen den Lagen der reellen

Fig. 41.



S und S_1 im Hohlspiegel AOB. Befindet sich S zwischen F und O, so ist S_1 ein reeller, auf den Geraden OS gelegener Bildpunkt.

Die Vergrößerung erhält man aus Formel (6), wenn man $-F$ an Stelle von F einführt:

$$g = \frac{F}{F + d} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

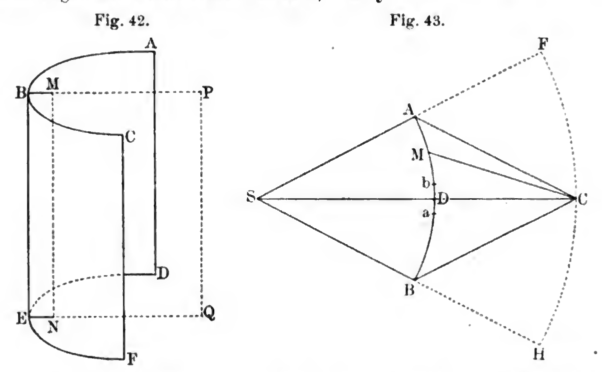
g ist größer als Null und kleiner als Eins, wenn d positiv ist, d. h. das Bild ist in diesem Falle aufrecht und verkleinert.

§ 4. Nichtsphärische Spiegel. Keine Aberration tritt auf bei reellen Bildpunkten an Spiegeln, deren Oberfläche den Teil eines Rotationsellipsoids bildet, wenn sich der Lichtpunkt in einem der geometrischen Brennpunkte der Ellipsoidfläche befindet. Alle von einem solchen Punkte ausgehenden Strahlen schneiden sich nach der Reflexion im anderen Brennpunkte, da der einfallende und reflektierte Strahl mit der Senkrechten zur Spiegelfläche gleiche Winkel einschließen müssen und dies die bekannte Eigenschaft der Radienvektoren der Ellipse ist. Ganz frei von Aberration in allen Fällen ist nur der ebene Spiegel.

Hat ein Spiegel die Oberfläche eines Rotationsparaboloids und der Lichtpunkt befindet sich in seinem geometrischen Brennpunkte, so ist das reflektierte Strahlenbündel parallel der Spiegelachse. Ein Spiegel, dessen Oberfläche einen Teil eines Hyperboloids bildet, das durch Drehung einer Hyperbel um die durch ihre Brennpunkte gehende Achse entstanden ist, gibt imaginäre Brennpunkte bei Abwesenheit von Aberration. Befindet sich der Lichtpunkt in einem der Brennpunkte, so befindet sich sein imaginärer Bildpunkt im anderen Brennpunkte. Man bezeichnet derartige Flächen als aberrationsfreie Flächen.

Wenn man in die Fokallinie MN (Fig. 42) eines zylindrisch-parabolischen Spiegels $ABCDEF$ eine leuchtende Linie bringt, so werden die reflektierten Strahlen einander parallel und bekommen die Richtungen der Parabelachsen BMP, ENQ.

Fig. 42. Fig. 43.



§ 5. Das Spiegelbild eines Punktes im Sinne der Wellentheorie der strahlenden Energie. Astigmatische Bündel.

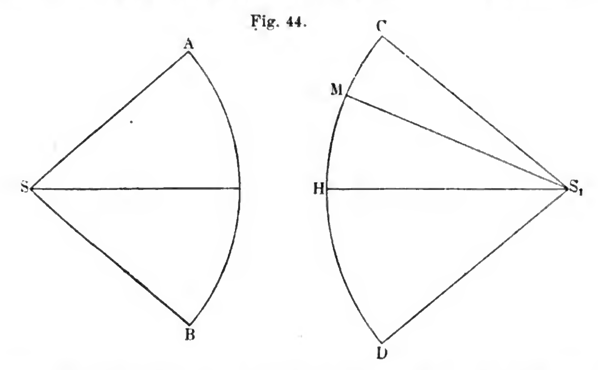
In den vorhergehenden Paragraphen hatten wir nur zu Konstruktionszwecken zuerst die einfallende und reflektierte Wellenfläche betrachtet; sodann wurden von uns die einfallenden und reflektierten Strahlen konstruiert und als Bild eines leuchtenden Punktes S ein derartiger Punkt S_1 bezeichnet, in dem sich alle vom Spiegel reflektierten Strahlen treffen.

In welcher Weise die strahlende Ausbreitung einer Bewegung innerhalb eines elastischen Mediums in Wirklichkeit vor sich geht, hatten wir im ersten Bande in der Huygensschen Theorie kennen gelernt. Dort waren wir auch zu einer Vorstellung von den Diffraktionserscheinungen gelangt, denen wir in der Lehre vom Schall abermals begegnet sind.

Es sei S (Fig. 43) ein leuchtender Punkt, d. h. der Ausgangsort von Impulsen, die sich von S aus gleichzeitig nach allen Richtungen

oder wenigstens nach allen innerhalb des Kegels ASB gelegenen Richtungen ausbreiten. In einem gewissen Zeitpunkte hat sich die Bewegung bis zu dem Teile AB der sphärischen Wellenfläche ausgebreitet. Alle Punkte M dieser Fläche befinden sich in gleichen Phasen, und alle diese Punkte müssen als neue Ausgangspunkte von Impulsen angesehen werden, die sich nach allen Seiten hin ausbreiten. Da alle diese Schwingungen als gemeinsame Quelle die ursprünglich vom Punkte S ausgehenden Impulse haben, so leuchtet ein, daß sie untereinander zu interferieren imstande sind. Ist die Fläche AB nicht allzu klein, so heben sich fast alle von den Punkten M derselben ausgehenden Schwingungen durch Interferenz im Punkte C gegenseitig auf. Übrig bleiben nur die Schwingungen, welche von dem sehr kleinen zentralen Teile ab der Fläche AB ausgehen, so daß man die Schwingung in C

Fig. 44.



durch die Schwingungen in ab erzeugt ansehen kann. Auf diese Weise kommt man zu der Vorstellung, daß sich die Schwingungen an der Geraden SDC entlang ausbreiten, eine Vorstellung, welche an die des Strahles im Sinne der geometrischen Optik erinnert. Ist die Fläche AB sehr klein, so entsteht, wie wir sahen, in C ein heller oder dunkler Fleck, umgeben von einer Reihe heller und dunkler Ringe. In diesem Falle verliert der Strahlbegriff seinen Sinn und ebenso die geradlinige Ausbreitung. Nach der Wellentheorie kann also von Strahlen nur innerhalb eines Strahlenkegels von genügender Breite, in gehöriger Entfernung von der Umgrenzung desselben, die Rede sein, und auch hier nur, wenn man den tatsächlichen Verhältnissen einen gewissen Zwang antut. Ist die Öffnung des Kegels sehr klein, so hört jegliche Analogie mit geometrischen Strahlen auf.

Wir nehmen nunmehr an, die sphärische Wellenfläche AB (Fig. 44) habe gewisse Änderungen erfahren und sei hierdurch in die ebenfalls

sphärische Wellenfläche CD verwandelt, deren Mittelpunkt sich in S_1 befindet. Die geometrische Optik, welche auf die Größe der Kegelöffnung CS_1D keinerlei Rücksicht nimmt, lehrt, daß alle zur Fläche CD senkrechten Strahlen sich im Punkte S_1 treffen, der das Spiegelbild von S darstellt. In Wirklichkeit liegen jedoch die Verhältnisse folgendermaßen: Von allen Punkten M des Teiles CD der sphärischen Wellenfläche breiten sich Schwingungsbewegungen aus, die miteinander zu interferieren vermögen. Ist der Teil CD von einem Kreise begrenzt, so bemerkt man ein kleines helles Scheibchen um S_1, in welchem die Lichtstärke um so schneller von der Mitte nach den Rändern hin abnimmt, je größer der Raumwinkel CS_1D ist. Hat dieser Winkel eine sehr geringe Größe, so entsteht in S_1 eine verwickelte Beugungsfigur, die aus einer Reihe von hellen und dunklen Ringen besteht. Ist jener Winkel dagegen groß, so ist das entstehende Scheibchen sehr klein, und eben dieses Scheibchen stellt das Spiegelbild des selbstleuchtenden Punktes S im Sinne der Wellentheorie dar. Hieraus folgt, daß es einen streng homozentrischen Gang der Strahlen in Wirklichkeit nicht geben kann; selbst in den Fällen, wo die geometrische Konstruktion ein Fehlen der Aberration anzeigt, wo also die neue Wellenfläche genau kugelförmig ist und sich die geometrischen Strahlen in einem Punkte schneiden, stellt das Spiegelbild eines leuchtenden Punktes keinen eigentlichen Punkt dar, sondern ein kleines Scheibchen.

Ist aber der Raumwinkel CS_1D nicht allzu klein, so ist, wie gesagt, jenes Scheibchen sehr klein und die Ergebnisse der Konstruktionen der geometrischen Optik zeigen von den in Wirklichkeit beobachteten Erscheinungen keine merkliche Abweichung.

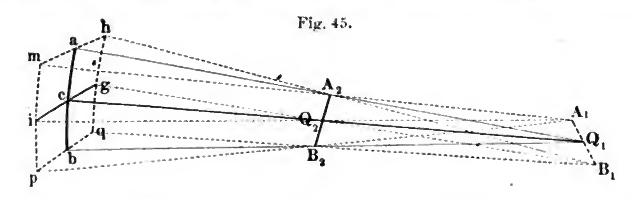
Aus dem Vorhergehenden ergibt sich überdies noch folgendes sehr wichtiges Resultat. Damit sich im Punkte S_1 das erwähnte sehr kleine helle Scheibchen bilden kann, ist es erforderlich, daß von allen Punkten M der Fläche CD Schwingungen ausgehen, die miteinander zu interferieren imstande sind. Hierzu ist es nötig, daß sie zu ihrem Ursprunge ebendieselben vom Punkte S ausgehendem Impulse haben, oder daß, mit anderen Worten, der Punkt S ein selbstleuchtender Punkt ist. Gehört S der zerstreutes Licht aussendenden Oberfläche eines beleuchteten Gegenstandes an, so läßt sich aus dem Vorhergehenden nicht einsehen, in welcher Weise in diesem Falle überhaupt ein Bild des Punktes S zustande kommen kann. Nichtsdestoweniger aber entstehen solche Bilder in der Tat. Es ist das große Verdienst von Abbe, das Zustandekommen solcher Bilder erklärt und auf die Bedingungen hingewiesen zu haben, unter welchen sie entstehen. Wir werden bei Betrachtung des Mikroskops auf diese Frage zurückkommen.

Wir betrachten jetzt den Fall der nichtsphärischen Wellenfläche genauer. Die mathematische Behandlung dieses Falles stößt auf beinahe unüberwindliche Schwierigkeiten; hierher gehören die Arbeiten

von Airy, Lord Rayleigh und K. Strehl. Wir wollen uns auf Betrachtungen beschränken, die der rein geometrischen Optik angehören.

Es sei $c Q_2 Q_1$ (Fig. 45) die im Punkte c zu einem kleinen Teile der Wellenfläche errichtete Normale und stellen acb und icg die Querschnitte kleinster bzw. größter Krümmung dar. Die Normalen in allen Punkten von acb liegen in einer Ebene, welche die Hauptnormale $c Q_2 Q_1$ enthält und einander im Krümmungsmittelpunkte Q_1 treffen. Ebenso treffen sich alle in den Punkten von icg errichteten Normalen im anderen Krümmungsmittelpunkt Q_2. Durch a und b legen wir die Kurven mah und pbq der größten Krümmung, die somit als parallel zu icg angesehen werden können. Die Normalen in den Punkten der Kurve mah liegen in einer Ebene $mah A_1 B_1$ mit der Normalen $a A_2 Q_1$ und schneiden sich im Krümmungsmittelpunkt A_2 der Kurve mah. Dasselbe gilt von den Normalen zu den Punkten der Kurve pbq, welche sich im Punkte B_2 treffen. Da sich die in a, c und b errichteten Normalen im Punkte Q_1 treffen, so müssen offenbar die Ebenen der Normalen

Fig. 45.

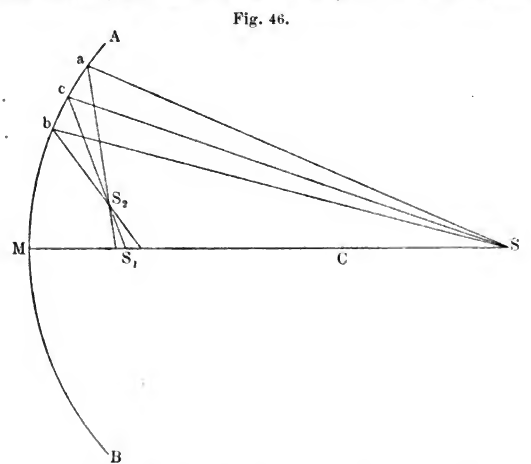


zu mab, icg, pbq sämtlich durch den Punkt Q_1 gehen. Da aber diese Ebenen zur Ebene $a Q_1 b$ senkrecht sind, so gehen sie alle durch dieselbe Gerade $A_1 Q_1 B_1$, welche dem Querschnitte der größten Krümmung icg parallel ist. In den Punkten dieser Geraden $A_1 Q_1 B_1$ schneiden sich also alle Normalen, d. h. sämtliche Strahlen; die Gerade $A_1 Q_1 B_1$ ist die Brennlinie. Wir ziehen ferner durch die Punkte i und g die Kurven mip und hgq der kleinsten Krümmung. Die Ebenen der Normalen zu mip, acb und hgq gehen durch Q_2 und sind senkrecht zur Ebene $i Q_2 g$. Sie schneiden sich sämtlich längs der ihnen gemeinsamen Geraden $A_2 Q_2 B_2$, welche dem Querschnitte acb parallel ist. Offenbar schneiden sich alle Normalen, d. h. alle Strahlen in den Punkten der Geraden $A_2 Q_2 B_2$, die ebenfalls Fokallinie ist.

Ein Bündel von Strahlen, welche auf einem unendlich kleinen Teile einer nichtsphärischen Fläche senkrecht stehen, liefert zwei aufeinander senkrechte unendlich kleine gerade Brennlinien, welche den Hauptschnitten dieser Fläche parallel sind. Ein solches Bündel wird ein astigmatisches genannt.

Wir wenden uns nunmehr wieder der Reflexion an Hohlspiegeln zu. Sei AMB (Fig. 46) der Spiegel, C dessen Mittelpunkt, S der leuchtende Punkt. Wir betrachten das überaus schmale Bündel aSb. Da die Wellenfläche nach der Reflexion keine Kugelgestalt mehr hat, so ist das reflektierte Bündel offenbar astigmatisch. Einer der beiden Hauptschnitte, der Meridionalschnitt, fällt mit der Ebene aSb zusammen; der andere, der Sagittalschnitt, steht hierzu senkrecht. Da alle Strahlen, welche mit der Achse SCM den gleichen Winkel einschließen, sich aus Gründen der Symmetrie in einem auf dieser Achse gelegenen Punkte schneiden müssen, so liefern offenbar die (zu a, c und b senkrechten)

Fig. 46.



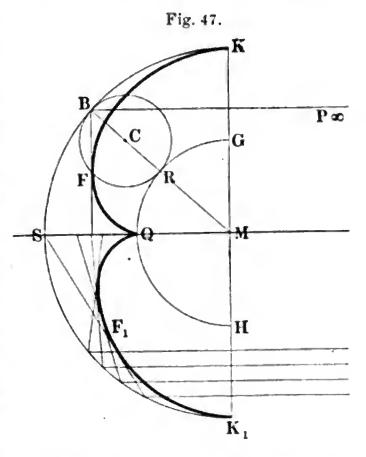
Sagittalschnitte eine Brennlinie, welche an der Achse MC entlang in der Nähe von S_1 liegt. Die (zu acb parallelen) Meridionalschnitte dagegen geben eine Fokallinie; welche durch einen gewissen Punkt S_2 hindurchgeht und senkrecht zur Ebene cSM ist. Nur das die Achse SCM enthaltende Bündel ist nicht astigmatisch; für dieses werden die beiden Brennlinien zu einem einzigen Punkte. Wie wir jedoch sahen, führt die Wellentheorie auch in diesem Falle nicht zu einem Punkte, sondern zu einem hellen Scheibchen, dessen Ebene senkrecht zur Geraden SCM ist.

§ 6. Brennfläche (Kaustika). Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß jedem Elemente einer nichtsphärischen Wellenfläche zwei Brennpunkte entsprechen, oder genauer gesagt, zwei unendlich kleine Brennlinien. Der geometrische Ort aller Durchschnittspunkte der ein-

ander unendlich nahen Strahlen, welche der gegebenen nichtsphärischen Wellenfläche entsprechen, heißt die Kaustika oder Brennfläche. Hat sich die Wellenfläche infolge von Reflexion an einem Spiegel gebildet, so heißt jener geometrische Ort die Katakaustika. Im allgemeinen besteht die Brennfläche aus zwei Teilen, welche den von jedem Element der Wellenfläche erhaltenen zwei Brennlinien entsprechen.

Für den sphärischen Spiegel ist die Katakaustika der geometrische Ort der Punkte S_1 und S_2 (Fig. 46). Da alle Punkte S_1 auf der Geraden MCS liegen, so verwandelt sich offenbar ein Teil der Katakaustika in eine durch den leuchtenden Punkt S und den Spiegelmittelpunkt C gehende Gerade. Die andere Hälfte derselben ist der geometrische Ort der Punkte S_2.

Fig. 47.



Wir wollen hier nur die Form dieser Fläche für einige besondere Fälle angeben.

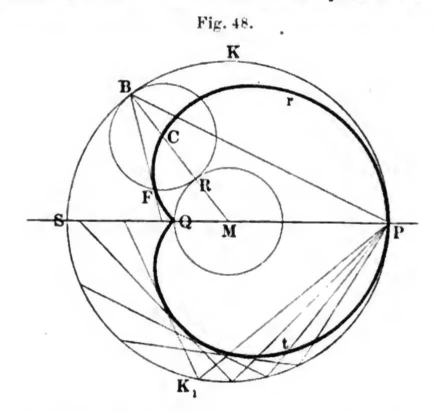
Die Fig. 47 entspricht dem Falle, wo ein der Achse SM paralleles Strahlenbündel die halbkugelförmige Spiegelfläche KSK_1 trifft. Die Katakaustika entsteht durch Drehung der Kurve $KFQF_1K_1$ um die Achse SM. Diese Kurve ist eine Epizykel, welche dadurch entsteht, daß der Punkt F der Kreislinie $BFRB$ mit dem Radius $\frac{r}{4}$ (r ist der Spiegelradius) auf der Kreislinie $GRQH$ vom Radius $\frac{r}{2}$ dahinrollt. Befindet sich der Mittelpunkt C in der Mitte der Geraden GK, so fällt der Punkt F mit dem Punkte K zusammen.

In Fig. 48 ist die Brennfläche für den Fall dargestellt, daß sich der leuchtende Punkt P auf der Oberfläche des sphärischen Spiegels selbst befindet. Die Kurve $PrCFQtP$ wird vom Punkte F der Kreislinie $BFRB$ beschrieben, wenn letztere auf der Kreislinie RQM dahinrollt; hierbei ist der Radius $MR = CR = \frac{1}{3}MP$.

Bildet die spiegelnde Fläche einen kleinen Teil der gesamten Kugelfläche, so reduziert sich die Brennfläche auf den Teil, welcher um den Punkt Q herum liegt. Die reflektierten Strahlen schneiden sich in einem gewissen Raume, dem Bildraum (Brennraum). Die Gestalt dieses Raumes erkennt man aus Fig. 49. Hier sind BFW und $B'F'V'$

die Randstrahlen, welche sich in q schneiden: Q ist der Schnittpunkt der Strahlen, welche der Achse QS sehr nahe liegen; FvQ und $F'wQ$ ist die kaustische Kurve. Die Durchschnittspunkte vw der Rand-

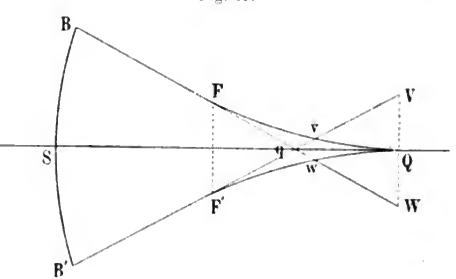
Fig. 48.



strahlen mit der Kaustika bestimmen den schmalsten Teil des Bildraumes, von dem bereits auf S. 120 die Rede war und den man bei der Beobachtung als Spiegelbild des gegebenen leuchtenden Punktes gelten läßt.

Indem wir hiermit den geometrischen Teil der Katoptrik (vgl. § 1) abschließen, wollen wir noch erwähnen, daß man dieselbe als speziellen

Fig. 49.



Fall der Dioptrik, d. h. der Lehre von der Brechung der Strahlen, ansehen kann (vgl. Kapitel V). Setzt man für den Brechungsquotienten n den speziellen Wert $n = -1$, so erhält man an Stelle der Brechung

die Reflexion und gehen die Formeln der Dioptrik in die der Katoptrik über, so z. B. die Formeln für die Strahlenbrechung an sphärischen Flächen in die Formeln für die Spiegelung an Kugelflächen.

§ 7. Oberflächliche und innere Zerstreuung (Diffusion) der Strahlen.

Bisher war vorausgesetzt worden, die Spiegel hätten eine vollkommen „glatte" und reine Oberfläche, mit anderen Worten, ihre Oberfläche weiche nirgends von der ihr eigentümlichen geometrischen Form ab, auch seien weder Staub noch andere kleine Körper auf ihr vorhanden. In diesem Falle ist der Spiegel selbst, während er beleuchtet wird, nicht sichtbar, auf der Netzhaut unseres Auges bilden sich bloß die Bilder der vom Spiegel „reflektierten" Gegenstände ab, genauer gesagt, die Bilder der vom Spiegel gelieferten Bilder. Wenn sich jedoch auf der Spiegelfläche Unebenheiten oder kleine nicht hingehörige Körperchen vorfinden, so liefern die sich um jeden Punkt des Spiegels herum bildenden elementaren Wellenflächen nicht mehr eine Wellenfläche, deren endliche Teile man als sphärische gelten lassen kann. Es erfolgt in diesem Falle oberflächliche Zerstreuung oder Diffusion der strahlenden Energie, der Spiegel wird durch die auffallenden Lichtstrahlen selbst sichtbar. Damit die Zerstreuung nicht merklich wird, ist es erforderlich, daß die Tiefe h der Unebenheiten sehr klein gegen die entsprechende Wellenlänge λ ist, für Lichtstrahlen also sehr klein gegen $^1/_{2000}$ mm.

Strahlen, welche einen Winkel φ mit dem Einfallslote bilden, können regelmäßig reflektiert werden, wenn $h \cos \varphi$ klein gegen λ ist. Hieraus erklärt es sich, weshalb Papier fast wie ein Spiegel wirkt, wenn die Strahlen sehr geneigt auf seine Oberfläche fallen. Die so erhaltenen Spiegelbilder haben eine rötliche Färbung, da die Strahlen mit großem λ, also gerade die roten Strahlen am regelmäßigsten reflektiert werden.

Das Gegenstück zu einer vollkommenen spiegelnden Fläche stellt eine vollkommen matte Oberfläche dar. Lambert hat (1760) folgende Formel für die Menge J der strahlenden Energie gegeben, welche von einem Teile s einer matten Oberfläche in einer Richtung zerstreut wird, die mit der Normalen zu jener Oberfläche den Winkel α bildet:

$$J = A s \cos \varphi \cos \alpha \qquad (9)$$

In dieser Formel stellt A einen Proportionalitätsfaktor dar, φ den Einfallswinkel der die matte Oberfläche treffenden Strahlen. Der Faktor $\cos \varphi$ drückt das bekannte Gesetz aus, nach welchem die Beleuchtung von der Richtung φ der einfallenden Strahlen abhängt. Der zweite Faktor $\cos \alpha$ läßt offenbar erkennen, daß die Oberfläche alle Strahlen völlig gleichmäßig nach allen Seiten hin zerstreut, unabhängig von der Richtung, in welcher sie eingefallen sind. Es ist mithin die Intensität der zerstreuten Strahlen nach allen Richtungen die gleiche. Die Lambertsche Formel ist von Bouguer, Kononowitsch, Seeliger, Messer-

schmidt, Wiener, Lommel, Wright, Hutchins, K. Ångström, Godard, Thaler, Coblentz, Jentzsch u. a. geprüft worden.

Fast alle Arbeiten haben Abweichungen von der Lambertschen Formel gezeigt. Lommel hat obige Formel durch eine weniger einfache ersetzt. Wright hat an Platten, welche durch Kompression verschiedener farbiger oder farbloser Pulver erhalten worden waren, die Zerstreuung der Strahlen von bestimmter Wellenlänge beobachtet. Er fand, daß bei gegebenem φ die Größe J dem $\cos\alpha$ genau proportional ist; bei gegebenem α aber sind die Änderungen von J dem $\cos\varphi$ nicht proportional. Wright nahm daher an, die richtige Formel müsse in bezug auf die Winkel φ und α unsymmetrisch gebaut sein. Mit dieser Ansicht stimmt jedoch Lord Rayleigh nicht überein. Hutchins hat den Fall $\varphi = 0$ für Papier und Gips untersucht. Er fand hierbei, daß die Zerstreuung keine vollständige ist, daß mit derselben vielmehr eine regelmäßige Spiegelung verbunden ist. Wiener wies als erster darauf hin, daß J unabhängig sein muß vom Winkel Θ zwischen der Einfallsebene (Winkel φ) und der Ebene des Winkels α. Thaler (1903) untersuchte den Einfluß des Azimuts bei mattem Glas und bei Gips. Er fand, daß bei gegebenen φ und α die Größe J stets ein Maximum bei $\Theta = 180^0$ hat, woraus hervorgeht, daß ein Teil der Strahlen immer gerade reflektiert wird.

Eine Erscheinung anderer Art ist die sogenannte innere Diffusion der Strahlen, wie sie in Medien auftritt, die eine sehr große Menge kleinster Partikelchen eingebettet enthalten, welche die einfallenden Strahlen mehr oder weniger unregelmäßig nach allen Seiten hin zerstreuen. Ein solches Medium ist z. B. unsere Atmosphäre, in welcher die Diffusion durch kleinste Staubteilchen und Wassertröpfchen oder Wasserbläschen hervorgerufen wird.

Die innere Diffusion äußert sich besonders deutlich darin, daß man den Weg von Lichtstrahlen, welche ein trübes Medium durchsetzen, erkennen kann, falls man von der Seite her nach demselben blickt. Auch im Wasser sieht man jenen Weg der Strahlen. Destillation und Filtration befreien das Wasser von der in dasselbe aus der Luft hineingelangenden Trübung nicht. Spring (1899), Battelli und Pandolfi glaubten optisch reine Flüssigkeiten hergestellt zu haben, doch hat Kangro (1914) bewiesen, daß dies auf den von diesen Forschern angegebenen Wegen nicht gelingt. Optisch reine Flüssigkeiten sind von Le Blanc (1920) und P. Wolski durch Filtration durch besonders präparierte Filter gewonnen worden. Einen Apparat zur Messung von Trübungen haben Mecklenburg und Valentiner (1914) konstruiert.

Clausius nahm an, daß die Größe der Diffusion von der Wellenlänge λ abhängt, und zwar umgekehrt proportional λ^2 ist. In neuerer Zeit hat Strutt (jetzt Lord Rayleigh) gefunden, daß die Größe der

Diffusion sich in noch höherem Maße bei Abnahme von λ vergrößert, daß sie nämlich umgekehrt proportional λ^4 ist. Die Versuche, welche Abney und Festing, Lampa, Hurion, Compan, Kamerlingh Onnes und Smoluchowski über die Diffusion des Lichtes mit einer Emulsion aus Mastixlösung in Spiritus mit Wasser angestellt, haben das Resultat von Rayleigh vollkommen bestätigt. Hieraus folgt, daß die Diffusion der violetten und dunkelblauen Strahlen unter den betreffenden Verhältnissen etwa 12mal größer als die Diffusion der roten Strahlen ist. Der Verlust an strahlender Energie, der beim Durchgange derselben durch die Erdatmosphäre erfolgt, ist für die sichtbaren Strahlen größtenteils auf Rechnung der Diffusion, für die infraroten und ultravioletten Strahlen aber auf Rechnung der Absorption zu setzen (vgl. Kapitel XII, § 6). Ein typisches Beispiel der inneren Diffusion stellt das Milchglas dar, auf dessen Eigenschaften wir zurückkommen werden.

Eine umfangreiche Untersuchung der Diffusion des Lichtes in Gasen und besonders in der Atmosphäre führte L. Vessot King (1912) aus.

§ 8. Experimentelle Untersuchungen über die Menge der reflektierten strahlenden Energie. Auf S. 17 haben wir bereits die Methode zum Nachweise von infraroten Strahlen mit Hilfe der Thermosäule kennen gelernt. Läßt man die infraroten Strahlen auf eine polierte Fläche fallen, so werden sie nach demselben Gesetz reflektiert wie die sichtbaren. Sphärische Hohlspiegel, parabolische Spiegel usw. sammeln die infraroten Strahlen in derselben Weise wie die sichtbaren Lichtstrahlen.

Fallen infrarote Strahlen auf eine rauhe Fläche, so erfahren sie ebenso wie die Lichtstrahlung eine Diffusion.

Bevor wir auf die hierhingehörigen Arbeiten eingehen, wollen wir daran erinnern (vgl. S. 33), daß eine mehrfache Reflexion eines zusammengesetzten Strahlenbündels an ein und derselben Substanz ein oder mehrere Bündel von fast homogenen Strahlen liefern kann; dies haben die Versuche von Rubens und Nichols gezeigt. Strahlen, die wiederholt an Quarzflächen reflektiert worden sind, enthalten nur noch Wellenlängen, die ungefähr gleich $\lambda = 8{,}50\,\mu$, $\lambda = 9{,}02\,\mu$ und $\lambda = 20{,}75\,\mu$ sind. Glimmer gibt nach vierfacher Reflexion Strahlen mit den Wellenlängen $\lambda = 9{,}20\,\mu$, $\lambda = 18{,}40\,\mu$ und $\lambda = 21{,}25\,\mu$.

Reststrahlen von	Mittlere Wellenlänge μ	Reststrahlen von	Mittlere Wellenlänge μ
Flußspat	24,0 u. 31,6	Thalliumchlorür	91,6
Steinsalz	52,0	Jodkalium	94,1
Sylvin	63,4	Bromsilber	112,7
Chlorsilber	81,5	Thalliumbromür	117,0
Bromkalium	82,6	Thalliumjodür	151,8

Flußspat gibt nach vierfacher Reflexion nur noch Strahlen mit der Wellenlänge $\lambda = 23{,}7\,\mu$ und $31{,}6\,\mu$.

In der vorhergehenden Tabelle sind die mittleren Wellenlängen einiger Reststrahlengruppen zusammengestellt, welche von Rubens im Verein mit Nichols, Aschkinass, Hollnagel und v. Wartenberg gemessen worden sind.

Zu noch größeren Wellenlängen ist Rubens im Verein mit Wood und v. Bayer nach der Quarzlinsenmethode (S. 34) vorgedrungen.

Aschkinass (1900) hat gezeigt, das Marmor Strahlen von den Wellenlängen $\lambda = 6{,}69\,\mu$, $\lambda = 11{,}41\,\mu$ und $\lambda = 29{,}4\,\mu$ gibt; Alaun gibt $\lambda = 9{,}05\,\mu$ und $\lambda = 30$ bis $40\,\mu$; KBr gibt Strahlen, für welche $\lambda = 60$ bis $70\,\mu$ ist; KCl (Sylvin) gibt $\lambda = 61{,}1\,\mu$.

Die Reflexion der Strahlen an festen und flüssigen Körpern hat namentlich Rubens untersucht, und zwar sowohl allein, als auch zusammen mit anderen Forschern, ferner Nichols, Paschen, Trowbridge, v. Wartenberg, Minor, Coblentz u. a.

Die ersten Arbeiten von Rubens gehen auf das Jahr 1889 zurück (Reflexion der Strahlen von der Wellenlänge $\lambda = 3{,}2\,\mu$ an Ag, Au, Cu, Fe und Ni). Ferner hat Nichols (1897) gefunden, daß Ag beinahe 100 Proz der Strahlen von $\lambda = 4\,\mu$ bis $\lambda = 9\,\mu$ reflektiert. Quarz dagegen reflektiert in sehr geringem Grade die Strahlen zwischen $\lambda = 4{,}2\,\mu$ und $\lambda = 7{,}8\,\mu$ (für $\lambda = 7{,}4\,\mu$ ist fast gar keine Reflexion nachweisbar); bei weiterer Zunahme von λ nimmt auch die Reflexion zu und geht bis zu 75 Proz. für $\lambda = 8{,}42\,\mu$; für $\lambda = 9\,\mu$ beträgt sie ungefähr 50 Proz.

Die Strahlen $\lambda = 23{,}7\,\mu$ erfahren totale Reflexion (100 Proz.) an Ag, Au, Pt, Cu, Fe, Ni, Messing und Spiegelmetall.

Der Kürze halber wollen wir im nächstfolgenden die Prozentzahl der reflektierten Strahlen mit R bezeichnen. Trowbridge (1898) hat R für Au, Cu, Fe, Ni, Messing und Spiegelmetall bestimmt, und zwar innerhalb der Grenzen $\lambda = 1\,\mu$ bis $\lambda = 15\,\mu$ bei einem Einfallswinkel von 10^0. Hierbei fand er, daß R sich im Zusammenhange mit λ nicht ganz regelmäßig ändert. Die Mehrzahl der Zahlen R ist größer als 90; für $\lambda > 4\,\mu$ sind alle $R > 90$; für Au sind alle $R > 94{,}3$.

Paschen (1901) gibt folgende Zahlenwerte für reines Silber (R) und Neusilber (R_1) an:

$\lambda =$	0,7786	1,096	1,718	3,842	4,810	6,264	7,737 μ
$R =$	94,43	96,45	97,70	98,18	98,23	98,40	98,69
$R_1 =$	70,89	76,16	85,05	91,80	92,53	93,17	94,03

Rubens und Aschkinass (1898) haben die Reflexion der Reststrahlen von Steinsalz (NaCl) und Sylvin (KCl) untersucht und für R folgende Werte gefunden:

Substanz	NaCl $\lambda = 51{,}2\,\mu$	KCl $\lambda = 61{,}1\,\mu$
NaCl	81,5	52,6
KCl	30,7	80,0
Quarz	17,8	13,0
Spiegelglas	15,7	11,3
Schwefel	9,5	—

In neuerer Zeit hat Rubens derartige Messungen bei einer weit größeren Reihe von Substanzen und unter Verwendung der von der Quarzquecksilberlampe (S. 34) herrührenden Strahlung, d. h. mit einer Strahlung von ungefähr 300 μ wieder aufgenommen. Aus dem Reflexionsvermögen läßt sich mit Hilfe der Beziehung (s. später)

$$R = 100\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

der Brechungsindex n ermitteln. Indem man diesen mit der direkt gemessenen Dielektrizitätskonstante vergleicht, kann man die Maxwellsche Formel: $n = \sqrt{K}$ (S. 96) prüfen. Für fast sämtliche der von Rubens untersuchten Substanzen zeigte sich die Maxwellsche Formel erfüllt. In der folgenden Tabelle, welche einen Überblick über die Messungen gibt, sind nicht die aus dem beobachteten Reflexionsvermögen berechneten Werte der Dielektrizitätskonstanten mit den experimentell

Substanz	R beobachtet für 300 μ	Dielektrizitätskonstante	R berechnet
Kalkspat	25,0	8,3	23,5
Marmor	24,5	8,2	23,3
Gips	22,1	7,5	21,6
Flußspat	19,9	6,82	19,9
Steinsalz	17,9	5,82	17,2
Sylvin	14,0	4,75	13,8
Bromkalium	14,9	4,66	13,5
Jodkalium	15,8	5,10	14,9
Ammoniumchlorid	19,8	6,85	20,0
Ammoniumbromid	21,1	6,98	20,3
Chlorsilber	31,4	10,9	28,5
Bromsilber	35,6	12,1	30,7
Cyansilber	17,3	5,57	16,4
Sublimat	19,1	6,52	19,1
Calomel	33,5	9,36	25,7
Thalliumchlorür	56,7	35	51
Thalliumbromür	59,7	42	54
Thalliumjodür	50,3	30	47
Bleichlorid	51,8	42	54
Wasser	15,1	18	64
Schwefelsäure	21,7	—	—
Glycerin	9,4	56,2	58
Ricinusöl	4 8	4,78	13,9

gefundenen Dielektrizitätskonstanten, sondern gleich beobachtetes und aus der experimentell gefundenen Dielektrizitätskonstante berechnetes Reflexionsvermögen verglichen.

Während das für die festen Isolatoren berechnete und das experimentell gefundene Reflexionsvermögen gut übereinstimmen, ist dies für die untersuchten Flüssigkeiten nicht der Fall; viele von ihnen zeigen im Einklang hiermit starke Dispersion im Gebiete der Hertzschen Wellen, d. h. die Dielektrizitätskonstante ist nicht konstant; so wächst z. B. die Dielektrizitätskonstante des Glycerins in dem Bereich der Hertzschen Wellen zwischen $\lambda = 0{,}4$ cm und $\lambda = 1200$ cm von 2,6 bis 56,2 und gilt die Maxwellsche Beziehung, wie bereits erwähnt, nur für sehr lange Wellen bzw. für kürzere Wellen nur dann, wenn die Dielektrizitätskonstante unabhängig von der Wellenlänge ist. Von Debye (1913) ist eine Theorie ausgearbeitet, die das abweichende Verhalten der Flüssigkeiten erklärt.

In zwei späteren Arbeiten haben Rubens (1916) und Liebisch und Rubens (1919) das Reflexionsvermögen einer großen Reihe von amorphen Körpern (verschiedene Gläser, Quarz, Ebonit) und doppeltbrechenden Kristallen untersucht. Die Maxwellsche Beziehung war stets erfüllt. Auf die theoretischen, hier angeschnittenen Fragen werden wir in Bd. V ausführlich zurückkommen.

Von größtem Interesse sind die Untersuchungen von Rubens und Hagen über die Reflexion langwelliger Strahlen an Metallen und Legierungen. Ihre Methode bestand darin, daß sie aus dem zu untersuchenden Materiale sphärische Hohlspiegel anfertigten. Etwas oberhalb des Spiegelmittelpunkts wurde ein Platinstreifen angebracht (mit vertikalen, dem Spiegel parallelen Seitenflächen), der durch einen Strom glühend gemacht wurde. Unmittelbar unterhalb dieses Streifens entstand dann dessen Spiegelbild. Die von jenem Platinstreifen und seinem Spiegelbilde ausgesandten Strahlen wurden miteinander mittels eines Spektrophotometers mit doppeltem Vierordtschen Spalt (s. später) verglichen. Auf diese Weise wurde die Reflexion der sichtbaren Strahlen (von $\lambda = 0{,}450\ \mu$ bis $\lambda = 0{,}700\ \mu$) untersucht. Zum Studium der infraroten und ultravioletten Strahlen bedienten sich Hagen und Rubens eines linienförmigen Thermoelements (S. 19), auf welches mit Hilfe eines kleinen drehbaren, total reflektierenden Prismas abwechselnd die Strahlen des glühenden Platinstreifens und seines Spiegelbildes geworfen werden konnten. Aus dieser Beschreibung geht hervor, daß der Einfallswinkel der untersuchten Strahlen nahezu gleich Null war. In der folgenden Tabelle sind einige Zahlenwerte von R für Strahlen mit der Wellenlänge $\lambda = 0{,}251\ \mu$ bis $14\ \mu$ zusammengestellt.

Wichtig sind die Werte für Ag und Au; die Minimalwerte von R sind durch fetten Druck hervorgehoben.

λ	Ag	Pt	Ni	Au	Cu
0,251 μ	34,1	33,8	37,8	38,8	25,9
0,288 μ	21,2	38,8	42,7	34,0	**24,3**
0,305 μ	9,1	39,8	44,2	31,8	25,3
0,316 μ	**4,2**	—	—	—	—
0,326 μ	14,6	41,4	45,2	28,6	**24,9**
0,338 μ	55,5	—	46,5	—	—
0,357 μ	74,5	43,4	48,8	27,9	27,3
0,385 μ	81,4	45,4	49,6	**27,1**	28,6
0,420 μ	86,6	51,8	56,6	29,3	32,7
0,450 μ	90,5	54,7	59,4	33,1	37,0
0,500 μ	91,3	58,4	60,8	47,0	43,7
0,600 μ	93,6	64,2	64,9	84,4	71,8
0,700 μ	96,2	69,0	68,8	92,3	83,1
0,800 μ	—	70,3	69,8	94,9	88,6
1,0 μ	97,5	75,9	72,0	—	90,1
1,500 μ	—	77,7	78,6	—	93,8
2,0 μ	97,8	80,6	83,5	96,8	95,5
3,0 μ	98,1	88,8	88,7	—	97,1
5,0 μ	98,1	93,5	94,4	97,0	97,9
9,0 μ	98,7	95,4	95,6	98,0	98,4
14,0 μ	98,3	96,4	97,2	97,9	—

In einer späteren Arbeit haben Hagen und Rubens das Reflexionsvermögen einer großen Anzahl von Metallen und Legierungen für noch größere Wellen untersucht. Im Ultrarot nahmen die Kurven einen äußerst gleichmäßigen Verlauf an und strebten für alle Metalle und Legierungen mit wachsender Wellenlänge dem Werte $R = 100$ zu. Ferner zeigte es sich, daß von etwa $8\,\mu$ an die Reihenfolge der Metalle, wenn man sie nach dem Reflexionsvermögen ordnet, stets dieselbe ist. Diese Untersuchung ist deswegen von so großer Bedeutung, weil sie eine Bestätigung der Maxwellschen elektromagnetischen Lichttheorie bietet. Von den aus dieser Theorie abgeleiteten Beziehungen kommen hauptsächlich zwei für die experimentelle Prüfung in Betracht, von denen die eine, für vollkommene Nichtleiter geltend, bereits auf S. 96 erwähnt worden ist, nämlich $n^2 = K$, die andere dagegen auf metallische Leiter sich bezieht und einen Zusammenhang zwischen elektrischem Leitvermögen und Absorption verlangt, nämlich

$$\beta = n = 5{,}48\,\sqrt{\sigma\,\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

wo β den Absorptionskoeffizienten, λ die Wellenlänge, n den Brechungsindex für dieselbe Wellenlänge und σ die spezifische Leitfähigkeit im absoluten elektrostatischen Maße bedeuten. Für das Reflexionsvermögen R erhält man

$$R = 100 - \frac{200}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

und hieraus für die in die Metalle eindringende Intensität oder das Absorptionsvermögen [s. Formel (9), S. 48]:

$$(100 - R) = \frac{K}{\sqrt{\sigma \lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Diese Formel ist von Planck und Drude aus den Maxwellschen Gleichungen (s. Bd. V) abgeleitet, von Hagen und Rubens empirisch gefunden worden. Aus Formel (4) geht hervor, daß die besten elektrischen Leiter für eine gegebene Wellenlänge auch die undurchsichtigsten Substanzen sein müssen. Qualitativ fand Maxwell diesen Satz schon bestätigt, denn die Metalle sind nicht nur die besten Leiter der Elektrizität, sondern auch die undurchsichtigsten Körper, welche wir kennen. Dagegen versagte eine quantitative Prüfung, die sich auf das sichtbare Spektrum bezog, vollkommen. Der Grund hierfür ist, daß wegen der Eigenschwingungen der Moleküle die Maxwellschen Gleichungen hier nicht gelten. Erst Rubens und Hagen zeigten nicht nur, daß alle Unstimmigkeiten verschwinden, wenn man größere Wellenlängen in Betracht zieht, sondern auch, daß die obigen Formeln gelten. Zu einem abschließenden Urteil über die Gültigkeit der Gleichungen konnten jedoch Hagen und Rubens nicht gelangen, und zwar aus experimentellen Gründen, da sich die Reflexions- und Absorptionsmessungen nicht mit genügender Sicherheit weit ins ultrarote Spektrum ausdehnen ließen. Dies gelang erst, als sie das Emissionsvermögen der Metalle, das nach dem Kirchhoffschen Gesetz dem Absorptionsvermögen proportional ist, und viel leichter experimentell zu ermitteln ist, untersuchten. Für hinreichend große Wellenlängen und für gut leitende Metalle ergibt sich aus (12)

$$E = 100 - R = \frac{K}{\sqrt{\sigma \lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

wo E das Emissionsvermögen bedeutet. Die Konstante K ergibt sich zu 36,5, wenn das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers gleich 100 gesetzt, die Wellenlänge λ in μ angegeben und die Lichtgeschwindigkeit zu 3×10^{10} cm/sec angenommen wird. Das durch Formel (13) dargestellte Gesetz läßt sich folgendermaßen ausrdücken: Das Emissionsvermögen der Metalle für lange Wellen ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus ihrem elektrischen Leitvermögen. Das Emissionsvermögen E wurde durch Vergleich der Strahlungsstärke des Metalls mit der eines gleich hoch erhitzten schwarzen Körpers direkt gemessen. Aus den Versuchen ergab sich, daß, je weiter man nach langen Wellen fortschritt, sich die Formel (13) um so besser bestätigte. Für die Reststrahlen des Flußspats ($\lambda = 25{,}5\,\mu$) war die Übereinstimmung zwischen dem beobachteten Emissionsvermögen und den aus dem elektrischen Leitvermögen berechneten Werten nahezu vollkommen. Dies Ergebnis ist absolut

sicher, da sich alle untersuchten 12 Metalle und 21 Legierungen gleich verhielten, nur Wismut, das sich auch in anderer Hinsicht abnorm verhält, zeigte eine kleine Abweichung.

Noch auf andere Weise haben Hagen und Rubens die Formel (12) geprüft. Wie aus zahlreichen Versuchen hervorgeht, ändert sich das Emissionsvermögen der Metalle mit der Temperatur im sichtbaren Spektrum sehr wenig, d. h. der optische Temperaturkoeffizient des Emissionsvermögens der Metalle und Legierungen ist sehr klein; die spezifische Leitfähigkeit ändert sich aber stark mit der Temperatur. Ganz anders liegen die Verhältnisse bei größeren Wellenlängen. Bei 2 μ ist der Temperaturkoeffizient des Emissionsvermögens noch verschwindend klein, er verhält sich wie im sichtbaren Spektrum, man kann ihn deswegen als „optischen" Temperaturkoeffizienten bezeichnen. Bei 4 μ wird der Temperaturkoeffizient deutlich erkennbar, um von 6 μ an der obigen Gleichung zu entsprechen; der Temperaturkoeffizient kann von dieser Wellenlänge an als elektrisch bezeichnet werden. Vollkommene Übereinstimmung mit der Formel erhält man bei Anwendung der Reststrahlen von Kalkspat (6,65 μ), Quarz (8,85 μ) und Flußspat (26 μ).

Aus diesen Versuchen von Rubens und Hagen geht somit hervor, daß es mit Hilfe obiger Formel möglich ist, das elektrische Leitvermögen eines Metalls oder einer Legierung aus optischen Strahlungsmessungen zu bestimmen.

Diese Untersuchungen von Rubens und seiner Schüler bilden eine der glänzendsten Bestätigungen der Maxwellschen elektromagnetischen Lichttheorie. Einen Bericht über neuere Fortschritte in der Untersuchung des langwelligen ultraroten Spektrums hat E. Liebreich (Starks Jahrb. f. Radioakt. u. Elektronik **12**, 205, 1915) gegeben. Eine zusammenfassende Darstellung der neueren Arbeiten über das Emissionsvermögen der Metalle findet man in dem Bericht von Henning (Jahrb. f. Radioakt. u. Elektronik **17**, 30, 1921).

Untersuchungen über das Reflexionsvermögen des Wassers sind von Rubens und Ladenburg (1909), Ångström (1914) und Gehrts (1915) gemacht. Das Maximum der ersten großen Bande liegt bei 3,2 μ, das Maximum der zweiten bei 6,2 μ. Außerdem tritt noch eine schwache Erhebung bei 4,5 μ auf. Das Reflexionsvermögen einer großen Reihe von organischen und anorganischen Substanzen, besonders Salzen, haben im festen, geschmolzenen und gelösten Zustand im infraroten Spektrum untersucht Coblentz, Morse (1907), Clark (1912), Gehrts (1915) u. a. Die Lage der Reflexionsmaxima im festen und geschmolzenen Zustand ist dieselbe, in der Lösung sind die Maxima ein wenig nach der Seite längerer Wellen verschoben. Das Reflexionsvermögen einer Lösung läßt sich nicht durch eine lineare Funktion der Konzentration darstellen, sondern steigt mit wachsender Konzentration stärker an. Bei steigender Konzentration verschiebt sich das Maximum nach

der Seite der kürzeren Wellen. Die Salze derselben Säure besitzen im wesentlichen dieselben Reflexionsmaxima. Auf diese Regelmäßigkeit werden wir später (Kapitel VII, § 21) bei der Absorption zurückkommen.

L. Mach (1899) hat eine Reihe von bemerkenswerten neuen Legierungen aus Al und Mg hergestellt; im ganzen waren es 17 verschiedene Legierungen, anfangend von 2 Al + 1 Mg bis zu 1 Al + 13 Mg. Geschmolzen wurden die Metalle unter Luftabschluß, gekühlt unter einem Druck von 100 bis 200 Atmosphären. Die entstandenen Legierungen zeichneten sich durch ihre geringe Dichte und ihre Beständigkeit an der Luft aus, sowie durch ihre Fähigkeit, die ultravioletten Strahlen in höherem Maße zu reflektieren als irgendwelche andere bisher untersuchte Substanzen. Die Reflexion der ultravioletten Strahlen an Metallen ist auch von Nutting (1901), Rubens und Hagen (1902), Hulburt (1915) und E. Lewis und Hardy (1919) u. a. gemessen worden.

Im allgemeinen nimmt das Reflexionsvermögen mit der Wellenlänge ab, verschwindet aber nirgends. Besonders stark ist das Reflexionsvermögen des Siliciums im kurzwelligen Gebiet.

Die Diffusion bei der Reflexion an rauhen Flächen hat Ångström bolometrisch untersucht.

Literatur.

Zu § 5.

Airy: Cambr. Phil. Trans. **6**, 379, 1838.
Strutt (Lord Rayleigh): Phil. Mag. (4) **41**, 107, 247, 447, 1871; (5) **9**, 410, 1879.
K. Strehl: Theorie des Fernrohrs usw. Teil I. Leipzig 1894.

Zu § 7.

Lambert: Photometria. Augsburg 1760.
Bouguer: Essai d'optique sur la gradation de la lumière. Paris 1729.
Kononowitsch: Sapiski der math. Abt. der Odessaer Naturforschergesellschaft, Bd. II (russ.); Sapiski der Odessaer Universität **22**, 107 (russ.).
Seeliger: Münch. Ber. 1888, Heft 2, S. 201.
Messerschmidt: Wied. Ann. **34**, 867, 1888.
Chr. Wiener: Wied. Ann. **47**, 638, 1892.
Lommel: Wied. Ann. **10**, 449, 631, 1880; **31**, 473, 1889; Münch. Ber. 1887, S. 95.
Wright: Ann. d. Phys. **1**, 17, 1900; Phil. Mag. (5) **49**, 199, 1900.
Rayleigh: Phil. Mag. (5) **47**, 375, 1899; **49**, 324, 1900.
Hutchins: Sill. J. (4) **6**, 373, 1898.
Thaler: Ann. d. Phys. **11**, 996, 1903.
Jentzsch: Ann. d. Phys. **39**, 907, 1912.
Clausius: Pogg. Ann. **72**, 294, 1847; **76**, 161, 188, 1849; **88**, 543, 1853.
Lampa: Wien. Ber. **100**, 730, 1892.
Abney and Festing: Proc. R. Soc. **40**, 378, 1886.

Spring: Recueil des trav. chim. des Pays-Bas **18** (2. sér., t. 3), 153, 1899; Bull. Acad. Belg. **37**, 174, 300, 1899.
Battelli e Pandolfi: Nuov. Cim. (4) **9**, 321, 1899.
Kangro: Ztschr. f. phys. Chem. **87**, 257, 1914.
Mecklenburg u. Valentiner: Ztschr. f. Instr. **34**, 209, 1914.
Le Blanc: Leipz. Ber. **72**, 24, 1920.
Wolski: Kolloidchem. Beihefte **13**, 137, 1920.
Vessot King: Phil. Trans. **212**, 375, 1912; Proc. Roy. Soc. **88**, 83, 1913.

Zu § 8 und 9.

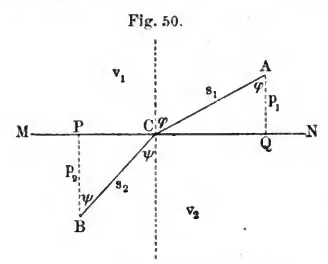
Melloni: Ann. chim. et phys. (2) **75**, 1840; Pogg. Ann. **37**, 212, 1836; **52**, 421, 573, 1841; **65**, 101, 1845.
De la Provostaye et Desains: Ann. chim. et phys. (3) **26**, 212, 1848; **27**, 1849; **28**, 501, 1849; **30**, 276, 1850; **34**, 192, 1852.
Knoblauch: Pogg. Ann. **65**, 581, 1845; **71**, 1, 1847; **74**, 161, 1848; **101**, 187, 1857; **109**, 595, 1868.
Rubens und Nichols: Wied. Ann. **60**, 418, 1897.
Aschkinass: Ann. d. Phys. **1**, 42, 1900.
Rubens: Wied. Ann. **37**, 249, 1889; Berl. Akad. 1917, S. 54.
Nichols: Wied. Ann. **60**, 407, 1897.
Trowbridge: Wied. Ann. **65**, 595, 1898.
Paschen: Ann. d. Phys. **4**, 304, 1901.
Rubens und Aschkinass: Wied. Ann. **65**, 241, 1898.
v. Wartenberg: Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 115, 1910.
Coblentz: Bull. Bur. of Standards **1**, 198, 1911.
Königsberger: Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 247, 1899.
Minor: Ann. d. Phys. **10**, 581, 1903.
Hagen und Rubens: Verh. d. Berl. phys. Ges. **17**, 143, 1898; Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 165, 1901; **4**, 55, 1902; **5**, 113, 145, 1903; Instr. **19**, 293, 1899; **22**, 42, 1902; Ann. d. Phys. **1**, 353, 1900; **8**, 1, 1902; **11**, 873, 1903; Berl. Ber. 1903, S. 269, 410; Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 128, 1904; **10**, 710, 1908; **12**, 172, 1910; Phys. Ztschr. **4**, 726, 1903; **9**, 874, 1908; **11**, 139, 1910; Berl. Ber. 1909, S. 478; 1910, S. 467; 1917, S. 47.
Rubens und Hollnagel: Berl. Ber. 1910, S. 26.
Rubens und Liebisch: Berl. Ber. 1919, S. 198.
Rubens: Berl. Ber. 1915, S. 4.
Planck: Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 142, 1903.
Drude: Phys. Ztschr. **1**, 161, 1900; Lehrbuch d. Optik, Leipzig 1900, S. 365; Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 142, 1903.
Debye: Ber. d. D. Phys. Ges. **15**, 777, 1913.
Rubens u. Ladenburg: Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 16, 1909.
Coblentz: Investigations of infra-red-spectra 1905—1908.
Morse: Astrophys. Journ. **26**, 225, 1905.
Clark: Astrophys. Journ. **35**, 48, 1912.
Ångström: Phys. Rev. **47**, 1914; Ark. f. Math. Astron. Fysik **8**, Nr. 26, 1912.
Gehrts: Ann. d. Phys. **47**, 1059, 1915.
L. Mach u. Schumann: Wien. Ber. **108**, 135, 1899; Naturw. Rundschau **14**, 607, 1899.
Nutting: Phys. Rev. **13**, 192, 1901.
Rubens und Hagen: Ann. d. Phys. **8**, 1, 1902.
Hulburt: Astron. Journ. **42**, 205, 1915.
Lewis und Hardy: Phys. Rev. **14**, 271, 1919.
K. Ångström: Wied. Ann. **26**, 253, 1885.

Fünftes Kapitel.

Brechung der strahlenden Energie.

§ 1. Brechungsgesetze der Strahlen. In der Lehre von der harmonischen Schwingungsbewegung haben wir die Erscheinung der Strahlenbrechung kennen gelernt und auf Grund des Huygensschen Prinzips das Gesetz abgeleitet (Bd. I, Abt. 1, S. 192), nach welchem das Verhältnis n der Sinusse des Einfallswinkels φ und Brechungswinkels ψ ein konstantes ist. Dasselbe ist gleich dem Verhältnisse der Geschwindigkeiten der Wellen im ersten (v_1) zu derjenigen im zweiten (v_2) Medium und heißt der Brechungsquotient:

Fig. 50.



$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{v_1}{v_2} = n \quad . \; . \quad (1)$$

Dies Gesetz gilt auch unmittelbar für die strahlende Energie. Ist das erste Medium das Vakuum (freier Äther), so heißt n der absolute Brechungsquotient des gegebenen (zweiten) Mediums. Enthalten dagegen beide Medien Materie, so heißt n der relative Brechungsquotient des zweiten Mediums in bezug auf das erste; letzterer ist gleich dem Verhältnisse des absoluten Brechungsquotienten N_2 des zweiten Mediums zum absoluten Brechungsquotienten N_1 des ersten Mediums. Ist z. B. die Geschwindigkeit der Strahlen im Vakuum gleich V, so ist $N_1 = V : v_1$ und $N_2 = V : v_2$, also

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Da der Brechungsquotient der Luft nur wenig von Eins verschieden ist, so läßt man als Brechungsquotienten gewöhnlich den relativen, auf Luft bezogenen gelten. Der absolute Brechungsquotient N wird erhalten, wenn man den so bestimmten Quotienten n mit dem absoluten Brechungsquotienten der Luft N_0 multipliziert

$$N = n N_0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Bei 0° und 760 mm Druck ist für die Lichtstrahlen (angenähert) $N_0 = 1{,}000\,293$.

Es läßt sich leicht zeigen, daß die Zeit t, während welcher ein Strahl von einem gegebenen Punkte A (Fig. 50) des ersten Mediums zu

einem gegebenen Punkte B des zweiten Mediums gelangt, ein Minimum ist. Sei z. B. $AC = s_1$, $CB = s_2$, dann ist

$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{p_1}{v_1 \cos\varphi} + \frac{p_2}{v_2 \cos\psi},$$

wo $p_1 = AQ$, $p_2 = BP$ ist. Die Bedingung fürs Minimum von t lautet $dt = 0$, d. h.

$$0 = \frac{p_1 \sin\varphi\, d\varphi}{v_1 \cos^2\varphi} + \frac{p_2 \sin\psi\, d\psi}{v_2 \cos^2\psi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Andererseits ist

$$QP = QC + CP = p_1 tg\,\varphi + p_2 tg\,\psi.$$

Da QP eine gegebene Größe ist, so ist

$$p_1 tg\,\varphi + p_2 tg\,\psi = Const.;$$

hieraus folgt

$$0 = \frac{p_1\, d\varphi}{\cos^2\varphi} + \frac{p_2\, d\psi}{\cos^2\psi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Bringt man in (5) und (6) die ersten Glieder auf die andere Seite und dividiert die erhaltenen Gleichungen durcheinander, so erhält man die Beziehung

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{v_1}{v_2},$$

d. h. das Brechungsgesetz. Somit gelangt die Schwingungsbewegung von A nach B in der Tat auf einen Weg, welcher die geringste Zeit erfordert. Im allgemeinen kann diese Dauer, entsprechend dem verallgemeinerten Fermatschen Theorem (S. 114), ein Maximum oder Minimum sein, je nach der Form der die beiden Medien trennenden Fläche. Für die Ebene ist sie ein Minimum.

Ein Strahl entfernt sich vom Einfallslot beim Übergange aus einem Medium mit größerem in ein solches mit kleinerem absoluten Brechungsquotienten. Bezeichnet man wieder mit φ den Einfallswinkel, mit ψ den Brechungswinkel, so ist

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{1}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

wo wiederum $n > 1$ ist. Man kann übrigens auch für diesen Fall $\sin\varphi : \sin\psi = n'$ setzen, wo dann $n' < 1$ ist und den relativen Brechungsquotienten bedeutet, welcher dem Übergange aus dem „optisch dichteren" Medium ins weniger dichte entspricht. Unter Beibehaltung der Bezeichnung (6) ist $\sin\psi = n \sin\varphi$.

Der spezielle Wert Φ des Winkels φ, für welchen

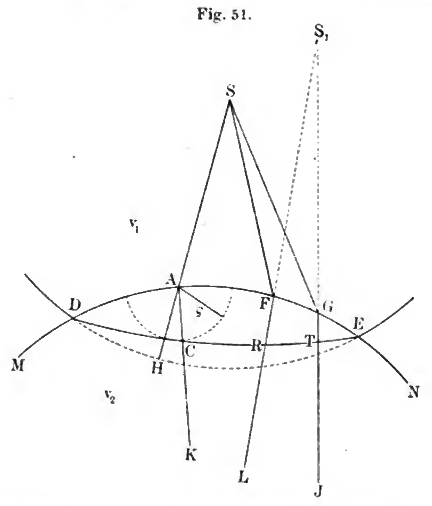
$$\sin\Phi = \frac{1}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

ist, heißt der **Grenzwert des Einfallswinkels** (oder des Brechungswinkels, wenn der Strahl aus dem schwächer brechenden Medium ins stärker brechende übergeht); für ihn ist $\psi = 90^0$. Für $\varphi > \Phi$ hört der Winkel ψ auf zu existieren, es gibt keinen gebrochenen Strahl mehr und es tritt die aus der Elementarphysik bekannte Erscheinung der **totalen (inneren) Reflexion** auf. Für **Glas und Luft** (n liegt hier zwischen 1,5 und 1,9) ist

$$\Phi < 45^0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Die Ablenkung δ des Strahles aus seiner ursprünglichen Richtung ist gleich $\delta = \varphi - \psi$, somit ist $\cos\delta = \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi$; die

Fig. 51.



maximale Ablenkung D entspricht dem Falle, wo $\angle\,\varphi = 90^0$ und $\angle\,\psi$ gleich dem Grenzwert ist; dann ist $\cos\varphi = 0$, $\sin\varphi = 1$ und $\sin\psi = \frac{1}{n}$, mithin

$$\cos D = \frac{1}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Bei Konstruktion der gebrochenen Wellenfläche und des gebrochenen Strahles wurde bisher vorausgesetzt, daß die Trennungsfläche der Medien eine Ebene und die einfallende Wellenfläche ebenfalls eben sei, oder daß die einfallenden Strahlen untereinander parallel seien.

Wir lassen jetzt diese Voraussetzung fallen und wenden uns dem allgemeineren Falle zu; die Schwingungen sollen von einem Punkte S

(Fig. 51) ausgehen, der sich in endlicher Entfernung von der Trennungsfläche MAN zweier Medien befindet. Wir konstruieren die gebrochene Welle für den Augenblick, wo die einfallende sphärische Welle, deren Mittelpunkt in S liegt, in die Lage DHE (punktierte Linie) gelangt wäre, falls das zweite Medium nicht existierte. Zu diesem Zwecke müssen wir auf Grund des Huygensschen Prinzips um jeden Punkt A der Fläche MAN ins zweite Medium hinein eine Elementarwelle vom Radius ϱ konstruieren, der sich zum Abschnitte AH des durch A gehenden Radius der Kugel DHE so verhält, wie die Geschwindigkeit v_2 im zweiten Medium zu der Geschwindigkeit v_1 im ersten Medium; es ist also

$$\frac{\varrho}{AH} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{n}, \qquad \varrho = \frac{AH}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Die Umhüllende DCE aller dieser Elementarwellen stellt dann die gebrochene Wellenfläche dar, und die Gerade AK, welche den Punkt A mit dem Berührungspunkt C verbindet, den gebrochenen Strahl, der dem einfallenden Strahle SA angehört. Die gebrochene Wellenfläche ist im allgemeinen keine Kugelfläche und die (nach beiden Seiten verlängerten) gebrochenen Strahlen sind nicht homozentrisch (S. 120). Der Punkt S hat keinen bestimmten Bildpunkt.

Eine brechende Fläche, welche nach der Brechung ein homozentrisches Strahlenbündel liefert, ist eine aberrationsfreie (S. 124) Fläche. Eine solche Fläche erhält man z. B. durch Drehung eines Descartesschen Ovals; eine Fläche zweiten Grades kann für einige besondere Lagen des leuchtenden Punktes ebenfalls aberrationsfrei sein.

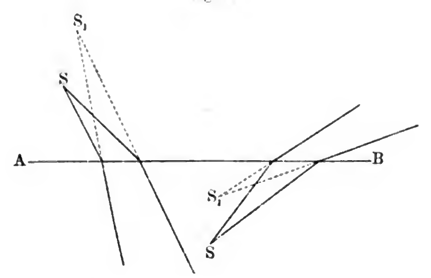
Sieht man einen sehr kleinen Teil RT der gebrochenen Wellenfläche als Teil einer Kugelfläche an, so kann man den Bildpunkt S_1 des Lichtpunktes S konstruieren, wobei ersterer dem Strahlenbündel GSF entspricht, welches in S den Scheitelpunkt eines sehr kleinen Raumwinkels hat. Ein anderes, ebensolches Bündel gibt einen anderen Bildpunkt. Hieraus folgt, daß das im zweiten Medium befindliche Auge des Beobachters je nach seiner Lage verschiedene Bilder S_1 des Lichtpunktes S sieht. Der geometrische Ort der Punkte S_1 heißt Bildfläche oder kaustische Fläche (auch Diakaustika im Gegensatz zur Katakaustika der Hohlspiegel).

Die Ausführungen in § 5 und 6 des vorhergehenden Kapitels über nichtsphärische Wellenflächen lassen sich auch auf die infolge von Brechung entstehenden Wellenflächen übertragen. Der geometrische Ort der Punkte S_1 stellt die Brennfläche dar, welche wir in § 6 kennen gelernt haben.

§ 2. Brechung im Falle ebener Begrenzung der Medien. Die Darlegungen des vorhergehenden Paragraphen beziehen sich auch auf den Fall, wo zwei Medien durch eine Ebene getrennt sind. In Fig. 52

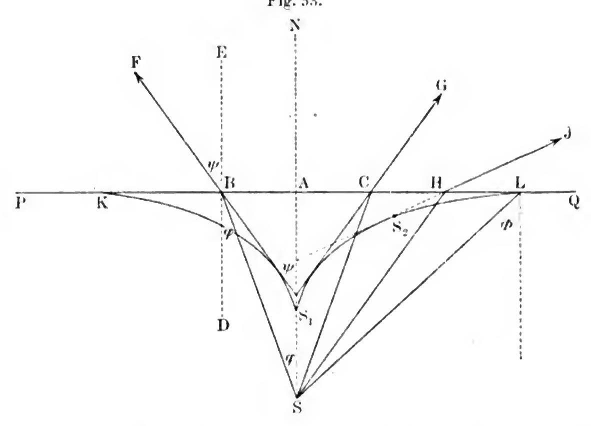
sind die beiden Fälle veranschaulicht, wo sich der Punkt S einmal im schwächer brechenden, das andere Mal im stärker brechenden Medium befindet. Liegt das zweite Medium unterhalb des ersteren (Wasser und Luft), so sieht der Beobachter den Punkt S gleichsam gehoben.

Fig. 52.



Wir wollen den Betrag dieser scheinbaren Hebung für den Fall bestimmen, daß sich das Auge auf der Senkrechten AN zur Ebene PQ befindet (Fig. 53) und jene Senkrechte durch den Punkt S hindurch-

Fig. 53.



geht. Der Einfallswinkel ist $\varphi = \angle DBS = \angle BSA$; der Brechungswinkel $\psi = \angle FBE = \angle BS_1A$, wobei $\sin\psi = n \sin\varphi$ ist.

Aus der Figur folgt

$$AB = AS_1 \, tg\, \psi; \qquad AB = AS \, tg\, \varphi.$$

Hieraus ergibt sich

$$AS_1 = AS\frac{tg\,\varphi}{tg\,\psi} = AS\cdot\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}\cdot\frac{\cos\psi}{\cos\varphi} = \frac{AS}{n}\cdot\frac{\cos\psi}{\cos\varphi}.$$

Für sehr kleine Werte von φ und ψ erhält man demnach als Grenzfall

$$AS_1 = \frac{1}{n} AS \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Ein anderes Strahlenbündel, das nahe bei SH liegt, gibt einen Bildpunkt in einem anderen Punkte S_2. Die Brennfläche wird im gegebenen Falle durch Drehung der Kurve KS_1L, welche die Evolute einer Ellipse ist, um die Normale SAN erhalten. Die Endpunkte K und L entsprechen dem Grenzwinkel Φ der totalen Reflexion, so daß zum einfallenden Strahle SL der gebrochene Strahl LQ gehört.

Die ins zweite Medium gelangenden Strahlen scheinen von den verschiedenen Punkten der Brennfläche auszugehen und erblickt unser Auge je nach seiner Lage das Bild von S in einem jener Punkte. Da die Pupille genügend klein ist, gelangt ein sehr schmales Lichtbündel ins Auge, und hierdurch erklärt es sich, daß wir die Gegenstände, die sich beispielsweise unter dem Wasser befinden, dennoch vollkommen scharf und deutlich sehen.

Hat man eine Reihe von Medien, die voneinander durch parallele Ebenen getrennt sind, und ist das letzte Medium dem ersten gleichartig, so wird, wie sich leicht beweisen läßt, ein Strahl bei seinem Eintritt ins letzte Medium seiner ursprünglichen Richtung parallel. Sei φ_1 der Einfallswinkel im ersten Medium, φ_2 der Brechungswinkel und zugleich der Einfallswinkel im zweiten Medium, φ_3 der Brechungs- und zugleich der Einfallswinkel im dritten Medium usw., endlich φ_n der Brechungswinkel im letzten Medium. Bezeichnet man ferner mit v_i die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Strahlen im $i$ten Medium, so ist zu beweisen, daß $\varphi_n = \varphi_1$ für $v_n = v_1$ ist. Es ist

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{v_1}{v_2}; \qquad \frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_3} = \frac{v_2}{v_3}; \ldots \qquad \frac{\sin\varphi_{n-1}}{\sin\varphi_n} = \frac{v_{n-1}}{v_n}.$$

Multipliziert man diese Gleichheiten untereinander, so erhält man

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_n} = \frac{v_1}{v_n}.$$

Hieraus folgt

$$\varphi_n = \varphi_1 \quad \text{für} \quad v_n = v_1.$$

Außerdem sieht man, daß die Ablenkung $\varphi_1 - \varphi_n$ des Strahles nur von den Eigenschaften des ersten und letzten Mediums, nicht von den Zwischenmedien abhängt.

Eine planparallele Platte ändert die Richtung eines Strahles nicht, bringt aber eine seitliche Verschiebung Δ desselben hervor, deren Betrag

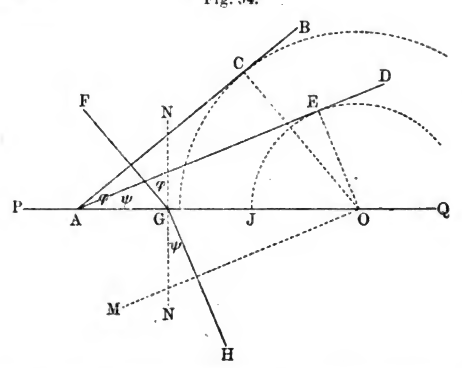
$$\Delta = \delta \sin\varphi\left(1 - \sqrt{\frac{1-\sin^2\varphi}{n^2-\sin^2\varphi}}\right)$$

ist, falls δ die Plattendicke bezeichnet. Eine solche Platte bringt ferner eine scheinbare Annäherung Δ' des leuchtenden Punktes hervor, welche beim senkrechten Draufsehen folgenden Betrag hat

$$\Delta' = \frac{n-1}{n}\delta \qquad \text{(11, a)}$$

Die Herleitung der beiden letzten Formeln möge dem Leser überlassen bleiben.

Fig. 54.



Der seitlichen Verschiebung entspricht auch eine gewisse **Winkelverschiebung**, welche indes um so kleiner ist, je weiter sich der betrachtete Punkt vom Beobachter befindet. Für sehr weit entfernte Punkte ist die Winkelverschiebung gleich Null. Hierin unterscheidet sich eine planparallele Platte von einem **Prisma**, das, wie wir sogleich sehen werden, immer eine Winkelverschiebung liefert.

Im folgenden sei eine einfache geometrische Konstruktion des gebrochenen Strahles für den Fall angegeben, daß die Begrenzungsfläche beider Medien eine Ebene, PQ, ist (Fig. 54). Sei AB die einfallende, ebene Welle, FG der Einfallsstrahl. Um den beliebigen auf PQ gelegenen Punkt O beschreibt man einen Halbkreis, welcher in C die Gerade AB berührt, darauf um denselben Punkt einen weiteren Halbkreis mit dem Radius $OJ = \frac{1}{n} OC$. Die Tangente AD, welche an den zweiten Kreis gezogen wird, gibt dann die Richtung der gebrochenen Welle, die Linie $GH \perp AD$ aber stellt den gebrochenen

Strahl dar. Zieht man $OM \parallel AD$, so erhält man die gebrochene Welle im zweiten Medium. Verbindet man dann O mit E, so ist

$$\angle BAQ = \angle FGN = \varphi \quad \text{und} \quad \angle DAQ = \angle HGN = \psi;$$

ferner ist

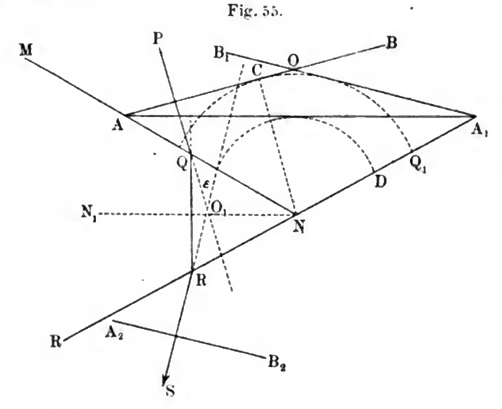
$$AO \sin\varphi = OC, \qquad AO \sin\psi = OE,$$

folglich

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{OC}{OE} = \frac{OC}{OJ} = n.$$

Die Punkte A und O können auch auf derselben Seite vom Punkte G liegen.

Fig. 55.



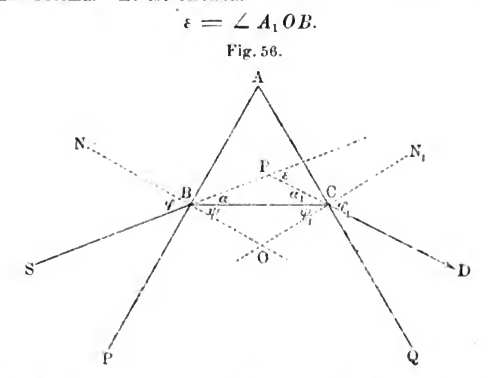
§ 3. **Prisma.** Als Prisma bezeichnet man in der Lehre von der strahlenden Energie einen Körper, der von zwei einen Flächenwinkel bildenden Ebenen begrenzt ist; jenen Flächenwinkel nennt man den brechenden Winkel des Prismas. Vorausgesetzt wird, daß der Strahl in das Prisma durch eine dieser Ebenen eintritt und. durch die andere austritt. Die übrigen Teile der Prismenoberfläche kommen nicht in Betracht.

Wir wollen uns auf den Fall beschränken, wo der einfallende Strahl in einer zur Prismenkante senkrechten Ebene liegt, die also senkrecht zur Kante des brechenden Winkels ist. Jene Ebene möge als Zeichnungsebene der Fig. 55 dienen. $\angle MNR$ sei der brechende Winkel des Prismas, dessen Brechungsquotient in bezug auf das umgebende Medium $n > 1$ sei. AB sei der Durchschnitt der einfallenden ebenen Welle mit der Zeichnungsebene. Wir fällen von N aus die Senkrechte NC auf AB und beschreiben zwei Kreisbögen mit den

Radien NC und $ND = \frac{1}{n} NC$. Von A aus ziehen wir die Tangente AA_1 an den zweiten Kreis, dann gibt $NN_1 \parallel AA_1$ uns die Richtung der ebenen Welle nach der ersten Brechung, d. h. im Innern des Prismas; ist $PQ \perp AB$ der einfallende Strahl, so ist $QR \perp AA_1$ oder $\perp NN_1$ der gebrochene Strahl im Innern des Prismas. Punkt A_1 möge auf der Verlängerung von RN hier dieselbe Bedeutung haben, wie vorhin Punkt A in Fig. 54. Wir ziehen von A_1 aus die Tangente A_1B_1 an den Kreis QCQ_1, dieselbe liefert uns die Richtung der ebenen Welle A_2B_2 nach ihrem Austritt aus dem Prisma. Die zu A_1B_1 senkrechte Gerade RS stellt den gebrochenen Strahl dar. Verlängert man PQ und SR, so erhält man den Winkel ε der Ablenkung des Strahles durch das Prisma. Es ist offenbar

$$\varepsilon = \angle A_1OB.$$

Fig. 56.



Damit der gegebene Strahl das Prisma wieder verlassen kann, muß die geometrische Bedingung $NA_1 > NQ_1$ erfüllt sein; im entgegengesetzten Falle wird der Strahl an der Seitenfläche NR total reflektiert.

Wir wollen nun die auf das Prisma bezüglichen Grundformeln ableiten und hierbei statt der Wellenflächen die Strahlen allein betrachten.

$SBCD$ (Fig. 56) sei ein das Prisma durchsetzender Strahl, NO und N_1O Senkrechte zu den Prismenseiten; φ, ψ, ψ_1, φ_1, α, α_1 und ε sind die mit diesen Buchstaben bezeichneten Winkel der Figur; ε ist die Ablenkung des Strahles, A der brechende Winkel des Prismas. Da

$$\angle ABO = \angle ACO = 90^0$$

ist, so ist

$$\angle A + \angle O = 180^0;$$

andererseits ist

$$\psi + \psi_1 + \angle O = 180^0;$$

hieraus folgt

$$\psi + \psi_1 = A \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Ferner ist

$$\varepsilon = \alpha + \alpha_1 = (\varphi - \psi) + (\varphi_1 - \psi_1) = \varphi + \varphi_1 - (\psi + \psi_1)$$

oder

$$\varepsilon = \varphi + \varphi_1 - A \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Die Winkel φ, ψ, φ_1 und ψ_1 sind demnach durch folgende Beziehungen miteinander verbunden:

$$\left.\begin{aligned} \sin\varphi_1 &= n \sin\psi_1 \\ \psi_1 &= A - \psi \\ \sin\psi &= \frac{1}{n}\sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Hieraus findet man

$$\sin\varphi_1 = n\sin\psi_1 = n\sin(A - \psi) = n\sin A\cos\psi - n\cos A\sin\psi:$$

die letzte der Gleichungen (14) gibt jetzt

$$\sin\varphi_1 = \sin A\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi} - \cos A\sin\varphi \quad \ldots \quad (14, a)$$

Diese Formel gibt den Austrittswinkel φ_1 des Strahles, wenn die Substanz des Prismas (n), sein brechender Winkel A und der Einfallswinkel φ bekannt sind; ferner gibt (13) die Größe der Ablenkung ε des Strahles als Funktion der Variablen φ.

Das Minimum der Ablenkung tritt bei $\frac{d\varepsilon}{d\varphi} = 0$ ein. Formel (13) gibt $\frac{d\varepsilon}{d\varphi} = 1 + \frac{d\varphi_1}{d\varphi}$, die Bedingung für das Minimum kann somit wie folgt geschrieben werden

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = -1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Die Gleichungen (14) geben uns

$$\cos\varphi_1 d\varphi_1 = n\cos\psi_1 d\psi_1$$

$$d\psi_1 = -d\psi$$

$$\cos\psi d\psi = \frac{1}{n}\cos\varphi d\varphi.$$

Multipliziert man diese drei Ausdrücke untereinander und hebt durch $d\psi d\psi_1$, so erhält man

$$\cos\varphi_1\cos\psi d\varphi_1 = -\cos\varphi\cos\psi_1 d\varphi,$$

woraus sich

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = -\frac{\cos\varphi\cos\psi_1}{\cos\varphi_1\cos\psi}$$

ergibt.

Die Bedingungsgleichung (15) gibt uns jetzt

$$\frac{\cos\varphi\cos\psi_1}{\cos\varphi_1\cos\psi} = 1 \quad \text{oder} \quad \frac{\cos\varphi}{\cos\varphi_1} = \frac{\cos\psi}{\cos\psi_1}.$$

Erhebt man ins Quadrat, ersetzt alle Kosinusse durch Sinusse und $\sin\psi$ bzw. $\sin\psi_1$ durch $\frac{1}{n}\sin\varphi$ bzw. $\frac{1}{n}\sin\varphi_1$, vgl. (14), so erhält man

$$\frac{1-\sin^2\varphi}{1-\sin^2\varphi_1} = \frac{n^2-\sin^2\varphi}{n^2-\sin^2\varphi_1},$$

woraus sich offenbar

$$\varphi = \varphi_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

und ferner

$$\psi = \psi_1$$

ergibt. Dies ist denn auch die Bedingung für das Minimum der Ablenkung. Die Formeln (12) und (13) geben, wenn man das Minimum der Ablenkung mit ε_0 bezeichnet:

$$\left.\begin{aligned} A &= 2\psi \\ \varepsilon_0 &= 2\varphi - A \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Formel (17) gibt $\psi = \frac{1}{2}A$, $\varphi = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 + A)$; hieraus erhält man für den Brechungsquotienten n der Substanz, aus welcher das Prisma besteht

$$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon_0 + A)}{\sin\frac{1}{2}A} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Ein Strahl kann das Prisma durchdringen, d. h. er erleidet keine totale Reflexion, wenn

$$\psi_1 = \Phi$$

ist, wo Φ den Grenzwinkel der totalen Reflexion bedeutet, so daß nach Formel (7) $\sin\Phi = \frac{1}{n}$ ist. Da ψ_1 zunimmt, wenn φ abnimmt, so hört das Prisma überhaupt auf, für Strahlen durchlässig zu sein, wenn bei $\varphi = 90^0$ der Winkel $\psi_1 = \Phi$ wird. Die Bedingungsgleichung $\psi = \psi_1 = \Phi$ gibt, vgl. (12)

$$A = 2\Phi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Es kann also bei $A > 2\Phi$ kein Strahl das Prisma durchdringen.

Wir suchen jetzt die Bedingung der Durchlässigkeit für alle Strahlen, deren φ positiv ist, die also zu einer Seite der auf der Prismenfläche PA senkrechten Geraden BN (Fig. 56) liegen. Wenn man für $\varphi = 0$ den Wert $\psi_1 = \Phi$ erhält, so folgt aus (12)

$$A = \Phi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

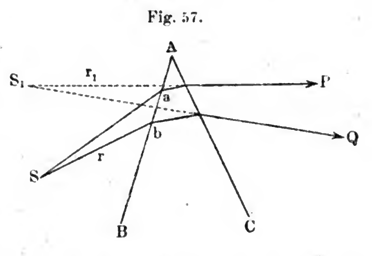
denn bei $\varphi = 0$ ist offenbar auch $\psi = 0$. Man kann das gefundene Resultat wie folgt aussprechen:

Ist der brechende Winkel A des Prismas größer als 2Φ (Φ ist der Grenzwinkel der totalen Reflexion und $\sin\Phi = \frac{1}{n}$), so dringt kein einziger Strahl durchs Prisma. Ist $2\Phi > A > \Phi$, so gibt es Strahlen, welche das Prisma durchsetzen. Bei $A = \Phi$ durchdringen alle Strahlen das Prisma, für welche $0^0 < \varphi \leq 90^0$ ist, die also auf einer Seite der Senkrechten liegen. Ist $A < \Phi$, so durchdringen das Prisma auch solche Strahlen, welche zur anderen Seite der Senkrechten liegen, für welche die Einfallswinkel φ also negativ sind.

Für jedes A gibt es jedoch einen Grenzwert des Einfallswinkels φ', welcher $\psi_1 = \Phi$ oder, was dasselbe ist, $\varphi_1 = 90^0$ entspricht. Strahlen, für welche $\varphi < \varphi_1$ ist, gehen durchs Prisma schon nicht mehr hindurch.

Setzt man jetzt in Formel (14a) $\varphi_1 = 90^0$ und $\varphi = \varphi_1$, so findet man leicht $\sin\varphi_1 = \sin A\sqrt{n^2 - 1} - \cos A$ (die andere Wurzel der Gleichung ist zu verwerfen, da sie $\sin\varphi' < -1$ gibt). Mit Hilfe dieser Formel kann man sich unschwer davon überzeugen, daß $A = 2\Phi$ bei $\varphi_1 = 90^0$ und $A = \Phi$ bei $\varphi_1 = 0$ ist.

Fig. 57.



Für Crownglas ist $\Phi = 40^0 50'$, für Flintglas $\Phi = 35^0$ (und zwar für die gelben Strahlen), daher hört jedes Crownglasprisma für $A > 81^0 40'$, jedes Flintglasprisma für $A > 70^0$ auf „durchsichtig“ zu sein.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo A sehr klein ist, so daß das Prisma die Form eines spitzen Keils hat und φ ebenfalls sehr klein ist, die Strahlen also fast senkrecht die Prismenfläche durchsetzen. In diesem Falle sind die Winkel ψ, ψ_1 und φ offenbar auch klein und Formel (14) gibt $\varphi = n\psi$, $\varphi_1 = n\psi_1$; hieraus erhält man $\varphi + \varphi_1 = n(\psi + \psi_1) = nA$. In (13) eingesetzt, gibt dies

$$\varepsilon = (n-1)A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Uns bleibt jetzt noch übrig, die wichtige Frage nach den Bildern, welche ein Prisma gibt, in Kürze zu behandeln. Eine sphärische Wellenfläche hört, nachdem sie das Prisma durchsetzt hat, auf, sphärisch zu sein, d. h. die Strahlen, welche vom gegebenen Punkte S (Fig. 57) ausgehen, sind nach dem Verlassen des Prismas nicht homozentrisch, wenn man sie rückwärts verlängert. Betrachtet man ein sehr dünnes Strahlenbündel aSb, dessen Achse im Hauptschnitte liegt, d. h. in der durch S gehenden, zur Kante A senkrechten Ebene, so gibt dieses Bündel nach der Brechung im allgemeinen keinen bestimmten Bild-

punkt von S, und zwar aus folgendem Grunde. Die Strahlen aSb, welche im Hauptschnitte liegen, geben, wie die Figur zeigt, in S_1 einen Bildpunkt, dessen Abstand r_1 von AB größer als der Abstand r des Punktes S von AB ist. Die diesem Bündel angehörenden Strahlen aber, welche in einer zur Kante A parallelen Ebene liegen, werden in anderer Weise gebrochen, ihre Divergenz beim Verlassen des Prismas ist eine andere als die der Strahlen P und Q und sie geben daher einen anderen Bildpunkt S_2 in einem anderen Abstande r_2 von AB. Je größer der von einem Strahl mit dem Hauptschnitte gebildete Winkel ist, um so stärker wird er gebrochen. Hierauf beruht die Hauptursache, weshalb eine zur Kante A parallele Gerade durchs Prisma gesehen gebogen erscheint, wobei die konkave Seite nach der Prismenkante hin liegt.

Eine genauere Untersuchung zeigt, daß ein Punkt S einen möglichst bestimmten Bildpunkt S_1 hat, wenn ein schmales Strahlenbündel aSb das Prisma unter einem Winkel φ trifft, welcher dem Minimum ε_0 der Ablenkung entspricht, so daß der Austrittswinkel $\varphi_1 = \varphi$ ist. Geht das Strahlenbündel sehr nahe an der brechenden Kante vorbei, oder ist das Prisma sehr dünn (der brechende Winkel desselben sehr klein), so ist bei $\varphi_1 = \varphi$ der Bildpunkt von einem wirklichen Punkte besonders wenig verschieden. Ist $\varphi_1 = \varphi$, so ist jedesmal

$$r_1 = r \qquad (22)$$

d. h. das Bild S_1 des Punktes S liegt ebenso weit wie dieser vom Prisma entfernt oder, mit anderen Worten, das Prisma ändert den Divergenzgrad eines dünnen Strahlenbündels nicht. Von besonderer Bedeutung ist es, daß die Beziehung (22) vom Brechungsquotienten der Strahlen unabhängig ist; dieser Umstand spielt eine wichtige Rolle in der Theorie der Spektroskope. Für $r = \infty$ ist stets $r_1 = \infty$, d. h. ein paralleles Strahlenbündel bleibt unter allen Umständen auch nach dem Durchgange durchs Prisma parallel. Das einfallende und das austretende Bündel haben hierbei die gleiche Breite, falls $\varphi_1 = \varphi$ ist; in allen sonstigen Fällen sind beide Bündel nicht gleich breit.

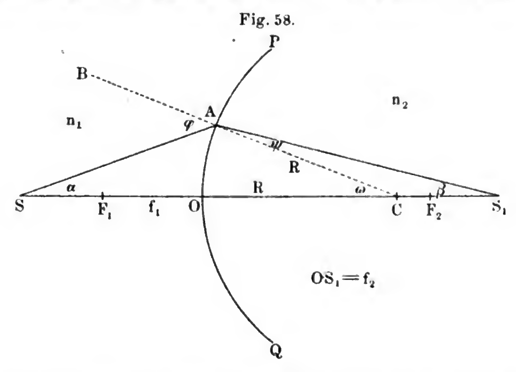
Ausführlichere Angaben über den Gang der Strahlen in Prismen findet man in den entsprechenden Arbeiten von Helmholtz, Block, Straubel, Wilsing, Rayleigh u. a., sowie namentlich in H. Kaysers Handbuch der Spektroskopie I, 1900, S. 253—292 und in dem Aufsatz von Czapski: Theorie der optischen Instrumente in Winkelmanns Handbuch der Physik, Bd. II.

§ 4. Brechung der Strahlen beim Durchgange durch eine Kugelfläche. Zwei Medien mit den Brechungsquotienten n_1 und n_2 seien durch eine Kugelfläche PQ (Fig. 58) getrennt, deren Radius R positiv

gerechnet werde, wenn sich der Mittelpunkt C im zweiten Medium befindet. Einen gewissen Punkt O der Fläche PQ nehmen wir als Scheitelpunkt derselben an und nennen die durch O und C gehende Gerade die optische Achse des betreffenden, aus zwei Medien gebildeten Systems.

Im ersten (linken) Medium sei ein sich im Punkte S schneidendes Strahlenbündel gegeben, wobei jener Schnittpunkt der Lichtpunkt heißt, falls er im ersten Medium gelegen ist. Wenn jedoch ein konvergierendes Strahlenbündel die Fläche PQ trifft, so ist S geometrisch im zweiten Medium gelegen; in diesem Falle könnte man S einen imaginären Lichtpunkt nennen. Der Allgemeinheit halber soll S immer als Strahlenquelle bezeichnet werden, wobei natürlich auch von dunklen Strahlen die Rede sein kann. Wir wollen uns auf den

Fig. 58.



Fall beschränken, wo das betrachtete Strahlenbündel an der Achse SOC gelegen ist und einen sehr kleinen Raumwinkel mit dem Scheitelpunkte S bildet. Die Strahlen eines solchen Bündels heißen zentrale.

Wir nehmen zunächst an, der Punkt S liege auf der optischen Achse oder, falls O willkürlich gewählt werden kann, es sei diese Achse durch S gelegt. Ein Strahl SA bilde mit der zu PQ Senkrechten, d. h. mit dem Radius CAB den Winkel φ; nach der Brechung wird er dann mit ihr den Winkel ψ bilden und die Achse in einem gewissen Punkte S_1 schneiden. Die Winkel φ, ψ, α, β und ω (s. Fig. 58) sind unserer Voraussetzung gemäß sehr klein. Sei $OS = f_1$, $OS_1 = f_2$, wobei die erste dieser Größen im ersten, die andere im zweiten Medium positiv gerechnet werde. Ist der Lichtpunkt S imaginär, so ist f_1 negativ. Nach dem Brechungsgesetze ist $\sin\varphi : \sin\psi = n_2 : n_1$, ferner folgt aus den Dreiecken ASC und AS_1C:

$$\sin\varphi : \sin\alpha = (f_1 + R) : R; \quad \sin\psi : \sin\beta = (f_2 - R) : R.$$

Substituiert man $\varphi = \omega + \alpha$, $\psi = \omega - \beta$ und ersetzt alle Sinusse kleiner Winkel durch die Winkel selbst, so erhält man

$$\begin{aligned}(\omega + \alpha) n_1 &= (\omega - \beta) n_2,\\ (\omega + \alpha):\alpha &= (f_1 + R):R,\\ (\omega - \beta):\beta &= (f_2 - R):R.\end{aligned}$$

Die beiden letzten Gleichungen geben

$$\left.\begin{aligned}\alpha f_1 &= R\omega\\ \beta f_2 &= R\omega\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Entnimmt man hieraus α und β, substituiert sie in die erste der obigen drei Gleichungen und kürzt durch ω, so ist

$$\left(1 + \frac{R}{f_1}\right) n_1 = \left(1 - \frac{R}{f_2}\right) n_2 \quad \ldots \ldots \quad (23, a)$$

welcher Ausdruck leicht in die folgende Form gebracht werden kann

$$\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \cdot \frac{1}{f_1} + \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \cdot \frac{1}{f_2} = 1.$$

Setzt man

$$\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = F_1, \quad \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = F_2 \quad \ldots \ldots \quad (24)$$

so erhält man

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

Formel (25) zeigt, daß für zentrale Strahlen f_2 vom Winkel α unabhängig ist, und hieraus folgt, daß alle Strahlen, die von S ausgehen, sich in einem Punkte S_1 treffen, welcher den Bildpunkt von S darstellt.

Für $f_1 = \infty$ ist $f_2 = F_2$: alle Strahlen, welche im ersten Medium der optischen Achse parallel sind, schneiden sich also in einem Punkte F_2, für welchen $OF_2 = F_2$ ist; der Punkt F_2 heißt der Hauptbrennpunkt im zweiten Medium, die Entfernung $OF_2 = F_2$, die sich aus (24) bestimmen läßt, die Hauptbrennweite (oder einfach die Brennweite).

Befindet sich die Strahlenquelle im zweiten Medium, in S_1, so geben die auf PQ fallenden Strahlen einen Bildpunkt in S; S und S_1 sind somit konjugierte Punkte. Ist $f_1 = F_1$, so ist $f_2 = \infty$; die vom Punkte F_1 [wo $OF_1 = F_1$ den in (24) gegebenen Wert hat] ausgehenden Strahlen sind im zweiten Medium der optischen Achse parallel. Punkt F_1 heißt ebenfalls der Hauptbrennpunkt, die Entfernung $OF_1 = F_1$ die Brennweite. Die Formeln (24) geben

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

d. h. die Brennweiten verhalten sich wie die Brechungsquotienten der beiden Medien.

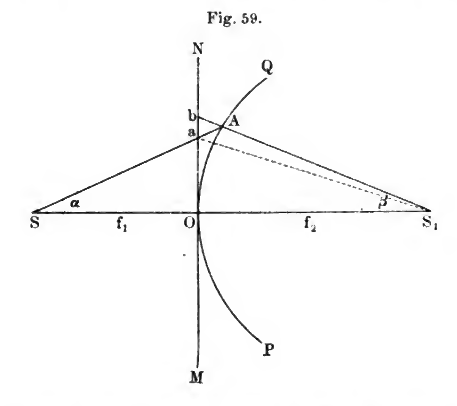
Für $f_1 = F_1 + F_2$ ist $f_2 = F_1 + F_2 = f_1$; für $f_1 < F_1$ ist f_2 negativ, das Lichtbündel bleibt nach der Brechung divergent. Ist f_1 negativ (das Bündel im ersten Medium konvergent), so ist $f_2 < F_2$. Überhaupt werden die Punkte S und S_1 durch folgende zusammengehörige Werte der Größen f_1 und f_2 bestimmt:

$$f_1 = \infty \cdots F_1 + F_2 \cdots \; F_1 \; \cdots < F_1 \cdots 0 \cdots - p \cdots - R \cdots - p \cdots - \infty$$
$$f_2 = F_2 \cdots F_1 + F_2 \cdots + \infty \cdots < 0 \cdots 0 \cdots q(> p) \cdots + R \cdots q(< p) \cdots F_2.$$

Hier sind p und q positive Größen, ihre Werte werden durch diejenigen Nachbarwerte bestimmt, zwischen denen sie sich befinden.

Wenden wir uns jetzt der Fig. 59 zu, in welcher SA den einfallenden, AS_1 den gebrochenen Strahl darstellt. Legen wir durch O

Fig. 59.



die zur optischen Achse senkrechte Ebene NM und seien a und b die Punkte, in denen der Strahl SA und die Verlängerung von AS_1 diese Ebene treffen. Läßt man f_1, f_2, $\angle \alpha$ und $\angle \beta$ ihre frühere Bedeutung beibehalten, so ist $Oa = f_1 \, tg \, \alpha$, $Ob = f_2 \, tg \, \beta$, oder, wenn man die Tangenten dieser kleinen Winkel durch die Winkel selbst ersetzt: $Oa = f_1 \alpha$; $Ob = f_2 \beta$. Vergleicht man dies mit (23), so erhält man $Oa = Ob$. Das heißt, daß man die Strecke ab vernachlässigen kann, wenn man die Annäherungen gelten läßt, welche wir oben einführten. Hieraus folgt nun, daß man als gebrochenen Strahl die Gerade aS_1 ansehen kann und bei geometrischen Konstruktionen die Annahme machen kann, daß die Brechung an der Ebene MN statt an PQ erfolgt. Hierdurch werden die weiteren Konstruktionen und Berechnungen bedeutend vereinfacht.

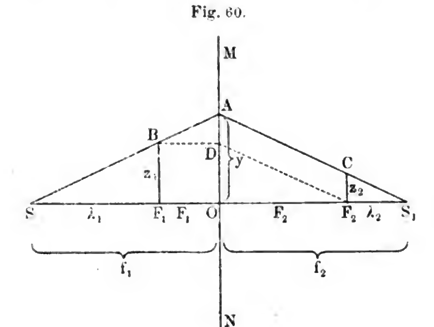
Sei SA (Fig. 60) der einfallende, AS_1 der gebrochene Strahl; F_1 und F_2 die Brennpunkte, in welchen die Ordinaten z_1 und z_2 errichtet sind. Ferner sei $OA = y$ gesetzt. Subtrahiert man den Ausdruck

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$$

(wo $f_1 = OS$, $f_2 = OS_1$ ist), von der Identität $1 + 1 = 2$, so erhält man

$$\frac{f_1 - F_1}{f_1} + \frac{f_2 - F_2}{f_2} = 1, \quad \text{d. h.} \quad \frac{SF_1}{SO} + \frac{S_1 F_2}{S_1 O} = 1.$$

Fig. 60.



Es ist aber

$$\frac{SF_1}{SO} = \frac{BF_1}{AO} = \frac{z_1}{y}; \qquad \frac{S_1 F_2}{S_1 O} = \frac{CF_2}{AO} = \frac{z_2}{y},$$

folglich

$$\frac{z_1}{y} + \frac{z_2}{y} = 1$$

oder

$$z_1 + z_2 = y \cdot \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (27)$$

Die Summe der Ordinaten für diejenigen Punkte des einfallenden und gebrochenen Strahles, deren Abszissen gleich den Brennweiten sind, ist gleich der Ordinate des Punktes, in welchem die Brechung erfolgt. Dieser Satz gibt uns eine Konstruktion des gebrochenen Strahles, wenn der einfallende Strahl SA und die Brennpunkte F_1 und F_2 gegeben sind. Man errichtet in F_1 die Senkrechte $F_1 B$, zieht $BD \parallel$ der optischen Achse, verbindet D mit F_2 und zieht schließlich $AS_1 \parallel DF_2$.

Setzt man

$$SF_1 = \lambda_1, \qquad S_1 F_2 = \lambda_2,$$

so ist nach Fig. 60 ferner noch

$$\frac{f_1}{\lambda_1} = \frac{y}{z_1}; \qquad \frac{f_2}{\lambda_2} = \frac{y}{z_2},$$

und hieraus

$$\frac{f_1 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{y - z_1}{z_1}; \qquad \frac{f_2 - \lambda_2}{\lambda_2} = \frac{y - z_2}{z_2}.$$

Da

$$f_1 - \lambda_1 = F_1, \quad f_2 - \lambda_2 = F_2, \quad y - z_1 = z_2, \quad y - z_2 = z_1$$

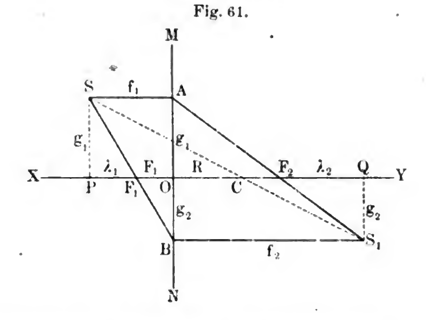
ist, so ist auch

$$\frac{F_1}{\lambda_1} = \frac{z_2}{z_1}; \qquad \frac{F_2}{\lambda_2} = \frac{z_1}{z_2}.$$

Multipliziert man diese beiden Gleichungen miteinander, so erhält man

$$\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2 \dots \dots \dots \dots \quad (27\,a)$$

Fig. 61.



Das Produkt der Abstände eines beliebigen Paares konjugierter Punkte von den entsprechenden Brennpunkten ist eine konstante Größe und gleich dem Produkte der beiden Brennweiten.

Wir wenden uns jetzt dem Falle zu, wo S außerhalb der optischen Achse XY liegt. Denkt man S (Fig. 61) mit dem Mittelpunkt C der Kugelfläche verbunden, so kann man SC als optische Achse ansehen; hieraus folgt, daß die früheren Sätze auch vom Punkte S gelten, und daß somit auch alle Strahlen, welche von S ausgehen, einen gewissen Bildpunkt im zweiten Medium haben. Als brechende Ebene kann man jedoch die frühere brechende Ebene MN ansehen, da jeder von S kommende Strahl nach der einen oder anderen Seite bis zum Durchschnitt mit der Achse XY verlängert werden und man seinen Ausgangspunkt auf diese Achse verlegen kann. Für diesen Fall kann man, wie bewiesen worden ist, MN als die brechende Ebene ansehen.

Den Punkt S_1 kann man leicht durch Konstruktion finden: Man zieht $SA \parallel XY$ und darauf eine Gerade durch A und F_2, ferner verlängert man SF_1 bis MN und zieht von B eine Gerade parallel zu XY. Der Durchschnittspunkt beider Geraden im zweiten Medium liefert uns den gesuchten Bildpunkt S_1 des Punktes S. Wie früher bezeichnet man mit f_1 und f_2 die Abszissen der Punkte S und S_1. Aus der Figur folgt

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{F_1 O}{SA} = \frac{OB}{AB}; \qquad \frac{F_2}{f_2} = \frac{OF_2}{BS_1} = \frac{AO}{AB}.$$

Addiert man diese beiden Gleichungen, so erhält man

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

Alle Punkte S, welche ein gleiches f_1 haben, liefern Bildpunkte S_1 mit gemeinsamem f_2, d. h. die Bildpunkte eines Systems von Punkten (S), welche in einer zur optischen Achse senkrechten Ebene liegen, liefern ein anderes System von Punkten (S_1), welche ebenfalls in einer zur optischen Achse senkrechten Ebene liegen.

Es versteht sich von selbst, daß sowohl dieses wie alle ähnlichen Resultate, die durch gewisse Vereinfachungen erlangt worden sind, wobei man relativ kleine Größen vernachlässigt hat, nur angenähert richtig sind. So liegen z. B. im vorliegenden Falle die Punkte S_1 in Wahrheit auf einer Umdrehungsfläche, deren mittleren Teil man angenähert als Ebene gelten lassen kann.

Die Punktsysteme (S) und (S_1) sind einander ähnlich, da alle Geraden SS_1 durch den Mittelpunkt C der Kugelfläche gehen: es sind dies die Strahlen, welche keine Brechung erleiden. Die Systeme (S) und (S_1) sind projektivisch in bezug auf den Mittelpunkt C.

Das Verhältnis der linearen Dimensionen des Bildes zu den linearen Dimensionen des „Gegenstandes" heißt die durch die Brechung veranlaßte „Lateralvergrößerung"; wir wollen sie mit G bezeichnen.

Offenbar ist $G = -\frac{g_2}{g_1}$. Das Minuszeichen deutet darauf hin, daß g_1 und g_2 (Fig. 60) nach verschiedenen Seiten gerichtet sind.

Wir hatten bereits früher die Gleichungen

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{OB}{AB} = \frac{g_2}{g_1 + g_2}; \qquad \frac{F_2}{f_2} = \frac{OA}{AB} = \frac{g_1}{g_1 + g_2} \quad \ldots \quad (28, a)$$

Dividiert man hier die eine Gleichung durch die andere, so erhält man

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

oder nach (26)

$$G = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{f_2}{f_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Für die beiden gegebenen Medien ist G proportional dem Bruche $\frac{f_2}{f_1}$, dessen Werte zum Teil aus der Zusammenstellung der Werte von f_1 und f_2 auf S. 157 erkannt werden können. Haben f_1 und f_2 gleiches Vorzeichen, so ist das Bild ein umgekehrtes. Die Formel (29) kann auch noch folgendermaßen hergeleitet werden:

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{S_1 Q}{SP} = -\frac{CQ}{CP} = -\frac{f_2 - R}{f_1 + R}.$$

Dieser Ausdruck ist nach (23, a) genau gleich dem in (29) gegebenen.

Fig. 60 erlaubt noch eine andere Formel abzuleiten; aus (28, a) folgt

$$\frac{f_1}{F_1} = \frac{g_1 + g_2}{g_2}; \qquad \frac{f_2}{F_2} = \frac{g_1 + g_2}{g_1}$$

und hieraus

$$\frac{f_1 - F_1}{F_1} = \frac{g_1}{g_2}; \qquad \frac{f_2 - F_2}{F_2} = \frac{g_2}{g_1}.$$

Setzt man

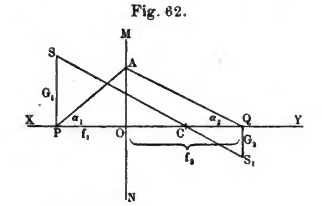
$$f_1 - F_1 = \lambda_1, \qquad f_2 - F_2 = \lambda_2,$$

so ist

$$\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2.$$

Aus Formel (29) kann man einen anderen Ausdruck für die Lateralvergrößerung G ableiten. Nehmen wir an, es hätten S, S_1, C, MN in Fig. 62 die gleiche Bedeutung wie in Fig. 61. Wir ziehen den Strahl PAQ und setzen $\angle APO = \alpha_1$, $\angle AQO = \alpha_2$; diese Winkel nennen wir Achsenwinkel. Offenbar ist

Fig. 62.



$$tg\,\alpha_1 : tg\,\alpha_2 = OQ : OP = f_2 : f_1,$$

folglich gibt (29)

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} \quad \dots \dots \quad (29, a)$$

$$g_1 n_1\, tg\,\alpha_1 = g_2 n_2\, tg\,\alpha_2 \quad \dots \dots \quad (29, b)$$

Für kleine Werte von α_1 und α_2 ist

$$g_1 n_1 \alpha_1 = g_2 n_2 \alpha_2 \quad \dots \dots \quad (29, c)$$

Letztere Formel zeigt, daß das Produkt aus Gegenstands- bzw. Bildgröße, Brechungsquotient und Achsenwinkel für beide Medien den gleichen Wert hat. Die Gleichung (29 a) stammt von Lagrange.

Die Größe

$$G_1 = \frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} \quad \dots \dots \quad (29, d)$$

wird als Winkelvergrößerung bezeichnet. Offenbar ist

$$G\,G_1 = -\frac{n_1}{n_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29, e)$$

Wir nehmen an, auf der Achse befänden sich zwei einander nahe Punkte, deren Abstände von F_1 gleich λ_1 und $\lambda_1 + \delta_1$ sind und deren Bilder sich in den Abständen λ_2 und $\lambda_2 + \delta_2$ von F_2 befinden. Die Gerade δ_2 kann man dann als Bild der Geraden δ_1 ansehen; das Verhältnis

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29, f)$$

heißt die Axialvergrößerung. Die Formel (28) gibt $\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2$ und $(\lambda_1 + \delta_1)(\lambda_2 + \delta_2) = F_1 F_2$. Subtrahiert man die erste Gleichung von der zweiten und vernachlässigt das Produkt $\delta_1 \delta_2$, so erhält man

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = -\frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_1^2} = -\frac{F_1 F_2}{\lambda_1^2} \quad \ldots \quad (29, g)$$

Für die Lateralvergrößerung G haben wir noch den Ausdruck

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{f_1 - F_1} = -\frac{F_1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{F_2} \quad \ldots \quad (29, h)$$

Die Formeln (29, g) und (29, h) geben unter Berücksichtigung von (26)

$$G_2 = -\frac{F_1^2}{\lambda_1^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} = -\frac{n_2}{n_1} G^2 \quad \ldots \ldots \quad (29, i)$$

Die Axialvergrößerung ist dem Quadrate der Lateralvergrößerung proportional.

Endlich erhält man aus (29, e) und (29, i) den Ausdruck

$$G = G_1 G_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29, k)$$

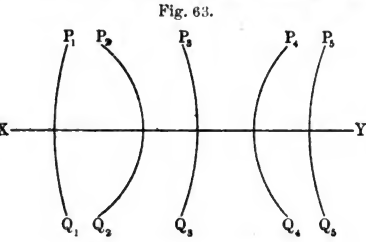
Im vorhergehenden ist die Erscheinung der Brechung an einer kugelförmigen Fläche in der Weise betrachtet worden, daß man unmittelbar den Gang der Strahlen untersuchte. Anstatt dessen hätte man auch die Änderungen betrachten können, welche eine sphärische Wellenfläche beim Durchgange durch eine ebenfalls kugelförmige Fläche erleidet, die zwei Medien mit verschiedener Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen trennt; eine solche Betrachtung ist auf S. 144, Fig. 51, angestellt worden. Wenn man in den Formeln, die sich auf die Brechung bei sphärischen Oberflächen beziehen, $n_1 = -n_2$ setzt oder $n = n_2 : n_1 = -1$, so erhält man Formeln, die sich auf die Reflexion von sphärischen Spiegeln beziehen.

§ 5. Brechung von Zentralstrahlen beim Durchgange durch eine beliebige Anzahl von Medien, die von zentrierten sphärischen Flächen begrenzt sind. Von sehr großer Wichtigkeit ist der Durchgang eines

dünnen Strahlenbündels durch eine Reihe aufeinanderfolgender Medien, die von beliebigen sphärischen Flächen $P_1 Q_1$, $P_2 Q_2$ usw. (Fig. 63) begrenzt sind, deren Mittelpunkte auf ein und derselben Geraden XY, der optischen Hauptachse des Systems liegen. Den Brechungsquotienten des $i$ten Mediums wollen wir mit n_i, die Zahl der Medien mit p bezeichnen, so daß n_1 und n_p dem ersten bzw. letzten Medium entsprechen.

Wenn im $i$ten Medium ein Bündel von Strahlen vorhanden ist, die sich bei genügender Verlängerung nach der einen oder anderen Seite hin in einem Punkte S_i schneiden, so soll dieser Punkt der Bildpunkt oder die Strahlenquelle im $i$ten Medium heißen, wenn auch der geometrische Punkt S_i in einem ganz anderen, $k$ten Medium liegt, wobei $k < i$ oder auch $> i$ sein kann; im ersten Falle ist das Bündel im $i$ten Medium ein divergierendes, im letzteren Falle ein konvergierendes. Derartige Bildpunkte oder Strahlenquellen werden fingierte genannt.

Fig. 63.



Im ersten Medium sei eine Strahlenquelle S_1 gegeben, die im Falle eines konvergierenden Bündels auch fingiert sein kann und sich geometrisch in einem der folgenden Medien befindet. Der Punkt S_1 gibt im zweiten Medium den Bildpunkt S_2, S_2 gibt im dritten Medium den Bildpunkt S_3 usf. Zuletzt erhält man im $p$ten Medium den Bildpunkt S_p, den man einfach als den durch das ganze System von Medien erhaltenen Bildpunkt des Punktes S_1 bezeichnen kann. Es kann eintreten, daß alle Punkte von S_1 bis S_p fingierte Punkte sind.

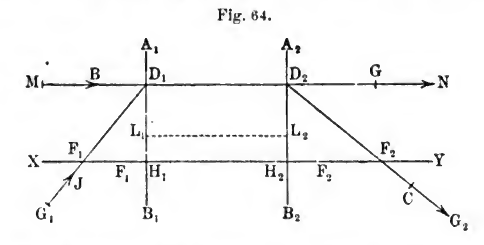
Wenn im ersten Medium sich ein System von reellen oder fingierten Punkten (S_1) befindet, die in einer zur Achse XY senkrechten Ebene liegen, so pflegt man ein solches System den Gegenstand zu nennen; es liefert uns im zweiten Medium ein Punktsystem (S_2), welches ihm ähnlich und projektivisch in bezug auf den Mittelpunkt der Fläche $P_1 Q_1$ ist; (S_2) liefert im dritten Medium ein System (S_3), das (S_2) ähnlich und projektivisch in bezug auf den Mittelpunkt der Fläche $P_2 Q_2$ ist. Hieraus folgt, daß (S_1) und (S_3) einander ähnlich sind und projektivisch in bezug auf einen auf der Achse XY liegenden Punkt $M_{1,3}$ sind. Dieses heißt aber, daß sich alle Geraden, welche die konjugierten Punkte S_1 und S_3 verbinden, in $M_{1,3}$ schneiden. Setzt man die gleichen Überlegungen weiter fort, so kommt man zu dem Resultat, daß für zentrale Strahlen im letzten Medium ein Punktsystem (S_p) erhalten wird, welches (S_1) ähnlich ist, wobei sich

alle Geraden, welche die konjugierten Punkte des Gegenstandes (S_1) und seines Bildes (S_p) verbinden, in einem auf der Achse XY gelegenen Punkte M schneiden.

F_2 sei der Brennpunkt im letzten Medium, wenn die Strahlen im ersten Medium parallel der Achse XY sind und F_1 die Lage der Strahlenquelle im ersten Medium, welche im letzten ein zur Achse XY paralleles Strahlenbündel gibt. Die Punkte F_1 und F_2 heißen die **Hauptbrennpunkte**; sie können alle beide fingierte Punkte sein.

Sei XY (Fig. 64) die optische Hauptachse, F_1 und F_2 die Hauptbrennpunkte; wir ziehen $MN \parallel XY$. Die linke Seite MB der Geraden MN kann man als einen im ersten Medium befindlichen Strahl ansehen; nachdem er das ganze System durchdrungen hat, wird er im letzten Medium eine gewisse Richtung CG_2 haben, welche durch F_2 hindurchführt. Andererseits kann man die rechte Seite GN derselben

Fig. 64.



Geraden MN als einen Strahl ansehen, welcher ins letzte Medium gelangt ist und welcher im ersten Medium eine gewisse Richtung G_1J hatte, die offenbar durch F_1 hindurchführte. Den Strahlen MB und G_1F_1 im ersten Medium entsprechen also die Strahlen CG_2 und GN im letzten. Die beiden ersten Strahlen schneiden sich in D_1, die beiden letzten in D_2. Sieht man Punkt D_1 als Strahlenquelle im ersten Medium an, so ist D_2 offenbar das Bild derselben im letzten Medium.

D_1 und D_2 sind konjugierte Punkte, D_2 ist der Bildpunkt von D_1.

Die Punkte D_1 und D_2 können sowohl reelle als auch fingierte sein, jedenfalls aber muß, wenn ein Strahl oder seine Verlängerung (nach vorn) im ersten Medium durch D_1 geht, derselbe Strahl oder seine Verlängerung (nach rückwärts) im letzten Medium durch D_2 gehen.

Wir legen durch D_1 und D_2 die zu XY senkrechten Ebenen A_1B_1 und A_2B_2. Ein Punktsystem (S_1) im ersten Medium, das in der Ebene A_1B_1 liegt (das System ist ein fingiertes, wenn A_1B_1 nicht im ersten Medium liegt), hat dann zum Bilde ein anderes Punktsystem (S_p) im letzten Medium, welches in der Ebene A_2B_2 liegt (auch dieses System

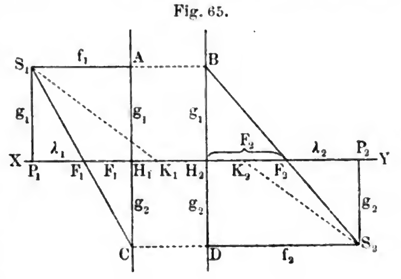
ist ein fingiertes, wenn sich die Ebene $A_2 B_2$ nicht im letzten Medium befindet).

Die Systeme (S_1) und (S_p) sind, wie wir sahen, einander ähnlich; da jedoch D_1 und D_2 diesen Systemen angehören und $D_1 H_1 = D_2 H_2$ ist, so ist klar, daß die Systeme (S_1) und (S_p) nicht nur einander ähnlich, sondern auch gleich sind, daß also jedem Punkte L_1 des Systems (S_1) ein ihm gleich gelegener Punkt L_2 des Systems (S_p) entspricht, mithin $L_1 L_2 \parallel XY$ ist.

Die Punkte H_1 und H_2 heißen die Hauptpunkte, die Ebenen $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ die Hauptebenen. Die Entfernungen $H_1 F_1 = F_1$ und $H_2 F_2 = F_2$ heißen die Hauptbrennweiten des ganzen Systems.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß die Hauptpunkte zu gleicher Zeit konjugierte Punkte sind, d. h. daß dem leuchtenden Punkte H_1 im ersten Medium der Bildpunkt H_2 im letzten Medium entspricht.

Fig. 65.



Sind die Brennpunkte F_1 und F_2 sowie die Hauptpunkte H_1 und H_2, also auch die Hauptebenen gegeben, so ist es leicht, den Bildpunkt eines im ersten Medium gelegenen Punktes zu konstruieren. Wir wollen jetzt diesen Bildpunkt mit S_2 (anstatt S_p) bezeichnen. Durch S_1 (Fig. 65) ziehen wir den Strahl $S_1 A \parallel XY$ und verlängern die Gerade $S_1 A$ bis zum Punkte B. Dem Strahle $S_1 A$ im ersten Medium muß im letzten der Strahl BF_2 entsprechen, welcher durch F_2 (da $S_1 A \parallel XY$ ist) und durch B (da $S_1 A$ durch A geht) hindurchgeht; ferner ziehen wir den Strahl $S_1 F_1 C$ und die Gerade $CD \parallel XY$. Dem Strahle $S_1 F_1$ im ersten Medium muß im letzten der Strahl DS_2 entsprechen, welcher durch D hindurchgeht (da $S_1 F_1 C$ durch C geht) und parallel zur Achse XY ist (da $S_1 F_1 C$ durch F_1 geht). S_2 ist offenbar der Bildpunkt von S_1. Als Abszissen f_1 und f_2 der Punkte S_1 und S_2 nehmen wir ihre Entfernungen von den Hauptebenen an, so daß $S_1 A = f_1$, $S_2 D = f_2$ ist. Die Ordinaten der Punkte S_1 und S_2 bezeichnen wir mit $g_1 = S_1 P_1$ und $g_2 = S_2 P_2$, rechnen sie jedoch nach entgegengesetzten Seiten positiv. Aus der Figur folgt

$$\frac{F_1 H_1}{S_1 A} = \frac{H_1 C}{AC}; \quad \frac{F_2 H_2}{S_2 D} = \frac{H_2 B}{BD},$$

oder
$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{g_2}{g_1 + g_2}; \quad \frac{F_2}{f_2} = \frac{g_1}{g_1 + g_2} \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

Addiert man diese Gleichungen, so erhält man
$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad \ldots \ldots \quad (31)$$

dies ist aber dieselbe Formel wie (25) auf S. 156, der Unterschied besteht nur darin, daß F_1, F_2, f_1 und f_2 nicht von einer Ebene gerechnet werden, sondern von zwei Ebenen, und zwar von den beiden Hauptebenen.

Sei $P_1 F_1 = \lambda_1$, $P_2 F_2 = \lambda_2$; es sind dies die Abszissen der Punkte S_1 und S_2 in bezug auf die Fokalebenen (welche zur Achse XY senkrecht sind und durch F_1 und F_2 hindurchgehen). Zieht man von den reziproken Werten der Brüche (30) Eins ab, so erhält man
$$\frac{f_1 - F_1}{F_1} = \frac{g_1}{g_2}; \quad \frac{f_2 - F_2}{F_2} = \frac{g_2}{g_1} \quad \ldots \ldots \quad (31, a)$$

Substituiert man $f_1 - F_1 = \lambda_1$ und $f_2 - F_2 = \lambda_2$ und multipliziert beide Gleichungen miteinander, so erhält man, analog (28) auf S. 159
$$\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2 \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

Auf S. 161 haben wir die Formel (29, b) abgeleitet:
$$g_1 n_1 \, tg\, \alpha_1 = g_2 n_2 \, tg\, \alpha_2,$$
die wir auf die beiden ersten Medien anwenden; das zweite und dritte Medium ergeben entsprechend
$$g_2 n_2 \, tg\, \alpha_2 = g_3 n_3 \, tg\, \alpha_3.$$
Gehen wir so weiter, so erhalten wir $g_1 n_1 \, tg\, \alpha_1 = g_p n_p \, tg\, \alpha_p$ oder, wenn man g_2, n_2, α_2 auf das letzte Medium bezieht,
$$g_1 n_1 \, tg\, \alpha_1 = g_2 n_2 \, tg\, \alpha_2 \quad \ldots \ldots \quad (33)$$
oder für kleine α_1 und α_2
$$g_1 n_1 \alpha_1 = g_2 n_2 \alpha_2 \quad \ldots \ldots \quad (34)$$
das ist die Gleichung von Lagrange (S. 161) für eine Reihe von Medien. Wenn man die Fig. 62 und 65 vergleicht, so sind offenbar α_1 und α_2 die Winkel $A P_1 H_1$ und $A P_2 H_2$ (auf Fig. 65 sind die Geraden $P_1 A$ und $P_2 B$ nicht gezogen). Wir haben:
$$tg\, \alpha_1 = \frac{g_1}{\lambda_1 + F_1}; \quad tg\, \alpha_2 = \frac{g_1}{\lambda_2 + F_2} \quad \ldots \ldots \quad (35)$$

Jetzt ergeben die Formeln (33), (35) und (32):
$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{n_1}{n_2} \frac{tg\, \alpha_1}{tg\, \alpha_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\lambda_2 + F_2}{\lambda_1 + F_1} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 F_2}{\lambda_1(\lambda_1 + F_1)}$$
$$= \frac{n_1}{n_2} \frac{F_1 F_2 + \lambda_1 F_2}{\lambda_1(\lambda_1 + F_1)} = \frac{n_1}{n_2} \frac{F_2}{\lambda_1}.$$

Die ähnlichen Dreiecke $S_1 P_1 F_1$ und $F_1 H_1 C$ und ebenso $S_2 P_2 F_2$ und $F_2 H_2 B$ geben

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{F_1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{F_2} \quad \text{. . . . .} \quad (36)$$

Die Gleichungen

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{n_1}{n_2} \frac{F_2}{\lambda_1}$$

und

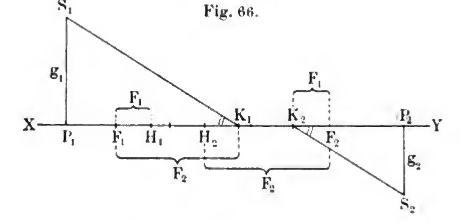
$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{F_1}{\lambda_1}$$

geben



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{. . . . .} \quad (37)$$

Fig. 66.



Für die lineare Vergrößerung $G = -\frac{g_2}{g_1}$ erhalten wir, wenn wir die Gleichungen (30) durcheinander dividieren, unter Zuhilfenahme von (37) und (36)

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_1 f_2}{n_2 f_1} \quad \text{. . . . .} \quad (38)$$

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = \frac{F_1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{F_2} \quad \text{. . . . .} \quad (39)$$

Man sieht, daß die betrachtete komplizierte Aufgabe zu denselben einfachen Resultaten führt, wie der Fall, wo nur eine brechende Fläche vorhanden ist, falls man die Hauptpunkte H_1 und H_2 sowie die Hauptebenen einführt und von ihnen aus die Entfernungen S_1, S_2, f_1 und f_2 rechnet.

Außer den Hauptbrennpunkten F_1 und F_2 und den Hauptpunkten H_1 und H_2 befinden sich in unserem Systeme noch zwei bemerkenswerte Punkte, die Knotenpunkte genannt werden.

Wir wollen einen Strahl aufsuchen, der von einem beliebigen Punkte S_1 (Fig. 66) ausgeht und nach dem Durchgang durch das ganze System der Medien seiner ursprünglichen Richtung parallel ist. Es sei S_2 der Bildpunkt des Punktes S_1; K_1 und K_2 die Schnittpunkte

der beiden parallelen Strahlen (im ersten und letzten Medium) mit der optischen Achse, auf welcher die Punkte F_1, F_2, H_1, H_2 und die Hauptbrennweiten $H_1 F_1 = F_1$ und $H_2 F_2 = F_2$ abgetragen sind. Die Punkte K_1 und K_2 sind konjugierte Punkte, da sich in K_1 die Strahlen $S_1 K_1$ und $X K_1$ schneiden und in K_2 die Strahlen $K_2 S_2$ und $K_2 Y$, welche mit den beiden ersten konjugiert sind. Die Abstände der Punkte K_1 und K_2 von den Brennpunkten F_1 und F_2 wollen wir wieder mit λ_1 und λ_2 bezeichnen, so daß $K_1 F_1 = \lambda_1$ und $K_2 F_2 = \lambda_2$. Die Formel (33) gibt, da nach der Voraussetzung $\angle S_1 K_1 X = \angle S_2 K_2 Y$, d. h. $\alpha_1 = \alpha_2$

$$n_1 g_1 = n_2 g_2$$

oder, vgl. (37) und (36):

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{F_2},$$

daraus folgt

$$\lambda_1 = F_2; \qquad \lambda_2 = F_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

Die Abstände des Punktes K_1 und des Punktes K_2 vom entsprechenden Brennpunkt sind gleich dem entsprechenden anderen fokalen Abstand. Die Lage der Punkte K_1 und K_2 ist vollständig unabhängig von der Lage des Punktes S_1, d. h. von der Richtung des Strahles $S_1 K_1$. Daraus folgt, daß alle Strahlen, die im ersten Medium nach K_1 gelangen, im letzten Medium in derselben Richtung von K_2 ausgehen. K_1 und K_2 nennt man Knotenpunkte. In Fig. 66 ist gezeigt, daß $K_1 F_1 = F_2$ und $K_2 F_2 = F_1$. In Fig. 65 wurde gezeigt, wie man den Punkt S_2 konstruieren kann, wenn S_1, F_1, F_2, H_1 und H_2 gegeben sind. Man kann nun auch so verfahren: Man findet die Lage der Punkte K_1 und K_2, indem man $F_1 K_1 = F_2 = H_2 F_2$ und $F_2 K_2 = F_1 = F_1 H_1$ konstruiert; nun verbinden wir S_1 mit K_1 und ziehen durch K_2 eine Parallele zu $S_1 K_1$; diese geht durch S_2.

Für die Lateralvergrößerung hat man nach (33)

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40,\text{ a})$$

Die Größe

$$G_1 = \frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40,\text{ b})$$

bezeichnen wir als Winkelvergrößerung. Es ist offenbar

$$G\,G_1 = -\frac{n_1}{n_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40,\text{ c})$$

Ist δ_1 der Abstand zweier nahe beieinander auf der Achse gelegener Punkte, δ_2 der Abstand ihrer Bildpunkte, so wird die Größe

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40,\text{ d})$$

als Axialvergrößerung bezeichnet. Formel (32) gibt $\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2$ und $(\lambda_1 + \delta_1)(\lambda_2 + \delta_2) = F_1 F_2$. Hieraus folgt, vgl. die Herleitung der Formel (29, g),

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} = -\frac{F_1 F_2}{\lambda_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40,\ e)$$

Die Formel (40, e) und (39) ergeben

$$G_2 = -\frac{n_2}{n_1} G^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40,\ f)$$

Multipliziert man (40, c) mit (40, f), so erhält man

$$G = G_1 G_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40,\ g)$$

Diese Beziehungen entsprechen vollkommen den auf S. 162 für zwei Medien hergeleiteten. Die Verallgemeinerung für eine beliebige Zahl von Medien stammt von Helmholtz; einen neuen Beweis der Formel (40, a) hat S. N. Stepanow geliefert.

Wir wenden uns jetzt dem für die Praxis besonders wichtigen Falle zu, wo das erste und das letzte Medium einander gleich sind, wenn z. B. die Zwischenmedien sich innerhalb der Luft befinden. Es ist dann $n_1 = n_2$ und Formel (38) gibt die Beziehung

$$F_1 = F_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Aus der Definition der Lage der Knotenpunkte K_1 und K_2 in Fig. 66 geht hervor, daß für $F_1 = F_2$ diese Punkte mit den Hauptpunkten H_1 und H_2 zusammenfallen, welche somit im vorliegenden Falle auch die in (34), S. 166 wiedergegebene Eigenschaft der Punkte K_1 und K_2 besitzen.

Sind das erste und das letzte Medium einander gleich (oder haben sie den gleichen Brechungsquotienten), so sind die Hauptbrennweiten einander gleich; die Knotenpunkte fallen dann mit den Hauptpunkten zusammen und die Vergrößerung G ist gleich

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{f_2}{f_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

wo f_1 und f_2, sowie die Hauptbrennweiten F von den Hauptpunkten aus gerechnet sind.

Formel (40, a) gibt

$$G = -\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42,\ a)$$

in diesem Falle ist

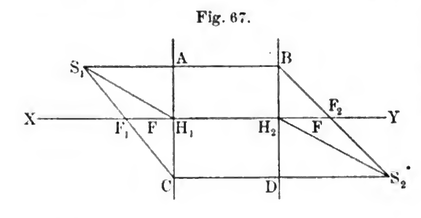
$$\left.\begin{aligned} G G_1 &= -1 \\ G_2 &= -G^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42,\ b)$$

Eine Konstruktion des der Strahlenquelle S_1 zugehörigen Bildpunktes S_2 ist in diesem Falle möglich mit Hilfe zweier beliebiger von

drei bestimmten Strahlen; $S_1 A \parallel XY$ (Fig. 67) gibt BF_2; $SF_1 C$ gibt $DS_2 \parallel XY$; $S_1 H_1$ gibt $H_2 S_2 \parallel S_1 H_1$.

Die in diesem Paragraphen entwickelte Theorie ist von C. Neumann gegeben worden. Ist das erste Medium gleich dem letzten und $F_1 = F_2$, so kann man die Hauptbrennweiten mit einem einzigen Buchstaben F bezeichnen. In diesem Falle geben die Formeln (31) und (32)

Fig. 67.



$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \quad (43)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = F^2 \quad (44)$$

Für die Größen f_1 und f_2, welche die Lage der Strahlenquelle und ihres Bildpunktes bestimmen, erhält man für ein positives F folgende zusammengehörige Werte:

$$\left.\begin{array}{l} f_1 = \infty \cdots 2F \cdots F \cdots < F \cdots 0 \text{ (in der ersten Haupt-} \\ \qquad\qquad \text{ebene)} \cdots f_1 < 0 \cdots -\infty \\ f_2 = F \cdots 2F \cdots + \infty \cdots f_2 < 0 \cdots 0 \text{ (in der zweiten Haupt-} \\ \qquad\qquad \text{ebene)} \cdots 0 < f_2 < F \cdots F \end{array}\right\} \quad (45)$$

Ist F negativ, und zwar gleich $-F'$, so sind die betreffenden Werte

$$\left.\begin{array}{l} f_1 = \infty \cdots 0 \cdots -F' \cdots -2F' \cdots -\infty \\ f_2 = -F' \cdots 0 \cdots > 0 + \infty \cdots -2F' \cdots -F' \end{array}\right\} \quad (46)$$

Für die Größe des Bildes im Vergleiche zum „Gegenstande" und für seine Lage erhält man auf Grund von (43) genaue Daten, wenn man berücksichtigt, daß man für $G > 0$ ein aufrechtes, für $G < 0$ ein umgekehrtes Bild erhält.

Ist $F > 0$, so ist

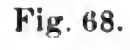
$f_1 =$	$\infty \cdots$	$2F$	$\cdots F$	$\cdots < F$	0	$< 0 \cdots -\infty$
Bild:	verkleinert umgekehrt	$G = 1$ umgekehrt	vergrößert umgekehrt	vergrößert aufrecht	$G = 1$ aufrecht	verkleinert aufrecht

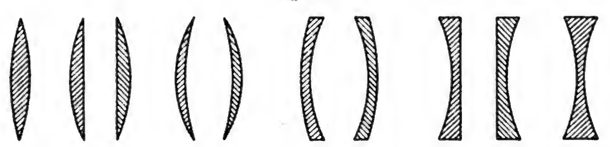
Für $F < 0$ und $F = -F'$ ist

$f_1 =$	$\infty \cdots$	0	$\cdots -F'$	$-F' > f > -2F'$	$-2F'$	$\cdots -\infty$
Bild:	verkleinert aufrecht	$G = 1$ aufrecht	vergrößert aufrecht	vergrößert umgekehrt	$G = 1$ umgekehrt	verkleinert umgekehrt

§ 6. Elementare Theorie der optischen Linsen. Als optische Linsen pflegt man Körper zu bezeichnen, welche für die gegebene Art der strahlenden Energie durchlässig und von zwei kugelförmigen Flächen begrenzt sind.

In Fig. 68 sind verschiedene Formen derartiger Linsen dargestellt: eine bikonvexe, zwei plankonvexe, zwei konkavkonvexe, zwei konvexkonkave, zwei plankonkave und eine bikonkave. Die drei ersten


Fig. 68.

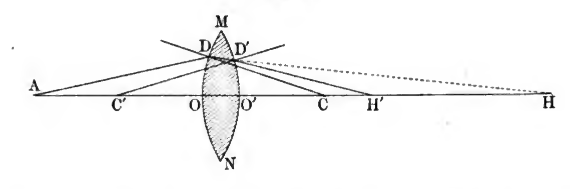


Linsenarten, bei denen die Konvexität überwiegt, heißen auch noch Sammellinsen, die drei letzteren, bei denen die Konkavität überwiegt, heißen auch Zerstreuungslinsen (oder Hohllinsen).

Pfaundler hat den Vorschlag gemacht, die Linsen in positive und negative Linsen einzuteilen; hiervon soll später die Rede sein.

Die Radien der beiden sphärischen Oberflächen der Linse wollen wir mit dem positiven Vorzeichen versehen, wenn sie von der Oberfläche ins Innere der Linse gerichtet sind, d. h. wenn die betreffende Linsenfläche

Fig. 69.



konvex ist. Bei der Bikonvexlinse sind demnach beide Radien positiv, bei der Bikonkavlinse beide negativ, bei der Plankonvex- und Plankonkavlinse ist der eine Radius unendlich groß, der andere positiv bzw. negativ, bei der Konvexkonkav- und Konkavkonvexlinse haben beide Radien entgegengesetztes Vorzeichen, wobei der absoluten Größe nach bei der ersteren der Radius der konvexen, bei der zweiten der Radius der konkaven Seite der größere ist.

Wir wollen nunmehr die Brennweite F einer Linse unter Benutzung der Fig. 69 ableiten, doch bleiben unsere Schlüsse in gleicher Weise für alle Linsenformen in Geltung.

Sei A die Strahlenquelle, $AO = f_1$; der Strahl AD geht nach der ersten Brechung in der Richtung DH weiter; den Radius OC der Fläche MON bezeichnen wir mit R_1, die Entfernung OH mit f_2'. Wir nehmen ferner an, die Linse befinde sich innerhalb der Luft und habe den Brechungsquotienten n. Für den Fall des Durchganges durch eine sphärische Fläche hatten wir (S. 156) die Formeln (24) und (25) gefunden. Setzt man F_1 und F_2 aus (24) in Formel (25) ein, so erhält man allgemein

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (47)$$

In unserem Falle ist $n_1 = 1$, $n_2 = n$, $R = R_1$ und $f_2 = f_2'$ zu setzen. Demgemäß erhält man den Ausdruck

$$\frac{1}{f_1} + \frac{n}{f_2'} = \frac{n-1}{R_1} \qquad (48)$$

An der zweiten Fläche angelangt, wird der Strahl (bei D') abermals gebrochen und schneidet endlich die Achse in einem gewissen Punkte H', dessen Abstand von O' wir mit f_2 bezeichnen. Für diese abermalige Brechung kann wiederum Formel (47) gelten, doch hat man jetzt in ihr $n_1 = n$ zu setzen, $n_2 = 1$, $R = -R_2$, wo R_2 der Radius der zweiten Fläche ist, den man positiv annimmt, wenn er nach links gerichtet ist. Als Strahlenquelle dient jetzt Punkt H, es ist daher $f_1 = -O'H$. Nimmt man die Dicke OO' des Glases als sehr gering an, so kann man $f_1 = -OH = -f_2'$ setzen. Dann gibt (47) die Beziehung

$$-\frac{n}{f_2'} + \frac{1}{f_2} = -\frac{1-n}{R_2} = \frac{n-1}{R_2}.$$

Addiert man diesen Ausdruck mit (48), so erhält man

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (49)$$

Vergleicht man (49) mit der allgemeinen Formel (48), welche für den Fall gilt, wo das erste und letzte Medium einander gleich sind, d. h. mit der Formel

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \qquad (50)$$

so erhält man für die Hauptbrennweite F der Linse den folgenden Ausdruck

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (51)$$

Die Entfernungen F, f_1 und f_2 werden „von der Linse“ aus gerechnet, wobei man die Dicke derselben unberücksichtigt läßt. Die Formeln (50) und (51) geben folgende Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} \\ f_2 &= \frac{F f_1}{f_1 - F} \\ F &= \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

Für die Sammellinsen ist $F > 0$, für alle Zerstreuungslinsen $F < 0$.

Für die bikonvexen Linsen ist, falls $R_1 = R_2 = R$ ist,

$$F = \frac{R}{2(n-1)}.$$

Für die plankonvexen Linsen ist bei $R_1 = R$ und $R_2 = \infty$ (oder umgekehrt)

$$F = \frac{R}{n-1},$$

d. h. die Brennweite der letzteren ist doppelt so groß als die der ersteren.

Für Glas ist $n = 1{,}5$ (angenähert), man erhält demnach für $R_1 = R_2 = R$ die Beziehung $F = R$.

Für bikonkave Linsen ist bei $R_1 = R_2 = -R$ allgemein $F = -\frac{R}{2(n-1)}$; ist $n = 1{,}5$, so ist also $F = -R$.

Die Übersicht über die Werte von f_1 und f_2 in (45) und (46), sowie die Hinweise auf die Größe und Lage der Bilder (zu Ende von § 5) gelten unmittelbar auch für die optischen Linsen.

Auf Grund von (52) kann man auch noch den folgenden Zusammenhang zwischen f_1 und f_2 herstellen.

Für Sammellinsen hat man, falls

$$f_1 = pF$$

ist, den Wert

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= pF \\ f_2 &= \frac{p}{p-1} F \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

z. B.

$$\begin{array}{llllllllllll} f_1 = \infty & 4F & 3F & 2F & \frac{3}{2}F & F & \frac{1}{2}F & 0 & -\frac{1}{2}F & -F & -2F & -\infty \\ f_2 = F & \frac{4}{3}F & \frac{3}{2}F & 2F & 3F & \infty & -F & 0 & \frac{1}{3}F & \frac{1}{2}F & \frac{2}{3}F & F. \end{array}$$

Für Zerstreuungslinsen ist $F < 0$: setzt man $F = -F'$, wo F' positiv genommen ist, so erhält man für

den Wert
$$\left.\begin{aligned} f_1 &= -pF = pF' \\ f_2 &= \frac{p}{p+1}F = -\frac{p}{p+1}F' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

Fig. 70.

Zum Beispiel

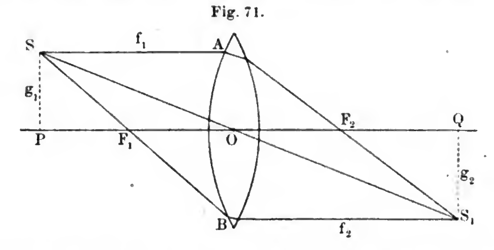
$f_1 =$	∞	$4F'$	$3F'$	$2F'$	F'	$\frac{1}{2}F'$	0	$-\frac{1}{2}F'$
		$-F'\ (=F)$		$-2F'\ (=2F)$	$-4F'$		$-\infty$	
$f_2 =$	$-F'$	$-\frac{4}{5}F'$	$-\frac{3}{4}F'$	$-\frac{2}{3}F'$	$-\frac{1}{2}F'$	$-\frac{1}{3}F'$	$+0$	$+F'$
		∞		$-2F'\ (=2F)$	$-\frac{4}{3}F'$		$-F'\ (=F)$	

In Fig. 70 ist der Gang der Strahlen für zwölf verschiedene Fälle dargestellt, von denen sich sechs auf Sammellinsen, sechs auf Zerstreuungslinsen beziehen. Diese einzelnen Fälle bedürfen keiner näheren Erklärung.

Befindet sich die Strahlenquelle außerhalb der optischen Achse in einer Entfernung f_1 von der Linse, so entsteht ihr Bild in der Entfernung f_2 von der Linse, wobei zwischen f_1 und f_2 dieselbe Beziehung (50) besteht, wie für den allgemeinen Fall, wo die Zahl der Medien eine beliebig große ist. Um den Bildpunkt konstruktiv zu finden, zieht man vom Strahlpunkte einen zur optischen Hauptachse parallelen Strahl bis an die Linse, der alsdann nach erfolgter Brechung durch den zweiten Brennpunkt hindurchgeht. Einen zweiten Strahl kann man vom Strahlpunkte aus durch den ersten Brennpunkt hindurch bis an die Linse ziehen; dieser verläßt die Linse parallel zur optischen Hauptachse. Noch bequemer ist es, einen der Strahlen durch den sogenannten optischen Mittelpunkt der Linse zu ziehen.

Mit der wahren Bedeutung dieses Punktes werden wir uns im folgenden Paragraphen bekannt machen, in welchem eine genauere Theorie der optischen Linsen gegeben werden soll. Bei elementarer

Fig. 71.



Behandlung der Brechung in Linsen wird von der Linsendicke ganz abgesehen, die Linsen also als unendlich dünn angenommen. In diesem Falle fällt der optische Mittelpunkt mit dem Punkte zusammen, in welchem die optische Achse die unendlich dünne Linse schneidet. Es läßt sich leicht einsehen, daß der auf den optischen Mittelpunkt gerichtete Strahl durch die unendlich dünne Linse hindurchgeht, ohne seine Richtung zu ändern. Sind nämlich (Fig. 71) SAF_2S_1 und SF_1BS_1 zwei nach der eben gemachten Angabe gezogene Strahlen, mit deren Hilfe man den Bildpunkt S_1 des Punktes S findet, so ergibt sich nach Formel (42)

$$g_1 : f_1 = g_2 : f_2,$$

d. h.

$$SP : PO = S_1Q : OQ.$$

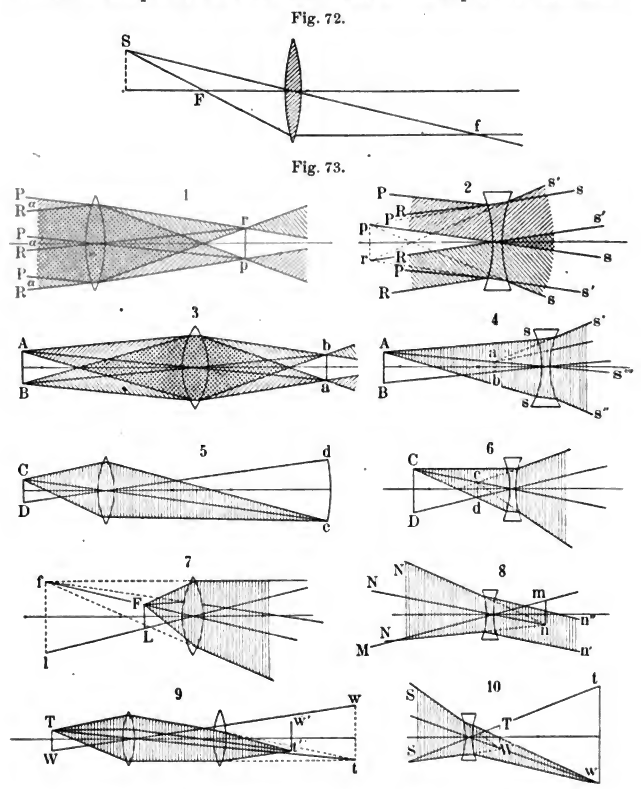
Hieraus aber folgt, daß die Linie SOS_1 eine Gerade ist, daß also der Strahl SO die unendlich dünne Linse durchsetzt, ohne gebrochen zu werden. Man kann von diesem Umstande Gebrauch machen, wenn man das Bild eines Punktes in der Weise konstruieren will, wie dies in Fig. 72 geschehen ist.

Fig. 73 zeigt zehn Fälle der Bildkonstruktion für ein gegebenes Objekt an Bikonvex- und Bikonkavlinsen.

In allen diesen Fällen ist der Gegenstand durch große, sein Bild durch die entsprechenden kleinen Buchstaben des Alphabets bezeichnet.

Fig. 72.

Fig. 73.



Die ungeraden Nummern beziehen sich auf die Sammellinse, die geraden auf die Zerstreuungslinse.

Nr. 1. Der Gegenstand befindet sich in sehr großer Entfernung; die Strahlen P gehen vom oberen, die Strahlen R vom unteren Rande aus; das Bild pr ist reell, umgekehrt und liegt in der Fokalebene.

Nr. 2. Der Gegenstand ist sehr entfernt; das virtuelle, aufrechte Bild pr liegt in der Fokalebene.

Nr. 3. Der Gegenstand AB liegt jenseits der doppelten Brennweite ($f_1 > 2F$); das reelle, verkleinerte Bild ist ab; $F < f_2 < 2F$.

Nr. 4. Der Gegenstand AB hat eine Entfernung $f_1 > 2F$, das Bild ab ist virtuell, aufrecht und verkleinert; $f_2 < F$.

Nr. 5. Der Gegenstand ist CD; $F < f_1 < 2F$; das Bild cd ist vergrößert, reell und umgekehrt; $f_2 > 2F$. Das Bild cd ist nach der Linse hin konkav, da die Mitte des Gegenstandes CD der Linse näher liegt als die Ränder desselben. Je näher der Gegenstand dem Brennpunkte F liegt, um so beträchtlicher ist diese Krümmung.

Nr. 6. Der Gegenstand ist CD; $f_1 < 2F$; das Bild cd ist kleiner und der Linse näher als in Nr. 4.

Nr. 7. Der Gegenstand FL liegt zwischen Brennpunkt und Linse; $0 < f_1 < F$; das Bild fl ist virtuell ($f_2 < 0$), aufrecht und vergrößert ($-f_2 > f_1$).

Nr. 8. Der Gegenstand mn ist virtuell und befindet sich in der Entfernung F von der Linse ($f_1 = -F$); d. h. es fallen auf die Linse konvergierende Strahlenbündel, deren geometrische Durchschnittspunkte in der Fokalebene liegen. Von einem dieser Bündel sind drei Strahlen N dargestellt, die in n geometrisch konvergieren; von dem Strahlenbündel M, welches in m konvergiert, ist nur der durch den optischen Mittelpunkt hindurchgehende Strahl dargestellt. Alle Strahlen N verlassen die Linse als paralleles Strahlenbündel $n'n''$; ebenso gibt das Bündel M ein dem Strahle M paralleles Bündel.

Nr. 9. Es sind hier zwei Linsen gegeben; die erste von ihnen würde allein das Bild wt des Gegenstandes WT geben, für die zweite Linse stellt dieses Bild eine virtuelle Strahlenquelle dar ($f_1 < 0$) und es entsteht demgemäß das in bezug hierauf verkleinerte, reelle Bild $w't'$, wobei $f_2 < -f_1$ ist.

Nr. 10. Der Gegenstand WT ist virtuell, wobei $-f_1 < F$ ist; dargestellt sind drei Strahlen des in W konvergierenden Strahlenbündels und nur einer der nach T gerichteten Strahlen; es entsteht ein aufrechtes, vergrößertes, reelles Bild wt, wobei $f_2 > -f_1$ ist.

Für die **Lateralvergrößerung** G, die man mittels einer Linse erhält, gilt die allgemeine Formel (42), welche, wenn man f_2 aus (52) einsetzt, folgende Gestalt annimmt

$$G = -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{F}{f_1 - F} = -\frac{1}{\frac{f_1}{F} - 1} \quad \ldots \ldots \quad (55)$$

Bezeichnet man die Entfernung des Gegenstandes vom Hauptbrennpunkt (im ersten Medium) mit x, so ist $f_1 - F = x$, folglich die Vergrößerung

$$G = -\frac{F}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (55, a)$$

Die Winkelvergrößerung G_1 ist, vgl. (40, d) und (42, b), gleich

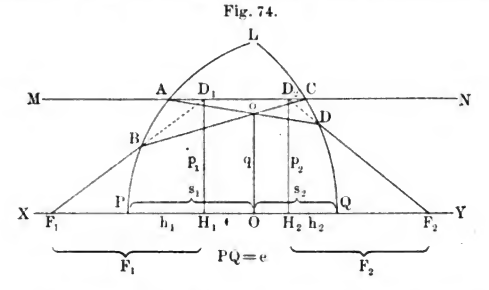
$$G_1 = -\frac{1}{G} = \frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (55, b)$$

Als Axialvergrößerung G_2 findet man, vgl. (40, f) und (42, b), den Ausdruck

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} = -G^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (55, c)$$

§ 7. Strengere Theorie der optischen Linsen. Bei Ableitung der Formel (49) war die Dicke der Linse nicht in Betracht gezogen

Fig. 74.



worden; aus diesem Grunde konnte auch jeder durch den optischen Mittelpunkt gehende Strahl als ungebrochen betrachtet und seine seitliche Verschiebung vernachlässigt werden. Wir wollen jetzt genauere Formeln herleiten, indem wir auch die Linsendicke e einführen, d. h. die Entfernung der Punkte, in denen die optische Achse die Linsenflächen schneidet. Hierbei werden wir erstens die Lage der Hauptebenen, sowie der Hauptpunkte H_1 und H_2 finden, welche im vorliegenden Falle, wo sich die Linse innerhalb der Luft befindet, mit den Knotenpunkten zusammenfallen (S. 169), und zweitens die wahre Bedeutung des optischen Mittelpunktes kennen lernen. Die Radien R_1 und R_2 sollen ihre frühere Bedeutung haben und sollen für konvexe Flächen als positiv angesehen werden.

Sei XY (Fig. 74) die optische Hauptachse, PLQ ein Teil der Linse, F_1 und F_2 ihre Brennpunkte. Wir ziehen die willkürliche Gerade $MN \parallel XY$; dem eintretenden Strahle MA entspricht der ge-

brochene Strahl ADF_2, dem austretenden Strahle CN der eintretende Strahl F_1BC. Verlängert man F_1B und F_2D bis zu ihrem Durchschnitt mit MN, so erhält man die beiden Punkte D_1 und D_2. Diese Punkte entsprechen offenbar ganz und gar den Punkten D_1 und D_2 in Fig. 64, d. h. es ist D_2 das (virtuelle) Bild des (ebenfalls virtuellen oder fingierten) Strahlpunktes D_1; die Strahlen F_1B und MA, welche im ersten Medium nach D_1 gehen, treten im letzten Medium aus D_2 aus. Wir legen ferner durch D_1 und D_2 zu XY senkrechte Ebenen; es sind dies die Hauptebenen; sie schneiden die Achse XY in den Hauptpunkten H_1 und H_2, die gleichzeitig Knotenpunkte sind, d. h. die durch (40), S. 168 gegebene Eigenschaft besitzen.

Die Strahlen BC und AD schneiden einander im Punkte o, der nichts anderes ist als das Bild des Punktes D_1 im Glase der Linse, denn die nach D_1 gehenden Strahlen F_1B und MA schneiden sich nach der ersten Brechung in o; man kann diesen selben Punkt auch als innerhalb des Glases gelegenen Strahlenpunkt ansehen, der außerhalb des Glases (auf der rechten Seite) das Bild D_2 liefert, da die vom Punkte o ausgehenden Strahlen oC und oD nach der Brechung von D_2 auszugehen scheinen. Legt man durch o eine Ebene oO senkrecht zu XY, so gibt das System der in der ersten Hauptebene D_1H_1 gelegenen Punkte nach der ersten Brechung Bilder in der Ebene oO, und diese Punkte geben nach der zweiten Brechung Bilder in der zweiten Hauptebene D_2H_2. Hieraus folgt, daß O das in der Linse befindliche Bild des Hauptpunktes H_1, der Hauptpunkt H_2 aber das äußere Bild des Punktes O ist. Alle Strahlen, welche im ersten Medium (der Luft) die Richtung nach H_1 haben, im letzten von H_2 ausgehen, wobei ihre Richtung sich nicht ändert, vgl. Fig. 66, S. 167, müssen innerhalb der Linse durch O gehen. Somit hat jeder Strahl, der innerhalb der Linse durch den Punkt O geht, vor seinem Eintritt in die Linse und seinem Austritt aus derselben die gleiche Richtung. Der Punkt O wird der optische Mittelpunkt der Linse genannt. Für unendlich dünne Linsen fällt der optische Mittelpunkt mit dem Punkte zusammen, in welchem die optische Achse die Linse schneidet (S. 175).

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß der optische Mittelpunkt O der innerhalb der Linse befindliche Bildpunkt der Hauptpunkte H_1 oder H_2 für den Fall ist, daß die Strahlen entweder von links (nach H_1 hin) oder von rechts (nach H_2 hin) kommen.

Sei $PQ = e$ und ferner

$$PH_1 = h_1, \quad QH_2 = h_2, \quad PO = s_1, \quad QO = s_2;$$

wir rechnen alle diese Größen positiv von P und Q ins Innere der Linse. Um diese Größen zu finden, wenn R_1, R_2, e und n (der Brechungsquotient des Glases) gegeben sind, rufen wir uns noch einmal alle die

Formeln ins Gedächtnis, welche für die Brechung eines Strahls an einer kugelförmigen Fläche gelten, die zwei Medien voneinander trennt, vgl. Fig. 58. Seien n_1 und n_2 die Brechungsquotienten des ersten und zweiten Mediums, R der Radius, der positiv angenommen wird, wenn der Mittelpunkt innerhalb des zweiten Mediums liegt, f_1 die Entfernung der Strahlenquelle, f_2 die Entfernung des Bildes vom Scheitel der sphärischen Fläche, wobei f_1 positiv gerechnet wird vom Scheitel ins erste, f_2 ins zweite Medium hinein. Seien ferner g_1 und g_2 die Ordinaten der Strahlenquelle und ihres Bildes und endlich F_1 und F_2 die Hauptbrennweiten. Dann gelten die Formeln (24), (25) und (29), nämlich

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (56,\text{a})$$

$$F_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}; \qquad F_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \quad \ldots\ldots \quad (56,\text{b})$$

$$\frac{g_2}{g_1} = -\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{f_2}{f_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (56,\text{c})$$

Die Formeln (56, a) und (56, b) geben uns

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56,\text{d})$$

Wir wenden uns jetzt dem Falle zu, wo wir es mit einer optischen Linse zu tun haben, und bezeichnen mit F_1' und F_2' deren Hauptbrennweiten, entsprechend der ersten Brechung, mit F_1'' und F_2'' die der zweiten Brechung entsprechenden Brennweiten beim Übergange aus Glas zur Luft. F_1' und F_2' werden nach links und rechts vom Punkte P gerechnet, F_1'' und F_2'' vom Punkte Q. Man erhält F_1' und F_2', wenn man in (56, b) die Werte $n_1 = 1$, $n_2 = n$ und $R = R_1$ substituiert:

$$F_1' = \frac{R_1}{n-1}; \qquad F_2' = \frac{n R_1}{n-1} \quad \ldots\ldots \quad (57,\text{a})$$

Setzt man in (56, b) $n_1 = n$, $n_2 = 1$ und $R = -R$, so erhält man

$$F_1'' = \frac{n R_2}{n-1}; \qquad F_2'' = \frac{R_2}{n-1} \quad \ldots\ldots \quad (57,\text{b})$$

Um die Lage der Hauptpunkte H_1 und H_2, sowie des optischen Mittelpunktes O, d. h. um die Größen h_1, h_2, s_1 und s_2 zu finden, soll zunächst eine einfache, zwischen ihnen bestehende Beziehung abgeleitet werden. Offenbar ist

$$s_1 + s_2 = e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

Es sei $D_1 H_1 = p_1$, $D_2 H_2 = p_2$ und $o\,O = q$ gesetzt; wie bekannt, ist $p_1 = p_2$.

Wir haben gesehen, daß o das Bild des Punktes D_1 ist. Wendet man die Formel (56, c) an, so hat man

$$g_2 = q, \quad g_1 = p_1, \quad n_1 = 1, \quad n_2 = n, \quad f_1 = -h_1, \quad f_2 = s_1$$

zu setzen. Somit ist

$$\frac{q}{p_1} = \frac{1}{n} \cdot \frac{s_1}{h_1}.$$

Andererseits ist D_2 das Bild des Punktes o, das beim Übergange der Strahlen aus dem Glase in die Luft entsteht. Man hat jetzt zu setzen

$$g_2 = p_2, \quad g_1 = q, \quad n_1 = n, \quad n_2 = 1, \quad f_1 = s_2, \quad f_2 = -h_2.$$

Dies gibt

$$\frac{p_2}{q} = n \frac{h_2}{s_2}.$$

Multipliziert man die letzten beiden Gleichungen miteinander und beachtet, daß $p_1 = p_2$ ist, so erhält man die bemerkenswerte Proportion

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{h_1}{h_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (59)$$

(58) und (59) geben

$$s_1 = \frac{h_1 e}{h_1 + h_2}; \qquad s_2 = \frac{h_2 e}{h_1 + h_2} \quad \ldots \ldots \quad (60)$$

Wir kehren jetzt zur Gleichung (56, a) zurück und wenden sie auf die Punkte D_1 (Strahlpunkt) und o (Bildpunkt) an. Wir haben

$$F_1 = F_1', \quad F_2 = F_2', \quad f_1 = -h_1, \quad f_2 = s_1$$

zu setzen; dann ist

$$-\frac{F_1'}{h_1} + \frac{F_2'}{s_1} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (61, a)$$

Wenden wir die Formel (56, a) auf die Punkte o (Strahlpunkt) und D_2 (Bildpunkt) an, dann haben wir

$$F_1 = F_1'', \quad F_2 = F_2'', \quad f_1 = s_2, \quad f_2 = -h_2$$

zu setzen und erhalten die Formel

$$\frac{F_1''}{s_2} - \frac{F_2''}{h_2} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (61, b)$$

Setzt man in die beiden letzten Gleichungen die Größen aus (57, a), (57, b) und (60) ein, so erhält man

$$-\frac{R_1}{(n-1)h_1} + \frac{n R_1 (h_1 + h_2)}{(n-1) e h_1} = 1,$$

$$-\frac{R_2}{(n-1)h_2} + \frac{n R_2 (h_1 + h_2)}{(n-1) e h_2} = 1$$

oder
$$[n R_1 - (n-1) e] h_1 + n R_1 h_2 = e R_1,$$
$$[n R_2 - (n-1) e] h_2 + n R_2 h_1 = e R_2,$$

woraus sich ferner ergibt

$$h_1 = \frac{R_1 e}{n(R_1 + R_2) - (n-1) e}; \quad h_2 = \frac{R_2 e}{n(R_1 + R_2) - (n-1) e} \quad (62)$$

Somit sind die Entfernungen der Hauptpunkte H_1 und H_2 von den Punkten P und Q gefunden.

Aus (62) folgt, daß $h_1 : h_2 = R_1 : R_2$ ist. Verbindet man diese Proportion mit (59), so findet man

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (63)$$

folglich

$$s_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} e; \quad s_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e \quad \ldots \ldots \quad (64)$$

Hierdurch ist auch die Lage des optischen Mittelpunktes gefunden.

Kann man das zweite Glied im Nenner der Ausdrücke (62) vernachlässigen, so erhält man die einfacheren Ausdrücke

$$h_1 = \frac{R_1 e}{n(R_1 + R_2)}; \quad h_2 = \frac{R_2 e}{n(R_1 + R_2)} \quad \ldots \ldots \quad (65)$$

Die Entfernung $H_1 H_2$ ist gleich

$$H_1 H_2 = \delta = e - (h_1 + h_2) = e - \frac{e}{n},$$

d. h.

$$\delta = \frac{n-1}{n} e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (66)$$

Ist $n = 1,5$ (die gewöhnlichen Glassorten kommen diesem Werte nahe), so ist

$$\delta = \tfrac{1}{3} e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (66, a)$$

Wir suchen nun die Hauptbrennweiten $F_1 = \overline{F_1 H_1}$ und $F_2 = \overline{F_2 H_2}$. Die Strahlen, welche von links kommen und achsenparallel sind, geben nach der ersten Brechung ein Bild in einem in der Entfernung F_2' befindlichen Punkte rechts von P, folglich in der Entfernung $e - F_2'$ links von Q. Dieser Punkt gibt als Strahlpunkt nach der zweiten Brechung ein Bild im gesuchten zweiten Brennpunkte F_2 der gesamten Linse, der sich in der Entfernung F_2 rechts von H_2, folglich in der Entfernung $F_2 - h_2$ rechts von Q befindet. Wendet man Formel (56, d) auf diesen zweiten Übergang an, so hat man

$n_1 = n, \quad n_2 = 1, \quad f_1 = e - F_2', \quad f_2 = F_2 - h_2$ und $R = -R_2$

zu setzen. Man erhält dann

$$\frac{n}{e - F_2'} + \frac{1}{F_2 - h_2} = \frac{n-1}{R_2} \quad \ldots \ldots \quad (67, a)$$

Die Strahlen, welche vom Hauptbrennpunkte F_1 der gesamten Linse, welcher sich in der Entfernung $F_1 - h_1$ links von P befindet, ausgehen, geben nach der ersten Brechung ein Bild im Hauptbrennpunkte F_1'' (denn sie verlassen die Linse als achsenparallele Strahlen), der sich in der Entfernung F_1'' links von Q, also in der Entfernung $e - F_1''$ rechts von P befindet. Wendet man (56, d) auf die erste Brechung an, so hat man

$$n_1 = 1, \quad n_2 = n, \quad f_1 = F_1 - h_1, \quad f_2 = e - F_1'' \quad \text{und} \quad R = R_1$$

zu setzen; man erhält somit

$$\frac{1}{F_1 - h_1} + \frac{n}{e - F_1''} = \frac{n-1}{R_1} \quad \ldots\ldots \quad (67, \text{b})$$

Die Formeln (67, a) und (67, b) geben

$$F_2 = h_2 + \frac{(F_2' - e) R_2}{(n-1)(F_2' - e) + n R_2},$$

$$F_1 = h_1 + \frac{(F_1'' - e) R_1}{(n-1)(F_1'' - e) + n R_1}.$$

Setzt man hier h_1 und h_2 aus (62), F_2' und F_1'' aus (57, a) und (57, b) ein, so sieht man, daß $F_1 = F_2$ ist. Bezeichnet man ihren gemeinsamen Wert mit F, so ist

$$F_1 = F_2 = F = \frac{R_1 R_2}{(n-1)\left(R_1 + R_2 - \frac{n-1}{n} e\right)} \quad \ldots \quad (68)$$

Ferner ist

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{n-1}{n} \frac{e}{R_1 R_2}\right) \quad \ldots\ldots \quad (69)$$

Ist $e = \frac{n}{n-1}(R_1 + R_2)$, so ist $F = \infty$, d. h. ein paralleles Strahlenbündel gibt nach der ersten Brechung einen innerhalb der Linse gelegenen Bildpunkt; Strahlen, welche von diesem Punkte ausgehen, geben nach der Brechung an der zweiten Linsenoberfläche wiederum ein paralleles Bündel. Ist $e > \frac{n}{n-1}(R_1 + R_2)$, so ist $F < 0$; ein parallel einfallendes Strahlenbündel gibt nach seinem Durchgange durch beide Flächen ein divergierendes Bündel; der Hauptbrennpunkt liegt im Innern des Körpers selbst. Ist $n = 1{,}5$, so ist $F < 0$, falls $e > 3(R_1 + R_2)$ ist.

Auf diese Weise sind wir zu genaueren Formeln gelangt, als es die vorher abgeleiteten (51) und (52) waren. Die Entfernungen f_1 und f_2 der Strahlenquelle und ihres Bildpunktes von den Hauptpunkten

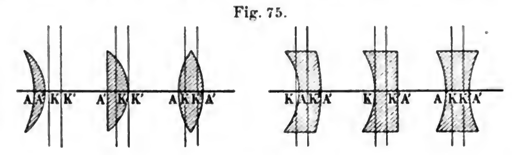
H_1 und H_2, deren Lage durch die Formeln (62) genau bestimmt worden ist, sind durch die Formel (43)

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (70)$$

wo $\frac{1}{F}$ aus (69) zu entnehmen ist, miteinander verknüpft.

Mit Hilfe der Formeln (62) und (69) läßt sich die Lage der Hauptpunkte und Brennpunkte für alle möglichen Linsenarten bestimmen, indem man die entsprechenden Werte von e, R_1 und R_2 mit ihren entsprechenden Vorzeichen substituiert. Ist e klein im Vergleich zu $R_1 + R_2$, so kann man sich der einfacheren Formeln (65) bedienen.

Fig. 75.



Für eine Kugel ist $R_1 = R_2 = R$ und $e = 2R$; man findet $h_1 = h_2 = R$; in diesem Falle liegen beide Hauptpunkte im Kugelmittelpunkt. Ferner ist $F = \frac{nR}{2(n-1)}$. Der Abstand $\varphi = F - R$ des Brennpunktes von der Linse ist gleich $\varphi = R\left[\frac{n}{2(n-1)} - \frac{1}{n}\right]$ und $\delta = H_1 H_2 = 2\frac{(n-1)}{n}R$. Für Wasser ($n = \frac{4}{3}$) ist $\varphi = \frac{5}{4}R$; für Glas ($n = \frac{3}{2}$) erhält man $\varphi = \frac{5}{6}R$. Selbstverständlich beziehen sich diese Aufgaben auf zentrale Strahlen, welche sich in unmittelbarer Nähe der optischen Hauptachse befinden.

Ist eine der Linsenflächen eine Ebene, z. B. die erste, so ist $R_1 = \infty$ und (62) und (68) ergeben

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{e}{n},\ h_2 = 0 \\ F &= \frac{R_2}{n-1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (71)$$

In Fig. 75 ist durch die Buchstaben K und K' die Lage der Hauptpunkte für verschiedene Linsenformen angegeben. Die Formeln (62) und (65) machen uns eine Orientierung in den verschiedenen Fällen möglich.

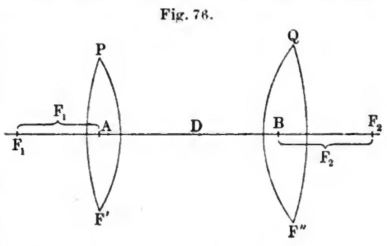
Die Konstruktion des Bildpunktes eines außerhalb der optischen Hauptachse gelegenen Strahlenpunktes kann, wenn die Brennpunkte F_1 und F_2, sowie die Hauptpunkte H_1 und

H_2 gegeben sind, für alle Linsenarten nach dem Schema der Fig. 67 ausgeführt werden.

Hiermit schließen wir die Betrachtung des Durchganges von Strahlen durch eine Linse. Bemerkt sei noch, daß man zuweilen die Größe $\frac{1}{F}$ die optische Kraft der Linse nennt.

§ 8. Systeme aus zwei zentrierten Linsen. Die in § 5 entwickelte allgemeine Theorie zeigt, daß eine Zusammenstellung einer beliebigen Zahl optischer Linsen, welche dieselbe optische Achse gemein haben, ein System bildet, das zwei Hauptbrennpunkte und zwei Hauptebenen besitzt. Wir beschränken uns auf zwei Linsen, die sich innerhalb der Luft befinden und nehmen dabei zunächst an, beide Linsen seien von sehr geringer Dicke, so daß man auf jede von ihnen die in § 6 entwickelte elementare Theorie anwenden kann. Seien P und Q (Fig. 76) die beiden gegebenen Linsen, F' und F'' ihre Hauptbrennweiten, $D = AB$ der gegenseitige Abstand der Linsen voneinander. Gesucht werden die Abstände F_1 und F_2 der Hauptbrennpunkte des ganzen Systems von den einzelnen Linsen P und Q.

Fig. 76.



Die Strahlen, welche links achsenparallel sind, geben nach ihrem Durchgange durch die erste Linse P einen Bildpunkt, der sich in der Entfernung F' von P befindet, folglich in der Entfernung $D - F'$ von Q. Die zweite der Linsen gibt einen Bildpunkt im Hauptbrennpunkte F_2 des ganzen Systems. Wendet man die allgemeine Formel (50), S. 172, auf die zweite Linse an, so hat man

$$f_1 = D - F', \quad f_2 = F_2 \quad \text{und} \quad F = F''$$

zu setzen und erhält

$$\frac{1}{D - F'} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F''} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F' - D} + \frac{1}{F''} \quad \cdot \cdot \quad (72, \text{a})$$

Die durch F_1 gehenden Strahlen müssen nach ihrem Durchgange durch P einen Bildpunkt im Hauptbrennpunkte der Linse Q geben, der sich von Q in der Entfernung F'', von P in der Entfernung $D - F''$ befindet, denn sie müssen Q als achsenparallele Strahlen ver-

lassen. Wendet man jetzt dieselbe Formel (50) auf die erste Linse an, so hat man

$$f_1 = F_1, \quad f_2 = D - F'' \quad \text{und} \quad F = F'$$

zu setzen und erhält demnach

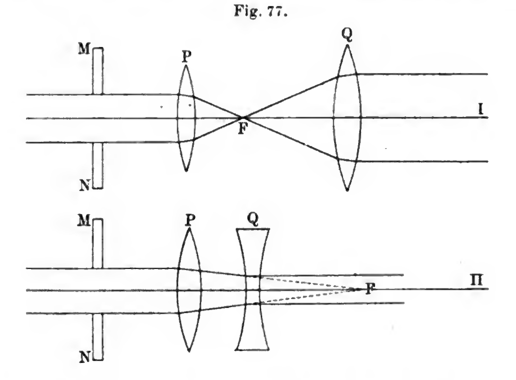
$$\frac{1}{F_1} + \frac{1}{D - F''} = \frac{1}{F'} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F'' - D} \qquad (72, \text{b})$$

(72, a) und (72, b) geben

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= \frac{F'F'' - F'D}{F' + F'' - D} \\ F_2 &= \frac{F'F'' - F''D}{F' + F'' - D} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (73)$$

Es ist leicht einzusehen, daß man für die Brennweiten ungleiche Werte erhalten mußte, da sie ja willkürlich von P und Q gerechnet

Fig. 77.



wurden, nicht aber von den Hauptebenen, deren Lagen sich übrigens leicht durch Konstruktion finden lassen, und zwar nach dem Schema der Fig. 64 oder 74.

Ist $D = F' + F''$, so ist $F_1 = F_2 = \infty$; das System heißt in diesem Falle ein **afokales** oder **teleskopisches**. Ein paralleles Strahlenbündel, welches dasselbe durchdringt, bleibt parallel, doch ändert sich hierbei gewöhnlich der Querschnitt des Bündels. In Fig. 77 sind zwei Fälle von afokalen Systemen dargestellt; MN ist ein Schirm mit runder Öffnung, welche die ursprüngliche Größe des Bündelquerschnitts bestimmt. Punkt F stellt in beiden Fällen den gemeinsamen Hauptbrennpunkt beider Linsen dar; in der zweiten Figur ist $F'' < 0$.

Sind die Gläser aneinandergelegt, so ist $D = 0$ und (73) gibt dann

$$F = F_1 = F_2 = \frac{F' F''}{F' + F''}$$

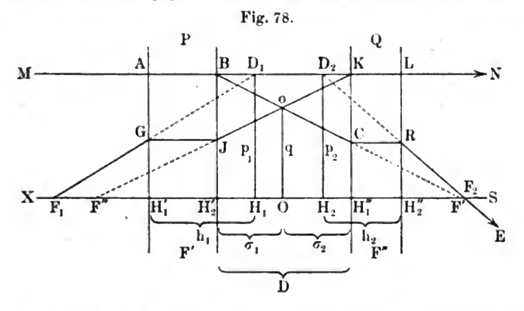
oder

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (74)$$

Die optische Kraft zweier sehr dünner, aneinanderliegender Linsen ist gleich der Summe der optischen Kräfte dieser Linsen.

Wir wollen uns nun dem Falle zuwenden, wo die kombinierten Linsen nicht sehr dünn sind und uns hierbei auf zwei in Luft befindliche Linsen beschränken. Wir nehmen an, daß die Eigenschaften jeder der Linsen P und Q (Fig. 78) vollkommen bekannt sind, d. h. daß die Hauptpunkte H_1' und H_2' der ersten Linse und die Hauptpunkte H_1'' und H_2'' der zweiten gegeben sind. Es seien ferner noch die Brenn-

Fig. 78.



weiten F' und F'' der Linsen und endlich die Entfernung $D = H_2' H_1''$ des zweiten Hauptpunktes der ersten Linse vom ersten Hauptpunkte der zweiten Linse gegeben. Diese Entfernung heißt das optische Intervall. Zu bestimmen ist die Lage der Hauptpunkte H_1 und H_2 sowie die Brennweite F des ganzen Systems.

Sei F' der Hauptbrennpunkt der ersten, F'' der Hauptbrennpunkt der zweiten Linse, so daß $\overline{H_2' F'} = F'$ und $\overline{H_1'' F''} = F''$ ist; seien ferner F_1 und F_2 die gesuchten Hauptbrennpunkte des ganzen Systems. Die Gerade MN sei parallel der optischen Hauptachse XS. Der einfallende Strahl MA muß dann, nachdem er durch P hindurchgegangen ist, von B nach F' gelangen; er hat aber die Richtung nach C, wird daher, nachdem er durch Q gegangen ist, die Richtung nach RF_2E einschlagen. Der Strahl LN, welcher Q verlassen hat, muß vom Hauptbrennpunkte F'' der Linse Q nach Punkt K gehen, er geht somit gewissermaßen von J aus und muß daher auf der linken Seite von P

vom Punkte F_1 nach G gehen. Die beiden Strahlen MA und $F_1 G$ haben also, nachdem sie durch P hindurchgelangt sind, die Richtungen BC und JK, nachdem sie durch Q gegangen sind, die Richtungen RE und LN. Verlängert man $F_1 G$ und RE bis zu den Punkten D_1 und D_2, so sieht man, daß o der Bildpunkt von D_1 ist, welchen die Linse P gibt, D_2 aber den Bildpunkt von o, welchen die Linse Q liefert. Offenbar ist D_2 ebenfalls ein Bildpunkt von D_1, und zwar entsteht derselbe durch das ganze Linsensystem. Hieraus folgt, daß H_1 und H_2 die Hauptpunkte des ganzen Systems sind, O der optische Mittelpunkt desselben, die gesuchte Brennweite aber $F = H_1 F_1 = H_2 F_2$. Es sei $H_1' H_1 = h_1$ und $H_2'' H_2 = h_2$; unsere Aufgabe besteht jetzt darin, die Größen h_1, h_2 und F zu bestimmen.

Sei $D_1 H_1 = p_1$, $D_2 H_2 = p_2$, $Oo = q$, $H_2' O = \sigma_1$, $H_1'' O = \sigma_2$. Auf Grund von Formel (42), welche die Vergrößerung ergibt, wenn das erste Medium dasselbe ist wie das letzte, erhält man

$$\frac{q}{p_1} = \frac{\sigma_1}{h_1}; \qquad \frac{p_2}{q} = \frac{h_2}{\sigma_2}.$$

Es ist jedoch $p_1 = p_2$, also

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}.$$

Addiert man hierzu $\sigma_1 + \sigma_2 = D$, so erhält man

$$\sigma_1 = \frac{D h_1}{h_1 + h_2}; \qquad \sigma_2 = \frac{D h_2}{h_1 + h_2}.$$

Die angegebenen Beziehungen zwischen den Punkten D_1 und o einerseits, den Punkten o und D_2 andererseits führen zu folgenden Beziehungen

$$-\frac{1}{h_1} + \frac{1}{\sigma_1} = \frac{1}{F'}; \qquad \frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{h_2} = \frac{1}{F''}.$$

Setzt man hier σ_1 und σ_2 ein, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{DF'}{F' + F'' - D} \\ h_2 &= \frac{DF''}{F' + F'' - D} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (75)$$

Hieraus folgt

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{F'}{F''} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (76)$$

F'' ist der Bildpunkt von F_1, hervorgerufen durch die Linse Q, da die von F_1 ausgehenden Strahlen die Linse Q als achsenparallele Strahlen verlassen, daher auf Q derart auftreffen müssen, als ob sie vom Hauptbrennpunkte F'' dieser Linse ausgingen. Hieraus folgt

$$\frac{1}{H_1' F_1} + \frac{1}{-F'' H_2'} = \frac{1}{F'}$$

oder
$$\frac{1}{H_1F_1 - H_1H_1'} + \frac{1}{H_1''H_2' - H_1''F'''} = \frac{1}{F'},$$

d. h.
$$\frac{1}{F - h_1} + \frac{1}{D - F''} = \frac{1}{F'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76, a)$$

F_2 ist der Bildpunkt von F', hervorgerufen durch die Linse Q, denn die sich in F_2 treffenden Strahlen müssen achsenparallel zur Linse P gelangen, müssen daher bei ihrem Austritt aus P in der Richtung zum Hauptbrennpunkte F' dieser Linse gebrochen werden. Hieraus folgt
$$\frac{1}{-H_1''F'} + \frac{1}{H_2''F_2} = \frac{1}{F''}$$

oder
$$\frac{1}{H_2'H_1'' - H_2'F'} + \frac{1}{H_2F_2 - H_2H_2''} = \frac{1}{F''},$$

d. h.
$$\frac{1}{D - F'} + \frac{1}{F - h_2} = \frac{1}{F''} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76, b)$$

Setzt man (75) in (76, a) und (76, b) ein, so erhält man, wie zu erwarten ist, die gleichen Werte für F, nämlich
$$F = \frac{F'F''}{F' + F'' - D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (77, a)$$

woraus weiter folgt
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F'F''} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77, b)$$

Die genaue Formel (77, a) ersetzt die angenäherten, auf S. 186 gefundenen Formeln (73).

§ 9. Sphärische Aberration. Wir hatten bisher unser Augenmerk nur auf die zentralen Strahlen gerichtet, welche vor und nach der Brechung mit der optischen Hauptachse sehr kleine Winkel bilden. Hierbei hatten wir gefunden, daß alle Strahlen, welche von einem gegebenen Punkte S_1 ausgehen, sich nach erfolgter Brechung in einem Punkte S_2 wieder sammeln. Ein derartiges Resultat darf man nicht mehr erwarten, wenn die von den Strahlen und der optischen Achse eingeschlossenen Winkel nicht sehr klein sind; in einem solchen Falle hängt die Lage des Punktes, in dem sich die gebrochenen Strahlen wieder vereinigen, von der Größe des Winkels ab, welchen die Strahlen vor oder nach erfolgter Brechung mit der optischen Achse einschließen. Das ganze von einem — beispielsweise auf der Achse selbst gelegenen — Punkte S_1 ausgehende Strahlenbündel teilt sich somit in unzählige Teile, deren jeder seinen besonderen Bildpunkt hat. Man bezeichnet diese Erscheinung als sphärische Aberration.

Wir betrachten zunächst die Brechung an einer kugelförmigen Fläche PQ, Fig. 79, deren Mittelpunkt sich in C befindet und deren Radius $CA = R$ ist.

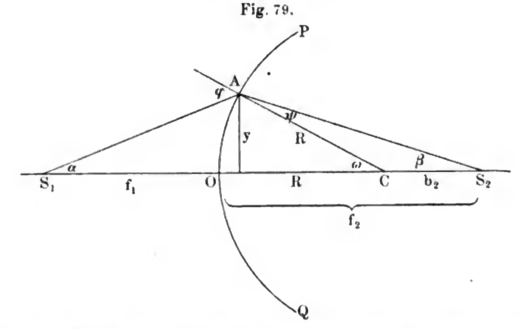
Ist $S_1 O = f_1$, $O S_2 = f_2$, $S_1 A$ der einfallende, $A S_2$ der gebrochene Strahl, dann findet man aus $\triangle\, S_1 A C$ und $\triangle\, C A S_2$

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\omega} = \frac{S_1 C}{S_1 A} \quad \text{und} \quad \frac{\sin\psi}{\sin\omega} = \frac{C S_2}{S_2 A}.$$

Dividiert man die erste Gleichung durch die zweite und setzt $\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = n$, so ist

$$\frac{S_1 C}{C S_2} = n \frac{S_1 A}{S_2 A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (78)$$

Fig. 79.



Setzt man die Werte dieser Größen aus Fig. 79 ein, so erhält man

$$\frac{f_1 + R}{f_2 - R} = n \frac{S_1 A}{S_2 A} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78, \text{a})$$

Setzt man hier $S_1 A = S_1 O = f_1$ und $S_2 A = S_2 O = f_2$, so erhält man unmittelbar die schon früher gefundene Beziehung zwischen f_1, f_2, R und n, vgl. (23, a), S. 156, wo $n_1 = 1$, $n_2 = n$ ist:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{n}{f_2} = \frac{n-1}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78, \text{b})$$

Führt man zeitweilig die Bezeichnungen $S_1 C = b_1$, $C S_2 = b_2$ ein, so ergeben sich aus (78) die folgenden Ausdrücke

$$\frac{b_1}{b_2} = n \sqrt{\frac{b_1^2 + R^2 - 2 b_1 R \cos\omega}{b_2^2 + R^2 + 2 b_2 R \cos\omega}}$$

oder

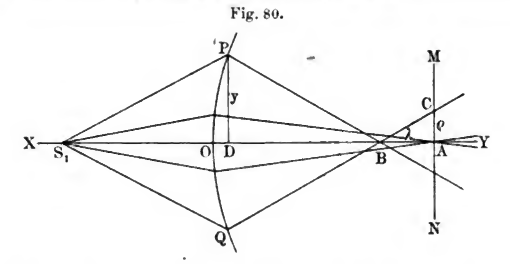
$$\frac{b_2^2}{b_1^2} = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{(b_2 + R)^2 - 4 b_2 R \sin^2\frac{\omega}{2}}{(b_1 + R)^2 + 4 b_1 R \sin^2\frac{\omega}{2}}.$$

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß mit wachsendem ω die Größe b_2 abnimmt, wenn R positiv ist, daß sich also die „Randstrahlen" nach der Brechung in einem Punkte schneiden, welcher dem Scheitel O der Fläche PQ näher liegt als der entsprechende Bildpunkt der zentralen Strahlen.

Ohne auf die Berechnung des Wertes der Aberration näher einzugehen, wollen wir uns darauf beschränken, nur die Resultate dieser Rechnungen anzuführen. Sei A (Fig. 80) der Bildpunkt von S_1, welcher durch die zentralen Strahlen entsteht, so daß $AO = f_2$ der Gleichung (78, b) genügt, in welcher $f_1 = OS_1$ ist; sei ferner B der Vereinigungspunkt der Randstrahlen, für welche $PD = y$ ist, dann heißt die Größe $\lambda = AB$ die Längenabweichung (Longitudinalaberration) der Linse.

Wir verlängern die Randstrahlen über den Punkt B hinaus und legen durch A die zur Achse XY senkrechte Ebene MN; dann schneiden

Fig. 80.



die Randstrahlen diese Ebene in einem Kreise, dessen Radius $\varrho = AC$ die Seitenabweichung (Lateralaberration) der Linse heißt. Ist S_1 ein leuchtender Punkt, so ist ϱ der Radius eines hellen Kreises, welcher sich auf einer durch den Bildpunkt A der Zentralstrahlen gehenden Schirmebene MN bildet. Aus der Figur folgt $AC : AB = PD : DB$. Da OD und BA sehr klein sind, kann man anstatt DB auch $OA = f_2$ setzen. Dann erhält man $\varrho : \lambda = y : f_2$ und hieraus ergibt sich die Beziehung

$$\varrho = \frac{y}{f_2}\lambda \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (79)$$

Diese Formel stellt den Zusammenhang zwischen der Längenabweichung λ und der Seitenabweichung ϱ dar. Substituiert man in (78, a), vgl. Fig. 79, die Werte

$$S_1A = \sqrt{y^2 + (f_1 + R - \sqrt{R^2 - y^2})^2},$$

$$S_2A = \sqrt{y^2 + (f_2 - R + \sqrt{R^2 - y^2})^2},$$

so lassen sich die speziellen Werte von f_2 finden, welche einem gegebenen y entsprechen. Bezeichnet man diese mit $f_2' = OB$ (Fig. 80) und mit $f_2 = OA$, wie vorhin die entsprechende Größe für die Zentralstrahlen, und vernachlässigt die höheren Potenzen von y^2, so findet man

$$f_2' = f_2(1 - K y^2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (80)$$

Hierin ist

$$K = \frac{(n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{f_1}\right)^2 \left(\frac{1}{R} + \frac{n+1}{f_1}\right)}{2 n^2 \left(\frac{n-1}{R} - \frac{1}{f_1}\right)} \quad \ldots \quad (80, \mathrm{a})$$

f_2 findet man aus (78, b). Aus Formel (80) ergibt sich für die Längenabweichung λ, die gleich $f_2 - f_2'$ ist, der Ausdruck

$$\lambda = f_2 K y^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (81)$$

Bei Hohllinsen ist λ negativ, so daß man $\lambda = 0$ machen kann, wenn man entsprechend gewählte Hohl- und Sammellinsen zu einem System vereinigt. Für die Seitenabweichung ϱ findet man aus (79) den Ausdruck

$$\varrho = K y^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (82)$$

Ist $f_1 = \infty$, sind also alle Strahlen bei ihrem Auftreffen auf PQ der optischen Hauptachse parallel, so ist $f_2 = F_2 = \frac{nR}{n-1}$, vgl. (24), S. 156 oder (78, b). Ferner erhält man für die Abweichungen im Hauptbrennpunkte, die man Hauptabweichungen nennt, folgende Werte

$$\left.\begin{aligned} K &= \frac{1}{2 n^2 R^2} \\ \lambda &= \frac{y^2}{2 n (n-1) R} \\ \varrho &= \frac{y^3}{2 n^2 R^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (83)$$

Wir haben die Aberrationsgrößen λ und ϱ als Funktionen der Ordinate y des äußersten Strahls dargestellt. Andere Formeln erhält man, wenn man λ und ϱ als Funktionen des Winkels α (Fig. 79) betrachtet.

Wir wollen uns jetzt einem bemerkenswerten Falle zuwenden, wo gar keine Aberration auftritt, dieselbe also für sämtliche Strahlen (nicht nur für die Zentralstrahlen) fehlt.

Es sei MON (Fig. 81) eine sphärische Fläche vom Radius R, welche zwei Medien mit den Brechungsquotienten n_1 und n_2 voneinander trennt, und sei der Abstand des leuchtenden Punktes S vom Mittelpunkt C gleich $a = SC = R\frac{n_2}{n_1}$. Der Strahl SA, welcher mit der

Achse SCO einen beliebig großen Winkel $ASO = \alpha$ einschließt, bildet nach erfolgter Brechung mit der Normalen CD den Winkel $DAH = \psi$. Wenn man ihn rückwärts verlängert, so trifft er die Achse in S_1; wir setzen

$$S_1 C = b, \qquad \angle A S_1 S = \beta.$$

Ist ferner $\angle SAC = \varphi$, so ist

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Aus dem Dreiecke SAC folgt

$$\frac{R}{a} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi};$$

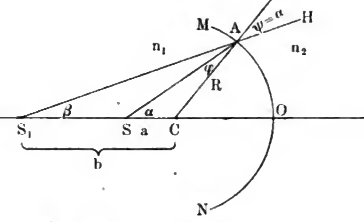
ferner ist

$$\frac{R}{a} = \frac{n_1}{n_2},$$

also

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}.$$

Fig 81.



Hieraus folgt

$$\psi = \alpha.$$

Weiter ist

$$\angle ASC = \angle A S_1 S + \angle S_1 A S,$$

d. h.

$$\alpha = \beta + \psi - \varphi = \beta + \alpha - \varphi,$$

also

$$\beta = \varphi.$$

Endlich gibt das Dreieck $S_1 A C$ die Beziehung

$$\frac{b}{R} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{R}{a}.$$

Hieraus folgt

$$\left.\begin{aligned} ab &= R^2 \\ b &= \frac{R^2}{a} = R\,\frac{n_1}{n_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (83, a)$$

Die Größe $b = S_1 C$ ist also vom Winkel α unabhängig; **alle Strahlen treffen einander nach erfolgter Brechung genau in einem Punkte; die Aberration ist also gleich Null.**

Ist das zweite Medium Luft und setzt man $n_2 = 1$, $n_1 = n$, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} ab &= R^2 \\ a &= R : n \\ b &= Rn \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (83, b)$$

Wir wollen hier noch eine sehr wichtige Eigenschaft des Punktes S erwähnen. Wie wir sahen, ist $\alpha = \psi$, $\beta = \varphi$ und $\sin\psi : \sin\varphi = n_1 : n_2$, es ist also

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n_2} = Const. \quad (84)$$

Das Sinusverhältnis der Winkel, welche der Strahl im ersten und zweiten Medium mit der optischen Achse einschließt, hat für alle Strahlen den gleichen konstanten Wert. Wir werden weiter unten sehen, daß dank der Bedingung (84) der Punkt S nicht nur aberrationsfrei, sondern auch aplanatisch ist. Es gibt drei derartige Punkte auf dem Kugeldurchmesser; die beiden Punkte S, welche symmetrisch zu beiden Seiten des Mittelpunktes C liegen, und natürlich der Mittelpunkt C selbst, für welchen $\alpha = \beta$ ist und S_1 mit S zusammenfällt.

Wir wenden uns jetzt der Aberration in einer optischen Linse zu, deren Oberflächenradien R_1 und R_2 beide positiv genommen werden sollen, falls die Oberfläche konvex ist. Eine ziemlich komplizierte Rechnung zeigt hierbei, daß die Formeln (80), (81) und (82) auch für diesen Fall ihre Geltung behalten, daß aber K eine sehr verwickelte Gestalt annimmt, die wir nicht angeben wollen. Wir wollen vielmehr nur die Aberration im Hauptbrennpunkte betrachten, wo $f_2 = F$ ist, welche durch Formel (51) auf S. 172 gegeben ist. Es ist für diesen Fall

$$\left.\begin{aligned} F_y &= F(1 - Ky^2) \\ \lambda &= FKy^2 \\ \varrho &= Ky^3 \end{aligned}\right\} \quad (84, a)$$

$$K = \frac{n^2}{2}\left\{\frac{1}{R_1^2}\left[1 - \frac{2(n^2-1)}{n^3}\right] - \frac{1}{R_1 R_2}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n} - 2\right) + \frac{1}{R_2^2}\right\} \quad (84, b)$$

Nimmt n zu, so nimmt λ für eine gegebene Linsenform ab. Man könnte daher Linsen von sehr großer Krümmung aus einer stark brechenden Substanz, etwa aus Diamant, herstellen, bei welchen ungeachtet der geringen Brennweite die Aberration eine relativ unbedeutende ist.

Formel (84, b) zeigt, daß λ und ϱ ihre Rollen vertauschen, wenn man R_1 und R_2 miteinander vertauscht; hieraus folgt, daß die Aberration für eine gegebene Linse davon abhängt, welche ihrer Seiten der Strahlenquelle zugekehrt ist. Da der Faktor bei $\frac{1}{R_1^2}$ kleiner ist als der bei $\frac{1}{R_2^2}$, so ist es klar, daß man, falls die gegebenen Radien ungleich sind, eine geringere Aberration erhält, wenn man $R_1^2 < R_2^2$ annimmt, nicht aber umgekehrt: hieraus folgt, daß die Aberration geringer ist, wenn die Linse der Strahlenquelle

mit der stärker gekrümmten Seite zugekehrt ist, einerlei ob sie konvex oder konkav ist.

Besonders scharf tritt dies hervor, wenn eine der Linsenoberflächen eben ist. Setzt man $R_1 = \infty$ und $R_2 = R$, so ist

$$K_1 = \frac{n^2}{2\,R^2}.$$

Für $R_1 = R$ und $R_2 = \infty$ ist

$$K_2 = \frac{n^2}{2\,R^2}\left[1 - \frac{2\,(n^2-1)}{n^3}\right].$$

Hieraus folgt

$$\frac{K_2}{K_1} = 1 - \frac{2\,(n^2-1)}{n^3}.$$

Für Glas ist $n = 1{,}5$, also

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{7}{27}.$$

Für plankonvexe oder plankonkave Linsen ist die Aberration fast viermal geringer, wenn die Linse der Strahlenquelle mit der gekrümmten Fläche zugekehrt ist, als wenn sie ihr die ebene Oberfläche zukehrt.

K ist gleich Null für ein gewisses n, welches kleiner als $\frac{1}{4}$ ist; durchsichtige Substanzen, für welche dies eintritt, gibt es nicht. Die Aberration ist ein Minimum, falls

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{4 + n - 2\,n^2}{2\,n^2 + n} \qquad \text{(84, c)}$$

ist, d. h. bei einer Glaslinse ($n = 1{,}5$) für

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{6}.$$

Für bikonvexe und bikonkave Glaslinsen ist die Aberration ein Minimum, falls die Krümmung der Oberfläche, welche der Strahlenquelle zugekehrt ist, sechsmal größer ist als die Krümmung der anderen Oberfläche. In diesem Falle ist die Hauptbrennweite

$$F = \frac{12}{7}R_1 = \frac{2}{7}R_2.$$

Denkt man sich F gegeben, so ist

$$R_1 = \frac{7}{12}F, \quad R_2 = \frac{7}{2}F \quad \text{und} \quad K = \frac{15}{14}\frac{1}{F^2};$$

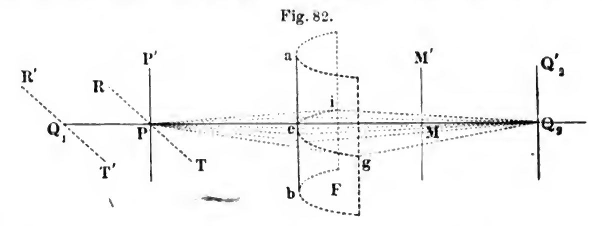
für die Längen- und Seitenabweichung erhält man

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= \frac{15}{14}\frac{y^2}{F} \\ \varrho &= \frac{15}{14}\frac{y^3}{F^2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(84, d)}$$

Wie wir gesehen haben, kann K für eine einzelne Linse nicht gleich Null gemacht werden. Für ein System aus mehreren Linsen jedoch, für welches die Formel (84, a) in Geltung bleibt, kann man $K = 0$ machen. So wird z. B. für ein System aus zwei Linsen K durch eine komplizierte Funktion der vier Radien und beiden Brechungsquotienten ausgedrückt. Diese von Herschel stammende Formel wollen wir nicht anführen, es genüge der Hinweis, daß man, wenn n_1 und n_2 sowie drei Radien gegeben sind, den vierten Radius derart bestimmen kann, daß $K = 0$ wird.

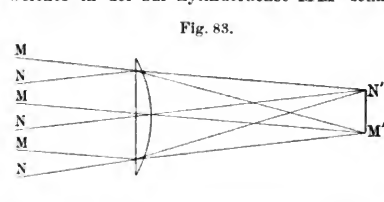
§ 10. Brechung an einer Zylinderfläche; Zylinderlinse. Auf S. 127 hatten wir den Astigmatismus einer nicht kugelförmigen Wellen-

Fig. 82.



fläche kennen gelernt. Das beste Beispiel hierfür liefert die Brechung an einer Zylinderfläche (Fig. 82). Sei P der leuchtende Punkt, M der Mittelpunkt des bogenförmigen Querschnittes icg. Das Strahlenbündel, welches in der zur Zylinderachse MM' senkrechten Ebene $Picg$ liegt, hat seinen Schnittpunkt in Q_2; das in der Ebene Pab gelegene Strahlenbündel liefert den Bildpunkt Q_1. Die zur Achse parallele Gerade PP' liefert das Bild $Q_2 Q_2'$, welches von Strahlen gebildet ist, die in senkrecht zur Achse befindlichen Ebenen liegen.

Fig. 83.



Die zur Achse senkrechte Gerade RT liefert das Bild $R'T'$; dasselbe ist durch Strahlen erzeugt, die von den entsprechenden Punkten von RT ausgehen und in Ebenen liegen, welche durch die Achse MM' hindurchgehen.

Zylinderlinsen kommen bei einigen optischen Apparaten zur Verwendung, besonders plane Zylinderlinsen. In Fig. 83 ist der Querschnitt einer solchen Linse dargestellt, wie man ihn erhält, wenn man eine Ebene senkrecht zur Seitenlinie der zylindrischen Oberfläche durch die Linse hindurchführt; jene Seitenlinie ist dabei in vertikaler Lage

gedacht. Ein sehr entfernter Gegenstand, von dessen Rändern die Strahlen M bzw. N ausgehen, liefert ein in der horizontalen Ebene der Zeichnung gelegenes Bild $M'N'$. Ein ebensolches Bild erhält man in allen horizontalen Ebenen, so daß sich hierdurch ein zu den Seitenlinien der Zylinderfläche paralleler Streifen bildet; die Breite dieses Streifens ist gleich $M'N'$. Gehen die Strahlen M und N von der Sonne aus, so ist die Breite jenes Streifens gering, sie beträgt beispielsweise 85 mm, wenn die Brennweite der Linse gleich 100 mm ist. Fallen auf eine Zylinderlinse Strahlen, welche von einem Sterne ausgehen, so entsteht eine sehr feine helle Linie.

Von großem praktischen Interesse ist die Auffindung des Weges der Strahlen durch nicht einheitliche Körper, in denen sich der Brechungskoeffizient n stetig von Punkt zu Punkt verändert, weil entweder die Dichte oder der chemische Zustand des Körpers sich stetig ändern. Den ersten Fall haben wir z. B. in der Atmosphäre; ein Beispiel für den zweiten Fall bildet eine Flüssigkeit, in der Salz diffundiert. In einem derartigen Medium erhält man einen verzerrten Strahl. Wir wollen nicht die Gleichung dieses gekrümmten Strahles, wenn das Gesetz der Änderung von n bekannt ist, untersuchen. Hierhin gehören die astronomische und geodätische Refraktion und die zahlreichen Fälle anomaler Refraktion, die unter gewissen Umständen auf der Erdoberfläche beobachtet werden (vgl. Kapitel XII). Die allgemeine Theorie des Durchganges der Strahlen durch nicht einheitliche Medien haben viele Gelehrte entwickelt, in letzter Zeit besonders Mathiesen (eine ganze Reihe von Aufsätzen, der letzte von 1901), Dircks, Wierz, Wiener, Boltzmann, Thovert, Heimbrodt u. a. Experimentell haben Macé de Lépinay und Perot (1892), Halben (1903) und Wood (1910) solche gekrümmte Strahlen hergestellt.

§ 11. Über die von optischen Systemen gelieferten Abbildungen.

Optische Systeme werden in der Praxis dazu verwendet, von einem oder mehreren Gegenständen Bilder zu erhalten. Diesem Zwecke dient die Mehrzahl der sogenannten optischen Instrumente, von deren Bau weiter unten die Rede sein wird. Hierher gehören das Fernrohr, Mikroskop, die photographische Linse usw.; durch den Charakter der Anforderungen, die an ihre Konstruktion gestellt werden, unterscheiden sie sich voneinander sehr wesentlich. Das Bestreben, möglichst vollkommene Instrumente herzustellen, hat namentlich in Deutschland zu einer bemerkenswerten Entwickelung desjenigen Wissenszweiges geführt, der sich mit der Konstruktion optischer Instrumente sowohl vom theoretischen als vom praktischen Standpunkte aus beschäftigt. Man könnte diesen Wissenszweig die Optotechnik nennen: sie ist sowohl der historischen Entwickelung als auch ihrem Wesen nach der Elektrotechnik an die Seite zu stellen. Die rein technische Seite der Opto-

technik kann natürlich nicht in einem allgemeinen Lehrbuche der Physik berücksichtigt werden. Aber auch dem theoretischen Teile der Optotechnik können wir hier nur einen sehr bescheidenen Raum anweisen: eine der in Betracht kommenden Fragen wollen wir an dieser Stelle in Kürze behandeln, einige andere Fragen sollen im Kapitel von den optischen Instrumenten Beantwortung finden. Zahlreiche speziellere Fragen in mustergültiger Darstellung findet man im „Lehrbuch der Physik von Müller-Pouillet II, 1, 10. Aufl., Braunschweig 1907", ferner in einigen anderen Werken, welche in der Literaturübersicht genannt sind.

In diesem Paragraphen soll eine kurze Übersicht über einige der Resultate gegeben werden, zu welchen man in der Lehre von der Erlangung möglichst vollkommener Bilder mittels eines optischen Systems gelangt ist. Diese Lehre selbst ist heutzutage auf einen sehr bedeutenden Umfang angewachsen.

In den vorhergehenden Paragraphen (§ 4 bis 8) haben wir den Durchgang eines sehr dünnen Strahlenbündels durch ein optisches System betrachtet, wenn die einzelnen Strahlen mit der optischen Achse sehr kleine Winkel einschlossen; es waren dies die zentralen Strahlen. Nur in § 9 war auf die Strahlen Rücksicht genommen worden, welche mit der optischen Achse größere Winkel einschließen; Strahlenbündel solcher Art wollen wir breite Bündel nennen. Im letztgenannten Paragraphen haben wir die sphärische Aberration kennen gelernt und haben diejenigen Punkte als aberrationsfrei bezeichnet, die auch von breiten Bündeln nach der Brechung homozentrische, d. h. sich in einem Punkte vereinigende Strahlen liefern. Wie wir sahen, besitzt eine Kugelfläche außer dem Mittelpunkt noch zwei andere aberrationsfreie Punkte.

Bei Behandlung der Frage nach den von optischen Systemen gelieferten Bildern hat man verschiedene Fälle oder richtiger verschiedene Probleme zu unterscheiden.

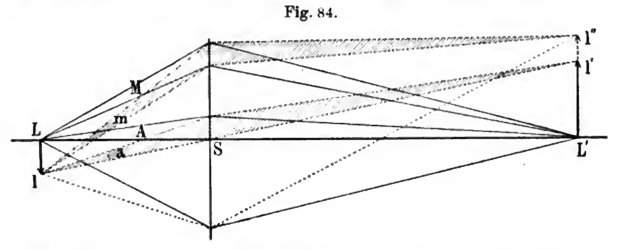
I. Der Punkt befindet sich auf der optischen Achse; die Strahlen sind zentrale. Ein leuchtender Punkt S auf der Achse selbst gibt, wenn man sich auf zentrale Strahlen beschränkt, einen gewissen Punkt S_1 als Bildpunkt. Die Abbildung ist in diesem Falle eine vollkommene, abgesehen natürlich von den Beugungserscheinungen, die, wie wir in § 5 sahen, auch in diesem Falle den Bildpunkt in einen kleinen Kreis, und für sehr schmale Strahlenbündel in eine kompliziertere Beugungsfigur übergehen lassen.

II. Der Punkt liegt auf der optischen Achse; die Strahlen bilden ein breites Bündel. Die Strahlen liegen im allgemeinen innerhalb eines gewissen Fokalraumes. Im besonderen Falle kann das Bild des Punktes S auch für breite Bündel ein Punkt S_1 sein. Die

Punkte S und S_1 sind in diesem Falle aberrationsfrei. Die Bedingung für die Aberrationsfreiheit läßt sich nicht in einfacher Form darstellen.

III. Sehr kleines Flächenelement senkrecht zur optischen Achse; breite Strahlenbündel. Das optische System, das wir symbolisch durch die Ebene S (Fig. 84) darstellen, soll den aberrationsfreien Punkt L besitzen; das breite von S ausgehende Strahlenbündel gehe durch den Punkt L'. Wir können in diesem Falle nicht behaupten, daß dieses System ein vollkommenes, d. h. völlig deutliches Bild des Flächenelementes liefert, welches im Punkte L zur optischen Achse senkrecht steht. Ist nämlich Ll eine sehr kleine Gerade, so hat ein von l ausgehendes breites Strahlenbündel nach erfolgter Brechung im allgemeinen keinen gemeinsamen Schnittpunkt. Die Zentralstrahlen geben das Bild $L'l'$, die Randstrahlen das Bild

Fig. 84.



$L'l''$. Das ganze breite Strahlenbündel liefert eine unendliche Anzahl übereinandergelagerter Bilder von verschiedener Vergrößerung.

Helmholtz, Clausius und Abbe haben gezeigt, welche Bedingung erfüllt sein muß, damit l' und l'' zusammenfallen. Diese Bedingung ist die folgende. Sind α_1 und α_2 die Winkel, welche der Strahl mit der optischen Achse im ersten Medium (α_1) und im letzten Medium (α_2) bildet, so läßt sich der folgende Satz beweisen:

Ein optisches System liefert bei Anwendung breiter Strahlenbündel eine vollkommene Abbildung eines zur optischen Achse senkrechten, den aberrationsfreien Punkt umgebenden ebenen Flächenelementes, wenn für alle von diesem Punkte ausgehenden Strahlen des breiten Bündels folgende Bedingung erfüllt ist

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} G = Const. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (85)$$

n_1 und n_2 stellen hierbei die Brechungsquotienten des ersten bzw. letzten Mediums, G die laterale Vergrößerung (S. 160) dar. Beweise für obigen Satz haben ferner Hockin, Bruns u. a. gegeben.

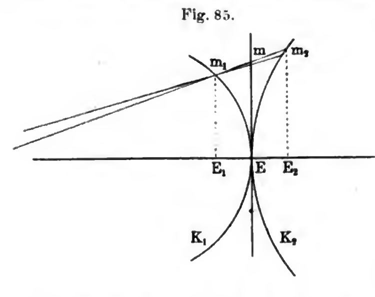
Aberrationsfreie Punkte, welche der Bedingung (85) genügen, heißen aplanatisch. Formel (84) zeigt, daß die drei aberrationsfreien Punkte der Kugel zugleich aplanatisch sind.

IV. Ein sehr kleines Element der optischen Achse; breite Strahlenbündel. Zwei benachbarte Punkte, welche sich auf der optischen Achse befinden, können nicht aberrationsfrei sein, falls der eine von ihnen aplanatisch ist. Wie nämlich Czapski bewiesen hat, ist eine vollkommene Abbildung eines Achsenelementes nur dann möglich, wenn für alle Strahlen des breiten Bündels folgende Bedingung erfüllt ist

$$\frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}} = Const. \qquad (86)$$

Diese Bedingung aber widerspricht der Formel (85). Hieraus folgt, daß man in keinem Falle eine vollkommene Abbildung eines an der Achse gelegenen, wenn auch unendlich kleinen Raumelementes erlangen kann.

Fig. 85.



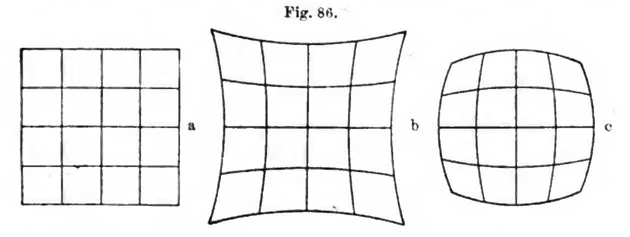
V. Ein endlicher Teil einer zur optischen Achse senkrechten Ebene; sehr schmale Strahlenbündel. Hat man es mit einem endlichen Teile einer zur optischen Achse senkrechten Ebene zu tun, so beobachtet man bei der Abbildung desselben durch ein optisches System im allgemeinen drei neue Unvollkommenheiten.

A. Die Strahlenbündel, welche endliche Winkel mit der Achse bilden, zeigen Astigmatismus (S. 127): Strahlen, welche in der durch die optische Achse gehenden Meridionalebene liegen, liefern in m_1 (Fig. 85) eine sehr kurze Fokallinie, welche zu dieser Ebene senkrecht ist; die Strahlen des Sagittalschnittes liefern eine andere Fokallinie m_2, welche in der Meridionalebene liegt. Den geometrischen Ort beider Arten von Bildern stellen die Flächen K_1 und K_2 dar, die sich in E, d. h. im Bildpunkte des Achsenpunktes der gegebenen Ebene berühren. Die Bedingung für die Beseitigung des Astigmatismus läßt sich nicht durch eine einfache Formel ausdrücken. Man hat durch Rechnung ein solches optisches System zu ermitteln, für welches die Flächen K_1 und K_2 möglichst genau zusammenfallen.

B. Ist der Astigmatismus beseitigt und gehört zu jedem Punkte der abzubildenden Ebene ein einziger Bildpunkt, so findet man, daß alle diese Bildpunkte, anstatt sich auf einer zur Achse senkrechten Ebene *Em* zu befinden, auf einer gewissen anderen Fläche liegen. Es ist dies die Erscheinung der sogenannten Bildwölbung. Von der Beseitigung derselben gilt dasselbe wie von der Beseitigung des Astigmatismus. Damit sich das Bild eines Punktsystems in einer Ebene befinde, ist es erforderlich, daß das System selbst auf einer gewissen, ganz bestimmten Fläche gelegen sei. Dieser Umstand ist beispielsweise zu beachten, wenn man von einer Gruppe von Personen eine photographische Aufnahme zu machen hat.

C. Hat man es erreicht, daß das Bild eines endlichen Teiles einer zur Achse senkrechten Ebene sich in einer zu derselben parallelen Ebene befindet, sind also Astigmatismus und Bildwölbung beseitigt,

Fig. 86.



so zeigt sich im allgemeinen noch ein weiterer Bildfehler. Dieser besteht darin, daß das Bild dem Gegenstande nicht geometrisch ähnlich ist. Das Bild einer die Achse nicht schneidenden Geraden erweist sich als krumme Linie. Diese Erscheinung nennt man die Verzerrung des Bildes. Sei m ein Punkt des Objektes, α_1 und α_2 die Winkel, welche von einem vom Punkte m ausgehenden Strahle mit der optischen Achse im ersten (α_1) und letzten Medium (α_2) gebildet werden, so gilt folgender Satz:

Die Bildverzerrung ist beseitigt, falls für alle Punkte des Objekts das Verhältnis

$$\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} = Const. \qquad (87)$$

ist, d. h. denselben numerischen Wert hat.

Ist die Bedingung (87) erfüllt, so bildet sich das Netz der Geraden (Fig. 86) *a* durch ebensolch ein Netz ab. Nimmt das Verhältnis der Tangenten bei Entfernung des Punktes m von der optischen Achse zu, so nimmt das Bild des Netzes *a* die Form *b* an, nimmt dagegen jenes Verhältnis ab, die Gestalt *c*.

Ist die Bildverzerrung beseitigt, so wird die Abbildung eine orthoskopische genannt.

Wir haben im vorhergehenden die verschiedenen Unvollkommenheiten betrachtet, die bei den von optischen Systemen gelieferten Bildern im allgemeinen auftreten können und auf die Methoden zu ihrer Beseitigung hingewiesen. Hierbei haben wir indes diejenigen Mängel noch unerwähnt gelassen, die dadurch entstehen, daß die weißen Strahlen, mit denen man es in der Praxis fast ausschließlich zu tun hat, aus farbigen Komponenten bestehen. Die hierher gehörigen Erscheinungen der Chromasie sollen weiter unten behandelt werden.

Alle Mängel eines optischen Systems gleichzeitig zu beseitigen, ist nicht möglich. Bei Berechnung eines optischen Systems hat man den Zweck ins Auge zu fassen, dem das System dienen, sowie die Bedingungen, unter denen es gebraucht werden soll. Hat man z. B. ein Linsensystem eines Fernrohrs zu berechnen, so hat man zu berücksichtigen, daß hier nur sehr dünne Strahlenbündel, die der optischen Achse nahe liegen, in Betracht kommen. Bei Mikroskopen dagegen hat man es mit sehr breiten Bündeln zu tun; hier gelangt aber nur ein sehr kleines Element einer Ebene zur Abbildung. Bei photographischen Linsen sind die Strahlenbündel nicht sehr breit, hier ist es aber erwünscht, Abbildungen einer ganzen Reihe einander paralleler Ebenen zu erhalten; diese Bilder können geringere Schärfe besitzen, als die Bilder der Fernrohre und Mikroskope. Die Berechnung eines optischen Systems ist höchst verwickelt; sie bildet einen der wichtigsten Gegenstände der theoretischen Optotechnik. Wir verweisen hierbei nur auf die in der Literaturübersicht zitierten Werke, in denen man eingehendere Angaben finden kann. Insbesondere haben sich mit diesem Gegenstande folgende Autoren beschäftigt: Seidel, Finsterwalder, Moser, Thiesen, Czapski, Heath und Lummer (Müller-Pouillet, II, 1, 1907).

§ 12. Fokometrie. Es gibt eine ganze Reihe von Methoden zur Bestimmung der Hauptbrennweite F einer Linse oder eines Systems von Linsen.

I. Sammellinsen. Unter Vernachlässigung der Linsendicke rechnet man die Entfernung F des Hauptbrennpunkts „bis zur Linse", ebenso auch die Entfernungen f_1 und f_2 des Gegenstandes und seines Bildes. Genauer genommen muß man jedoch F, f_1 und f_2 von den entsprechenden Hauptpunkten H_1 und H_2 aus rechnen.

Bezeichnet man, wie früher, die Entfernung $H_1 H_2$ mit δ, so hat man den Abstand der beiden Hauptbrennpunkte voneinander gleich $2F + \delta$ anzunehmen; ebenso ist die Entfernung $S_1 S_2$ der Strahlenquelle S_1 von ihrem Bildpunkte S_2 gleich $\overline{S_1 S_2} = f_1 + f_2 + \delta$. Mit

genügender Annäherung kann man $\delta = \frac{n-1}{n} e$ setzen, wo e die Linsendicke ist, vgl. (66), S. 182. Für Glaslinsen, wo $n = 1{,}5$ ist, erhält man $\delta = \frac{1}{3} e$, vgl. (66, a) auf S. 182.

1. Auffangen eines Sonnenbildchens. Die Entfernung der Linse von einem Schirme, auf welchem ein scharf begrenztes Sonnenbildchen entsteht, ist gleich F. Entfernte leuchtende oder hell beleuchtete Körper können hierbei an Stelle der Sonne treten.

2. Man bringt die Linse vor das Objektiv eines Fernrohrs, dessen Okular zuvor auf unendliche Entfernung eingestellt war, d. h. derart eingestellt war, daß entfernte Gegenstände im Fernrohre deutlich sichtbar wurden. Bringt man jetzt einen Gegenstand, etwa ein bedrucktes Blatt, vor die Linse, so daß man die Druckschrift im Fernrohre deutlich erkennt, so ist die Entfernung jenes Gegenstandes von der Linse gleich F, weil die Strahlen bei ihrem Austritte aus der Linse achsenparallel sein müssen.

3. Man mißt den Linsenabstand f_1 eines hell beleuchteten oder selbstleuchtenden Gegenstandes, sowie die Entfernung f_2 seines auf einem Schirme aufgefangenen Bildes. Da

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$$

ist, so hat man

$$F = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}.$$

4. Methode von Bessel. Man bringt Gegenstand und Schirm in eine gewisse Entfernung l voneinander und bestimmt diejenigen beiden Lagen der Linse, bei welchen auf dem Schirme scharfe Bilder des Gegenstandes auftreten; eines dieser Bilder ist vergrößert, das andere verkleinert. Man mißt den Abstand σ dieser beiden Stellungen der Linse. Indem man aus der einen Lage in die andere übergeht, vertauscht man die Entfernungen f_1 und f_2 miteinander. Hieraus folgt, daß

$$f_1 - f_2 = \sigma$$

ist; ferner ist

$$f_1 + f_2 = l.$$

Demgemäß ist

$$f_1 = \tfrac{1}{2}(l + \sigma), \qquad f_2 = \tfrac{1}{2}(l - \sigma).$$

Setzt man diese Ausdrücke in die oben erwähnte Formel für F ein, so erhält man

$$F = \frac{l^2 - \sigma^2}{4l}.$$

Die Größen l und σ können mit größerer Genauigkeit bestimmt werden als f_1 und f_2.

5. Man sucht diejenige Entfernung der Linse von Gegenstand und Schirm auf, bei welcher der Gegenstand und sein Bild gleiche Größe haben. Es ist dann der Abstand des Gegenstandes vom Schirme gleich $4F$ oder genauer

$$4F + \delta = 4F + \tfrac{1}{3}e,$$

wo δ und e die vorher angegebene Bedeutung haben.

6. Methode der Autokollimation. Auf der einen Seite der Linse wird ein beleuchteter ebener Gegenstand aufgestellt, auf der anderen Seite ein ebener Spiegel, senkrecht zur Achse der Linse. Man verschiebt die Linse derart, daß das Bild des Gegenstandes in der Ebene des Gegenstandes selbst liegt. Dann ist der Abstand des Gegenstandes von der Linse offenbar gleich dem gesuchten F. Wenn man den Spiegel ganz an die Linse heranschiebt und wenn a der Abstand des Gegenstandes, b der des Bildes von der Linse bedeuten, dann ist leicht abzuleiten, daß $F = 2ab:(a+b)$. Für $a = b$ haben wir wieder $F = a$. Erfle (1909) zeigte, wie die Formel sich verändert, wenn der Spiegel nicht ganz eben ist.

7. Die Entfernung F des Hauptbrennpunkts vom nächsten Hauptpunkte läßt sich berechnen, wenn man auf dem Schirme ein stark vergrößertes Bild des Gegenstandes (etwa der Skalenteilung) hervorruft, die Größe g_1 des Gegenstandes, g_2 des Bildes und die Entfernung L des Schirmes von der Linse mißt. Letztere kann man, wenn g_2 also auch f_2 groß ist, gleich f_2 annehmen, d. h. gleich dem Abstande des Schirmes vom Hauptpunkte H_2. Die Gleichungen

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{L} = \frac{1}{F},$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{L}{f_1},$$

vgl. (55) auf S. 177, geben nach Elimination von f_1 die Formel

$$F = \frac{g_1 L}{g_1 + g_2}.$$

Wir gehen nunmehr zur Betrachtung der beiden genauesten Methoden über, welche die wahre Hauptbrennweite eines Systems liefern, d. h. die Entfernung F des Hauptbrennpunkts von dem ihm entsprechenden Hauptpunkte. Es sind dies die Methoden von Cornu und Abbe.

8. Methode von Cornu. Diese Methode beruht auf der Formel (44)

$$\lambda_1 \lambda_2 = F^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (88)$$

in welcher λ_1 und λ_2 die Entfernungen zweier konjugierter Punkte von den Hauptbrennpunkten sind. Seien pq (Fig. 87) und st die

Oberflächen des gegebenen optischen Systems, F und F' die Hauptbrennpunkte, H und H' die Hauptpunkte, $F = FH = F'H'$ die gesuchte Brennweite des Systems; m und n sind zwei kleine Striche, die mit Tusche auf den Flächen pq und st aufgetragen sind; m' ist das Bild von m, das man von A her sieht; n' ist das Bild von n, das man von B her sieht; ferner ist noch

$$m'n = \alpha, \quad mn' = \alpha', \quad nF = d, \quad mF' = d'.$$

Für den Punkt m ist

$$\lambda = mF' = d', \quad \lambda' = m'F = d + \alpha.$$

Aus Formel (88) erhält man

$$d'(d + \alpha) = F^2 \qquad (88, a)$$

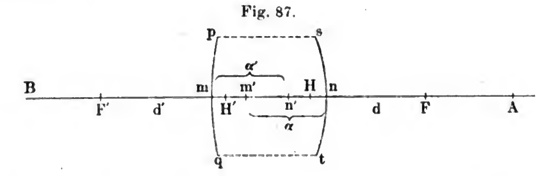
Für den Punkt n ist offenbar

$$\lambda = nF = d, \quad \lambda' = n'F' = d' + \alpha';$$

hieraus folgt

$$d(d' + \alpha') = F^2 \qquad (88, b)$$

Fig. 87.



Sind α, α', d und d' bestimmt, so liefern die beiden letzten Formeln zwei Werte für F, die einander nahe liegen müssen und von denen man den Mittelwert wählen kann; sie fallen nicht zusammen wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

In A wird ein Fernrohr aufgestellt, das in der Richtung von A nach n verschoben werden kann; die Größe jener Verschiebung kann genau gemessen werden. Zunächst stellt man das Fernrohr derart ein, daß durch das System $stpq$ ein sehr entfernter Punkt deutlich sichtbar wird. In diesem Falle betrachtet man offenbar durch das Fernrohr A den Punkt F. Hierauf verschiebt man das Fernrohr derart, daß der Punkt n deutlich sichtbar wird; die entsprechende Verschiebung ist gleich d. Ferner stellt man das Fernrohr auf den Punkt m ein, so daß man also das Bild desselben m' deutlich sieht; die hierzu erforderliche Verschiebung ist gleich α. Nach Umlegung des optischen Systems um 180°, was offenbar gleichbedeutend mit einer Verlegung des Fernrohrs auf die andere Seite nach B ist, nimmt man dieselben drei Einstellungen wiederum vor und erhält hierbei die Entfernungen d' und α'. Anstatt das Fernrohr auf das Bild (F oder F') eines sehr entfernten Gegenstandes einzustellen, kann man auch nach B einen Kollimator

bringen (die Einrichtung eines solchen werden wir weiter unten kennen lernen) und das Fernrohr auf den erhellten Spalt, ein Diaphragma und die Fäden dieses Kollimators einstellen. Kennt man F, so kann man die Lage der Hauptpunkte H und H' finden, da

$$nH = F - d \quad \text{und} \quad mH' = F - d'$$

ist.

9. Methode von Abbe. Ein Vorzug dieser scharfsinnigen Methode besteht darin, daß sie gar nicht die Einstellung des Bildes in einer gegebenen Ebene verlangt, was ja niemals mit großer Genauigkeit geschehen kann. Sei H (Fig. 88) ein Hauptpunkt der Linse AB, deren Brennweite $F = FH$ gesucht wird. Man bringt dann hintereinander zwei Skalen S_1 und S_2 in verschiedene Entfernungen von der Linse und bestimmt die Vergrößerungen G_1 und G_2, welche die Linse AB bei Beobachtung der Skalenteilungen gibt. Sind λ_1 und λ_2 die Abstände der Skalen vom Brennpunkte F, so ist nach Formel (55, a), S. 178

Fig. 88.

$$G_1 = F : \lambda_1 \quad \text{und} \quad G_2 = F : \lambda_2.$$

Ist ferner D der Abstand beider Skalen voneinander, so ist

$$D = \lambda_1 - \lambda_2 = F\left(\frac{1}{G_1} - \frac{1}{G_2}\right)$$

und hieraus

$$F = \frac{D}{\frac{1}{G_1} - \frac{1}{G_2}}.$$

Die Entfernung D kann mit großer Genauigkeit gemessen werden. Zur Bestimmung der Vergrößerungen G_1 und G_2 hat Abbe eine ebenfalls sehr scharfsinnige Methode angegeben, welche wir indes übergehen wollen. Ist F gefunden, so läßt sich die Entfernung OH der Hauptebene vom Scheitel O der Linse leicht bestimmen. Sei etwa d der Abstand der Skala S_1 vom Scheitel O; dann ist

$$d + OH = F - \lambda_1 = F - (F : G_1),$$

folglich

$$OH = F\left(1 - \frac{1}{G_1}\right) - d.$$

Abbe konstruierte einen besonderen Fokometer, mit dem man nach dieser Methode außerordentlich genau F bestimmen kann.

Über diese Methode liegen Arbeiten von Fassbender (1913) vor.

10. Methode von Hartmann. Ein Hinweis auf diese sehr verwickelte Methode muß genügen.

II. Zerstreuungslinsen.

1. Auf die Linse AB (Fig. 89) fällt ein paralleles Strahlenbündel, dessen Querschnittsradius (auf dem Schirme PQ) gleich ϱ ist; auf dem Schirme MN, dessen Abstand von AB gleich l ist, entsteht ein runder Fleck vom Durchmesser $2r$. Es ist dann offenbar

$$r:\varrho = (l+F):F,$$

und hieraus folgt

$$F = \frac{\varrho l}{r-\varrho}.$$

Ist $r = 2\varrho$, so ist $F = l$.

Fig. 89.

2. Man bestimmt die Hauptbrennweite F_1 einer Sammellinse, welche mit der gegebenen Linse zusammengenommen eine kombinierte Sammellinse von der Brennweite F_2 liefert. Nach Formel (74) auf S. 187 ist

$$\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F} = \frac{1}{F_2}.$$

Hieraus folgt

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_2 - F_1}.$$

Literatur.

Fermat: Lettre de 1639. Varia opera mathematica, p. 156. Tolosae 1679.
Boussinesq: Fermatsche Prinzip. Compt. rend. **135**, 465, 1902.
Descartes: Dioptrica, 1637.
Euler: Dioptrice. Petersburg 1769—1771.
Gauß: Dioptrische Untersuchungen. Abhandl. d. Götting. Ges. d. Wiss. **1**. 1838—1843; Werke **5**, 243, 1867.
Rayleigh: Phil. Mag. (5) **8**, 261, 403, 477, 1879; **9**, 40, 1880.
Wilsing: Zeitschr. f. Math. u. Phys. **40**, 353, 1895.
Czapski: Theorie der optischen Instrumente. Breslau 1893.
Winkelmann: Handbuch der Physik **6**, 1—247, 1906.
Straubel: Wied. Ann. **66**, 346, 1898; Ann. d. Phys. **8**, 63, 1902.
Block: Beiträge zur Theorie der Lichtbrechung in Prismensystemen. Dissert. Dorpat 1873.

H. Kayser: Handbuch der Spektralanalyse I, 1900, S. 253—292.
Helmholtz: Vorlesungen **5**, 280.
Pfaundler: Wien. Ber. **108**, 477, 1900.
Sissingh: Propriétés générales des images etc. Verh. d. Kon. Akad. d. Wet. te Amsterdam [1] **7**, Nr. 5, 1900.
Lummer: Müller-Pouillet, Lehrbuch d. Physik II, 1, 10. Aufl., 1907.
Listing: Über einige merkwürdige Punkte usw. Pogg. Ann. **129**, 466, 1866; Göttinger Studien **1**, 52, 1845.
C. Neumann: Sitzungsber. d. Sächs. Akad: 1880, S. 42. Die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems. Leipzig 1866.
Maxwell: General Laws of optical Instruments. Quarterly Journal of pure and applied mathematics **2**, 1858.
Gavarret: Des images par reflexion et par refraction. Paris 1866.
Reusch: Konstruktionen zur Lehre von den Haupt- und Brennpunkten. Leipzig 1870.
Ferraris: Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente. Ins Deutsche übersetzt von Lippich. Leipzig 1879.
Heath: A Treatise on Geometrical Optics. Cambridge 1887. Ins Deutsche übersetzt von Kanthack. Berlin 1894.
Scheibner: Dioptrische Untersuchungen. Abhandl. d. königl. sächs. Ges. d. Wiss. **11**, Nr. 6. Leipzig 1876.
Bohn: Linsenzusammenstellungen. Leipzig 1888.
Abbe: Rep. f. Exp. Phys. **16**, 303, 1881; Arch. f. mikroskop. Anatomie **9**, 420, 1873. Ges. Werke I, II. Jena 1904, 1907.
Czapski: Eine Reihe von Artikeln im „Handbuch der Physik" von Winkelmann, Teil II, 1 (Optik), S. 14—136; ferner gesondert erschienen: Theorie der optischen Instrumente, Breslau 1893; Instr. **8**, 203, 1888.
Southall: The principles and methods of geometrical Optics. New York 1910.
Helmholtz: Pogg. Ann., Jubelbd., S. 557, 1874; Wiss. Abhandl. **2**, 185.
Hockin: Journ. Roy. Mikrosc. Soc. (2) **4**, 337, 1884.
Bruns: Abhandl. d. königl. sächs. Ges. d. Wiss. **21**, 325.
Everett: Phil. Mag. (6) **4**, 170, 1902.
Finsterwalder: Abhandl. d. bayr. Akad. d. Wiss. XVI, 3. Abteil., S. 519, 1891.
Thiesen: Verhandl. d. Berl. phys. Ges. **11**, Nr. 2, 1892.
Piltschikoff: Démonstration géometrique de la propriété du minimum de déviation dans le prisme. Paris 1889. Verl. George Carré.
Cornu: Journ. de phys. (1) **6**, 276, 308, 1877.
Brauer: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **7**, 55, 1875.
Methode von Abbe. Vgl. Czapski: Instr. **12**, 185, 1892.
Erfle: Verh. d. D. Phys. Ges. 1909, S. 161.
Fassbender: Instr. **33**, 210, 1913.
Hartmann: Instr. **1900**, 51; **1904**, 133.

Sechstes Kapitel.

Der Brechungsquotient.

§ 1. Allgemeine Bemerkungen über die Messung des Brechungsquotienten (Brechungsexponent, -koeffizient). Im vorliegenden Kapitel sollen die Methoden zur Bestimmung des Brechungsquotienten n, sowie einige Ergebnisse betrachtet werden, welche aus diesen Bestimmungen folgen.

Der Brechungsquotient n einer homogenen Substanz hängt von der Art dieser Substanz, ihrem physikalischen Zustande (z. B. dem Drucke und der Temperatur), sowie von der Art der Strahlen, d. h. von der Wellenlänge λ ab. Kann die Strahlenart willkürlich gewählt werden, so bestimmt man n gewöhnlich für eine oder mehrere Fraunhofersche Linien des Sonnenspektrums oder für eine oder mehrere Linien des Spektrums von leuchtenden Na-, Li-, Tl-Dämpfen oder leuchtendem H.

§ 2. Bestimmung des Brechungsquotienten mit Hilfe eines Prismas. Ist die Substanz, deren Brechungsquotient bestimmt werden soll, fest, so verfertigt man aus ihr ein Prisma. Bisweilen werden zwei

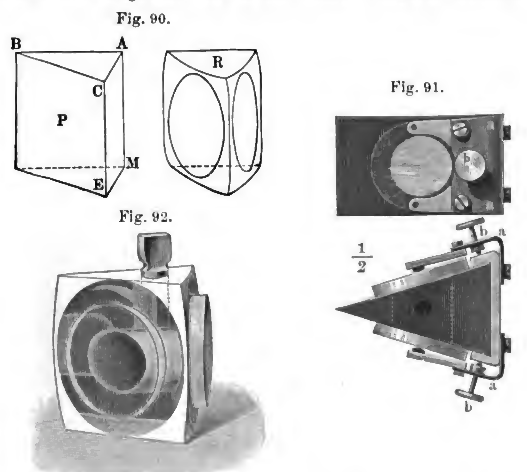


Fig. 90.

Fig. 91.

Fig. 92.

Seitenflächen des Prismas geschliffen, wie *BAM* und *BCE*, Fig. 90, *P*; bisweilen nur Teile der Seitenflächen, etwa zwei Kreisflächen, wie in Fig. 90, *R*. Im letzteren Falle werden die ungeschliffenen Teile der Seitenflächen konvex gewölbt. Ist die zu untersuchende Substanz flüssig, so fertigt man zu ihrer Aufnahme Hohlprismen an, wobei die den brechenden Winkel bildenden Seitenflächen aus planparallelen Glasplatten bestehen müssen, welche derart zugeschliffen sind, daß sie mittels einer Metallfassung fest aneinander gepreßt werden können. Ein derartiges Prisma ist in Fig. 91 in der Seitenansicht und im horizontalen Querschnitt abgebildet. Als Material für die Prismen kommen in Frage: Glas, Steinsalz, Quarz und Flußspat. Die meisten

Glassorten sind auch in dünnen Schichten unterhalb 0,3 μ undurchsichtig, mit Uviolglasprismen kommt man weiter, etwa bis 0,26 μ. Quarz ist bis ungefähr 0,18 μ durchsichtig. Steinsalz ist ungefähr bis zu derselben Grenze, außerdem im Ultrarot brauchbar. Weißer Flußspat ist bis 0,1 μ durchlässig, auch im Ultrarot gut zu verwenden. Die normale Form des Prismas ist das gleichschenkelige 60°-Prisma. Verwendet man Quarz, so muß Rücksicht auf die Doppelbrechung genommen werden (s. Kapitel XVI). Dies geschieht in der Konstruktion von Cornu, indem man ein 60°-Prisma aus je einem rechts- und linksdrehenden Prisma von 30° so zusammensetzt, daß die optische Achse auf der Winkelhalbierenden senkrecht steht. Die beiden Hälften werden durch eine kapillare Schicht von Glycerin verbunden oder, wenn gut geschliffen, einfach aufeinander gepreßt und dann durch den Luftdruck zusammengehalten.

Steinheil verfertigt für flüssige Substanzen Prismen, welche folgendermaßen eingerichtet sind, vgl. Fig. 92. Durch ein massives Glasprisma ist ein breiter zylindrischer Kanal gebohrt, dessen Enden durch zwei planparalle, runde Glasplatten verschlossen werden. Letztere sind auf die Außenfläche des Prismas so genau aufgeschliffen, daß sie sich an ihr durch bloße Kohäsion halten. Zur Füllung jenes Kanals mit der gegebenen Flüssigkeit dient eine vertikale, durch einen Glasstöpsel verschließbare Röhre. — Es gibt mehrere Methoden, nach denen man den Brechungsquotienten mittels eines Prismas bestimmen kann.

I. Methode des Minimums der Ablenkung (Fraunhofersche Methode). Man bestimmt die Größe A des brechenden Winkels am Prisma und den Winkel ε_0 der kleinsten Ablenkung. Nach (17) auf S. 152 ist $\varphi = \frac{1}{2}(A + \varepsilon_0)$, $\psi = \frac{1}{2}A$, wo φ der Einfalls- und Austrittswinkel des Strahls, ψ der Winkel ist, welcher vom Strahl im Innern des Prismas mit den auf den Prismenflächen errichteten Senkrechten gebildet wird. Da

$$n = \sin\varphi : \sin\psi$$

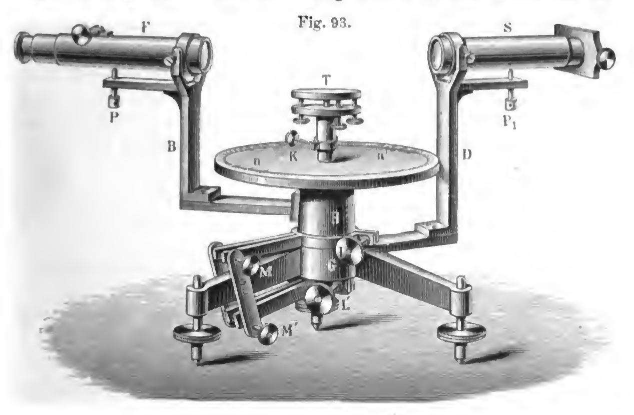
ist, so ist

$$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(A + \varepsilon_0)}{\sin\frac{1}{2}A} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Zur Messung der Winkel A und ε_0 dienen Goniometer (s. Bd. I, Abt. 1, S. 300) oder Spektrometer. Die Fig. 93 stellt ein derartiges Spektrometer dar. Zunächst wird das Prisma auf das Tischchen T gestellt und der Flächenwinkel A nach einer der in Bd. I, Abt. 1, S. 300 erläuterten Methoden bestimmt. Um dann den Winkel des Minimums der Ablenkung zu ermitteln, verfährt man folgendermaßen: Man beleuchtet den Spalt des Kollimators S mit homogenem Lichte, stellt das Prisma auf das Tischen T und bringt das Fernrohr F in solche Lage, daß das Spaltbild, welches von den Strahlen, die Prisma und

Fernrohrobjektiv durchsetzt haben, hervorgerufen wird, im Gesichtsfelde von F deutlich sichtbar wird. Dreht man jetzt das Tischchen T samt dem Prisma, so sieht man, daß jenes Spaltbild zur Seite rückt, zum Stillstand kommt und wieder zurückgeht. Das Fernrohr F hat man derart einzustellen, daß im Augenblicke des Stillstandes das Spaltbild sich gerade in der Mitte des Gesichtsfeldes befindet, d. h. mit dem vertikalen Okularfaden von F zusammenfällt. In diesem Falle ist der spitze Winkel zwischen der verlängerten Kollimator- und Fernrohrachse gleich ε_0. Nachdem man das Prisma um seine vertikale Achse gedreht hat, verschiebt man Fernrohr und Prisma derart, daß der gebrochene Strahl beim Minimum der Ablenkung durchs Prisma wiederum die

Fig. 93.



Richtung der Fernrohrachse hat. Ist dann ω der Winkel, welchen die beiden Lagen des Fernrohrs F miteinander bilden, so ist offenbar $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}\omega$.

Man kann auch noch anders verfahren. Nachdem man eine Einstellung des Fernrohrs F, welche dem Minimum der Ablenkung entspricht, gemacht hat, entfernt man das Prisma und sucht diejenige Stellung von F auf, bei welcher das Spaltbild in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint; in diesem Falle liegen die Achsen von S und F in einer Geraden. Der Winkel zwischen beiden Lagen des Fernrohres F ist das gesuchte Minimum der Ablenkung ε_0.

II. Methode mittels Prismen von sehr kleinem brechenden Winkel A. Für solche sehr spitzwinklige Prismen ist die Ablenkung ε, wie wir auf S. 153 gesehen haben, vom Einfallswinkel der Strahlen unabhängig und gleich

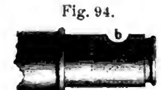
$$\varepsilon = (n - 1) A,$$

vgl. Formel (21). Hieraus folgt

$$n = \frac{\varepsilon + A}{A}.$$

III. Methode des senkrechten Austritts. Außer dem Winkel A bestimmt man die durch das Prisma hervorgerufene Ablenkung ε des Strahls, für welche der austretende Strahl senkrecht zur zweiten Prismenfläche wird. Das Fernrohr muß hierbei mit einem Gaußschen Okular (Fig. 94) versehen sein, in welchem die Beleuchtung der Fäden durch Lichtstrahlen erfolgt, welche zur seitlichen Öffnung b eintreten und von dort durch eine schräg gestellte Glasplatte reflektiert werden. Prisma und Fernrohr müssen eine solche Lage haben, daß erstlich das Bild des Spalts in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint, und ferner die Spiegelbilder der Fäden, welche durch die Prismenfläche AE (Fig. 95) hervorgerufen werden, mit den direkt gesehenen Fäden zusammenfallen. In diesem Falle ist

Fig. 94.



$$\psi = A \quad \text{und} \quad \varphi = \psi + \varepsilon = A + \varepsilon,$$

folglich

$$n = \frac{\sin(A + \varepsilon)}{\sin A}.$$

IV. Methode der Koinzidenz des einfallenden und des reflektierten Strahls (Methode von Littrow und Abbe oder die Methode der Autokollimation). Nachdem man den Winkel A

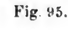


Fig. 95.

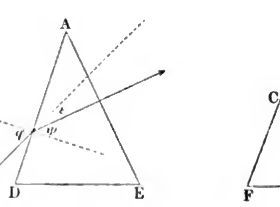
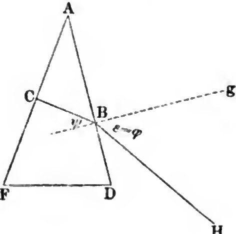


Fig. 96.



bestimmt hat, macht man die Achse des mit einem Gaußschen Okular (Fig. 94) versehenen Fernrohrs senkrecht zu AD (Fig. 96) und bringt sie hierauf in eine solche Richtung BH, daß die Strahlen HB, welche vom Kreuzungspunkte der Fäden ausgehen, nach ihrer Reflexion in C wiederum in derselben Richtung CBH zurückgeworfen werden. Das heißt also, man stellt das Fernrohr auf das Spiegelbild der Okularfäden,

das zuerst von AD, dann von AF erzeugt wird, ein; hierauf bestimmt man den Winkel $\varepsilon = gBH$, welcher von beiden Lagen des Fernrohrs gebildet wird. Aus der Figur ersieht man, daß

$$\varphi = \varepsilon, \qquad \psi = A$$

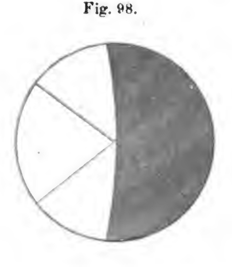
ist; mithin ist

$$n = \frac{\sin \varepsilon}{\sin A}.$$

V. **Methode des gleitenden Strahleintritts** (Methode von **Kohlrausch**). In der Verlängerung einer der Prismenflächen AB (Fig. 97) stellt man eine breite homogene Lichtquelle auf, etwa einen Bunsenbrenner, in welcher NaCl verdampft. Im Fernrohr, welches auf Unendlich eingestellt ist und dessen Achse die Richtung DE hat, erscheint dann ein hell erleuchtetes Gesichtsfeld, welches durch eine scharfe Linie begrenzt ist. Letztere stellt man auf den Schnittpunkt

Fig. 97.

Fig. 98.



des Fadenkreuzes ein (vgl. Fig. 98). Diese Linie entspricht dem äußersten gleitenden Strahle BC. Bezeichnet man den Austrittswinkel mit $\alpha = NDE$, so ist $\sin\alpha = n \sin\beta$, ferner $\beta + \beta_1 = A$, vgl. (12), S. 150; folglich ist

$$\sin\alpha = n \sin(A - \beta_1) = n \sin A \cos\beta_1 - n \cos A \sin\beta_1.$$

Es ist aber β_1 der Grenzwinkel, für den

$$\sin\beta_1 = \frac{1}{n}, \qquad \cos\beta_1 = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - 1}$$

ist. Setzt man diese Werte ein, so erhält man

$$\sin\alpha = \sqrt{n^2 - 1}\,\sin A - \cos A,$$

also

$$\sqrt{n^2 - 1} = \frac{\cos A + \sin\alpha}{\sin A}.$$

Der Winkel α kann, wenn A oder n klein ist, auch negativ werden, nämlich wenn der Strahl DE sich innerhalb des Winkels NDA befindet.

Um den Winkel α zu bestimmen, kann man die Fernrohrebene zunächst senkrecht zur Fläche AF stellen, wobei man sich des Gaußschen Okulars bedient. Man kann auch den Winkel ω zwischen beiden Fernrohrlagen messen, welche dem gleitenden Eintritt des Strahls in die Fläche BA und darauf in AF entsprechen. Der Winkel ω ist offenbar gleich E_1AE_2, wo AE_1 und AE_2 gleiche Winkel α mit den Senkrechten AN_1 und AN_2 zu den Prismenflächen bilden. Aus der Figur folgt, daß

$$\omega = 360^0 - 2\alpha - \angle N_1AN_2 = 360^0 - 2\alpha - (180^0 - A)$$
$$= 180^0 - 2\alpha + A$$

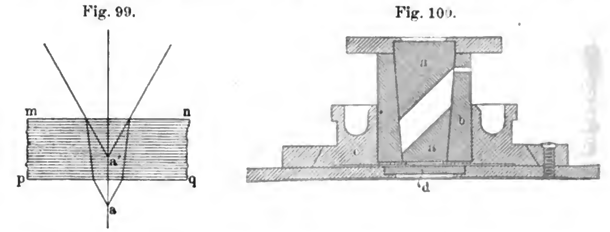
ist. Hieraus folgt

$$\alpha = 90^0 - \tfrac{1}{2}(\omega - A).$$

§ 3. Bestimmung des Brechungsquotienten dünner Platten, kleiner Körper und kleiner Flüssigkeitsmengen.

I. Duc de Chaulnes (1767) gab folgende Methode zur Bestimmung des Brechungsquotienten n einer Platte von der Dicke δ. Man

Fig. 99. Fig. 100.



bringt die Platte in horizontaler Lage unter ein Mikroskop und stellt dieses derart ein, daß die obere Fläche der Platte deutlich sichtbar wird; hierauf senkt man das Mikroskop um einen solchen Betrag Δ, daß die untere Plattenseite erscheint. Aus Formel (11), S. 147 und Fig. 53 ist ersichtlich, daß

$$\delta = AS, \quad \Delta = AS_1,$$

mithin

$$n = \frac{\delta}{\Delta}$$

ist.

II. Man stellt das Mikroskop so ein, daß in ihm irgend ein Objekt a deutlich sichtbar wird (Fig. 99). Hierauf bringt man die zu untersuchende Platte zwischen jenes Objekt und das Objektiv des Mikroskops und hebt letzteres um einen solchen Betrag Δ', daß das Objekt wiederum deutlich sichtbar wird, wobei es jetzt in a' erscheint. Aus Formel (11, a), S. 148 folgt

$$n = \frac{\delta}{\delta - \Delta'}.$$

III. Man erzeugt auf der oberen Plattenseite einen kleinen Fleck und stellt das Mikroskop auf denselben ein, senkt darauf letzteres um den Betrag Δ_1, so daß das von der unteren Plattenseite erzeugte Spiegelbild jenes Fleckes deutlich erscheint. Diese Methode unterscheidet sich von der Methode I nur dadurch, daß δ hier durch seinen doppelten Wert ersetzt ist, es ist daher

$$n = \frac{2\delta}{\Delta}.$$

Bertin und Bernard haben verschiedene Abänderungen obiger Methoden angegeben. Für sehr kleine Körper, z. B. Splitter von Mineralien, kann man eine gleich stark brechende Flüssigkeit herstellen, in welcher der gegebene Körper sozusagen unsichtbar wird. Becke (1893) hat diese Methode ausgearbeitet.

Methode von Fürst Galitzin. Galitzin hat zwei Methoden angegeben, nach denen man n für eine Flüssigkeit bestimmen kann, die sich in einer zylindrischen Röhre befindet. Die erste dieser Methoden besteht darin, daß er auf der Außenfläche der Röhre zwei der Achse parallele Striche aufträgt und von der anderen Seite her deren scheinbaren Abstand y_1 mißt.

Ist y der wahre Abstand jener Striche, R_1 der äußere, R_2 der innere Radius der Röhre, n_1, n_2 und n die absoluten Brechungsquotienten von Luft, Glas und Flüssigkeit, so ist

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_2}\left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{2n_1}\cdot\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2n_1}\cdot\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{y}{y_1} \quad . \; . \; . \quad (1, a)$$

Zweitens bringt Galitzin ins Innere der Röhre ein Prisma mit kleinem brechenden Winkel, dessen eine Seite der Röhrenachse parallel ist. Aus der Größe der Ablenkung, welche ein das Prisma senkrecht zur Röhrenachse durchsetzender Lichtstrahl erfährt, läßt sich der gesuchte Brechungsquotient der Flüssigkeit finden.

Starke hat einen Apparat konstruiert, um mit Hilfe eines Mikroskops den Brechungsquotienten von Flüssigkeiten zu bestimmen, von denen nur geringe Mengen zur Verfügung stehen. In einem Glasgefäße (Fig. 100) sind zwei Glaskeile a enthalten, zwischen denen sich eine dünne Schicht der zur Untersuchung dienenden Flüssigkeit befindet. Der Apparat wird zwischen das Okular des mit Okularfäden versehenen Mikroskops und eine mikroskopische Skala gebracht. Dreht man das Gefäß b um 180°, so verschiebt sich jene Skala um den doppelten Betrag derjenigen Verschiebung, welche durch die Flüssigkeitsschicht hervorgebracht worden ist. Aus der Größe dieser Verschiebung läßt sich die Größe n berechnen.

Die Größe n kann bestimmt werden durch Messung des Reflexionskoeffizienten r bei normalem Einfall der Strahlen. In diesem Falle ist

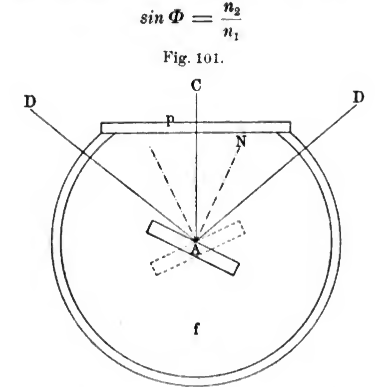
$$r = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1, \mathrm{b})$$

Zur Bestimmung der Größe n und insbesondere ihrer Veränderungen unter verschiedenen Umständen gibt es eine Reihe von Methoden, die auf der Erscheinung der Interferenz beruhen. Die Apparate, die dabei zur Anwendung kommen, sollen in Kapitel XIII besprochen werden.

§ 4. Methoden zur Bestimmung des Brechungsquotienten durch Beobachtung der totalen Reflexion. Alle diesen Methoden gehen auf die Formel

$$\sin \Phi = \frac{n_2}{n_1}$$

Fig. 101.



zurück, in welcher Φ den Grenzwinkel der totalen Reflexion (S. 144), n_1 den Brechungsquotienten des optisch dichteren Mediums bedeutet, in welchem sich der Strahl ausbreitet und n_2 der Brechungsquotient des äußeren, optisch weniger dichten Mediums ($n_2 < n_1$), für welches der Austrittswinkel des Strahls gleich 90° ist, wenn der Einfallswinkel im ersten Medium gleich Φ ist.

I. Methode von Kohlrausch. Das Prinzip, auf welchem diese Methode beruht, ergibt sich aus der Fig. 101. Ein zylindrisches Glasgefäß f (im horizontalen Querschnitt dargestellt) ist von außen von durchscheinendem Papier umgeben und mit einer starkbrechenden Flüssigkeit (Schwefelkohlenstoff, Monobromnaphtalin) gefüllt, deren Brechungsquotient N bekannt ist. Innerhalb der Flüssigkeit befindet sich an der Zylinderachse eine vertikale Platte A aus der zu untersuchenden Substanz und seitlich von dem Glasgefäß, dem ebenen

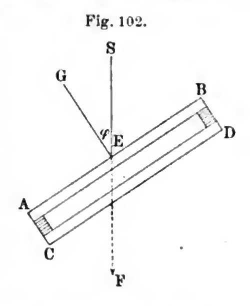
Fenster p gegenüber, ein Fernrohr, dessen Achse senkrecht zu p ist. Man dreht nun die Platte um ihre vertikale Achse bis in die zwei Lagen, bei welchen diejenigen zwei Strahlen DA ins Fernrohr gelangen, welche von der Platte total reflektiert worden sind, für welche also die Grenzlinie zwischen dem hellen und dunklen Teile des Gesichtsfeldes durch die Mitte des letzteren hindurchgeht. Der Winkel zwischen beiden Lagen der Platte ist gleich 2Φ.

Besteht die Platte aus einer doppeltbrechenden Substanz, so kann man nach obiger Methode die beiden Brechungsquotienten erhalten, welche dem gewöhnlichen und dem außergewöhnlichen Strahle entsprechen.

Die genannte Methode kann offenbar auch zur Bestimmung des Brechungsquotienten von Flüssigkeiten dienen, wenn der Brechungsquotient der Plattensubstanz bekannt ist.

II. **Methode von E. Wiedemann oder Terquem und Trannin zur Bestimmung des Brechungsquotienten von Flüssigkeiten.** Diese Methode unterscheidet sich von der vorhergehenden nur dadurch, daß in die Flüssigkeit eine Platte gebracht wird, welche aus zwei voneinander getrennten dünnen Glasplatten AB und CD besteht (Fig. 102), zwischen denen eine Luftschicht eingeschlossen ist. Sei ω der Winkel zwischen den beiden Lagen der in der Flüssigkeit befindlichen, vertikal gestellten Platte, bei denen das von einer Lichtquelle S kommende, nach SEF gehende Licht total reflektiert wird, dann ist offenbar $\omega = 2\varphi$, wo $\varphi = \angle\, GES$ der Einfallswinkel an der äußeren Fläche des von der inneren Oberfläche von AB total reflektierten Strahles ist. Es seien n und N die Brechungsquotienten der Flüssigkeit und des Glases. Der Strahl SE bildet bei seinem Eintritt ins Glas mit der Senkrechten GE einen gewissen Winkel ψ; hierbei ist

Fig. 102.



$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{N}{n}.$$

Unter demselben Winkel ψ trifft der gebrochene Strahl die Senkrechte zur inneren Fläche von AB, wo er total reflektiert wird; hieraus folgt, daß ψ der Grenzwinkel der totalen Reflexion beim Übergang des Strahles aus Glas in Luft ist und daher $\sin\psi = 1 : N$ ist. Die vorhergehende Formel aber gibt

$$n = 1 : \sin\varphi$$

oder

$$n = \frac{1}{\sin\frac{\omega}{2}}.$$

Der Brechungsquotient N kann somit unbekannt bleiben.

III. Abbes Totalrefraktometer. In Fig. 103 ist der Hauptbestandteil des Apparates schematisch dargestellt. Es besteht aus zwei Glasprismen ABC und DEF, welche in einer Metallfassung derart angebracht sind, daß zwischen den Flächen AC und FE ein planparallel begrenzter Raum frei bleibt, welcher durch einige Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit angefüllt wird. In der Verlängerung der in normaler Lage befindlichen Achse der Prismenfassung ist ein Fernrohr angebracht; die Fassung selbst kann um eine zur Zeichenebene senkrechte Achse gedreht werden. Es sei $\angle DEF = \alpha$. Ein homogener Lichtstrahl JL bildet mit der Senkrechten LH den Winkel $i = \alpha$ bei normaler oder Nullstellung der Fassung, wenn der zu DE senkrechte Strahl JL längs der Fernrohrachse verläuft. Bei Drehung der Fassung bemerkt man im Fernrohr ein Verschwinden des Lichtes infolge der totalen Reflexion des Strahles an der Fläche FE. Nehmen wir an, man habe, damit dies eintritt, die Fassung in der Uhrzeigerrichtung um den Winkel φ zu drehen; dies ist dann der Einfallswinkel des Strahles J an der Prismenfläche DE. Ihm entspricht ein gewisser Brechungswinkel ψ auf der anderen Seite von DE. Bedeutet N den Brechungsquotienten der Prismensubstanz, so ist

Fig. 103.

$$\sin\psi = \frac{1}{N}\sin\varphi.$$

Der Einfallswinkel i ist in diesem Falle offenbar

$$i = \psi + \alpha,$$

da i aber der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist, so ist

$$\sin i = \sin(\psi + \alpha) = \frac{n}{N},$$

wo n den gesuchten Brechungsquotienten der untersuchten Flüssigkeit darstellt. Aus den Gleichungen

$$n = N\sin(\psi + \alpha),$$

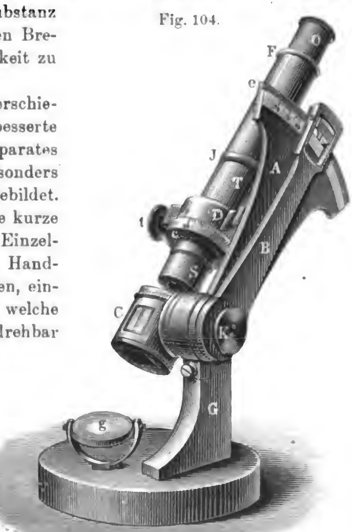
$$\sin\psi = \frac{1}{N}\sin\varphi$$

erhält man das gesuchte n ausgedrückt durch die bekannten Größen α, N und den durch Beobachtung gefundenen Winkel φ.

Der obige Apparat kann auch dazu benutzt werden, die Größe der Dispersion zu messen, d. h. der Differenz der Brechungsquotienten für zwei bestimmte Strahlenarten, etwa zwei Fraunhofersche Linien.

Bringt man in den Raum zwischen AC und FE eine dünne Platte irgend einer festen Substanz, und zwischen letztere und FE eine stark brechende Flüssigkeit, so kann man mittels des Apparates den Brechungsquotienten jener festen Substanz bestimmen, ohne daß man den Brechungsquotienten der Flüssigkeit zu kennen braucht.

Fig. 104.

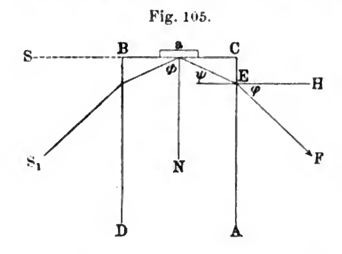


Pulfrich hat (1898) verschiedene abgeänderte und verbesserte Formen des Abbeschen Apparates beschrieben. Eine solche besonders einfache ist in Fig. 104 abgebildet. Wir beschränken uns auf eine kurze Beschreibung, ohne auf die Einzelheiten, welche sich auf die Handhabung des Apparates beziehen, einzugehen. In der Fassung C, welche zugleich mit der Alhidade B drehbar ist, befinden sich zwei Prismen; g ist ein Spiegelchen, welches das durchs Fenster einfallende Licht in der Richtung nach C reflektiert. Das mit dem Sektor A zusammen drehbare Fernrohr enthält (bei F) Okularfäden und einen Kompensator, dessen Bestimmung die folgende ist. Der Winkel für die totale Reflexion hängt von der Wellenlänge ab, man erhält daher bei Anwendung weißen Lichtes einen farbigen Saum an der Grenze zwischen dem hellen und dunklen Teile des Gesichtsfeldes. Die Breite dieses Saumes hängt von der Größe der Dispersion der untersuchten Substanz ab. Der Kompensator besteht aus zwei Prismensystemen zum Geradsehen (à vision directe, s. unten), die man mittels der Schraube t nach entgegengesetzten Seiten drehen kann. Bei einer gewissen Stellung des Kompensators verschwindet der farbige Saum. Nachdem man die Ablesung an der Skala c vorgenommen, kann man mit Hilfe einer besonderen, dem Apparate beigegebenen Tabelle die Differenz der Brechungsquotienten für

zwei Fraunhofersche Linien, etwa C und F, bestimmen. Ist die Grenzlinie des hellen Gesichtsfeldes auf den Durchschnittspunkt der Okularfäden eingestellt, so liest man an der Kreisteilung des Sektors A die Größe n für den gelben Strahl unmittelbar ab.

IV. Pulfrichs Refraktometer. Pulfrich hat mehrere Refraktometer konstruiert; eines derselben bezeichnet er als Totalrefraktometer. Der wesentlichste Bestandteil dieses Apparates ist ein vertikaler Glaszylinder $ACBD$ (Fig. 105) mit möglichst großem Brechungsquotienten N (ungefähr 1,74). Auf die ebene Fläche BC wird die zu untersuchende Substanz a, z. B. einige Tropfen einer Flüssigkeit, gebracht. Die homogene Lichtquelle wird entweder in gleicher Höhe mit der Ebene BC nach S oder (besonders wenn eine Flüssigkeit untersucht werden soll) nach einem tiefer gelegenen Punkt S_1 gebracht und der Winkel φ zwischen der horizontalen Ebene EH und dem Strahl EF gemessen, welcher mit der Senkrechten N den Grenzwinkel Φ bildet. Offenbar ist

Fig. 105.



$$\sin \Phi = n : N;$$

hieraus folgt

$$n = N \sin \Phi = N \cos \psi = N \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = N \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{N^2}}$$

oder

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \varphi}.$$

In Fig. 106 ist der ganze Apparat dargestellt, dessen Konstruktion aus der vorhergehenden schematischen Beschreibung klar sein wird.

Hier erkennt man den Glaszylinder P und auf ihm einen hohlen Glaszylinder G, welcher zur Aufnahme der zu untersuchenden Flüssigkeit dient. Der Grenzwinkel wird mit Hilfe eines Fernrohres F beobachtet, welches der Bequemlichkeit halber rechtwinklig umgebogen ist; es wird von einem Gegengewicht äquilibriert. Der geteilte Vertikalkreis T dient zur Messung des Winkels φ. Die horizontalen Lichtstrahlen dringen in den Apparat durch die Seitenwand des hohlen Zylinders ein.

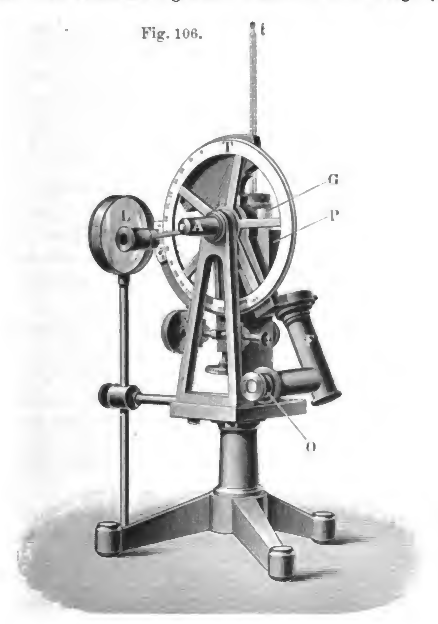
Die weitere Vervollkommnung dieser Apparate führte zu dem Typ, der jetzt eine weite Verbreitung gefunden hat.

V. Andere Refraktometer. Von anderen Apparaten mögen noch die folgenden genannt sein: Das Refraktometer nach dem System

von Eykman, welches Leiss (1899) beschrieben hat und das Refraktometer von Hallwachs, welches vorzugsweise zur Messung des Unterschiedes zweier nur sehr wenig voneinander verschiedener Brechungsquotienten dient, z. B. derjenigen eines Lösungsmittels und einer sehr schwachen Lösung.

§ 5. Brechungskoeffizient der Gase. Die ersten Messungen der Größe n für Gase wurden ausgeführt von Biot und Arago (1806) und

Fig. 106.



Dulong (1826); sie benutzten ein Prisma, das mit dem zu untersuchenden Gase gefüllt war. Ein Prisma wandten auch Kayser und Runge (1893) an; in neuester Zeit sind fast ausschließlich Interferenzmethoden, die in § 3 am Schluß erwähnt wurden, im Gebrauch. Hierher gehören die zahlreichen Untersuchungen (bis 1900) von Le Roux, Jamin, Mascart, Ketteler, Chappuis und Rivière, v. Lang, L. Lorenz, Prytz, Ramsay und Travers, Perreau, Benoît, Scheel u. a. Rayleigh (1896) konstruierte einen bequemen Apparat

für Interferenz, den auch Ramsay und Travers (1898—1900) benutzten zur Bestimmung von n für die Edelgase; sie fanden folgende Werte für n:

Luft. . .	H_2	O_2	N_2	Ne	Ar	He	Kr	Xe
1	0,473	0,924	1,016	0,2345	0,9655	0,1238	1,449	2,364

Später veränderte Rayleigh (1909) seine Methode so, daß man n auch für ein Gas bestimmen konnte, von dem man nur 4 cm³ zur Verfügung hatte. Auffallend klein ist n für Helium. Nimmt man die Größe $n - 1$ als Maß der Refraktion ϱ und setzt für Luft $\varrho = 1$, so ist für Wasserstoff ϱ etwa $= 0{,}5$, für Helium $\varrho = 0{,}125$. Dieses Resultat bestätigten später Herrmann (1908), Scheel und Schmidt (1908), Cuthbertson und Metcalfe (1908—1910), Burton (1909) u. a. Für den gelben Strahl D fand Rayleigh für Helium $n = 1{,}0000427$, Ramsay und Travers $n = 1{,}0000362$, Herrmann (für $\lambda = 0{,}579\,\mu$) $n = 1{,}00003438$, Burton (Linie D) $n = 1{,}00003500$, für Argon $n = 1{,}0002837$. Cuthbertson und Metcalfe fanden für Neon (grüne Hg-Linie, $\lambda = 0{,}5461\,\mu$) $n = 1{,}00006716$. Erstaunlich klein ist $n - 1$ nicht nur für Helium, sondern auch für Neon.

Die Brechung infraroter Strahlen in Gasen untersuchte Koch (1905); bei $\lambda = 8{,}68\,\mu$ fand er für H_2 $n = 1{,}0001373$, für CO_2 $n = 1{,}0004578$, für O_2 $n = 1{,}0002661$.

Wenn man die Größe $n - 1$ für gasförmige Elemente mit derselben Größe ihrer Verbindungen im gasförmigen Zustand vergleicht (z. B. H_2, N_2, Cl_2 usw. mit NH_3, HCl, HBr, HJ, H_2S, N_2O, H_2O usw.), so zeigt es sich, daß $n - 1$ der Verbindung durchaus nicht denselben Größen der Bestandteile gleich ist. Dieses bestätigten besonders die Versuche von C. und M. Cuthbertson (1913) mit NO_2 und N_2O_4; die Rechnung ergibt für NO_2 die Zahl 0,000420, die um 21 Proz. geringer ist als der beobachtete Wert 0,000509.

Cuthbertson und Metcalfe bestimmten n auch für die Dämpfe von S, P, As, Se, Te und der Metalle K, Zn, Cd, Hg. Jones und Partington (1915) berechneten $n - 1$ für verschiedene Gase (Elemente und Verbindungen, wie CO_2, SO_2, H_2S, N_2O, NH_3, C_2N_2, CH_4, C_2H_6, C_2H_4, C_2H_2, HCl) unter der Voraussetzung, daß sie sich wie ideale Gase verhalten. Sie gingen aus von der van der Waalsschen Gleichung (Bd. I, Abt. 2, S. 33), wie sie von D. Berthelot verändert ist. Die Additionsmöglichkeit der Größen $n - 1$ trifft auch bei den „idealen" Brechungskoeffizienten lange nicht zu.

Ramsay und Travers (1898) untersuchten Mischungen von Gasen und fanden, daß n für Mischungen nicht den Wert hat, der sich aus der prozentualen Zusammensetzung auf Grund der Mischungsregel ergibt; die Abweichungen sind im allgemeinen nicht groß, aber z. B. für die Mischung von H_2 und He erwiesen sie sich als sehr be-

deutend. Ferner haben Cunaeus (1900), Gerrits (1904) und Valentiner und Zimmer (1913) Mischungen untersucht. Letztere fanden für die Mischung Helium-Neon-Wasserstoff volle Übereinstimmung der beobachteten und den nach der Mischungsregel berechneten Werten. Für die Mischungen $CO_2 + H_2$ war der beobachtete Wert nur wenig kleiner als der berechnete. Die Abhängigkeit der Größe n von Druck und Temperatur besprechen wir im nächsten Paragraphen.

§ 6. Abhängigkeit des Brechungsquotienten vom Zustande der gegebenen Substanz. Nachdem wir im vorhergehenden die Methoden zur Bestimmung des Brechungsquotienten kennen gelernt haben, wollen wir jetzt die erhaltenen Messungsresultate selbst betrachten. Der (absolute) Brechungsquotient hängt von der Art der isotropen Substanz, ihrem physikalischen Zustande (Druck und Temperatur) und außerdem von der Strahlenart, d. h. von der Wellenlänge λ der betreffenden Strahlen im Vakuum ab. Die letztere Abhängigkeit ruft die große Gruppe der Dispersionserscheinungen hervor, welche im folgenden Kapitel betrachtet werden soll. Hier wollen wir nur die Abhängigkeit der Größe n von den Eigenschaften der brechenden Substanz für einen gegebenen Strahl untersuchen.

Die Körper mit der größeren Dichte d haben im allgemeinen auch den größeren Brechungsquotienten n. Man findet indes auch starke Abweichungen von obiger Regel, wie aus folgenden Zahlen ersichtlich ist:

Substanz	d	n
Chinolin	1,0947	1,6094
Propyljodid	1,7427	1,5008
Jodbenzol.	1,8300	1,6124
Methyljodid.	2,2582	1,5243

Um den Zusammenhang zwischen dem Brechungsquotienten n und der variablen Dichte d der gegebenen Substanz darzustellen, sind drei Hauptformeln vorgeschlagen worden:

$$p_1 = \frac{n-1}{d} = Const. \qquad (2)$$

$$p_2 = \frac{n^2-1}{d} = Const. \qquad (3)$$

$$p_3 = \frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d} = Const. \qquad (4)$$

Außer diesen sind noch verschiedene andere Formeln vorgeschlagen worden, z. B. $\frac{\sqrt{n-1}}{d} = Const.$, $(n-1)\,n\,d = Const.$ usw.

Die zweite der obigen Formeln ($p_2 = Const.$) stammt von Newton; Laplace hat sie strenger aus der Emanationstheorie abgeleitet. Die erste Formel ($p_1 = Const.$) haben zuerst Gladstone und Dale als eine empirische aufgestellt; die dritte Formel endlich ($p_3 = Const.$) ist fast gleichzeitig von L. Lorenz (in Kopenhagen) und H. A. Lorentz (in Leyden) auf ganz verschiedenen Wegen gefunden worden; letzterer leitete sie aus der elektromagnetischen Lichttheorie, ersterer aus einer eigenartigen Annahme über die Ausbreitung der strahlenden Energie im Innern der Materie ab. Nach beiden Theorien stellt die Größe $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ das Verhältnis der wirklichen zur scheinbaren Raumerfüllung des Körpers vom Brechungsexponenten n für sehr lange Wellen unter der Voraussetzung kugelförmiger kleinster Teile dar.

O. Wiener (1912) hat die Grundlagen geprüft, auf denen die Lorenz-Lorentzsche Formel beruht. Hierbei findet er eine Größe u, die er die Formzahl nennt, aus deren Größe sich gewisse Schlüsse auf die Gestalt der Molekeln ziehen lassen. An Stelle der Lorenz-Lorentzschen Formel setzt er:

$$\frac{n^2-1}{n^2+u}\cdot\frac{1}{d} = Const. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4,a)$$

Die Formzahl u tritt also an Stelle der ursprünglichen 2. $u = 2$ würde bedeuten, daß die Molekeln der betreffenden Substanz reine Kugelform besitzen, während $u > 2$ den Grad der Abweichung von der Kugelform erkennen lassen.

Die drei obigen Gesetze sind für Gase fast identisch, da man wegen der Kleinheit von $n - 1$ für Gase $p_2 = 2\,p_1$ setzen kann. Ferner läßt sich leicht zeigen, daß für Gase $p_3 = \frac{2}{3}\,p_1$ ist; es muß daher die Konstanz der einen von den Größen p auch die Konstanz der entsprechenden anderen nach sich ziehen, d. h. die Abweichungen von jener Konstanz müssen wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler unmerklich bleiben.

Mascart, Chappuis und Rivière, Carnazzi und in letzterer Zeit Gale (1902) haben den Einfluß des Druckes auf die Größe n für verschiedene Gase untersucht. Gale findet, daß die Größen p bis zu 20 Atm. wirklich konstant bleiben. Um die drei Formeln an der Hand der Erfahrung vergleichen zu können, untersuchte Magri (1905) das Brechungsvermögen und die Dichte der Luft zwischen 1 bis 200 Atm. Seine Resultate sprechen entschieden dafür, daß die Lorenz-Lorentzsche Formel besser als die anderen sich der Erfahrung anschmiegt, ein Ergebnis, das durch ältere Beobachtungen von Lorenz und Prytz bestätigt wird.

Den Einfluß der Temperatur auf das Brechungsvermögen der Gase haben Biot und Arago, v. Lang, Benoit (1889), Walker (1903),

Scheel (1907), Ayres (1913) u. a. untersucht. Auf Grund einer theoretischen Betrachtung vermutet U. Smith (1912), daß der Brechungsexponent bei der kritischen Temperatur für alle Gase gleich 1,126 sei. Die im Zusammenhang mit der Lichtbrechung der Gase stehenden Fragen sind eingehend behandelt in St. Loria: Die Lichtbrechung in Gasen als physikalisches und chemisches Problem. Braunschweig 1914.

V. v. Lang hat für Luft die folgende Beziehung zwischen der Größe n und der Temperatur aufgestellt:

$$n_t = n_0 - 0{,}0^6 905\, t + 0{,}0^8 235\, t^2.$$

Scheel hat die Versuche auf tiefe Temperaturen (— 190°) ausgedehnt; Ayres hat die Refraktion der Gase bei verschiedenen Temperaturen (0°, — 78,3°, — 189,0°) zwischen 10 und 300 cm Quecksilberdruck gemessen. Die Formeln (2) und (4) gaben die Resultate gleich gut wieder. Das vorliegende Beobachtungsmaterial läßt noch keine Entscheidung zu, ob der Brechungsexponent der Gase sich mit der Temperatur nur deswegen ändert, weil die Dichte von der Temperatur abhängig ist, oder ob außerdem noch eine unmittelbare Beziehung zwischen n und t besteht.

Vergleicht man die Werte von n für eine und dieselbe Substanz im flüssigen und gasförmigen Zustande, so findet man, daß die Formel $p_3 = Const.$ den Beobachtungen unvergleichlich besser entspricht, als die beiden anderen Formeln. Lorentz und Prytz haben dies für 17 Substanzen gezeigt, von denen einige Beispiele folgen mögen:

Substanz	$\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}$		$\frac{n-1}{d}$	
	Flüssigkeit	Dampf	Flüssigkeit	Dampf
Wasser	0,2061	0,2068	0,3246	0,3102
CS_2	0,2805	0,2898	0,4645	0,4347
Äthylalkohol	0,2804	0,2825	0,4438	0,4238
Äthyläther	0,3026	0,3068	0,4800	0,4602

Havelock (1910) meinte, die Differenz der Größen $\frac{d}{n-1}$ für verschiedene Zustände eines Stoffes sei unabhängig von der Wellenlänge.

Sehr bemerkenswerte Tatsachen haben Liveing und Dewar gefunden. Für flüssigen Sauerstoff ist $n = 1{,}222$ (für grüne Strahlen); das gibt $p_3 = 0{,}1242$, während für gasförmigen Sauerstoff $p_3 = 0{,}1263$ ist.

Augustin (1915) hat die Wienersche Formzahl u (Formel (4, a)] für Wasserstoff und Stickstoff bestimmt, indem er n und d für diese beiden Substanzen im gasförmigen und flüssigen Zustand maß. Für Wasserstoff erhielt er $u = 2{,}00$ und für Stickstoff $u = 2{,}12$. Die

Wasserstoffmolekeln verhalten sich somit so, als ob ihre Gestalt kugelförmig, die Stickstoffmolekeln so, als ob ihre Gestalt nahezu kugelförmig wären.

Ändert sich jedoch die Dichte d einer gegebenen Flüssigkeit infolge einer Änderung von Temperatur oder Druck, so findet man, daß die erste Formel ($p_1 = Const.$) am besten mit den Beobachtungsresultaten übereinstimmt.

Die Dichte d des Wassers hat bei 4° ein Maximum; hierfür stimmt keine einzige von unseren Formeln, denn n hat bei 4° kein Maximum, sondern fährt bei Temperaturerniedrigung fort zuzunehmen, wie dies Jamin (1856), Rühlmann, Walter, Gladstone und Dale und endlich Conroy (1896) gezeigt haben. Die Ableitung $\frac{dn}{dt}$ aber erfährt für Wasser bei 4° offenbar eine plötzliche Änderung.

Pulfrich hat gefunden, daß n für unterkühltes Wasser ein Maximum bei — 1,5° hat.

Flatow (1903) bestimmte n für Wasser, für eine große Zahl sichtbarer und ultravioletter Strahlen (bis $\lambda = 0{,}214\,\mu$), bei Temperaturen zwischen 0° und 80°, desgleichen für Schwefelkohlenstoff zwischen — 10° und + 40°. Es zeigte sich, daß keine der Formeln $p_1 = Const.$ und $p_3 = Const.$ durch seine Messungen bestätigt wurde. Dasselbe fand Falk (1909) für eine Reihe organischer Flüssigkeiten.

Pockels (1902) hat verschiedene Glassorten (von Schott in Jena) untersucht und dabei gefunden, daß bei Änderung von d infolge allseitigen Drucks keine der drei obigen Formeln dem wirklichen Zusammenhange zwischen n und d entspricht.

Da n jedenfalls von der Strahlenart, also von der Wellenlänge λ abhängt, so hat man die Frage aufgeworfen, ob nicht p_1, p_2 bzw. p_3 für $\lambda = \infty$ konstant wird. Wir werden im folgenden Kapitel sehen, daß für einige Substanzen in gewissen Grenzen die Formel von Cauchy gilt, in welcher die Abhängigkeit der Größe n von λ folgendermaßen ausgedrückt ist:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

Bestimmt man n jedesmal für mehrere Strahlen, deren Wellenlängen λ bekannt sind, so kann man A, d. h. den Grenzwert des Brechungsquotienten, für eine unendlich zunehmende Wellenlänge finden. Dadurch, daß man dieses A an Stelle von n in eine der Formeln (2), (3) oder (4) einsetzte, hoffte man, sie in bessere Übereinstimmung mit den Versuchen zu bringen; die Versuche von Wüllner haben aber gezeigt, daß sich auch die Größe $\frac{A-1}{d}$ mit der Temperatur ändert.

Rühlmann hat ebenfalls gefunden, daß sich das Verhältnis $(A - 1):d$ für Wasser bei zunehmender Temperatur verkleinert.

Die Versuche, welche man angestellt hat, um die Abhängigkeit des Brechungsquotienten vom Zustande der Substanz durch andere Formeln auszudrücken, haben ebenfalls zu keinem befriedigenden Resultate geführt. Hierher gehört die Formel von Johst, welcher n in der Formel (2) $p_1 = Const.$ durch $\sqrt{n}$ ersetzte, und die erste Formel von Ketteler, welcher im Ausdrucke $p_3 = Const.$ die Zahl 2 im Nenner durch die unbestimmt gelassene Zahl x ersetzte, welche dann für jede einzelne Substanz empirisch zu bestimmen war. Später hat Ketteler auf theoretischem Wege die viel verwickeltere Formel

$$(n^2 - 1)(v - \beta) = C(1 - \alpha e^{-kt})$$

abgeleitet, in welcher $v = 1 : d$ das spezifische Volumen der Substanz, t die Temperatur, β, C, α und k Konstante bedeuten, wobei β denjenigen Teil des Volumens v darstellt, welcher tatsächlich von Materie erfüllt ist. Ketteler hat gezeigt, daß seine Formel den Beobachtungen in befriedigender Weise für Wasser, Alkohol und Schwefelkohlenstoff entspricht.

Die Abhängigkeit des Brechungsquotienten n von der Temperatur t für verschiedene Substanzen ist von vielen Beobachtern, und zwar durch verschiedene empirische Formeln ausgedrückt worden. So fand beispielsweise Jamin für Wasser die Formel

$$n_t = n_0 - 0{,}0^4 12573\, t - 0{,}0^6 1929\, t^2.$$

Für feste Körper ist der Einfluß, den eine Temperaturänderung auf ihren Brechungsquotienten ausübt, überhaupt geringer als der Einfluß eben jener Größe auf ihre Dichte. Von einer Konstanz der Größe $p_1 = (n - 1) : d$ kann daher nicht die Rede sein. Die Versuche von Fizeau haben gezeigt, daß sich n für viele feste Körper mit Zunahme der Temperatur t vergrößert; hierher gehören viele Glassorten, Diamant, Topas, Kalkspat usw.

Für Crownglas hängt n nur in sehr geringem Maße von der Temperatur ab, und für einige Substanzen, wie z. B. Flußspat und viele kristallinische Substanzen, nimmt n bei Temperaturzunahme sogar ab.

Pulfrich hat verschiedene Glassorten untersucht und zuerst die scheinbaren Anomalien erklärt, indem er zeigte, daß sich der Brechungsquotient n bei Zunahme von t aus zweierlei Gründen ändert: erstens nimmt d ab und gleichzeitig vermindert sich n; zweitens nimmt die Absorption der Strahlen im violetten und ultravioletten Teile des Spektrums zu und hierdurch vergrößert sich, wie wir sehen werden, die Größe von n in dem übrigen sichtbaren Teile des Spektrums. Je nachdem die eine oder andere Ursache überwiegt, beobachtet man die eine oder andere Änderung von n. Vogel, Dufet, Reed, Micheli und andere haben ebenfalls den Zusammenhang zwischen n und t für feste Körper untersucht.

Damien verglich die Werte von n für Substanzen im festen und flüssigen (unterkühlten) Zustande bei ein und derselben Temperatur, wobei er unter anderen das bemerkenswerte Resultat erhielt, daß die Größe $\frac{A-1}{d}$ den gleichen Zahlenwert für festen und flüssigen Phosphor hat.

Liebreich (1911) untersuchte den Einfluß der Temperatur auf n im Gebiet der infraroten Strahlen (bis 9μ) für Flußspat, Steinsalz und Sylvin. Bei bestimmten λ fand er ein Minimum des Temperaturkoeffizienten.

§ 7. Lichtbrechungsvermögen von Mischungen und Lösungen. Die Abhängigkeit des Brechungsquotienten N verschiedener Mischungen von den Brechungsquotienten n_i ihrer Bestandteile und ihren relativen Mengen hat man durch eine der folgenden Formeln

$$P\frac{N-1}{D} = \sum P_i \frac{n_i - 1}{d_i} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

$$P\frac{N^2-1}{D} = \sum P_i \frac{n_i^2 - 1}{d_i} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

$$P\frac{N^2-1}{N^2+2}\cdot\frac{1}{D} = \sum P_i \frac{n_i^2 - 1}{n_i^2+2}\cdot\frac{1}{d_i} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

ausgedrückt, wobei man annahm, das Lichtbrechungsvermögen von Mischungen sei eine additive Eigenschaft (Bd. I, Abt. 1, S. 50) und als Maß dieses Brechungsvermögens eine der Größen p_1, p_2 oder p_3 gelten ließ. P_i bedeutet die Gewichtsmenge desjenigen Teils der Mischung, auf welchen sich die Größen n_i und d_i beziehen; P ist das Gewicht der Mischung ($P = \sum P_i$) und D ihre Dichte.

Als erster hat sich mit dieser Frage Hoek beschäftigt, welcher, wie auch Schrauf, die Formel (6) benutzte. Später hat Landolt gezeigt, daß für verschiedene Alkohol- und Säuremischungen die Formel (5) benutzt werden kann. Wüllner hat Mischungen aus Wasser und Glycerin, sowie aus Alkohol und Schwefelkohlenstoff untersucht; er fand, daß Formel (5) für N Werte gibt, welche von den direkt beobachteten Größen Abweichungen zeigen, die weit über die unvermeidlichen Beobachtungsfehler hinausgehen. Das gleiche Resultat ergaben auch die Untersuchungen von Schütt an Mischungen aus Bromäthylen und Propylalkohol, wobei sich herausstellte, daß Formel (7) mit den Beobachtungen weit besser stimmt, als Formel (5).

Andrews (1908) fand für Mischungen aus Wasser und Alkohol bei 25° ein Maximum $n = 1{,}363\,315$, wenn die Mischung 20,7 Proz. Wasser enthält; das entspricht der Formel $3\,C_2H_6O + 2\,H_2O$.

Eine sehr wichtige Korrektion an der Formel (5) ist von Pulfrich angebracht worden, welcher die Kontraktion in Betracht zog, die beim

Mischen von Flüssigkeiten auftritt. Sind v_1 und v_2 die Volumina der zu mischenden Flüssigkeiten, V das Volumen der Mischung, so ist

$$c = \frac{v_1 + v_2 - V}{v_1 + v_2}$$

der sogenannte Kontraktionskoeffizient. Pulfrich berechnete die Größe R_v nach der Formel

$$R_v = \frac{(n_1 - 1)\, v_1 + (n_2 - 1)\, v_2}{v_1 - v_2}$$

und fand, daß sie sich von der durch Beobachtung gefundenen Größe $R = N - 1$ unterscheidet. Man erhält somit eine gewisse Größe

$$k = \frac{R - R_v}{R},$$

welche dem Koeffizienten c gewissermaßen analog ist. Pulfrich fand, daß k der Größe c proportional sei; setzt man demgemäß $k = \alpha c$, so erhält man den Ausdruck

$$(N - 1)\, V \frac{1 - \alpha c}{1 - c} = (n_1 - 1)\, v_1 + (n_2 - 1)\, v_2$$

oder nach Einführung der Gewichte

$$P \frac{N - 1}{D} \cdot \frac{1 - \alpha c}{1 - c} = P_1 \frac{n_1 - 1}{d_1} + P_2 \frac{n_2 - 1}{d_2} \quad \ldots . \quad (8)$$

Diese Formel stimmt mit den Beobachtungen besser als die Formel (5). Für den Fall, daß c negativ ist (Alkohol und CS_2), erhält man auch ein negatives k.

Die Formel von Pulfrich prüften Buchkremer (1890), Schütt (1892), Zitowitsch (1904) und besonders Hess (1908), welcher der Formel folgende Gestalt gab. Es bedeute R eine der drei Größen $n - 1$, $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ oder $n^2 - 1$, die experimentell gefunden werden, und R_0 sei derjenige Wert, der für sie nach der Mischungsregel berechnet wird. Ferner sei D die beobachtete, D_0 die nach derselben Regel berechnete Dichte der Mischung. Schütt schreibt

$$\frac{R - R_0}{R} = q \frac{D - D_0}{D} \quad \ldots \ldots \ldots . \quad (8, \text{a})$$

Hier ist q ein Proportionalitätsfaktor, dessen spezielle Werte für die drei verschiedenen R Schütt mit α, β und γ bezeichnet. Er untersuchte die Mischungen: Alkohol–CS_2, Benzol–Essigsäure, Wasser–Essigsäure, Wasser–Alkohol, Terpentinöl–Benzol, Wasser–gesättigte Salmiaklösung in Wasser, Wasser–Lösung von $CaCl_2$. Es ergab sich, daß alle drei Größen α, β und γ gleiche Eigenschaften haben, obgleich sie natürlich zahlenmäßig vollständig verschieden sind; und zwar: die

Größe q (d. h. α, β oder γ) ist konstant für eine gegebene Art der Mischung, d. h. unabhängig von ihrer prozentualen Zusammensetzung; sie hängt äußerst wenig von der Temperatur und wenig von der Wellenlänge λ des Strahles ab; die Formel ermöglicht es, n zu berechnen für die Mischungen einer Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen. Weitere Untersuchungen wurden von sehr vielen Forschern ausgeführt; die Literatur dieser Frage findet man in Zusammenstellungen von Rudorf (1910) und Chéneveau (1907). Wir wollen uns hier auf wenige Hinweise beschränken.

Doroschewski und Dworantschik (1908) untersuchten die Mischungen von Wasser mit verschiedenen Alkoholen; es zeigte sich, daß die Formel (8, a) ganz genau zutrifft, wenn man setzt $R = n - 1$ ($q = a$); später (1909) fanden sie, daß β und γ ebenfalls konstant sind. Zu einem anderen Ergebnis kommt Hubbard (1910), der in vielen Fällen einen Widerspruch mit der Formel (8, a) findet. Zu ebensolchem negativen Ergebnis kam auch Schwers (1910). Sehr umfangreiche Untersuchungen von Lösungen hat Chéneveau (1904—1914) ausgeführt. Er führt die Größe $k = \triangle : c$ ein, wo $\triangle$ eine der beiden Größen $n - 1$ oder $(n^2 - 1) : (n^2 + 2)$ und c die Konzentration in Grammen pro Liter bedeutet; die Größe k nennt er die optische Konstante des gelösten Stoffes und untersucht ihre Abhängigkeit von der Temperatur, von der Zusammensetzung der Lösung und vom Lösungsmittel. Chéneveau hat auch eine Theorie der Frage der Lichtbrechung in Lösungen entwickelt. Er untersuchte n auch für Wasser (1913), das er als eine Lösung von Eis in reinem H_2O betrachtete (Bd. I, Abt. 2, S. 147) und fand Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit der Theorie. 1913 erschien sein Buch „Les propriétés optiques des solutions".

Für Gemische von Gasen kann n, wie die Beobachtungen von Rentschler (1908) an Luft und die von Ramsay und Travers (1887) an Luft und den Mischungen von $He + H_2$ und $O_2 + CO_2$ zeigten, ebenfalls nicht nach der Mischungsregel berechnet werden. Neue Messungen von Cuthbertson (1909) ergaben indessen, für Luft: $n = 1{,}000\,293\,78$, und berechnet $n = 1{,}000\,293\,6$.

Nichtwässerige Lösungen untersuchten Walden (1907) u. a.

Für wässerige Salzlösungen kann man n durch eine empirische Formel von der Form

$$n = n_0 + ap + bp^2 + cp^3$$

ausdrücken, wo n_0 der Brechungsquotient des reinen Wassers, p die Gewichtsmenge des in 100 Tln. Wasser enthaltenen Salzes ist. Beer und Kremers, Hofmann und Börner haben die Zahlenwerte der Größen a, b und c für verschiedene Lösungen bestimmt.

Walter (1898) schlug eine einfachere Formel vor: $n = n_0 + aP$, wo P das Gewicht des Salzes in 100 Tln. der Lösung bedeutet.

Wallot (1903) und Chéneveau (1904) fanden, daß die Formel von Walter nicht richtig sei. Chéneveau und v. Aubel untersuchten theoretisch in einer Reihe von Arbeiten die Strahlenbrechung in Lösungen. Chéneveau fand, daß die Größe $n - n_e$ proportional der Konzentration sei, wobei n_e der Brechungskoeffizient des Lösungsmittels in der Lösung ist, der aus den Formeln (5) und (7) berechnet wird.

§ 8. Molekular- und Atomrefraktion. Der beobachtete Wert der Refraktion einer Verbindung ist in keinem Fall gleich der Summe der entsprechenden Refraktionen ihrer Bestandteile. Besonders sorgfältig hat hieraufhin, wie bereits erwähnt (S. 222), C. und M. Cuthbertson (1913) N_2, O_2, NO_2 und N_2O_4 untersucht. Dasselbe ergibt sich bei anderen Verbindungen (vgl. Loria: Die Lichtbrechung in Gasen 1914, S. 76).

Namentlich bei organischen Verbindungen hat man eine gewisse Regelmäßigkeit in der Brechung einer Verbindung, verglichen mit den n der Bestandteile gefunden. Das Produkt aus einer der drei Größen p (S. 223) und dem Molekulargewicht der Verbindung heißt die Molekularrefraktion oder das molekulare Brechungsvermögen. Die Untersuchungen von Landolt, Schrauf, Brühl, Kanonnikow und anderen haben nun gezeigt, daß man jedem Element eine gewisse bestimmte Atomrefraktion zuschreiben kann, derart, daß das molekulare Brechungsvermögen einer chemischen Verbindung gleich der Summe der Atomrefraktionen ihrer Bestandteile wird. Zu beachten ist jedoch, daß erstens eine gewisse Willkürlichkeit bei der Festlegung der Werte für die Atomrefraktionen nicht zu vermeiden ist, daß zweitens die Atomrefraktion für einige Substanzen von der Zahl der Bindungen des Atoms in der Molekel abhängt, und drittens, daß obige Regel bei weitem nicht in allen Fällen richtig ist.

Aus der Regel folgt, daß für isomere Substanzen die Größe p ein und denselben Zahlenwert haben muß. Dies bestätigt sich auch wirklich für viele derartige Substanzen. So hat z. B. Landolt, indem er die Brechung auf das Glied A der Cauchyschen Formel (S. 226) bezog, folgende Werte gefunden:

		$\frac{A-1}{d}$
$C_3H_6O_2$	Propionsäure	0,3785
	Essigsaures Methyl	0,3889
	Ameisensaures Methyl	0,3866

Ähnliche Resultate haben Brühl, Kanonnikow und andere gefunden. Ein Beispiel für Polymerien nach Landolt ist

		$\frac{A-1}{d}$	$\frac{A-1}{d}M$
C_3H_6O	Aceton	0,4405	25,55
$C_6H_{12}O_2$	Capronsäure	0,4359	50,56

Hier bedeutet M das Molekulargewicht, welches im zweiten Falle doppelt so groß ist, als im ersten.

Nimmt man die Größe

$$r = M\frac{n-1}{d}$$

als Maß des Brechungsvermögens an, so hat man nach Hagen für die Atomrefraktion folgende Zahlen anzunehmen:

H 1,3, Br 15,3, O 3, C 5, Cl 9,8, J 26, S 16, N 4,1.

Berechnet man hieraus das molekulare Brechungsvermögen, so erhält man für r folgende Werte:

Substanz	r	
	Beobachtet	Berechnet
Methylalkohol	13,17	13,20
Äthylalkohol	20,70	20,80
Propylalkohol	28,30	28,40
Butylalkohol	36,11	36,00
Aldehyd	18,58	18,20
Äther	36,26	36,00
Glycerin	34,32	34,40
Milchsäure	31,81	31,80
Wasser	5,96	6,12

Von vielen Seiten ist gefunden worden, daß die obige Regel besser bestätigt wird, wenn man als Maß der Brechungsfähigkeit den Ausdruck p_3 annimmt, das molekulare Brechungsvermögen also durch die Größe

$$R = \frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{M}{d}$$

mißt, wo M das Molekulargewicht ist. Man findet dann als Atomrefraktionen für gelbe (Na) und rote (H) Strahlen nach Conrady:

Substanz	Gelber Strahl	Roter Strahl	Substanz	Gelber Strahl	Roter Strahl
H	1,051	1,103	O^2	1,683	1,655
Cl	5,998	6,014	O''	2,287	2,328
Br	8,927	8,863	C^0	2,592	—
J	14,12	13,808	C'	2,501	2,365
O'	1,521	1,506	=	1,707	1,836

Hier bezieht sich O' auf den Sauerstoff im Hydroxyl, O'' auf den Äthersauerstoff, der an zwei Atome Kohlenstoff gebunden ist, O^2 auf den Aldehydsauerstoff, C' auf das in der fortlaufenden Kette befindliche Atom, C^0 auf das einzeln stehende Kohlenstoffatom. Die Zahlen 1,707

oder 1,836 müssen für jede doppelte Bindung der Kohlenstoffatome im Molekül hinzugefügt werden. Wählen wir zwei Beispiele. Für Benzol (C_6H_6) und den roten Strahl ist

6 C′	2,365 × 6 =	14,190
6 H	1,103 × 6 =	6,618
3 Doppelbindungen . . .	1,836 × 3 =	5,508
	=	26,32

Die Versuche ergeben $n = 1{,}4967$, $d = 0{,}8799$, $M = 78$ und folglich $R = 25{,}93$.

Für Aceton $CO(CH_3)_2$ und den gelben Strahl ist $3\,C' + 6\,H + O''$ $= 16{,}10$; die Beobachtung gibt $R = 16{,}09$.

Von Wichtigkeit ist die Bemerkung, daß man für freien H und freies Cl unmittelbar das Atombrechungsvermögen 1,05 und 5,78 erhält, was mit den angeführten Zahlen in guter Übereinstimmung steht.

Für flüssigen Wasserstoff findet Augustin (1913) 1,10924 ($\lambda = 0{,}6563\,\mu$) und 1,11262 ($\lambda = 0{,}4047$). Die Werte weichen nur unbeträchtlich von denen von Meissner (1913) ab.

Liveing und Dewar haben für flüssigen Stickstoff bei -190^0 die Dichte $d = 0{,}89$ und $n = 1{,}2053$ gefunden. Dies gibt $R = 2{,}063$.

Brühl findet für freien gasförmigen Stickstoff $R = 2{,}21$ und als Atomrefraktion des Stickstoffs, wie er in den verschiedenen Verbindungen auftritt, Werte von 2,27 bis 2,50.

Für flüssigen Sauerstoff fanden Liveing und Dewar $n = 1{,}2236$, Olszewski und Witkowski $n = 1{,}2227$ (für den gelben Strahl).

Eisenlohr (1910) bestimmte von neuem sorgfältig die Atomrefraktion von C, H, O′, O″, O^2, Cl, Br, J, der Gruppe CH_2, von Äthylen- und Acetylenverbindungen, und zwar für die drei Wasserstoffstrahlen H_α, H_β, H_γ und den gelben Strahl D. Für letzteren ergaben sich z. B. folgende Zahlen

C	H	O′	O″	O²	Cl	Br	J
2,418	1,100	1,525	2,211	1,643	5,967	8,865	13,900.

Berücksichtigt man, daß die von verschiedenen Forschern aufgestellten Worte der Atomrefraktion vielfach bereits in der ersten Dezimale abweichen und ferner, daß für die Refraktionsäquivalente die verschiedensten Werte aufgestellt worden sind, z. B. für N 16 verschiedene Werte, berücksichtigt man schließlich, daß in vielen Fällen die aus den Atomrefraktionen berechneten Werte der Molekularrefraktion mit den direkt gemessenen nur schlecht übereinstimmen, so wird man zu dem Ergebnis kommen, daß von einer wirklichen Atomrefraktion,

der irgendwelche physikalisch-chemische Bedeutung zukommt, nicht die Rede sein kann.

Eine sehr eingehende Besprechung aller auf die Molekularrefraktion bezüglicher Fragen findet man in dem Bericht von Rudorf: Jahrb. f. Radio. und Elektro. I, 38, 1910.

Hallwachs (1894) und später Chéneveau (1907) haben bei der Untersuchung einer großen Anzahl konzentrierter Lösungen gefunden, daß konstitutive Änderungen, wie Auflösen und Ionisation Dichte und Lichtbrechung gleichmäßig in der Weise beeinflussen, daß die Refraktionsäquivalente ungeändert bleiben. Heydweiller (1913) und seine Schüler haben die Brechung einer großen Anzahl von Salzlösungen verschiedener Konzentration untersucht und hieraus für molare Konzentrationen m den Brechungsexponenten n (für die D-Linie) und ferner ihren auf 1 g-Äquivalent bezogenen prozentischen Unterschied Δ_n gegen den n_0 in reinem Wasser gleicher Temperatur

$$\Delta_n = 100 \frac{n - n_0}{m\, n_0}$$

berechnet. Es zeigte sich, daß die Werte von Δ_n lineare Funktionen des Dissoziationsgrades sind und sich darstellen lassen durch die Formel

$$\Delta_n = A_n i + B_n (1 - i),$$

wobei A_n den Wert von Δ_n für eine normale Ionenlösung, B_n den Wert für eine Normallösung unzersetzter Molekeln bezeichnet. Für die Werte A_n gilt das Gesetz der Additivität, d. h. es läßt sich die Konstante als die Summe von zwei Konstanten sogenannter Ionenmoduln darstellen, von denen die eine für das Kation, die andere für das Anion gilt. Die Versuche werden durch die Lorenz-Lorentzsche Formel ganz wiedergegeben und mit Hilfe derselben die Ionenvolumina bzw. Ionenradien berechnet. Dieselben stimmen gut mit den von Landé (1920) und Born (1920) auf ganz anderem Wege bestimmten Ionenradien überein.

Le Blanc und Rohland haben den Einfluß der Dissoziation in schwachen Lösungen auf den Brechungsquotienten untersucht. Sie fanden unter anderem, daß das freie Wasserstoffion in der Lösung ein größeres Brechungsvermögen hat, als der Wasserstoff in der nicht dissoziierten Molekel.

§ 9. Lichtbrechung in Metallen. Kundt hat (1888) zuerst den Brechungsquotienten n der Lichtstrahlen in Metallen bestimmt. Es gelang ihm sehr dünne keilförmige Plättchen aus Ag, Au, Cu, Fe, Ni, Pt und Bi herzustellen, deren brechender Winkel A zwischen 11″ und 51″ schwankte. Beim senkrechten Einfall der Strahlen kann man n nach der Formel, vgl. (21), S. 153,

$$n = \frac{\varepsilon + A}{A}$$

berechnen, wo ε die Ablenkung des Strahls bei seinem Durchgange durch das Prisma ist. Trifft ein Strahl das Prisma unter dem Winkel φ, so wird n für Metalle durch eine recht verwickelte Formel ausgedrückt, welche indes in der Mehrzahl der Fälle durch die einfachere

$$n = \frac{\varepsilon + A}{A} \cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ersetzt werden kann.

Kundt hat n für drei Strahlensorten bestimmt, und zwar für einen roten, gelben und blauen Strahl. Seine ersten Messungen führten zu folgenden Werten:

Substanz	Roter Strahl n	Gelber Strahl n	Blauer Strahl n
Silber	—	**0,27**	—
Gold	**0,38**	**0,58**	1,00
Kupfer	**0,45**	**0,65**	**0,95**
Platin	1,76	1,64	1,44
Eisen	1,81	1,73	1,52
Nickel	2,17	2,01	1,85
Wismut	2,61	2,26	2,13

Bei diesen Zahlen überrascht am meisten, daß für Ag, Au und Cu der Koeffizient $n < 1$ ist. Danach könnte man glauben, daß in Ag, Au und Cu ein Lichtstrahl sich schneller ausbreitet als im leeren Raum; die Theorie zeigt, daß dieser Schluß nicht richtig ist.

Ferner sehen wir, daß im Pt, Fe, Ni und Bi der Brechungsquotient n für blaue Strahlen kleiner ist als für rote, so daß also letztere stärker als die blauen gebrochen werden. Wir haben es hier mit anomaler Dispersion zu tun, von der im folgenden Kapitel die Rede sein soll. Setzt man für die Lichtgeschwindigkeit im Ag die Zahl 100, so erhält man für die anderen Metalle folgende Zahlen:

Ag	Au	Cu	Pt	Fe	Ni	Bi
100	71	60	15,3	14,9	12,4	10,3

Diese Zahlen entsprechen angenähert den relativen Werten der elektrischen Leitfähigkeit r für dieselben Metalle; eine Ausnahme bildet das Bi, für welches r kleiner als 10 ist, und das Cu, für welches es nahe gleich 100 ist. Man darf jedoch nicht vergessen, daß die geringste Verunreinigung den Wert von r für Kupfer beträchtlich vermindert; was das Wismut betrifft, so bestand das Kundtsche Prisma aus nichtkristallinischer Substanz, während man r gewöhnlich für kristallinisches Bi bestimmt. Gegen die Richtigkeit der oben angegebenen Brechungsexponenten bestehen ernstliche Bedenken, da die optischen Konstanten von der Dicke abhängen und die Prismenmethode erst bei viel größeren Prismenwinkeln, also größerer mittlerer Dicke der Schichten, die wahren Werte der Konstanten liefert. In der Tat hat H. Fritze (1915) durch gleichzeitige Anwendung der Kundtschen Prismenmethode und Messung

von n nach einem einwandfreien Verfahren bei einem und demselben Prisma von Silber bzw. Kupfer nachweisen können, daß die erstere nicht den richtigen Wert für den Brechungsexponenten liefert.

In einer zweiten Arbeit hat Kundt die Einwirkung der Temperatur auf den Brechungsquotienten n der Metalle untersucht. Er fand, daß n mit Zunahme der Temperatur schnell anwächst. Dagegen haben spätere Untersuchungen von Pflüger (Ni, Au und Fe zwischen 20° und 100°), Sissingh (Fe), Drude (Au, Ag, Pt bis 200°), Zeeman (Pt bis 800°) und Königsberger (Au, Ag, Fe, Ni bis 360° und Pt bis 800°) gezeigt, daß n für Metalle von der Temperatur unabhängig ist.

Theoretische Untersuchungen von Voigt, Drude und anderen haben gezeigt, daß sich n für Metalle aus der Reflexion berechnen läßt, welche die Strahlen an der Oberfläche jener Metalle erfahren. In der Lehre von der Polarisation der Strahlen werden wir folgende beiden Größen kennen lernen: den Haupteinfallswinkel Φ (Winkel des Maximums der Polarisation) und das Hauptazimut α; diese beiden Winkel können durch unmittelbare Beobachtung gefunden werden. Die Theorie lehrt, daß die vier Größen Φ, α, n und der Absorptionskoeffizient k durch zwei Gleichungen miteinander verknüpft sind. Auf diese Weise läßt sich n berechnen, sobald Φ und α durch Beobachtung gefunden sind. Die genauen Formeln für diese Berechnung sind sehr verwickelt, sie können jedoch durch einfachere, freilich nur angenähert richtige Formeln ersetzt werden, von denen eine die folgende Form hat

$$n = \sin^2 \Phi \, (1 + tg^2 \Phi \cos^2 2\alpha) \quad \ldots \ldots \quad (9, a)$$

Wir werden hierauf in Bd. V zurückkommen.

Voigt, Beer, Rubens, Shea und besonders Drude, Minor (1903) und W. Meyer (1910) u. a. haben n durch Beobachtung der Reflexion (Φ, α) oder Absorption (k) der Strahlen an Metalloberflächen bestimmt. Im folgenden führen wir einige Resultate derartiger Berechnungen an, insbesondere solche, wo $n < 1$ war:

Spiegelmetall (Beer):	Strahl	rot	D	E	violett
	$n =$	1,20	1,12	1,18	**0,91**
Aluminium (Voigt):	Strahl	C	E	G	
	$n =$	1,48	1,11	**0,76**	
Silber (Kundt):	für den Strahl D . . . . $n =$ **0,18**				
Zinn (Voigt):	Strahl	C	E	G	
	$n =$	1,52	1,01	**0,83**	
Magnesium (Drude):	Strahl	$\lambda = 0{,}63\,\mu$	D		
	$n =$	**0,40**	**0,37**		
Natriumkaliumamalgam, Na + K (Drude):					
	Strahl	D	blau		
	$n =$	**0,123**	**0,148**		

Natrium. Die Messungen der Winkel Φ und α von Drude haben für n (Strahl D) den überraschenden Wert

$$n = 0{,}0045$$

ergeben. Die Bestimmung des Winkels α kann hier freilich nicht genau ausgeführt werden, Drude behauptet jedoch, daß n keinesfalls größer als **0,054** sein könne.

Meese (1913) hat folgende Werte für Kalium (n_K) und Natrium (n_{Na}) gefunden:

$\lambda =$	0,667	0,627	0,589	0,552	0,503
$n_K =$	0,071	0,052	**0,048**	0,049	0,061
$n_{Na} =$	0,051	0,049	0,048	0,057	0,064

Kalium zeigt somit anomale Dispersion.

Dunkan (1913) findet für Na Werte, die um 0,05 und für Ka Werte, die um 0,07 schwanken.

Minor (1903) hat die Brechungsquotienten von Stahl, Kobalt, Kupfer und Silber insbesondere auch für ultraviolette Strahlen bestimmt und folgende Resultate erhalten:

Silber zeigt im sichtbaren Spektrum anomale, von $\lambda = 0{,}395$ bis $0{,}280\,\mu$ normale und dann bis $0{,}226\,\mu$ wieder anomale Dispersion:

$\lambda =$	0,589	0,395	0,329	0,318	0,280	0,226 μ
$n =$	0,177	**0,155**	0,518	1,015	**1,570**	1,406

In ähnlicher Weise haben untersucht W. Meier (1910) Gold, Nickel, Eisen, Wismut, Zink, Selen, Quecksilber, eine Legierung von Kupfer und Silber und die Woodsche Legierung, V. Fréedericksz (1911) Chrom und Mangan, Erochin (1912) Quecksilber und Zinn. Weiter haben auf diesem Gebiet gearbeitet Fabiani (1917), Kent (1919) (flüssige Metalle und flüssige Legierungen) u. a.

§ 10. Lichtbrechungsvermögen und Dielektrizitätskonstante. Auf S. 96 war bereits erwähnt, daß die von Maxwell aufgestellte elektromagnetische Theorie des Lichtes zu der Gleichung

$$n^2 = K \qquad \qquad (10)$$

führt, in welcher n der Grenzwert ist, dem sich der Brechungsquotient von Strahlen für eine gegebene Substanz nähert, wenn die Wellenlänge λ jener Strahlen bis ins Unendliche wächst; K ist die Dielektrizitätskonstante derselben Substanz. Eine genauere Untersuchung dieser Frage wird in der Elektrizitätslehre folgen. An dieser Stelle soll nur darauf hingewiesen werden, daß die von der Theorie vorhergesagte Beziehung (10) durch die experimentellen Untersuchungen in glänzender Weise bestätigt wird. Für sehr viele Substanzen kann man den Brechungsquotienten n eines beliebigen sichtbaren Strahles wählen,

da die Größe K bei weitem nicht so genau bestimmt werden kann als n; für diese Substanzen findet die Gleichung $K = n^2$ daher auch, einerlei welche Strahlen man wählt, Bestätigung innerhalb der Grenzen für die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler. Im Jahre 1888 fanden Cohn und Arons und hierauf S. Tereschin, daß für Wasser angenähert $K = 80$ sei, während der Brechungsquotient des Wassers für die sichtbaren Strahlen zwischen 1,331 und 1,344 schwankt. Ebenso ist für Äthylalkohol $K = 26$, während n zwischen 1,360 und 1,375 schwankt. Es müßte hiernach scheinen, daß für die genannten Substanzen von obiger Beziehung $K = n^2$ nicht die Rede sein könne, um so mehr, als nach der Formel von Cauchy (S. 226) für $\lambda = \infty$ ein Wert für A gefunden wird, der natürlich kleiner ist als der für die äußersten roten Strahlen gefundene Wert von n. Indes haben die neueren Untersuchungen von Arons, Rubens, Ellinger und anderen obige scheinbare Nichtübereinstimmung zwischen der Theorie und den Versuchsergebnissen vollkommen beseitigt. Sie zeigten, daß die Cauchysche Formel für die vorhin genannten Substanzen überhaupt nicht gebraucht werden darf, und daß Strahlen von sehr großer Wellenlänge in jenen Substanzen ganz außerordentlich große Brechungsquotienten haben, so daß beim Wasser beispielsweise für die elektrischen Strahlen $n = 9$ ist. Ellinger hat die Brechung von elektrischen Strahlen unmittelbar nach der Hertzschen Methode (S. 15) in einem mit Wasser gefüllten Prisma gemessen, dessen brechender Winkel nur wenige Grade betrug. Arons und Rubens haben ebenfalls n bestimmt, indem sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Strahlen im Wasser maßen. Diese und zahlreiche weitere Versuche haben gezeigt, daß die Gleichung $K = n^2$ in der Tat erfüllt wird, wenn man nur den für Strahlen von sehr großer Wellenlänge geltenden Wert des Brechungsquotienten wählt. Für viele Substanzen ist n gleich der Größe A in der Cauchyschen Formel. Es gibt aber Substanzen, wie Wasser, Alkohole und andere, welche für große λ eine enorm große anomale Dispersion besitzen. Für diese Substanzen muß der Wert $n = \sqrt{K}$ mit Hilfe elektrischer Strahlen gemessen werden.

Eine eingehende Prüfung der Maxwellschen Formel hat in den letzten Jahren Rubens mit einer Reihe von Mitarbeitern durchgeführt, und zwar unter Anwendung des infraroten Spektrums. Da die Abweichungen auf die molekularen Eigenschwingungen, die unter anderem besonders in der Absorption zutage treten, zurückgeführt werden müssen, so ist eine Übereinstimmung nur zu erwarten, wenn der Brechungsexponent an einer Stelle des Spektrums gemessen wird, welche nach der langwelligen Seite genügend weit von den Absorptionsgebieten entfernt ist. Es hat sich gezeigt, daß diese Bedingung nicht nur notwendig, sondern auch ausreichend ist, um die Gültigkeit der Maxwellschen Formel zu gewährleisten. Aus den Versuchen ging weiter hervor, daß

bei Verwendung der langwelligen Quecksilberdampfstrahlung (s. S. 34) man von den Absorptionsgebieten der meisten festen Körper schon weit genug entfernt ist, um die Formel prüfen zu können. Auf diese Weise sind im Berliner Laboratorium in den letzten Jahren 35 feste Körper, darunter 20 Kristalle und 15 amorphe Substanzen untersucht worden. Die Dielektrizitätskonstante wurde nach der Lecherschen Methode (Bd. V) bestimmt. Dabei wurden nur solche Substanzen zur Prüfung herangezogen, bei welchen das Quadrat des optischen Brechungsexponenten für sichtbare Strahlung von der beobachteten Dielektrizitätskonstanten wesentlich verschieden war. In allen Fällen war die Maxwellsche Beziehung mit hinreichender Genauigkeit erfüllt, wenn statt des Brechungsexponenten für gewöhnliches Licht derjenige für die Quecksilberdampfstrahlung in die Formel eingesetzt wurde.

Ganz anders verhielten sich die flüssigen Substanzen. Hier haben wir zwei Gruppen zu unterscheiden. Bei der ersten, zu der z. B. Benzol, Toluol, Xylol, Schwefelkohlenstoff usw. gehören, wird schon bei einer relativ kleinen Wellenlänge des ultraroten Spektrums ein Brechungsexponent erreicht, welcher die Maxwellsche Beziehung erfüllt. Hier aber sind starke Absorptionsgebiete, welche einen wesentlichen Beitrag zur Dielektrizitätskonstanten liefern, nicht mehr zu erwarten. Eine direkte Prüfung zeigte, daß dies auch in der Tat nicht der Fall ist. Bei der anderen Gruppe der Flüssigkeiten dagegen, z. B. bei dem Wasser, Glycerin, den Alkoholen, ist auch im Bereich der langwelligen Quecksilberdampfstrahlung die Annäherung des Brechungsexponenten an die Wurzel aus der Dielektrizitätskonstanten noch lange nicht vollendet. Bei diesen Substanzen muß daher bei noch viel längeren Wellen, etwa im Bereich der Hertzschen Strahlen, nochmals starke Absorption und anomale Dispersion eintreten, welche in den meisten Fällen auch tatsächlich beobachtet worden ist. Die Ursache dieser äußerst langwelligen Absorption ist wahrscheinlich nicht in dem Vorhandensein molekularer Eigenschwingungen zu suchen, sondern diese Absorption beruht, wie Debye gezeigt hat, auf den richtenden Einfluß, welchen das elektrische Wechselfeld der Schwingungen auf die elektrisch polarisierten Flüssigkeitsmoleküle ausübt. Bei diesen Flüssigkeiten also reicht das bisher zugängliche ultrarote Spektrum zur Prüfung der Maxwellschen Beziehung nicht aus, sondern es muß das Gebiet der Hertzschen Wellen hinzugenommen werden.

In neuester Zeit hat Rubens seine Untersuchungen auf feste Körper, amorphe Körper und Kristalle des regulären Systems, die also keine Doppelbrechung zeigen, und im Verein mit Liebisch auf doppelbrechende Kristalle des hexagonalen und rhombischen Systems ausgedehnt (Kalkspat, Turmalin, Apatit, Dolomit, Baryt, Cölestin, Anglesit, Anhydrit, Aragonit, Cerussit usw.). Die Eigenschaften dieser Kristalle im langwelligen Teil des ultraroten Spektrums und im Gebiet

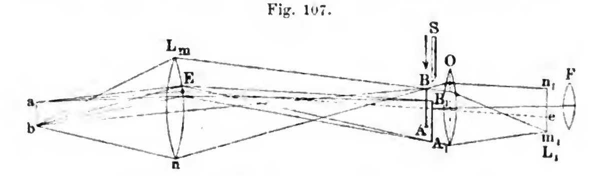
der Hertzschen Wellen waren wenig verschieden und war die Maxwellsche Beziehung mit hinreichender Genauigkeit erfüllt.

In § 3 des folgenden Kapitels werden wir die Helmholtz-Kettelersche Formel näher kennen lernen, in welcher n als Funktion von λ dargestellt ist; sie unterscheidet sich wesentlich von der Cauchyschen Formel und hat die Form

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{N}{\lambda^2 - \lambda_2^2},$$

wobei a, M, N, λ_1 und λ_2 Konstante bedeuten. Für $\lambda = \infty$ gibt sie die Beziehung $n^2 = a^2$, es muß also $K = a^2$ sein. Kennt man den Wert von n für verschiedene Werte von λ, so kann man mit ihrer Hilfe a^2 bestimmen. So verfuhren Paschen für Flußspat, Rubens und Nichols für Steinsalz, Sylvin, Flintglas und Quarz. Es zeigte sich hierbei, daß die gefundenen Werte von a^2 in der Tat den Werten von K für diese Substanzen nahe kamen (vgl. Kapitel VII, § 21).

Fig. 107.



§ 11. Schlierenmethode. Wir wollen in aller Kürze und ohne auf Einzelheiten einzugehen die wichtige sogenannte Schlierenmethode betrachten, welche die geringsten Ungleichmäßigkeiten in einem Medium zu beobachten gestattet, z. B. die, welche durch Bewegungen oder Temperaturänderungen hervorgerufen werden oder in festen Medien bereits vorhanden sind, bei unmittelbarer Beobachtung aber nicht wahrgenommen werden.

Die Schlierenmethode ist 1866 von A. Töpler ersonnen worden; Bertin hat indessen gezeigt, daß Foucault bereits vor Töpler eine analoge Methode angewandt hat, und Raveau (1902) hat gefunden, daß schon Huygens in seinem Werk „Commentarii de formandis vitris ad telescopia" fast genau die gleiche Methode angegeben hat. Die Anordnung der zugehörigen Apparate ist aus Fig. 107 ersichtlich.

Eine viereckige, scharf beleuchtete Schirmöffnung ab befindet sich in der Nähe des Brennpunktes der großen Linse L, welche in AB ein Bild jener Öffnung ab gibt. Hinter AB befindet sich das Objektiv O eines Fernrohrs, welches zunächst auf die Oberfläche der Linse L gerichtet ist, deren Bild in L_1 vor dem Okular F des Fernrohrs erscheint. S ist ein undurchsichtiger Schirm, den man senken kann, wobei er das Bild BA allmählich verdeckt.

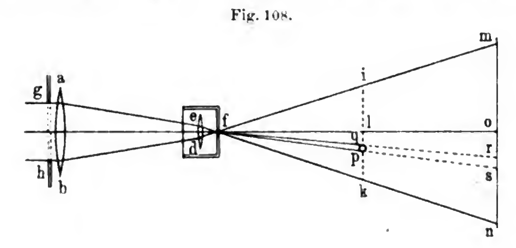
Der Beobachter sieht in F die hell beleuchtete Oberfläche der Linse L, welche allmählich und gleichmäßig dunkler wird in dem Maße, wie die sich senkende Blende S das Bild AB der Linse verdeckt. Es ist dies zu verstehen, da jeder Punkt jenes Bildes Strahlen von allen Punkten der Linsenoberfläche erhält, so daß mithin S einen Teil dieser Strahlen daran verhindert, ins Fernrohr OF zu gelangen. Reicht der untere Rand von S bis zum unteren Rande des Bildes BA, so hat man die sogenannte empfindliche Einstellung erlangt. In diesem Augenblick muß das Gesichtsfeld vollkommen dunkel erscheinen, falls die Oberfläche der Linse L ganz schlierenfrei ist und nur ein bestimmtes Bild BA gibt. Befindet sich jedoch in E eine Schliere, eine etwa direkt nicht wahrnehmbare Unregelmäßigkeit der Oberfläche oder Ungleichartigkeit im Innern der Linse, so müssen die Strahlen, welche durch E gehen, ein besonderes, allerdings sehr schwaches und dem Auge nicht bemerkbares Bild $B_1 A_1$ geben, welches, falls es niedriger zu liegen kommt, bei der empfindlichen Einstellung von der Blende S nicht verdeckt wird. Ins Fernrohr OF treten somit Strahlen, welche von E kommen, und diese Stelle der Linsenoberfläche erscheint daher hell auf dunklem Grunde. Auf diese Weise wird jede Unregelmäßigkeit der Linsenoberfläche oder jede innere Ungleichartigkeit der Linse bemerkbar.

Um an irgendwelchen anderen Körpern derartige Unregelmäßigkeiten wahrzunehmen, bringt man sie vor die Linse L und stellt auf sie das Fernrohr OF ein. Stellt man z. B. vor L ein Gefäß mit Wasser hin, so werden die schwächsten Strömungen in demselben sichtbar. Bläst man auf die Wasseroberfläche und kühlt sie dadurch ab, so werden die absteigenden Strömungen des abgekühlten Wassers deutlich sichtbar. Auf dieselbe Art kann man auch die Luftstrahlen sichtbar machen, die aus einer Röhre herausgeblasen werden, ferner die Luftströmungen, welche von warmen Körpern, etwa den Fingern der Hand, aufsteigen, die Schallwellen, welche sich in der Luft um einen elektrischen Funken herum bilden, ihre Reflexion an einem Schirme, die Interferenz von Schallwellen, die Diffusion in Flüssigkeiten um einen im Wachsen begriffenen Kristall herum, die Luftbewegung rings um ein im Fluge befindliches Geschoß usw.

Dvořak modifizierte die Methode von Töpler in der Weise, daß man objektiv, d. h. auf einem Schirm, das Bild der Schlieren erhalten kann; so kann man z. B. gleichzeitig vielen Menschen einen Strahl kalter Luft sichtbar machen. Sein Apparat ist unvergleichlich viel einfacher als der von Töpler. Die parallelen Strahlen treten durch ein Diaphragma gh (Fig. 108) und durch die Linsen ab und cd hindurch, deren Brennpunkt in der kleinen Öffnung f liegt. Die Strahlen, die sich von f aus ausbreiten, fallen auf einen weißen Schirm mn. Die zu untersuchenden Körper werden in den Weg dieser Strahlen, in die Ebene lk gebracht. Dann werden auf dem Schirm alle Unregelmäßigkeiten des

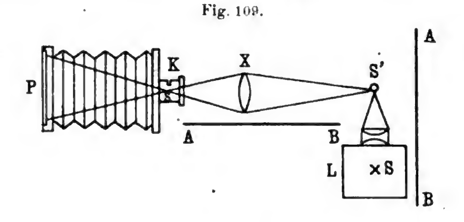
Objekts sichtbar. Dvořak beschrieb zahlreiche Erscheinungen, die man mit Hilfe dieser Methode beobachten konnte. Weinhold (1908) ersetzte die Linse, welche Töpler und Dvořak benutzten, durch einen konkaven Spiegel. Sagnac (1913) gab eine neue Methode, die auf der

Fig. 108.



Anwendung der Interferenzstreifen beruht; bei seinem Apparat (Strioskop) wird das Objekt in den Weg des einen der interferierenden Strahlenbündel gestellt. A. L. Gerschun photographierte die Schlieren. Eine seiner Anordnungen ist in Fig. 109 wiedergegeben. Die Strahlen eines

Fig. 109.



Lichtbogens S werden auf einer kleinen Stahlkugel S' konzentriert, die einen sehr kleinen hellen Punkt gibt, von dem die Strahlen auf die zu untersuchende Linse X fallen; der Brennpunkt der Linse befindet sich innerhalb des Objektivs K der photographischen Kamera. Die Platte P wird so eingestellt, daß man auf ihr ein scharfes Bild der Linse erhält; AB sind schwarze Schirme. Bei einer anderen Anordnung wird die zu untersuchende Linse an die Stelle des Objektivs K gesetzt.

Literatur.

Zu § 3 und 4.

Duc de Chaulnes: Mém. de l'Acad. des Sc. 1767, p. 431.
Bertin: Ann. chim. et phys. (3) **26**, 288, 1849.
Bernard: Compt. rend **34** u. **41**; Pogg. Ann. **79**, 145, 1854; **97**, 141, 1856.
Galitzin: Bull. de l'Acad. des Sc. de St. Petersb. (5) **3**, 131, 1895.
Galitzin und J. Willip: Bull. de l'Acad. des Sc. de St. Petersb. (5) **11**, 117, 1899.
Kohlrausch: Wied. Ann. **4**, 1, 1878; **16**, 603, 1882.
E. Wiedemann: Pogg. Ann. **158**, 375, 1876; Arch. sc. phys. **51**, 340, 1876.
Terquem et Trannin: Journ. de phys. (1) **4**, 232, 1875; Compt. rend. **78**, 1843, 1874; Pogg. Ann. **157**, 302, 1876.
Abbe: Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungsvermögens usw., Jena 1874; Carls Repert. **15**, 643, 1879; Pogg. Ann. **143**, 258, 1871.
Pulfrich (Abbescher Apparat): Instr. **18**, 107, 1898; Journ. de phys. (3) **10**, 696, 1901 (Artikel von Culmann).
Czapski: Instr. 1890, S. 361.
Pulfrich: Wied. Ann. **30**, 193, 317, 487, 1887; **45**, 609, 1892; Instr. **8**, 47, 1888; **13**, 267, 1893; **15**, 389, 1895; Ztschr. f. phys. Chem. **18**, 294; Journ. de phys. (2) **6**, 343, 1887; (3) **5**, 73, 1896; Mosk. Ges. d. Nat. **8**, Heft 1, 1896.
Leiss: Instr. **22**, 331, 1902.
Czapski: Instr. **10**, 254, 272, 1890.
Pulfrich: Instr. **19**, 4, 335, 1899; Ztschr. f. phys. Chem. **18**, 294, 1894.
Leiss: Instr. **19**, 65, 1899.
Hallwachs: Wied. Ann. **47**, 380, 1892; **50**, 577, 1893; **53**, 1, 1894; **55**, 282, 1895; **68**, 1, 1899; Gött. Nachr. 1892, S. 302.

Zu § 5.

Biot et Arago: Mém. de l'Acad. des Sc. **7**, 301, 1806; Gilb. Ann. **25**, **26**.
Dulong: Ann. chim. et phys. (2) **31**, 154, 1826.
Kayser und Runge: Abh. Berl. Akad. 1893, S. 32; Wied. Ann. **50**, 293, 1893.
Le Roux: Ann. chim. et phys. (3) **61**, 385, 1861; Compt. rend. **55**, 126, 1862; Pogg. Ann. **117**, 659, 1862.
Jamin: Ann. chim. et phys. (3) **59**, 282, 1860.
Mascart: Ann. de l'École norm. (2) **6**, 9, 1877; Ann. du Bur. de longit. 1891, p. 590.
Ketteler: Pogg. Ann. **124**, 390, 1865.
Chappuis et Rivière: Ann. chim. et phys. (6) **14**, 5, 1888.
v. Lang: Pogg. Ann. **153**, 448, 1874.
L. Lorenz: Wied. Ann. **11**, 70, 1880.
Prytz: Wied. Ann. **11**, 104, 1880.
Ramsay and Travers: Proc. Roy. Soc. **62**, 228, 1898; **64**, 190, 1899; **67**, 331, 1900; Ztschr. f. phys. Chem. **25**, 101, 1898.
Perreau: Journ. de phys. (3) **4**, 411, 1895; Ann. chim. et phys. **7**, 289, 1896.
Scheel: Verh. d. D. Phys. Ges. 1907, S. 24, 27.
Rayleigh: Proc. Roy. Soc. **59**, 198, 1896; Chem. News 1895, No. 1876; Ztschr. f. phys. Chem. **12**, 364, 1896; Nature **81**, 518, 1909; Sc. papers **4**, 76, 218, 364.
Herrmann: Verh. d. D. Phys. Ges. 1908, S. 211, 476.
Scheel und Schmidt: Verh. d. D. Phys. Ges. 1908, 207; Phys. Ztschr. 1908, S. 921.

Cuthbertson and Metcalfe: Proc. Roy. Soc. **79**, 202, 1907; **80**, 411, 1908; **84**, 13, 1910; Phil. Trans. **207**, 135, 1907.
Burton: Proc. Roy. Soc. **80**, 390, 1908.
Koch: Ann. d. Phys. **17**, 658, 1905.
Jones and Partington: Phil. Mag. **29**, 28, 1915.
C. and M. Cuthbertson: Proc. Roy. Soc. **81**, 440, 1890; **83**, 151, 171, 1909; **89**, 361, 1913; Phil. Mag. **21**, 69, 1911; **25**, 592, 1913.
Cunaeus: Ztschr. f. phys. Chem. **36**, 1213, 1901.
Gerrits: Versl. K. Ak. Wet. **13**, 156, 1904.
Valentiner und Zimmer: Verh. d. D. Phys. Ges. 1914, S. 363.

Zu § 6.

Laplace: Méc. céleste (4) **10**, 237, 1805.
Gladstone and Dale: Phil. Trans. **148**, 887, 1858.
L. Lorenz: Wied. Ann. **11**, 70, 1880.
H. A. Lorentz: Wied. Ann. **9**, 641, 1880.
Wiener: Ber. Sächs. Ges. Wiss. Leipzig **62**, 256, 1910; Abh. math.-phys. Klasse Sächs. Ges. Wiss. **32**, Nr. VI, S. 581, 1912.
Mascart: Compt. rend. **78**, 617, 679, 1874; **84**, 321, 1182, 1878.
Chappuis et Rivière: Ann. chim. et phys. (6) **14**, 5, 1888.
Carnazzi: Nuov. Cim. **6**, 385, 1897.
Gale: Phys. Rev. **14**, 1, 1902.
Magri: Phys. Ztschr. **6**, 629, 1905.
Benoît: Trav. et Mém. de Bureau intern. des poids et mesures **6**, 1888; Journ. de phys. **8**, 451, 1889.
v. Lang: Pogg. Ann. **153**, 448, 1874.
Walker: Phil. Mag. **6**, 464, 1903; Proc. Roy. Soc. **72**, 24, 1903.
Scheel: Verh. d. D. Phys. Ges. 1907, S. 24.
Tyres: Phys. Rev. **2**, 161, 1913.
U. Smith: Proc. Roy. Soc. **87**, 366, 1912.
Havelock: Proc. Roy. Soc. **84**, 492, 1911; Phys. Ztschr. 1910, S. 1152
Liveing and Dewar: Phil. Mag. (5) **40**, 268, 1895.
Augustin: Ann. d. Phys. **46**, 419, 1915.
Jamin: Compt. rend. **43**, 1191, 1856.
Walter: Wied. Ann. **46**, 422, 1892.
Conroy: Proc. Roy. Soc. **58**, 228, 1895.
Rühlmann: Pogg. Ann. **132**, 1 u. 176, 1867.
Flatow: Ann. d. Phys. **12**, 85, 1903.
Pockels: Phys. Ztschr. **2**, 693, 1901; Ann. d. Phys. **7**, 745, 1902.
Pulfrich: Wied. Ann. **34**, 326, 1888.
Quincke: Wied. Ann. **19**, 401, 1883.
Cauchy: Mém. sur la dispersion de la lumière. Prague 1836.
Wüllner: Pogg. Ann. **133**, 1, 1868.
Rühlmann: Pogg. Ann. **132**, 202, 1867.
Johst: Wied. Ann. **20**, 47, 1883.
Ketteler: Wied. Ann. **30**, 288, 1887.
Pulfrich: Wied. Ann. **45**, 609, 1892.
F. Vogel: Wied. Ann. **25**, 87, 1886.
Dufet: Bull. Soc. Miner. **8**, 261, 1885; **11**, 135, 1888.
Stefan: Wien. Ber. **63**, 239, 1871.
Reed: Wied. Ann. **65**, 707, 1898.
Micheli: Ann. d. Phys. **7**, 772, 1902.
Damien: Thèse de Doctorat. Paris 1881.
Liebreich: Verh. d. D. Phys. Ges. 1911, S. 1, 700.

Zu § 7.

Schrauf: Pogg. Ann. **119**, 461, 553, 1863; **126**, 177, 1865; **127**, 175, 344, 1866.
Landolt: Pogg. Ann. **122**, 545, 1864; **123**, 595, 1864.
Kowalski et Modzelewski: Compt. rend. **133**, 33, 1901.
Pulfrich: Ztschr. f. phys. Chem. **4**, 561, 1889.
Buchkremer: Ztschr. f. phys. Chem. **6**, 161, 1890.
Schütt: Ztschr. f. phys. Chem. **5**, 349, 1890; **9**, 349, 351, 1892.
Hess: Wien. Ber. **114**, 1231, 1905; **115**, 453, 1906; **117**, 947, 1909; Ann. d. Phys. **27**, 583, 1906.
Zitowitsch: Sammlung phys. Arbeiten zum Andenken an Prof. F. F. Petruschewski. Petersburg 1907.
Chéneveau: Ann. de chim. et phys. **12**, 145, 1907; **21**, 36, 1910; Journ. de Phys. 1908, p. 362; Compt. rend. **156**, 1972, 1913; Les propriétés optiques des solutions. Paris 1913.
Doroschenski: Phys.-chem. Eigenschaften der Wasser-Alkohol-Lösungen. Moskau 1912.
Hubbard: Ztschr. f. phys. Chem. **74**, 207, 1910.
Schwers: Ztschr. f. phys. Chem. **75**, 357, 1910; Bull. Acad. Belg. 1911, p. 641; 1912, p. 252, 283, 610.
Rentschler: Astrophys. Journ. **28**, 345, 1908.
Walden: Ztschr. f. phys. Chem. **59**, 385, 1907.
Beer und Kremers: Pogg. Ann. **101**, 133, 1857.
Hofmann: Pogg. Ann. **133**, 575, 1868.
Börner: Diss., Marburg 1869.
Walter: Wied. Ann. **38**, 1107, 1889.
Wallot: Ann. d. Phys. **11**, 593, 605, 1903.
Chéneveau: Compt. rend. **138**, 1483, 1578, 1904; **139**, 361, 1904.

Zu § 8.

E. Rimbach: Beziehungen zwischen Lichtbrechung und chemischer Zusammensetzung der Körper; Graham-Otto, Lehrbuch d. Chem. I, 3. Kap. VI, S. 567 bis 665. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1898. Hier findet man ausführliche Literaturnachweise über die Fragen, welche in den §§ 6, 7, 8 u. 10 behandelt worden sind.
Landolt: Pogg. Ann. **117**, 353, 1862; **122**, 535, 1864; **123**, 595, 1864; Berl. Ber. 1882, S. 64.
Schrauf: Pogg. Ann. **119**, 461, 1863.
Brühl: Ztschr. f. phys. Chem. **7**, 1, 1891; **16**, 193, 226, 497, 512, 1895; **22**, 373, 1897; **25**, 577, 1898; **26**, 18, 47, 1898; Lieb. Ann. **200**, 139, 1880; **203**, 1, 255, 1880; **211**, 1882; **235**, 1886.
Kanonnikow: Journ. f. prakt. Chem. (2) **31**, 339, 1885. — Das Lichtbrechungsvermögen chemischer Verbindungen (russ.). Kasan 1884.
Hallwachs: Wied. Ann. **53**, 1, 1894.
Chéneveau: Le Radium **4**, 261, 1907.
Heydweiller: Ann. d. Phys. **41**, 499, 1913; Ztschr. f. Phys. **1**, 393, 1920.
Landé: Ztschr. f. Phys. **1**, 191, 1920.
Born: Ztschr. f. Phys. **1**, 45, 221, 1920.
Gladstone: Proc. Roy. Soc. **60**, 140, 1896.
Le Blanc und Rohland: Ztschr. f. phys. Chem. **19**, 261, 1896.
Conrady: Ztschr. f. phys. Chem. **3**, 210, 1889.
Liveing and Dewar: Phil. Mag. (5) **36**, 328, 1893; **40**, 268, 1895; Chem. News **72**, 154, 1895; Ztschr. f. phys. Chem. **18**, 687.

Olszewski und Witkowski: Bull. de l'Acad. de Cracovie 1891, p. 340; Beibl. **18**, 665, 1894.
Eisenlohr: Ztschr. f. phys. Chem. **75**, 585, 1910; Jahrb. f. Rad. **9**, 315, 1912.
Augustin: Leipz. Ber. **65**, 229, 1913.
Meissner: Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 540, 1913.

Zu § 9.

Kundt: Berl. Ber. 1888; Wied. Ann. **34**, 469, 1888; **36**, 824, 1889.
Fritze: Ann. d. Phys. **47**, 791, 1915.
Pflüger: Wied. Ann. **58**, 493, 1896.
Sissingh: Arch. Néerland. **20**.
Drude: Wied. Ann. **39**, 538, 1890.
Zeeman: Arch. Néerland. (2) **4**, 314, 1900.
Königsberger: Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 247, 1899.
Beer: Pogg. Ann. **92**, 417, 1854.
Drude: Wied. Ann. **34**, 523, 1888; **36**, 548, 1889; **39**, 537, 1890; **42**, 189, 1891; **64**, 159, 1898.
Voigt: Wied. Ann. **23**, 104, 1884.
Minor: Ann. d. Phys. **10**, 581, 1903.
W. Meyer: Ann. d. Phys. **31**, 1017, 1910.
Meese: Gött. Nachr. 1913, S. 530.

Zu § 10.

Fabiani: Krak. Anz. 1917, S. 164.
Kent: Phys. Rev. **14**, 459, 1919.
Fréedericksz: Ann. d. Phys. **34**, 780, 1911.
Erochin: Ann. d. Phys. **39**, 213, 1912.
Cohn und Arons: Wied. Ann. **33**, 13, 1888.
S. Tereschin: Wied. Ann. **36**, 792, 1889.
Ellinger: Wied. Ann. **46**, 514, 1892.
Arons und Rubens: Wied. Ann. **42**, 580, 1891; **44**, 206, 1891.
Rubens und Nichols: Wied. Ann. **60**, 455, 1897.
Rubens: Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin 1917, S. 60.
Rubens und Liebisch: Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin 1919, S. 198.
Paschen: Wied. Ann. **54**, 668, 1896.

Zu § 11.

Töpler: Pogg. Ann. **127**, 556, 1866; **128**, 126, 1866; **131**, 33, 1867; **134**, 195, 1868; Ann. d. Phys. **27**, 1043, 1908; Ostwalds Klassiker Nr. 157, 158.
Dvořak: Wied. Ann. **9**, 502, 1880; Ztschr. f. phys.-chem. Unterr. **21**, 17, 1908.
O. Volkmer: Die Photographie des Unsichtbaren. Halle.
Raveau: Journ. de phys. (4) **1**, 115, 1902.
Weinhold: Ztschr. f. phys.-chem. Unterr. **21**, 281, 1908.
Wood: Phil. Mag. (5) **48**, 218, 1899; **50**, 148, 1900; (6) **1**, 589, 1901.
Bertin: Ann. chim. et phys. (4) **13**, 471.
Gerschun: Arch. f. wiss. Photogr. 1899, S. 232.
Foucault: Recueil des trav. scientif., p. 234. Paris 1878.
Mach: Wien. Ber. **77**, **78**; **92**, 225; **98**, 1333.
M. Töpler (Sohn): Ann. d. Phys. **27**, 1043, 1908.
Sagnac: Compt. rend. **153**, 90, 1911; Journ. d. Phys. 1913, S. 81, 292.

Siebentes Kapitel.

Zerstreuung (Dispersion) der strahlenden Energie.

§ 1. Spektroskopie. Normale und anomale Dispersion. Das vorliegende Kapitel handelt vorzugsweise von der Spektroskopie, d. h. von den Methoden zur Untersuchung zusammengesetzter Strahlenbündel, welche Strahlen von verschiedener Wellenlänge λ enthalten und den erhaltenen Versuchsergebnissen. Es gibt zahlreiche, zum Teil sehr umfangreiche Spezialwerke über Spektroskopie, von denen einige in der Literaturübersicht am Ende dieses Kapitels aufgeführt sind. Hier im Texte wollen wir nur besonders auf das Werk von H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, aufmerksam machen; dasselbe wird aus neun Bänden bestehen, von denen sechs erschienen sind. In diesem Werke findet man die ausführlichsten Literaturangaben über alle Fragen, die sich auf Spektroskopie beziehen.

Eine der wichtigsten Aufgaben der Spektroskopie ist die Bestimmung der Wellenlänge λ eines gegebenen Strahls. Man könnte diesen Teil der Spektroskopie als Spektrometrie bezeichnen.

Wir hatten schon auf S. 209 erwähnt, daß der Brechungsquotient n nicht nur von den Substanzen, an deren Begrenzung die Brechung erfolgt und vom physikalischen Zustande dieser Substanzen abhängt, sondern auch von der betreffenden Strahlenart, d. h. von der sekundlichen Schwingungszahl, welche jene Strahlenart bedingt oder von ihrer Wellenlänge λ im Vakuum. Somit gilt im allgemeinen folgende Gleichung

$$n = f(\lambda) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Eine Folge dieser Beziehung ist es, daß jedesmal, wenn ein aus einer großen Zahl von Strahlen von verschiedener Wellenlänge λ bestehendes Strahlenbündel gebrochen wird, es in die einzelnen Strahlen aufgelöst wird, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Man nennt diese Erscheinung Farbenzerstreuung oder Dispersion des Strahlenbündels.

Ist der Brechungsquotient n für eine gegebene Substanz zwischen zwei Werten $\lambda = \lambda_1$ und $\lambda = \lambda_2$ eine stetige und abnehmende Funktion von λ, d. h. $\frac{dn}{d\lambda} < 0$, so sagt man, daß für die in Betracht gezogenen Strahlen die Dispersion eine normale sei. Ist jedoch $n = f(\lambda)$ eine Funktion, welche für einen oder mehrere Werte von λ eine Unstetigkeit besitzt, $\left(\frac{dn}{d\lambda} = \pm \infty\right)$, oder wächst sie zugleich mit λ, $\left(\frac{dn}{d\lambda} > 0\right)$, so hat man es mit anomaler Dispersion zu tun; von dieser wird in § 21 die Rede sein.

Die Dispersion macht es möglich, die Bestandteile eines zusammengesetzten Strahls nebeneinander anzuordnen, ein sogenanntes objektives oder subjektives Spektrum zu erhalten, d. h. einen Streifen, dessen aufeinanderfolgende Teile (in der Längsrichtung) den Strahlen mit zunehmender oder abnehmender Wellenlänge entsprechen.

Weißglühende feste und flüssige Körper senden strahlende Energie aus, in welcher alle möglichen Strahlen mit in weiten Grenzen wechselnder Wellenlänge enthalten sind. Ihr Spektrum besitzt allgemein einen unsichtbaren infraroten, einen sichtbaren und einen unsichtbaren ultravioletten Teil.

In der strahlenden Energie, welche die Erde von der Sonne erhält, fehlen viele Strahlen; hierdurch erklärt sich das Auftreten der sogenannten Fraunhoferschen Linien im Sonnenspektrum, deren auffallendste man mit den Buchstaben des Alphabets bezeichnet.

Den verschiedenen Wellenlängen der sichtbaren Lichtstrahlen entspricht auch eine verschiedene physiologische Empfindung, nämlich eine verschiedene Farbe, welche analog ist der Höhe der Töne; eine Definition kann es für jene ebenso wenig geben wie für diese. Im Falle von normaler Dispersion treten im sichtbaren Teile des Spektrums folgende Farben in der hier gegebenen Reihenfolge auf: Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett, wobei n am kleinsten für die violetten, λ am größten für die roten Strahlen ist.

In diesem Kapitel werden wir die Wellenlängen in Ångström ausdrücken, die wir mit dem Buchstaben A bezeichnen, obgleich man richtiger Å schreiben müßte. Wir erinnern, daß A $= 10^{-8}$ cm $= 10^{-7}$ mm $= 10^{-4}\,\mu = 0{,}1\,\mu\mu$. Im allgemeinen werden wir den Buchstaben A einfach weglassen. Wenn also ein Hinweis auf die Einheit der Länge fehlt, so bedeutet es, daß λ in Ångström ausgedrückt ist. Die Grenzen des sichtbaren Spektrums liegen ungefähr zwischen 7600 A und

Bezeichnung der Linie	Charakter der Linien	Spektralgebiet	Wellenlänge λ in A
A	Breite, undeutliche Linie	Am Anfange des roten Teils	7594,1
a	Gruppe von mehreren Linien	Rot	—
B	—	Rot	6867,5
C	—	Orange	6563,1
D	Doppellinie	Gelb	$D_1 =$ 5896,15 $D_2 =$ 5890,18
E	—	Grün	5270,5
b	Drei Linien	Grün	—
F	—	Blau	4861,5
G	—	Indigo	4308,1
H	Zwei breite Linien	Am Ende des violetten Teils	$H_1 =$ 3968,6 $H_2 =$ 3933,8

4000 Å. Im infraroten Teil des Spektrums werden wir die Wellenlänge λ durch $\mu = 0{,}001$ mm ausdrücken.

Im sichtbaren Teile des Sonnenspektrums sind die wichtigsten Fraunhoferschen Linien, die wegen ihrer Feinheit als Merkzeichen oder Indizes für ganz bestimmte Strahlenarten dienen können, die vorstehenden.

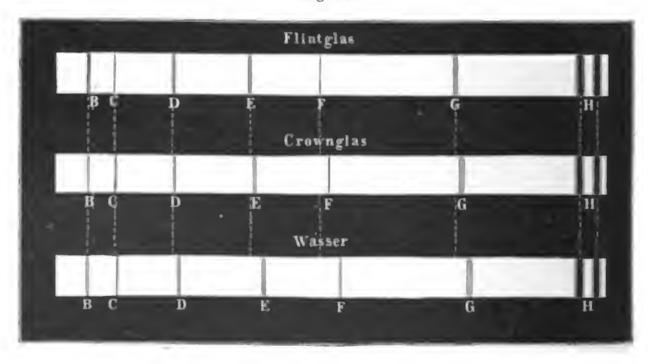
§ 2. Partielle, totale und relative Dispersion. Untersucht man nur den sichtbaren Teil des Spektrums, wie man es mit Hilfe von Prismen aus verschiedenartiger Substanz (von normaler Dispersion) erhält, so bemerkt man, daß diese verschiedenen Substanzen eine sehr ungleiche partielle Dispersion besitzen. Als Maß derselben kann die Differenz $n_x - n_y$ der Brechungsquotienten zweier bestimmter Strahlen x und y

Fig. 110.

dienen. Ordnet man die Substanzen in eine Reihe nach wachsenden Werten der Differenz $n_x - n_y$, so zeigt sich, daß ihre Reihenfolge von der Wahl der Strahlen x und y abhängt. Sind für eine Substanz die Differenzen $n_D - n_B$ und $n_G - n_E$ bestimmt worden, wobei B, D, E, G die betreffenden Fraunhoferschen Linien bedeuten und habe man für eine andere Substanz die entsprechenden Werte $n'_D - n'_B$ und $n'_G - n'_E$ gefunden, so kann der Fall eintreten, daß $n_D - n_B > n'_D - n'_B$ und gleichzeitig $n_G - n_E < n'_G - n'_E$ ist. Es heißt dies, daß für den roten Teil des Spektrums die Dispersion in der ersten Substanz die größere ist, für den blauen Teil in der zweiten Substanz. In bezug auf die totale Dispersion, welche durch die Differenz $n_H - n_A$ oder bisweilen durch $n_G - n_B$ gemessen wird, ist die Reihenfolge der Substanzen wieder eine andere. Hierbei muß bemerkt werden, daß der stärkeren Brechbarkeit durchaus nicht immer auch die stärkere Dispersion entspricht. Allgemeine Gesetze oder Regeln in bezug hierauf sind unbekannt. In

Fig. 110 sind die Spektren dargestellt, welche man mit Prismen aus Flintglas, Crownglas und Wasser bei gleichem brechenden Winkel erhält. Hier weist die größere Länge des Spektrums auf eine größere absolute Totaldispersion hin. Vergrößert man die Dimensionen des zweiten und dritten Spektrums derart, daß alle drei Spektren gleiche Länge erhalten, so sieht man (Fig. 111), daß, falls die Linien B und H überall zusammenfallen, die übrigen Linien keineswegs koinzidieren. Ferner sieht man, daß Wasser den schwächer brechbaren Teil des Spektrums relativ stark zerstreut, Flintglas dagegen den stärker brechbaren Teil. Im ersten Spektrum (des Flintglasprismas) ist der Teil GH besonders lang, im letzten der Teil BF.

Fig. 111.



Die Größe $\frac{n_F - n_C}{n - 1}$, wo n der Brechungsquotient eines mittleren Strahls, z. B. ($n = n_D$) ist, heißt die relative Dispersion. Den reziproken Wert obigen Bruchs bezeichnet man mit dem Buchstaben ν, man setzt also

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Je größer ν ist, um so kleiner ist die relative Dispersion.

Abbe und Schott haben eine sehr große Zahl von Glassorten in ihrem speziell zu diesem Zwecke errichteten technischen Laboratorium zu Jena untersucht und hierbei Glassorten gefunden, welche bei sehr verschiedenem Brechungsvermögen einen fast gleichen Gang der Dispersion haben. Die Verhältnisse $(n_x - n_y) : (n_F - n_C)$ der partiellen Dispersion zur totalen sind bei ihnen fast gleich. Wählt man mithin von Prismen, die aus derartigen Glassorten angefertigt sind, solche aus, deren totale Dispersion die gleiche ist (deren brechender

Winkel mithin verschieden sein muß), so sind für sie auch die partiellen Dispersionen fast die gleichen. Eine der Fig. 111 entsprechende Darstellung würde demnach ein fast völliges Zusammenfallen aller Linien ergeben.

Vor Schott hatte man stets gefunden, daß dem stärkeren Brechungsvermögen eines Glases auch stärkere Dispersion entsprach, daß also die Größen n_D und $n_F - n_C$ beim Übergange von einem Glase zum anderen gleichzeitig zu- oder abnahmen. Schott ist es dagegen gelungen, Glassorten herzustellen, bei denen einem größeren Brechungsvermögen eine geringere Dispersion entspricht, wie man dies etwa aus folgendem Beispiele sieht:

	n_D	$n_F - n_C$
Bariumsilikat	1,6112	0,01747
Natronbleiglas	1,5205	0,01956

Glassorten dieser Art sind für die praktische Optik von ungeheurer Bedeutung und ihnen sind die neuesten Vervollkommnungen an Mikroskopen, Fernrohren und photographischen Linsen teilweise zu danken.

In den Katalogen von Schott sind die verschiedenen Glasarten nach abnehmendem ν geordnet. Die Größe n schwankt für D-Strahlen zwischen 1,5047 und 1,9626, die Größen ν von 70,0 bis 19,7. Die Dichte desjenigen Glases, auf das sich die zweiten Zahlen beziehen, hat die erstaunliche Größe 6,33. In den Katalogen der englischen Firma Chance sind die Gläser nach demselben Prinzip geordnet, aber die Größe ν ist durch V bezeichnet.

§ 3. Der Brechungsquotient als Funktion der Wellenlänge. Die Frage nach der Form der Funktion $n = f(\lambda)$ gehört zu den schwierigsten Fragen der theoretischen Physik. Sie wird ausführlich in Bd. V behandelt worden; hier begnügen wir uns mit einigen kurzen Andeutungen. Ist die Substanz für die strahlende Energie des betreffenden Spektralgebietes durchlässig (durchsichtig), so ist auch $f(\lambda)$ innerhalb dieses Gebietes stetig, es ist $f'(\lambda) < 0$ und man hat es mit normaler Dispersion zu tun. Cauchy hat für diesen Fall die Formel

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3,\mathrm{a})$$

gegeben, welche in einigen Fällen, z. B. für Gase, in nicht allzu weiten Grenzen, durch den einfacheren Ausdruck

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3,\mathrm{b})$$

ersetzt werden kann.

Die drei ersten Glieder geben in vielen Fällen Werte für n, welche mit den Versuchsresultaten genügend übereinstimmen, falls man nur die

Konstanten A, B und C in entsprechender Weise auswählt. Die Konstante A ist der Theorie nach gleich dem Werte von n, welcher $\lambda = \infty$ entspricht. Briot ging von anderen Annahmen aus als Cauchy und fand die Formel

$$n = a - b\lambda^2,$$

die indes mit den Versuchen nur wenig übereinstimmt. Ketteler hat die Formel

$$n^2 = a - k\lambda^2 + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} \qquad (3, c)$$

abgeleitet, die mit den Beobachtungsresultaten in weiten Grenzen und für viele Substanzen übereinstimmt; a, k, b und c sind konstante positive Größen.

Die elektromagnetische Lichttheorie, sowie die alte Theorie des elastischen Äthers führten bei ihrer weiteren Entwickelung auf eine recht verwickelte Formel, in der Größen auftreten, welche die Absorptionsfähigkeit der Substanz für einen Strahl von gegebener Wellenlänge λ charakterisieren. Helmholtz, Ketteler, Drude, Goldhammer, Planck, Natanson u. a. haben eine allgemeinere Formel von folgender Gestalt abgeleitet

$$\left.\begin{aligned} n^2 - k^2 - a^2 &= \sum_m \frac{b_m(\lambda^2 - \lambda_m^2)}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g_m^2\lambda^2} \\ 2nk &= \sum_m \frac{b_m g_m \lambda}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g_m^2\lambda^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3, d)$$

Hier bedeutet λ_m die Wellenlänge des mittleren Strahles in einem der Absorptionsstreifen, welche bei der untersuchten Substanz auftreten; k ist der Absorptions- oder Extinktionskoeffizient für den Strahl von der Wellenlänge λ, der durch die Bedingung bestimmt wird, daß sich die Amplitude e^{2nk}mal verkleinert (e ist die Basis der natürlichen Logarithmen), wenn der Strahl eine Schicht von der Dicke λ durchsetzt: a, b_m und g_m sind Konstante, deren physikalische Bedeutung in den verschiedene Theorien eine verschiedene ist. Die Größen k und g_m haben endliche Werte nur innerhalb der Absorptionsstreifen.

Die obere der Gleichungen (3, d) stellt die Beziehung n und der Wellenlänge λ der auffallenden Strahlung dar; sie wurde von Ketteler als Refraktionskurve bezeichnet und stellt die eigentliche Dispersionskurve dar; die untere der Formeln (3, d) enthält die Beziehung zwischen dem Extinktionskoeffizienten k und λ und wurde von Ketteler Absorptionskurve genannt. Bei den meisten sogenannten durchsichtigen Körpern, wie Glas usw., findet innerhalb des sichtbaren Spektrums keine nennenswerte Absorption statt. Für diese kann man daher innerhalb des sichtbaren Gebietes $k = 0$ und ebenso $g_m = 0$ setzen

(g_m ist das Dämpfungsglied oder die Reibungskonstante). Dann reduzieren sich die Gleichungen (3, d) auf

$$n^2 = n_\infty^2 + \sum \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_m^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3,\text{e})$$

eine Gleichung, welche für das ganze Spektrum mit Ausnahme der außerhalb des sichtbaren Spektrums gelegenen Absorptionsstellen λ_m gelten muß. Selbstverständlich müssen so viele Glieder in dieser Summe genommen werden, als Absorptionsstellen λ_m von Einfluß auf die Dispersion sind. Für die meisten durchsichtigen Körper genügt es, eine Absorptionsstelle im Ultraviolett und eine im Ultrarot anzunehmen. Bezeichnet man die Wellenlänge der ultravioletten Absorptionsstelle mit λ_v und die der ultraroten mit λ_r, so geht (3, e) über in

$$n^2 = n_\infty^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_v^2} + \frac{N}{\lambda^2 - \lambda_r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3,\text{f})$$

Diese Gleichung ist unter dem Namen der Helmholtz-Kettelerschen Dispersionsgleichung bekannt; häufig wird sie auch, weil sie fünf Konstanten enthält, die fünfkonstantige Helmholtz-Kettelersche Formel genannt.

Die elektromagnetische Theorie der Dispersion ist besonders von H. A. Lorentz, Kolaček, Goldhammer, Helmholtz, Ebert, Planck, Drude, Natanson u. a. entwickelt worden. In neuerer Zeit haben theoretisch hierüber gearbeitet Esmarch, Oseen, Reiche, Ewald, Natanson, Lundblad u. a.

Wir werden auf die hier angeführten Formeln später bei der anomalen Dispersion § 21 zurückkommen.

§ 4. Dispersion in Gasen. Auf S. 222 wurden einige Resultate der Messungen angegeben, die verschiedene Gelehrte über die Strahlenbrechung in Gasen erhalten hatten. Sehr viele dieser Arbeiten bezogen sich auch auf die Dispersion in Gasen, da n für verschiedene λ bestimmt war. Hierhin gehören die Arbeiten von Mascart, Lorenz, Scheel, Burton, Rentschler, Loria, Koch, Cuthbertson, Perreau, Herrmann, Rayleigh, Ramsay und Travers, Walker, Ahrberg, Kessler, Stuckert, Siertsema und de Haas und Gruschke. Eine Zusammenfassung der Resultate findet man im Buch von Loria, „Die Lichtbrechung in Gasen“ (Braunschweig 1914), aus dem wir auch nachstehende Zahlenwerte für $\varrho = (n - 1)\,10^6$ entlehnt haben. Alle Zahlen beziehen sich auf 0° und 760 mm Druck.

Wasserstoff. Wir führen die Zahlen von Koch (K.) an, und auch einige von Scheel (S.) und Perreau (P.).

	K.	K.	K.	K.	S.	K.
$\lambda =$	2302	2760	3544	4109	4677	4917
$\varrho =$	153,4	151,4	144,9	142,9	139,8	140,3

	P.	K.	P.	S.	K.
$\lambda =$	5378	5896	6438	6676	6708
$\varrho =$	139,3	139,2	138,5	137,6	138,5

Außerdem findet Koch $\varrho = 137,3$ für den infraroten Strahl $8,69\,\mu$.

Die Dispersion des Wasserstoffs im Ultraviolett hat in neuester Zeit Kirn bestimmt (Ann. d. Phys. **64**, 566, 1921). Die Messungen stimmen mit den Kochschen Werten gut überein.

Sauerstoff. Rentschler (R.), Koch (K.).

	R.	R.	R.	K.	K.	K.	K.
$\lambda =$	3342	4359	5461	5893	6709	$6,7094\,\mu$	$8,6784\,\mu$
$\varrho =$	238,2	275,2	272,5	269,7	286,3	264,3	265,0

Stickstoff. Scheel (S.), Koch (K.).

	K.	K.	K.	K.	K.
$\lambda =$	2379	2577	2926	3545	3908
$\varrho =$	326,08	320,84	314,34	307,63	304,72
	S.	K.	K.	S.	S.
$\lambda =$	4358	4917	5461	6576	7056
$\varrho =$	302,0	301,06	299,77	296,1	294,5

Die Dichte, das Brechungsverhältnis und die Dispersion des gasförmigen Stickstoffs bei seiner Siedetemperatur hat in jüngster Zeit Gerold bestimmt (Ann. d. Phys. **65**, 82, 1915). Durch Berechnung der Wienerschen Formzahl (S. 224) ergab sich, daß die Stickstoffmoleküle sich so verhalten, als ob ihre Gestalt nahezu kugelförmig ist.

Helium. Koch (K.), Cuthbertson (C.).

	K.	K.	K.	K.	K.	C.	C.	C.
$\lambda =$	2379	2577	2858	3705	4109	5300	5790	6438
$\varrho =$	36,25	35,96	35,76	35,31	35,14	34,98	35,92	34,86

Die Brechung ist ungefähr 9 mal so klein, wie beim Stickstoff; Zerstreuung ebenfalls sehr klein. Scheel und R. Schmidt (1908) konnten sogar überhaupt keine Dispersion nachweisen. Burton, C. und M. Cuthbertson, Herrmann und Koch finden dagegen eine geringe Dispersion, die sich nach Burton darstellen läßt durch die Formel (3, b):

$$n - 1 = 0,0000347\left(1 + \frac{2,2}{\lambda^2 \,.\, 10^{11}}\right).$$

Argon. Ahrberg (A.), Cuthbertson (C.), Burton (B.).

	A.	C.	C.	C.	C.	C.	B.
$\lambda =$	4359	4799	5086	5461	5790	6438	6563
$\varrho =$	285,1	283,8	283,0	282,3	281,7	280,8	282,9

Neon, Krypton und Xenon. Cuthbertson.

λ	Ne	Kr	Xe
4799	134,62	863,61	142,57
5086	134,46	860,68	141,85
5460	134,32	857,48	141,09
3790	134,21	855,22	140,55
643,8	134,08	851,60	139,78
670,8	—	850,66	139,46

Chlor, Brom, Jod. Cuthbertson.

λ	Cl	Br	J
4800	791,66	—	—
5000	—	—	2120
5461	784,00	1184,9	—
5600	—	—	2170
6215	—	—	2130
6708	775,63	1152,5	1970

Im Jod anomale Dispersion.

S, P, F, Hg, As, Zn, Cd, Se, Te. Cuthbertson.

λ	S	P	F	Hg	As	Zn	Cd	Se	Te
5183	—	—	—	1885	—	2070	2780	—	—
5460	—	—	—	1882	1580	2150	2725	1570	2620
5893	1101	1197	195	1866	1550	2060	2675	1565	2495
6563	—	—	—	1799	—	1960	2675	1530	2370

N_2O und NO. Cuthbertson.

$\lambda =$	4799	4800	5209	5769	6438	6708
$\varrho(N_2O) =$	514,15	—	511,45	508,48	506,16	505,44
$\varrho(NO) =$	—	297,76	296,22	294,74	293,44	293,06

In einer neuen Arbeit findet Cuthbertson (1913) für NO_2 eine größere Zerstreuung als für N_2O_4. Bei $\lambda = 6438$ ergab sich für NO_2 $n = 1{,}000\,509$, für N_2O_4 $n = 1{,}001\,123$.

Ammoniak. Loria und Patkowski.

$\lambda =$	4358	5461	5875	6563
$\varrho =$	396,1	387,0	384,8	382,5

Ozon. Cuthbertson, berechnet aus Beobachtungen von Mischungen aus O_2 und O_3.

$\lambda =$	4800	5209	5700	6438	6708
$\varrho =$	532,90	523,73	516,24	509,68	507,64

HCl, HBr, HJ. Cuthbertson.

λ	HCl	HBr	HJ
4799	451,87	621,60	939,00
5209	449,30	617,04	930,15
5790	446,56	612,45	920,87
6438	444,44	608,78	913,34
6708	443,75	607,52	910,87

Schwefelwasserstoff. Cuthbertson.

$\lambda =$	4861	5461	5790	6563
$\varrho =$	650,9	644,0	641,2	636,2

Schweflige Säure (SO_2). Cuthbertson.

$\lambda =$	5000	5800	6500	6700
$\varrho =$	658,6	661,3	657,1	656,4

Methan (CH_4). Koch.

$\lambda =$	4359	5461	5895	6709	6,7094 μ	8,6784 μ
$\varrho =$	447,5	440,7	439,1	436,7	419,2	450,0

Im infraroten Teil anomale Dispersion.

Acetylen (C_2H_2), Äthylen (C_2H_4), Äthan (C_2H_6). Die Untersuchungen verschiedener Forscher ergaben widersprechende Resultate.

Kohlensäure (CO_2). Perreau (P.) und Gruschke (G.).

	G.	P.	P.	G.	P.	G.	P.	G.
$\lambda =$	4472	4677	4800	5016	5380	5876	6438	6678
$\varrho =$	456,8	455,0	454,4	453,8	451,8	449,9	448,7	447,5

Kohlenstoff-Monoxyd. Koch (K.), Perreau (P.), Gruschke (G.).

	K.	P.	G.	P.	G.	P.	K.	K.	K.
$\lambda =$	4359	4679	4922	5380	5876	6440	6710	6,7094 μ	8,6794
$\varrho =$	341,6	338,7	338,3	335,7	334,9	332,8	333,1	332,5	332,5

Cyan (C_2N_2). Stuckert.

$\lambda =$	4359	5461	6708
$\varrho =$	870,8	859,5	843,1

Cuthbertson verglich diese Zahlen miteinander und suchte in ihnen bestimmte Gesetzmäßigkeiten. Er teilte alle Elemente in Gruppen entsprechend den Kolonnen des Mendelejeffschen Systems. In jeder Gruppe wächst die Zahl ϱ mit dem Atomgewicht; von einer Gruppe zur anderen mit wachsender Valenz. Außerdem sind die Zahlen ϱ innerhalb jeder Gruppe die ganzen Vielfachen einer bestimmten Grundzahl. Wir führen die Zahlen für die Gruppe 0 des periodischen Systems an (ϱ für den Strahl *D*).

	He	Ne	Ar	Kr	Xe
$\varrho =$	34,9	68,7	283,7	427,3	702,0
	1	2	8	12	20
	—	— 1,9	+ 1,3	+ 1,6	+ 0,3 Proz.

Die Zahl ϱ für He ist als Einheit angenommen; in der letzten Zeile sind die Abweichungen in Prozenten angegeben. Ähnliche Resultate erhält man für die Gruppen F – Cl – Br – J, O – S – Se – Te und N – P – As.

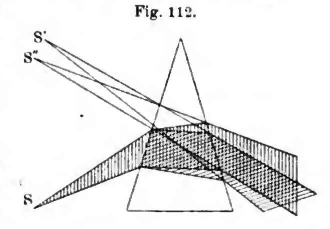
Die Zerstreuung in Luft haben viele Gelehrte untersucht; wir führen hier die Zahlen von Kayser und Runge für trockene Luft an (für folgende Fraunhofersche Linien):

	A	*C*	*D*	*F*	*G*	*H*
$\varrho =$	290,5	291,4	292,2	294,2	296,2	298,0

Siertsema und de Haas (1913) untersuchten die Zerstreuung in H_2, in Luft und CO_2 bei sehr starkem Druck, bis zu 71 Atm. (für H_2), 101,8 Atm. (Luft), 46,8 Atm. (CO_2), und für folgende Strahlen: 6440 (Cd), 5460 (Hg), 5090 (Cd), 4720 (Zn), 4360 (Hg) und 4050 (Hg). Es ergab sich, daß die relative Zerstreuung unabhängig vom Druck ist. Die Dispersion der Luft bis 1854 A. E. hat in letzter Zeit Traub bestimmt (Ann. d. Phys. **61**, 533, 1920).

§ 5. Prismatisches Spektrum. Beim Durchgange eines zusammengesetzten Strahlenbündels durch ein Prisma tritt zweimalige Brechung auf, deren jede von Dispersion begleitet ist, wie dies die Fig. 112 zeigt. Hier bedeutet S die Quelle der verschiedenartigen Strahlen, etwa einen weißen Lichtpunkt; nach der Brechung scheint das violette Strahlenbündel von S', das rote von S'' auszugehen.

Fig. 112.



Zur subjektiven Beobachtung der Spektren dienen die Spektroskope, welche wir im folgenden Paragraphen näher betrachten wollen.

Die Eigenschaften des Spektrums, auf welche man zu achten hat, sind die folgenden: die Längsausdehnung des Spektrums, die Größe der Dispersion, die Reinheit des Spektrums und seine Helligkeit.

Die Längsausdehnung des Spektrums hängt von dem Fernrohre ab, mit welchem man das Spektrum beobachtet, d. h. von der Objektivbrennweite und der Okularvergrößerung.

Die Dispersion an einer gegebenen Stelle des Spektrums wird durch die Größe $\frac{d\varepsilon}{d\lambda}$ gemessen, wo ε der Ablenkungswinkel des Strahles mit der Wellenlänge λ ist. Jene Größe hängt vom Brechungsquotienten n, dem brechenden Winkel A des Prismas und vom Einfallswinkel φ ab, unter welchem der Strahl das Prisma trifft. Die totale Dispersion eines endlichen Teiles des Spektrums wird durch die Größe $\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$

bestimmt, wo ε_1 und ε_2 die Ablenkungen sind, welche die Strahlen λ_1 und λ_2 durch das Prisma erfahren.

Von ganz besonderer Wichtigkeit für die Beobachtungen ist die Reinheit und Helligkeit des Spektrums. Rayleigh, Wadsworth, Helmholtz und andere haben die Bedingungen untersucht, von denen diese Eigenschaften des Spektrums abhängen. Eine eingehende Behandlung dieser Frage findet man in H. Kaysers Handbuch der Spektroskopie I, S. 294—335 und S. 550—576.

Wie wir sahen, besteht das Spektrum aus verschiedenfarbigen Spaltbildern, deren Anzahl man als eine unbegrenzt große ansehen kann und die einander teilweise überdecken. Infolgedessen vereinigen sich an jeder Stelle des Spektrums alle Strahlen, anfangend von einer gewissen Wellenlänge $\lambda = \lambda_1$ bis zur Wellenlänge $\lambda = \lambda_2$, und ist die Differenz $\lambda_2 - \lambda_1$ groß, so vermengen sich die Strahlen miteinander und die dünnen schwarzen Linien, welche auf das Fehlen einer gewissen Strahlensorte hindeuten, hören auf, sichtbar zu sein. In diesem Falle entfernt sich das Spektrum von jener idealen Reinheit, bei welcher jeder dasselbe quer durchziehenden Geraden nur eine bestimmte Wellenlänge entspricht. Je enger der Spalt ist und je weiter die Mitten zweier Bilder desselben voneinander abstehen, um so reiner ist das Spektrum. Man kann den Satz aufstellen: Die Reinheit des Spektrums ist direkt proportional seiner Länge und umgekehrt proportional der Breite der Spaltbilder. Hieraus folgt, daß das Spektrum um so reiner ist, je schmäler die Spaltöffnung ist.

Die Helligkeit des Spektrums verringert sich, wenn sich der Spalt verengt und wenn sich das Spektrum verlängert. Man kann daher sagen: Die Helligkeit des Spektrums ist seiner Reinheit umgekehrt proportional. Man muß also in dem Maße, als man den Spalt schmäler macht, die Intensität seiner Beleuchtung steigern.

Rayleigh ging nicht von den geometrischen Strahlen, sondern von Wellenflächen aus und fand die Bedingungen, von denen die Zerstreuungsfähigkeit des Prismas abhängt, d. h. die Möglichkeit, im Spektrum möglichst viele Einzelheiten zu erkennen.

Es seien λ und $\lambda + \Delta\lambda$ die Wellenlängen zweier Strahlen, die im Spektrum ganz nahe beieinander liegen, und $\Delta\lambda$ sei die kleinste Differenz, bei der man diese Strahlen noch trennen kann. Dann wird die Größe $r = \lambda : \Delta\lambda$ die Zerstreuungsfähigkeit des Prismas genannt. Rayleigh zeigte, daß

$$r = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = (t_2 - t_1)\frac{\Delta n}{\Delta\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

wo t_2 und t_1 die Weglängen bedeuten, die im Prisma von den beiden äußersten Strahlen zurückgelegt werden, d. h. von denjenigen Strahlen, die der Kante des Prismas bzw. seiner Basis (deren Breite sei t) zunächst

liegen. Die Größe Δn ist gleich der Differenz der Brechungsquotienten der beiden Strahlen. Wir werden am Ende dieses Paragraphen sehen, daß der Weg der Strahlen immer dem Minimum der Ablenkung entsprechen muß, d. h. die Strahlen müssen im Prisma parallel seiner Grundlinie gehen (das Prisma wird als gleichschenklig vorausgesetzt). Wenn das Strahlenbüschel auf die ganze Seitenfläche des Prismas trifft, so ist $t_2 = 0$ und $t_1 = t$, so daß

$$r = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = -t \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \quad \text{(4, a)}$$

Wenn die Strahlen durch ein System von Prismen der Reihe nach hindurchgehen, so muß man für t einsetzen $T = \Sigma t$, so daß

$$r = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = -T \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \quad \text{(4, b)}$$

Das Minuszeichen bedeutet, daß r im allgemeinen positiv ist, denn bei normaler Dispersion haben Δn und $\Delta \lambda$ verschiedene Vorzeichen. Damit das Prisma die Bestandteile der gelben Linie D, D_1 und D_2, für welche $\lambda = 5890$ und $\Delta \lambda = 6$, voneinander trennen kann, muß die Breite der Grundfläche des Prismas (t) gleich 1,02 cm sein, wenn eine bestimmte Glasart gewählt ist ($n = 1,65$).

Die Formel (4) bezieht sich nur auf den Fall eines unendlich dünnen Spaltes. Schuster gab eine vollständige Formel, in die auch die Breite des Spaltes eingesetzt wird.

Die Diffraktionsgitter werden wir später besprechen, aber, um sie mit den Prismen zu vergleichen, wollen wir schon hier erwähnen, daß für sie

$$r = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = Nm \quad \text{(5)}$$

wo N die Zahl der Striche auf dem Gitter und m die Ordnungszahl des beobachteten Diffraktionsspektrums bedeutet. Für große Gitter (Rowland) ist $N = 110000$; beobachtet man im ersten Spektrum ($m = 1$), so können in der Gegend der Linie D ($\lambda = 6000$) zwei Linien schon getrennt werden, wenn ihr Abstand nur 0,05 A beträgt. Eine solche Zerstreuung würde ein Prismensystem bedingen, für das die Summe der Breiten der Grundflächen der einzelnen Prismen gleich 126 cm ist. Dieses Resultat ändert sich indessen beträchtlich, wenn man zu kurzen λ übergeht. Denn für Gitter ist r ganz unabhängig von λ, während in (4) die Größe $\frac{\Delta n}{\Delta \lambda}$ sich ungefähr umgekehrt proportional λ^3 verändert. Für $\lambda = 2000$ würden wir nur 4 cm anstatt 126 erhalten; und für $\lambda = 1000$ (Schumannsche Strahlen, s. weiter unten) würde theoretisch ein einziges Prisma mit der Grundfläche $t = 0,8$ cm genügen.

Dieselbe Frage untersuchten: Morris-Airey, Wadsworth, Schuster, Czapski, Lummer und Gehrcke und andere.

Die Strahlen müssen das Prisma derart durchsetzen, daß ihre Ablenkung ε ein Minimum wird, wenigstens muß dies für die mittleren Strahlen des in Betracht kommenden Spektralgebietes der Fall sein. Es folgt dies aus den auf S. 152 genannten Eigenschaften des Prismas. Nur falls ε ein Minimum ist, wird das austretende Strahlenbündel homozentrisch, d. h. hat einen bestimmten Bildpunkt, von dem mit Hilfe einer Linse sich ein subjektives oder objektives Bild erhalten läßt. Zum Überflusse ist in diesem Falle $x = r_1$ (Fig. 57 auf S. 153), d. h. alle Bildpunkte, welche den verschiedenfarbigen Strahlen entsprechen, befinden sich im gleichen Abstande vom Prisma, was wiederum sehr wichtig ist, da nur unter dieser Bedingung alle Spaltbilder, welche

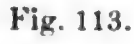
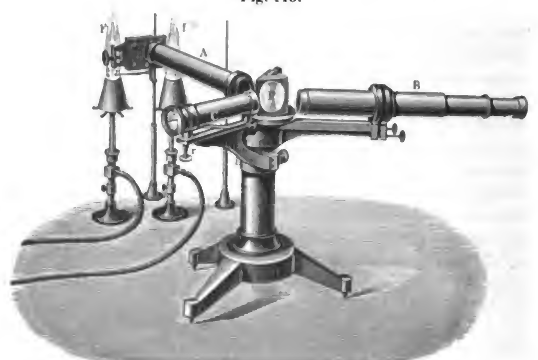


Fig. 113.



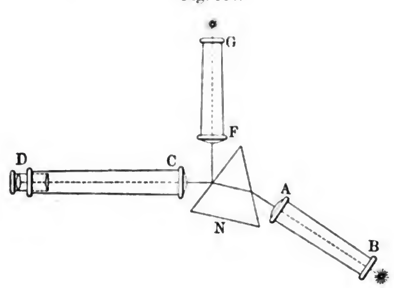
von einer Linse entworfen werden, sich in einer Ebene befinden und daher bei ein und derselben Stellung des Okulars beobachtet werden können. Über das Minimum der Dispersion im Prisma und verwandte Fragen hat in letzter Zeit Erfle (1919) gearbeitet.

§ 6. Prismenspektroskope. Die Apparate, welche zum Studium des Spektrums einer gegebenen Lichtquelle dienen, werden Spektroskope genannt; sind sie mit den erforderlichen Vorrichtungen zur genauen Messung der Ablenkungswinkel der Strahlen versehen, so nennt man sie Spektrometer. Apparate, welche es ermöglichen, die Spektren photographisch zu fixieren, heißen Spektrographen. Die Einrichtung aller dieser Apparate ist eine außerordentlich verschiedenartige, je nach dem Zweck, welchem sie dienen sollen. An dieser Stelle soll

nur von den Apparaten die Rede sein, bei denen die Dispersion des Lichtes mit Hilfe von Prismen erreicht wird.

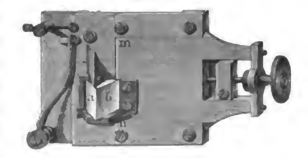
In Fig. 113 ist ein einfaches Spektroskop abgebildet, das besonders viel zu chemischen Untersuchungen angewandt wird. In Fig. 114 ist in horizontalem Durchschnitt die Anordnung seiner Teile schematisch

Fig. 114.



dargestellt. Die Röhre BA (Fig. 114) ist das Kollimatorfernrohr, welches bei B einen vertikalen Spalt trägt, bei A eine Sammellinse. In der Verlängerung der Kollimatorachse wird die Lichtquelle angebracht, deren Spektrum untersucht werden soll. N ist das Prisma, CD das Beobachtungsfernrohr, GF ein zweites Kollimatorfernrohr, welches bei G eine Glasskala mit möglichst feiner Teilung enthält. Letztere wird durch eine seitlich aufgestellte Lampe oder Licht derart beleuchtet, daß ihre Strahlen nach Reflexion am Prisma N ein Bild der Skala an derselben Stelle des Beobachtungsfernrohres CD geben, an welcher das Spektrum entsteht, so daß der Beobachter Spektrum und Skalenbild parallel nebeneinander erblickt. Auf diese Weise wird es möglich, die relative Lage des einen oder anderen Teiles des Spektrums zu bestimmen. Die Strahlenquelle, deren Spektrum beobachtet wird, kann unmittelbar vor den Spalt B des Kollimators AB gebracht werden; anstatt dessen kann man sie auch in beliebiger Entfernung aufstellen und ihr Bild mittels einer Linse auf den Spalt projizieren.

Fig. 115.



In Fig. 115 ist eine Spaltvorrichtung mn abgebildet; die eine Spalthälfte wird von einem kleinen als Spiegel wirkenden Prisma ab verdeckt, welches zur Anwendung kommt, wenn man zwei von verschiedenen

Lichtquellen stammende Spektren miteinander vergleichen will. Die eine Lichtquelle wird dann direkt vor den Spalt gebracht, die andere seitlich von demselben aufgestellt, so daß ihre Strahlen nach totaler Reflexion in *ab* ebenfalls in den Spalt eintreten und in der Richtung der Kollimatorachse verlaufen.

Da das Spektrum eine ununterbrochene Reihe von nebeneinanderliegenden Bildern des Spaltes darstellt, so muß auf die sorgsame Herstellung des letzteren besonders geachtet werden. In Fig. 115 war eine Spaltvorrichtung abgebildet, bei welcher sich nur die eine der beiden Platten verschiebt. Man verwendet heutzutage bisweilen kompliziertere „symmetrische" Spalte, wo beide Platten sich gegeneinander verschieben, so daß keine Verrückung der Spaltmitte oder der Mitte irgend einer Spektrallinie eintritt, wenn die Spaltbreite geändert wird. Crookes hat den Spalt an Spektroskopen aus Quarzplatten hergestellt.

Anstatt eines einzigen Prismas benutzt man häufig eine ganze Reihe von Prismen, wodurch man eine stärkere Dispersion erreicht.

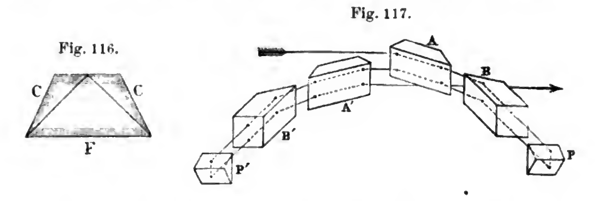


Fig. 116. Fig. 117.

Browning hat zuerst Prismen konstruiert, welche aus zwei verschiedenartigen Glassorten bestanden, die eine sehr verschiedene Dispersion besaßen. Solche Prismen können beispielsweise aus Crownglas und Flintglas bestehen. Flintglas ist stärker brechend als Crownglas, doch ist der Unterschied in dieser Hinsicht nicht sehr groß, dagegen ist die Dispersion im Flintglas unvergleichlich stärker als die im Crownglase. Browning hat Prismenkombinationen (Fig. 116) hergestellt, welche aus einem Flintglasprisma F von etwa 100° brechendem Winkel und zwei Crownglasprismen C mit einem Winkel von etwa 25° bestehen. Die beiden letzteren Prismen vermindern die Ablenkung der Strahlen beträchtlich, beeinflussen aber die Dispersion nur wenig, so daß die Kombination eine ebenso große Dispersion gibt, wie zwei Flintglasprismen mit 60° brechendem Winkel, in welchen überdies der Lichtverlust infolge zweimaligen Eintritts und Austritts der Strahlen größer ist. Rutherfurd hat zwei Flintglas- und drei Crownglasprismen kombiniert und Thollon Prismen aus CS_2 (113° br. Winkel) mit zwei Prismen aus Crownglas (31° br. Winkel) zusammengestellt.

Zur Vergrößerung der Dispersion hat man die Strahlen auch zweimal durch dieselbe Prismenreihe hindurchgehen lassen, wobei dieselben in den Endprismen dieser Reihe total reflektiert wurden. In Fig. 117 ist der Gang der Strahlen innerhalb derartiger Prismen dargestellt.

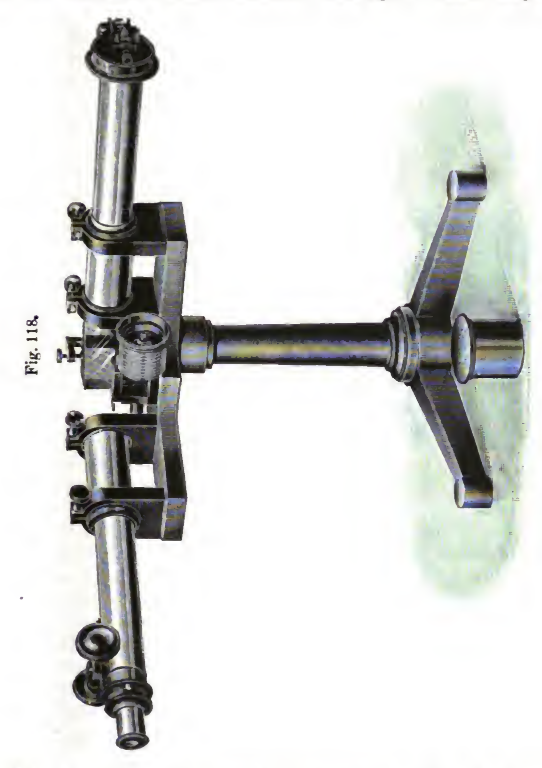


Fig. 118.

B', A', A und B sind Prismenkombinationen, P und P' die Prismen, in welchen totale Reflexion erfolgt. Die Strahlen treten aus dem Kollimatorfernrohr in das Prisma A, durchlaufen die Prismen $A\,B\,P\,B\,A\,A'$ $B'\,P'\,B'\,A'$ und gelangen hierauf in das Beobachtungsfernrohr.

Hilger in London hat ein Spektroskop mit drei Prismen konstruiert, durch welche man die Strahlen sechsmal gehen lassen kann,

so daß eine Wirkung erzielt wird, als ob sie 18 Prismen durchlaufen hätten.

In Fig. 118 ist ein modernes Spektrometer von Hilger mit unmittelbarer Ablesung der Wellenlänge abgebildet. Das Spektrum erhält man von einem Diffraktionsgitter, welches mit einem rechtwinkligen Prisma verbunden ist, von dessen Hypotenuse die Strahlen vollständig reflektiert werden. Das Kollimatorrohr (rechts) und das Fernrohr sind unbeweglich angebracht. Prisma und Gitter sind drehbar, so daß man das ganze Spektrum durch das Gesichtsfeld des Fernrohres hindurchführen kann, indem man eine Trommel dreht, die gesondert in Fig. 119 abgebildet ist. Auf der Trommel ist schraubenförmig eine Skala angebracht, die sich an einem festen Zeiger vorbeibewegt. Die Zahlen auf der Skala entsprechen 100 A, so daß die Ablesungen mit einer Genauigkeit von 1 A ausgeführt werden können. Die Einstellung des okularen Teiles des Fernrohres erfolgt durch eine Schraube, die sich auf dem mittleren Teile des Rohres befindet.

Fig. 119.



In den Spektrographen, die zum Photographieren dienen, wird das ganze optische Linsensystem sowie das Prisma aus Quarz oder aus isländischem Spat hergestellt. Im ersteren Falle benutzt man ein Cornusches Prisma, das aus zwei zusammengesetzten Prismen von je 30° Brechungswinkel besteht. Das eine der Prismen dreht die Polarisationsebene nach rechts (vgl. Kap. XVIII), das andere nach links; die optische Achse ist parallel der gemeinsamen Grundfläche des ganzen Prismas. Hartley, Schumann, Eder und Valenta, Crookes u. a. konstruierten solche Quarzspektrographen. Schumann konstruierte einen Vakuumspektrographen, aus dem die Luft herausgepumpt werden kann. Die Linsen und das Prisma bestehen aus Fluorit ($CaFl_2$), welches Strahlen bis $\lambda = 1000$ hindurchläßt. Noch weiter ging Lyman, der ein Diffraktionsgitter im Vakuum benutzte. Auf diese Arbeiten kommen wir am Schlusse dieses Paragraphen zurück.

Sehr bequem sind geradsichtige Spektroskope (à vision directe), in denen Dispersion erfolgt, ohne daß die mittleren Strahlen des Spektrums von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden. Sie enthalten Prismenkombinationen, welche aus Crownglas- und Flintglasprismen bestehen, deren brechende Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind und die gleiche Ablenkung der mittleren Strahlen

bewirken. Hierbei ist indes die von den einzelnen Prismen bewirkte Dispersion sehr verschieden, es überwiegt die der Flintglasprismen ganz bedeutend, was sich auch im Endresultat bemerkbar macht. In Fig. 120 ist der Gang der Strahlen in einem Amicischen Prisma angegeben; dasselbe besteht aus drei Prismen, einem mittleren aus Flintglas und zwei äußeren aus Crownglas. Dargestellt ist der Gang des roten, gelben und violetten Strahles, der austretende gelbe Strahl ist dem einfallenden weißen Strahle *w* parallel. Wernicke vereinigt Glasprismen mit Flüssigkeitsprismen, welche Zimtäthyläther oder Methylsalicylsäure enthalten. In Fig. 121 ist ein geradsichtiges Spektroskop und darüber die Anordnung seiner inneren Teile abgebildet.

Fig. 120.

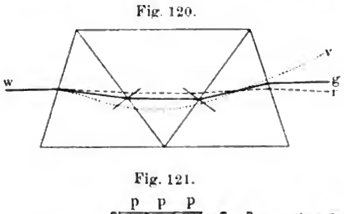
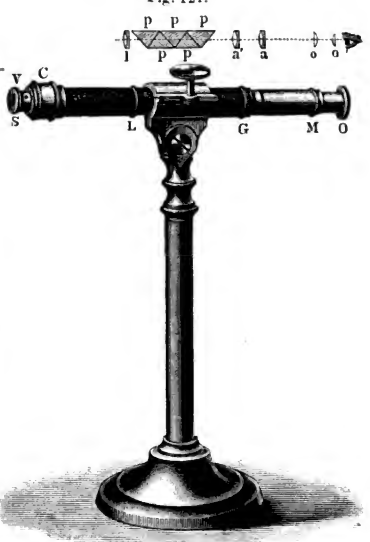


Fig. 121.



In *S V* befindet sich der Spalt, in *L*(*l*) die Sammellinse des Kollimators; hierauf folgt eine Prismenkombination (zwei Flintglas- und drei Crownglasprismen), das Objektivsystem *a' a* und das Okular *o o* des Beobachtungsfernrohres.

Wir wenden uns nunmehr den Spektroskopen zu, wie sie zu astro-physikalischen Beobachtungen benutzt werden. Bei allen zur Beobachtung von Fixsternen dienenden Spektroskopen werden Zylinderlinsen verwandt (vgl. S. 196), deren Seitenlinien den brechenden Kanten der Prismen parallel sein müssen, also senkrecht zum Sternspektrum; letzteres hat unmittelbar die Form einer dünnen Linie, welche von der Zylinderlinse in einen Streifen verbreitert wird.

Zur Beobachtung der Spektren von Sternschnuppen oder überhaupt solchen Lichtquellen, die nicht als Punkte erscheinen, kann das kleine geradsichtige Browningsche Spektroskop dienen (Fig 122), das aus einem vor dem Objektiv eines kleinen Fernrohres angebrachten Amicischen Prisma besteht.

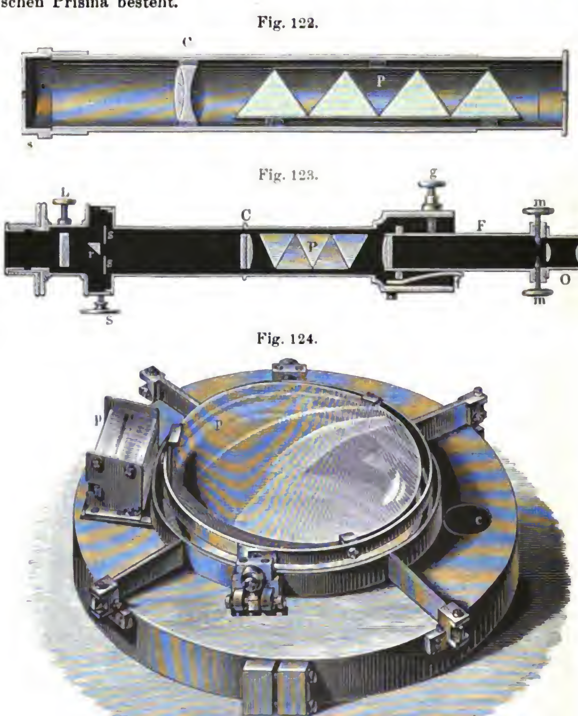


Fig. 122.

Fig. 123.

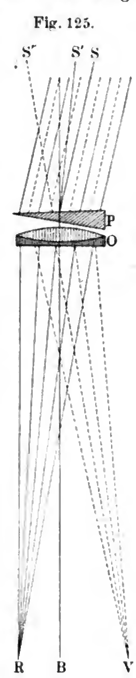
Fig. 124.

Das Merzsche Sternspektroskop ist in Fig. 123 abgebildet. Vor dem Spalt *ss* befindet sich eine Zylinderlinse *L* und das Prisma *r*, welches einen Teil des Spaltes verdeckt und dazu dient, das Sternspektrum mit dem einer anderen Lichtquelle zu vergleichen, die auf der einen Seite aufgestellt wird; an der entgegengesetzten Seite befindet

sich die Schraube S, mit deren Hilfe man den Spalt verstellt. In C befindet sich die Kollimatorlinse, bei P geradsichtige Prismen, FO ist das Beobachtungsfernrohr. Die Schraube g dient zur Verstellung des Fernrohres.

Fraunhofer hat zuerst bei Sternbeobachtungen das Prisma vor das Fernrohrobjektiv gebracht. Zu dieser Methode sind in der Folge Respighi in Rom und Merz in München zurückgekehrt. Fig. 124 zeigt ein Merzsches Prisma nebst Fassung, das unmittelbar vor das Objektiv des Fernrohres gebracht wird. Ein derartiges Prisma ist von Secchi (Durchmesser 16 cm, brechender Winkel 12°) benutzt worden. Pickering in Cambridge (Vereinigte Staaten von Nordamerika) benutzt mehrere Prismen (bis zu vier mit 15° brechendem Winkel), die an dem Objektiv eines elfzölligen Refraktors angebracht werden. Ein Nachteil dieser Anordnung liegt darin, daß das bedeutende Gewicht der Prismen (etwa 100 Pfund) eine Durchbiegung des Fernrohres hervorrufen kann. In Fig. 125 ist der Gang der Strahlen im Prisma P und Fernrohrobjektiv O dargestellt. Der beobachtete Stern befindet sich in der Richtung S; nach der Brechung sammeln sich die roten Strahlen in R, die violetten in V, gleich als ob sich in den Richtungen nach S' und S'' ein roter und violetter Stern befände. Die Strahlen von einer gewissen mittleren Brechbarkeit sammeln sich in dem auf der Fernrohrachse gelegenen Punkte B.

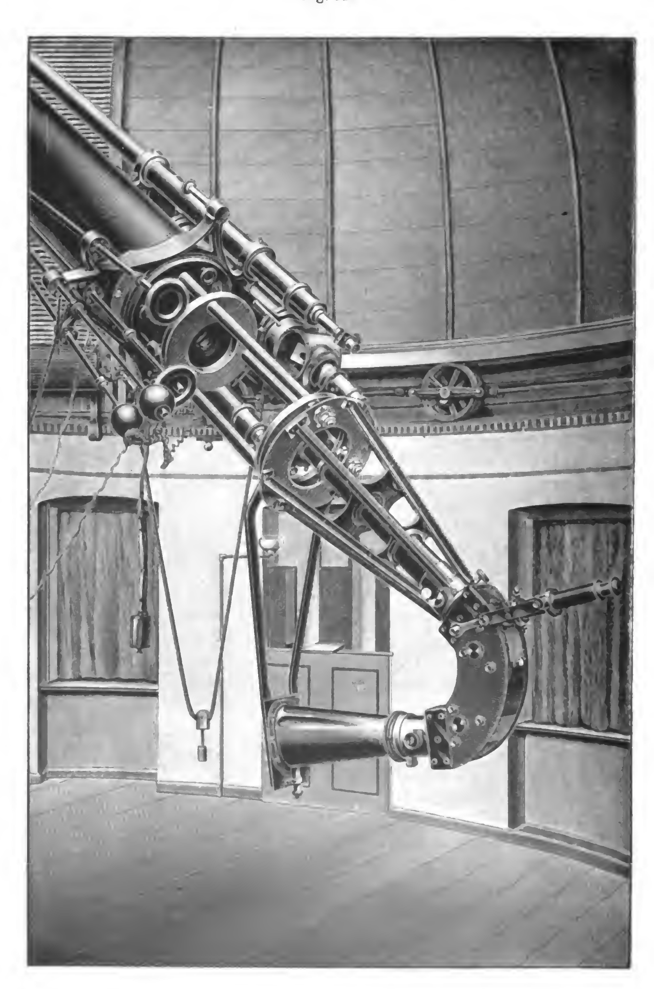
Fig. 125.



Von Zylinderlinsen kann man in zweierlei Weise Gebrauch machen, entweder stellt man sie derart vor dem Spalt auf, daß hierdurch ein linienförmiges Bild des Sternes entsteht, welches mit dem Spalt zusammenfällt, oder man benutzt sie dazu, das linienförmige Sternspektrum zu verbreitern.

In Fig. 126 ist der große Spektrograph des Potsdamer astro-physikalischen Observatoriums abgebildet, der an Stelle des Okulars an dem elfzölligen Refraktor jener Sternwarte angebracht wird. Das Kollimatorrohr ist umgeben von kegelförmig angeordneten Stäben mit T-förmigem Querschnitt. Hierauf folgt ein kreisförmig gebogener Teil, welcher zwei stark zerstreuende Rutherfurdsche Prismen enthält. Endlich ist in der Figur noch die konische Kamera zu sehen, die durch (in der Figur) vertikale Träger gehalten wird. Eine leuchtende Spektralröhre mit Wasserstoff ist in den vom Refraktor kommenden Strahlenkegel derart hineingebracht, daß auf der photographischen Platte die

Fig. 126.



Wasserstofflinien erscheinen. Da die Aufnahme von Sternspektren eine langdauernde Exposition nötig macht, so ist es erforderlich, daß das Bild des Sternes sich im Verlaufe längerer Zeit nicht gegen den Spalt verschiebt. Hierzu dient zunächst ein seitlich angebrachtes Fernrohr (s. die Figur), in welches Strahlen gelangen, die von der Vorderseite des Prismas reflektiert worden sind, und in welchem der vom Lichte der Spektralröhre beleuchtete Spalt und das in Form eines hellen Punktes erscheinende Sternbild sichtbar sind. Durch mikrometrische Verstellung kann man etwaige Unregelmäßigkeiten im Gange des Uhrwerkes, welches den ganzen Refraktor in Drehung versetzt, ausgleichen und dadurch verhindern, daß sich das Sternbild gegen den Spalt verschiebt.

Die zur Beobachtung von Sonnenprotuberanzen bestimmten Spektroskope weisen eine besondere Einrichtung auf. Hierher gehört die Prismenkamera, welche aus einer photographischen Kamera besteht, in der vor dem Objektiv Prismen angebracht sind. Ein Spalt ist hier überhaupt nicht vorhanden.

Krüss und Leiss haben verschiedene vervollkommnete Spektrographen beschrieben; so hat z. B. Leiss den Schumannschen Vakuumspektrographen beschrieben, mit dessen Hilfe man ultraviolette Strahlen, welche von der Luft absorbiert werden, bis zur Wellenlänge $\lambda = 0{,}123\,\mu$ verfolgen kann. Die optischen Teile desselben bestehen alle aus farblosem Flußspat, der für diese Strahlen durchlässig ist (Glas absorbiert die ultravioletten Strahlen); als lichtempfindliche Schicht verwandte Schumann reines Bromsilber, da die Gelatine in den gebräuchlichen photographischen Platten die Strahlen nicht hindurchläßt. Schließlich wird der ganze Apparat möglichst luftleer gepumpt. Noch kleinere Wellenlängen gelang Th. Lyman (1915) zu photographieren. Sein Vakuumspektrograph bestand aus einem mit Wasserstoff von 2 bis 3 mm gefüllten Messingrohr, in dem sich ein Beugungsgitter befand. Die elektrische Entladung erfolgte in einem in das Messingrohr eingesetzten Quarzrohr, das nach dem Spalt hin offen war, so daß das Wasserstofflicht keinen festen Körper zu passieren hatte. Die Spektrallinien wurden mit Schumannschen gelatinefreien Platten photographiert. Lyman gelangte so bis $0{,}09\,\mu$, wo die Absorption des Wasserstoffs merklich wird. Wurde der Wasserstoff durch Helium ersetzt, so wurde als äußerste Grenze $0{,}06\,\mu$ erreicht. In besonders hohem Vakuum gelangte Millican (1920) bis $0{,}02\,\mu$. Es ist dies die kleinste bis jetzt erreichte Wellenlänge im ultravioletten Spektrum (s. S. 32). Andere Vakuumspektrographen haben Handtke (1910), Bloch (1920) u. a. beschrieben.

§ 7. Die verschiedenen Formen der Spektra. Man unterscheidet zunächst Emissions- und Absorptionsspektren.

A. Zu den Emissionsspektren gehören:

I. Das kontinuierliche Spektrum; dasselbe erscheint als ununterbrochener Streifen, welcher jedenfalls alle Teile des sichtbaren Spektrums vom roten bis zum violetten Ende enthält. Spektren dieser Art erhält man bei Zerlegung des weißen Lichtes, welches von glühenden festen (mit Ausnahme der Oxyde der seltenen Erden) und flüssigen Körpern ausgesandt wird. Evershed findet, daß die Dämpfe von J, Br, Cl, S, As und Na bei hoher Temperatur und hohem Druck ebenfalls weißes Licht aussenden, welches ein kontinuierliches Spektrum liefert. Sogar Wasserstoff kann bei hohem Druck ein kontinuierliches Spektrum geben.

II. Das Linienspektrum; dasselbe besteht aus einer gewissen Anzahl einzelner heller Linien, welche innerhalb des ganzen Spektralgebietes liegen und die Färbung besitzen, welche der von ihnen eingenommenen Stelle des Spektrums entspricht. Die Zahl dieser Linien ist bisweilen sehr groß, und der größte Teil kann im infraroten und ultravioletten Gebiete liegen. Man erhält derartige Spektren bei Zerlegung des von leuchtenden Gasen oder Dämpfen ausgesandten Lichtes. Einfach nennt man eine Linie, wenn sie nur ein Intensitätsmaximum zeigt. Besitzt sie mehrere Maxima, so heißt sie mehrfach oder umgekehrt. Ist die Linie einfach, so kann sie noch scharf, unscharf oder verbreitert sein.

III. Das Bandenspektrum; dasselbe besteht aus sehr zahlreichen Linien, die an einzelnen Stellen, den sogenannten Häufungsstellen, besonders dicht beieinanderliegen. An diesen Stellen, die zumeist auf der dem violetten Ende der Bande zugekehrten Seite der Bande liegen, erscheinen die Banden besonders hell; nach dem anderen Ende hin werden sie allmählich schwächer, weshalb sie das Aussehen von Säulen annehmen, die von einer Seite her beleuchtet sind. Derartige Bandenspektra werden häufig von leuchtenden Dämpfen oder Gasen ausgesandt. Wie Wood (1907) gefunden, sendet eine Reihe von Dämpfen, in geschlossenen Gefäßen erhitzt, charakteristische Bandenspektren aus; es gilt dies besonders von solchen Gasen oder Dämpfen, die schon bei gewöhnlicher Temperatur starke Absorption zeigen. Hierhin gehören die Dämpfe von Jod, Brom, Arsen, Schwefel, Selen, Antimon, der Alkalimetalle usw. Besonders schön läßt sich der Versuch mit Jod zeigen, wenn man ein in eine enge Kapillare ausgezogenes Quarzrohr in einem Gebläse zur Weißglut erhitzt und so viel Jod hineinbringt, daß ein hoher Dampfdruck im Innern herrscht (Wood). Andere Gase wie Stickstoff, Wasserstoff, Sauerstoff, Helium leuchten dagegen nicht.

IV. Streifenspektra, d. h. solche Spektra, die aus einem oder mehreren Stücken bestehen, mehrere Intensitätsmaxima besitzen und auf keine Weise in Linien übergeführt werden können. Die Dämpfe organischer Farbstoffe zeigen häufig elektrisch erregt oder bei der Fluoreszenz derartige Streifenspektra.

Diese Einteilung ist willkürlich, da man zwischen verschiedenen Arten von Spektren, z. B. einem Linienspektrum und einem kontinuierlichen Spektrum oder einem Streifenspektrum und einem kontinuierlichen Spektrum, alle möglichen Übergänge herstellen kann. So können sich bei hohem Druck die Linien eines Linienspektrums verbreitern und schließlich zu einem kontinuierlichen Spektrum zusammenfließen. Im allgemeinen gibt es jedoch eine Reihe charakteristischer Unterschiede im Verhalten der verschiedenen Arten von Spektren.

B. Die Absorptionsspektren werden erhalten, wenn man weißes Licht durch irgend ein Medium hindurchsendet, das einige der Strahlen absorbiert. Diese Spektren stellen gewissermaßen ein kontinuierliches Spektrum dar, in welchem bestimmte Strahlen oder Strahlgruppen fehlen. Das Fehlen solcher Strahlen äußert sich dadurch, daß dunkle Linien oder Streifen auf dem hellen farbigen Hintergrunde erscheinen. Auch bei der Absorption unterscheidet man die vier eben genannten Arten der Spektra. Natriumdampf besitzt bei großer Dampfdichte und einer Temperatur nahe der Rotglut ein kontinuierliches Absorptionsspektrum. Die Dämpfe mancher Substanzen, namentlich organischer Farbstoffe, zeigen Streifenspektra in Absorption; ein Absorptionslinienspektrum zeigen häufig die Elemente bei geringer Dampfdichte, z. B. Natrium usw.

Es gibt auch zusammengesetzte Spektren, die gewissermaßen eine Überlagerung von Emissions- und Absorptionsspektren darstellen. In ihnen kommen sowohl dunkle Linien oder Streifen auf dem Hintergrunde eines kontinuierlichen Spektrums als auch einzelne helle Linien vor. Hierhin gehören die Spektren einiger Sterne.

§ 8. Einige Methoden zur Erlangung von Emissions- und Absorptionsspektren. Darstellung der Spektren. Zur Erzeugung des Emissionsspektrums der leuchtenden Gase und Dämpfe hat man eine große Anzahl von Verfahren ausgearbeitet, die sich auf die folgenden fünf Methoden zurückführen lassen: 1. Man bringt die Dämpfe durch hohe Temperatur in einer Gas- oder Alkoholflamme zum Leuchten. 2. Man schließt das verdünnte Gas in eine Geisslerröhre ein und schickt einen elektrischen Strom (Gleichstrom oder häufiger Induktionsstrom) hindurch. 3. Wenn der elektrische Funke übergeht, verdampfen die Elektroden und die so gebildeten Dämpfe senden für die betreffenden Stoffe charakteristische Spektra aus bzw. es wird das die Funkenstrecke umspülende Gas zum Leuchten erregt. 4. Man läßt die Dämpfe sich im elektrischen Lichtbogen bilden, wobei sie gleichzeitig leuchten. 5. Man erhitzt die Stoffe im Vakuum durch einen elektrischen Ofen auf eine sehr hohe Temperatur (2000 bis 3000°). Eine ausführliche Darstellung von allem, was sich auf die ersten vier Methoden der Beobachtung der Spektra von Gasen und Dämpfen bezieht, findet man in den Büchern: Urbain, „Introduction à l'étude de la spectro-

scopie", Paris 1911, p. 64—100 und Kayser, I, S. 131—252; II, S. 287—338. Hier begnügen wir uns mit wenigen Hinweisen.

1. Die Flamme. Die verschiedenen Teile der Flamme haben bekanntlich verschiedene Temperaturen und verschiedene Konsistenz; dementsprechend erhält man auch verschiedene Spektra. De Watteville (1904) hat diese Spektra für eine Reihe von Metallen eingehend untersucht. Die Spektra des inneren Kegels und der eigentlichen Flamme (Flamme im engeren Sinne) enthalten verschiedene Serien von Linien. Das Spektrum des Kegels ist ähnlich dem Funkenspektrum bei vorhandener Selbstinduktion im Stromkreise. Hartley untersuchte die Spektra von Dämpfen in einer Knallgasflamme, deren Temperatur sehr hoch ist. Hier gaben viele Metalle Streifenspektra.

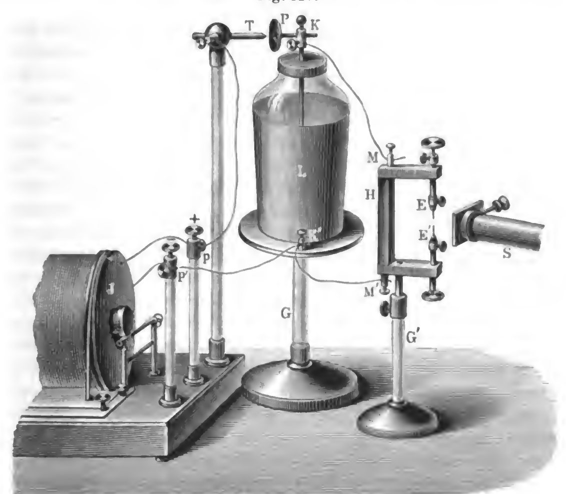
Morton, Gouy, Beckmann und andere haben Apparate konstruiert, bei denen die zu untersuchende Substanz oder ihre Lösung als feinster Sprühregen (wie beim Pulverisator) dem brennenden Gase beigemengt oder direkt in die Flamme eingeführt wird.

2. Geisslerröhre (Bd. V). In ihr wird das Leuchten durch elektrische Entladungen hervorgerufen. Hierbei ist besonders darauf zu achten, daß die Gase absolut rein sind, da das Spektrum durch unbedeutende Mengen eines zweiten Gases stark beeinflußt werden kann, wobei der Druck dieses Gemisches eine große Rolle spielt. Ramsay und Collie (1896) untersuchten die Mischung H_2 und He (33 Proz.). Bei einem Druck von 2 mm sieht man nur das Wasserstoffspektrum; bei 0,43 mm trat das He-Spektrum scharf hervor; bei 0,072 mm waren die roten Linien beider Spektra gleich hell; bei 0,012 mm trat das Wasserstoffspektrum hinter dem He-Spektrum zurück. In einer Mischung, die 10 Proz. He enthält, ist das He-Spektrum nur bei sehr geringem Druck sichtbar; aber 1 Tl. H_2 in 100 000 Tln. He gibt ein deutliches Wasserstoffspektrum. Ähnliche Untersuchungen hat Lewis (1899) ausgeführt. Die Temperatur des leuchtenden Gases bestimmte Wood, indem er ein Bolometer in die Röhre einführte. Sie erwies sich im allgemeinen als nicht hoch; ihre Erhöhung beim Leuchten hielt sich in den Grenzen 13 bis 73°, je nach dem Druck, der Stromstärke und der Stelle in der Röhre, die untersucht wurde.

3. Der helle Induktionsfunke, welcher zwischen Drahtelektroden auftritt, liefert das Spektrum der Metalle, aus denen die Elektroden bestehen, sowie auch das der Gase, welche die Elektroden umgeben. In Fig. 127 ist eine Versuchsanordnung dargestellt, bei welcher hellglänzende Funken erhalten werden. Die zugespitzten Stifte E und E' sind mit den Belegungen einer Leidener Flasche verbunden, die Polklemme p' (—) mit der äußeren Belegung, die Klemme p (+) mit der Drahtspitze T, welcher das runde Scheibchen P gegenübersteht. Die Funken treten gleichzeitig zwischen T und P, sowie zwischen E und E' auf. S ist das Kollimatorrohr eines Spektralapparates.

Sehr bequem sind die von Delachanal und Mermet angegebenen Entladungsröhrchen (Fig. 128) (Fulgurator). Diese bestehen aus einem Probierröhrchen *A*, in dessen Boden ein von Glas umgebener Draht *fD*

Fig. 127.



eingeschmolzen ist; demselben gegenüber befindet sich der Draht *d*, der in seinem oberen Teile von dem Röhrchen *B* umgeben ist und vom Pfropfen *C* gehalten wird.

Fig. 128.

Auf den Boden von *A* wird eine geringe Menge der entsprechenden Salzlösung gebracht, so daß das Flüssigkeitsniveau *ab* fast in gleicher Höhe mit *D* liegt und etwas Flüssigkeit infolge der Kapillarität an der Drahtspitze aufsteigt. Verbindet man jetzt *f* mit dem negativen, *c* mit dem positiven Pole eines Induktors, so treten zwischen *D* und *d* Funken auf, deren Licht das Spektrum des Metalls liefert, das sich in der gewählten Salzlösung befindet.

Ähnliche Apparate konstruierten Crookes, Demarçay, Gramont. Außer der Induktionsspule kann man auch Elektrisiermaschinen (Whimshurst, Töpler, Bd. IV) benutzen, oder Gleichstrom von einer Hochspannungsbatterie oder auch elektrische Schwingungen, entsprechend den Hertzschen Wellen oder den Teslaströmen. E. Wiedemann verglich miteinander diese drei

Methoden. Sehr wichtige Untersuchungen an Funkenspektra haben Schuster und Hemsalech angestellt. Sie photographierten das Spektrum auf einer Platte, die sich mit einer Geschwindigkeit von 100 m in der Sekunde senkrecht zum Spalt und senkrecht zum Funken bewegte. Dabei erschienen die Spektrallinien verbogen, was darauf hinweist, daß die Dämpfe der metallischen Elektroden sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit auf der Bahn des Funkens bewegen, welcher einen oszillierenden Charakter trägt (S. 15). Die erste Entladung findet in der Luft statt, die nächsten in den Dämpfen des Metalls. Aus der Krümmung der Linien kann man die Geschwindigkeit der Dämpfe berechnen, die 400 bis 1850 m/sec betrug und mit wachsendem Atomgewicht des Metalls abnahm. Bei Einführung einer Selbstinduktion in den Stromkreis beobachteten sie ein Abnehmen und sogar Verschwinden der atmosphärischen Linien, was nachher in einer Reihe von Arbeiten Hemsalech bestätigte. Schenk untersuchte das Spektrum von Cd und stellte ebenfalls einen Einfluß der Selbstinduktion auf die Helligkeit verschiedener Spektrallinien fest. Berndt zeigte, daß ein Widerstand im Stromkreise einen anderen Einfluß ausübt, als eine Selbstinduktion.

4. Lichtbogen. Metallspektra kann man dadurch erhalten, daß man das Metall oder gewisse Verbindungen desselben in die Bohrung der Anodenkohle bringt und dann den Flammenbogen herstellt, wobei die Kohlenspitzen möglichst weit auseinander zu rücken sind, damit nicht statt des gewünschten Spektrums das kontinuierliche Spektrum der weißglühenden Kohlenstifte erscheint. Stehen genügend große Stücke von leitenden Materialien zur Verfügung, so kann man diese auch unmittelbar als Elektroden verwenden und den Bogen zwischen ihnen brennen. Auf diese Weise erhält man gut brennende Metallbogen von Fe, Cu, Ni, Mn, Mg, Ca, Ag, Cr, In, Pb, Cd u. a. namentlich zahlreicher Legierungen.

Fleming und Petavel, de Watteville, Fabry und Buisson und andere untersuchten die Spektra von Lichtbögen zwischen Kohlen- und Metallelektroden. Fabry und Buisson fanden, daß das Funkenspektrum linienreicher ist als das Bogenspektrum.

Crew und Tatnall haben einen bequemen Apparat konstruiert, welcher dazu dient, den Voltabogen zwischen zwei Metallen hervorzurufen, und zwar zwischen einem Stäbchen und dem Rande einer rotierenden Scheibe. Arons hat eine „Quecksilberlampe" konstruiert, bei welcher der Voltabogen im Vakuum zwischen zwei Quecksilberoberflächen entsteht.

Diese Lampe vervollkommneten Fabry und Perot, Hewitt, Pfund (1908), Knipp (1910), Urbain (1911), Weigert (1912), Tian (1913) und andere. In der Lampe von Fabry und Perot umgibt die Quecksilberanode als Ring die Kathode, welche aus einer kleinen vertikalen Röhre besteht, die mit Hg gefüllt ist. Ähnlich ist auch die Lampe von Siedentopf (C. Zeiss in Jena) konstruiert. Hewitt zeigte, daß einer

jeden erregenden elektrischen Kraft eine bestimmte Elastizität der Hg-Dämpfe entspricht, bei der die Lampe den besten Wirkungsgrad hat. In der von ihm hergestellten Lampe werden die Bedingungen des besten Wirkungsgrades automatisch geschaffen. Diese Lampe hat die Gestalt einer vertikalen Röhre, in der sich unten die Hg-Kathode, oben die Eisenanode befindet.

Ähnlich konstruierte Lampen aus Quarzglas bilden eine ergiebige Quelle für Ultraviolett bis $0{,}22\,\mu$; sie werden geliefert von Heraeus in Hanau. Andere Formen haben Perot und Fabry, Siedentopf u. a. angegeben. Außer diesen sogenannten Niederdrucklampen, bei denen der Druck des Quecksilbers nur wenige Bruchteile eines Millimeters erreicht, sind noch Hochdrucklampen konstruiert, bei denen man Drucke von mehreren Zentimetern, ja von mehreren Atmosphären anwenden kann. Sie werden ausschließlich aus Quarz hergestellt und liefern ein sehr intensives und linienreiches Spektrum. Wegen ihrer Beschreibung sei auf das Buch von Pole, Die Quarzlampe (Berlin 1914), verwiesen. Hamey und Michelson haben „Cadmiumlampen“ konstruiert, um das Spektrum des Cadmiums zu erhalten, das, wie wir sehen werden, gegenwärtig eine wichtige Rolle bei den spektrometrischen Untersuchungen spielt. Sie werden ebenfalls von Heraeus in Hanau in den Handel gebracht.

5. Ofenspektra (Furnace spectra). Untersuchungen von Pringsheim, Paschen, Nasini und Anderlini (1904) und ganz besonders von A. S. King zeigten, daß die sogenannten permanenten Gase, wie H, O, N, He, A selbst bei den höchsten Temperaturen, die man im Laboratorium erreichen kann, nichtleuchtend bleiben, daß dagegen Metalldämpfe unter diesen Umständen, d. h. durch bloße Erwärmung ohne Durchgang eines elektrischen Stromes, ebenfalls Linien- oder Streifenspektra geben (vgl. S. 270 die Versuche von Wood). King erhitzt ein Graphitrohr, das kleine Mengen von verschiedenen Elementen im Vakuum enthielt mit starken Wechselströmen auf 2000 bis über 3000° und beobachtete das Spektrum der dadurch verdampften Elemente. King fand, daß hierdurch die Alkalien, die alkalischen Erden, Fe usw. zur Ausstrahlung ihrer Eigenlinien gebracht werden. Die so erhaltenen Spektra nennt man Ofenspektra (englisch furnace spectra).

Absorptionsspektren untersucht man in der Art, daß man die absorbierende Substanz zwischen den Spalt des Spektroskops und eine weiße Lichtquelle bringt, welche allein ein kontinuierliches Spektrum liefern würde. Ist die zu untersuchende Substanz flüssig, so füllt man sie in ein Gefäß mit planparallelen Glaswänden. Die Absorption der Lichtstrahlen durch die Dämpfe sich leicht verflüchtigender Stoffe kann man untersuchen, indem man letztere in eine horizontale Röhre bringt, deren Enden durch Glasplatten verschlossen sind und die erforderlichenfalls mit einem Brenner erwärmt wird.

Es gibt mehrere Methoden zur Darstellung oder Zeichnung der Spektra. Die vollkommenste Methode würde darin bestehen, daß man alle Teile des Spektrums bis in alle Einzelheiten in ihren natürlichen Farben und ihrer relativen Helligkeit reproduzieren würde. Eine derartige Darstellungsweise ist jedoch praktisch wohl kaum ausführbar.

Gewöhnlich bildet man die Spektra in Form von Streifen ab, in welche man die hellen oder dunklen Linien als schwarze bzw. weiße Linien (auf dunklem Grunde) einträgt, wobei man durch die Breite bzw. die größere oder geringere Schwärze die entsprechende Linienbreite bzw. relative Dunkelheit der Spektrallinien nachzuahmen sucht.

Nach Möglichkeit sucht man gegenwärtig sogenannte normale Spektren zu zeichnen, in denen die Lage einer jeden Linie durch die Wellenlänge des zugehörigen Strahls bestimmt wird, so daß jeder Skalenteilstrich einem bestimmten Zuwachs der Wellenlänge (etwa um 1 $\mu\mu$) entspricht.

Fig. 129.

Um in ein und derselben Zeichnung die aufeinanderfolgenden Veränderungen des Absorptionsspektrums von Lösungen in Abhängigkeit von ihrer Konzentration darzustellen, bedient man sich einer Methode, welche aus Fig. 129 zu erkennen ist; diese Figur bezieht sich auf Karminlösung. Die darüberstehenden Buchstaben deuten die verschiedenen Spektralgebiete: das rote, orangene, gelbe usw. an. Jede horizontale Gerade bezieht sich auf das Absorptionsspektrum für einen bestimmten Konzentrationsgrad, der von unten nach oben abnimmt. Bei einer gewissen, als Einheit angenommenen Konzentration erhält man einen breiten roten Streifen, wie dies am unteren Rande der Figur zu sehen ist. Die Konzentration Null gibt ein kontinuierliches Spektrum, aus welchem bei dem Konzentrationsgrade $\frac{1}{16}$ die äußersten roten und violetten Teile verschwinden. Liegt die Konzentration zwischen $\frac{1}{16}$ und $\frac{1}{8}$, so treten zwei dunkle Banden im Gelb und Grün auf, die sich darauf vereinigen; die Banden im Grün und Violett verbreitern sich und vereinigen sich bei einer Konzentration, die etwas über $\frac{1}{4}$ beträgt. Es bleibt jetzt nur noch ein Teil des Rot übrig, der bei weiter zunehmender Konzentration ganz allmählich schmäler wird.

Diese Methode benutzte als erster Hartley (1883).

§ 9. Nichtkontinuierliche Spektra fester Körper. Spektra leuchtender Gase und Dämpfe. Wir sahen, daß feste und flüssige Körper, die durch Erhitzen zum Leuchten gebracht werden, ein kontinuierliches Spektrum geben. Indessen bei der Lumineszenz zeigen diese

Körper in vielen Fällen Streifen- oder Linienspektra, z. B. bei Fluoreszenz und Phosphoreszenz, die wir später behandeln werden. Einen interessanten Fall eines nichtkontinuierlichen Spektrums fester Körper entdeckte und untersuchte Goldstein. Viele feste Körper leuchten unter dem Einfluß auf sie treffender Kathodenstrahlen (Bd. V); beim Aufhören der Kathodenstrahlen findet man in vielen Fällen, daß die Körper noch eine Zeitlang weiterleuchten. Crookes beobachtete als erster dabei nichtkontinuierliche Spektra; dieselben wurden von einigen Verbindungen der seltenen Metalle ausgesandt. Goldstein (1904) fand bei allen Körpern der Fettreihe nur kontinuierliche Spektra, bei zahlreichen Körpern der aromatischen Reihe dagegen nichtkontinuierliche Spektra, die aus einer Reihe manchmal sehr schmaler Streifen bestehen. Dieses bezieht sich im besonderen auf die Verbindungen, die zwei oder drei Benzolringe enthalten. Einige Oxyde der seltenen Metalle geben beim Erhitzen ein kontinuierliches Spektrum, in dem einzelne helle Linien hervortreten; dies erscheint wie eine Überlagerung eines kontinuierlichen und eines Linienspektrums.

Wie bereits erwähnt, geben glühende Dämpfe und Gase im allgemeinen Spektren, die aus einer Reihe von vereinzelten hellen Linien bestehen. Die Frage nach der Verteilung dieser Linien oder, mit anderen Worten, nach den Werten von λ für alle die verschiedenen Strahlen, die von den verschiedenen Dämpfen und Gasen ausgesandt werden, bietet ein ganz besonderes Interesse dar. In Spezialwerken, die von den Spektren handeln, findet man ausführliche Verzeichnisse der Wellenlängen für die bisweilen sehr zahlreichen Linien im Gas- oder Dampfzustande befindlicher Substanzen. Für viele Stoffe sind auch die infraroten und ultravioletten Teile ihrer Spektra untersucht worden, die bei einigen von ihnen eine sehr große Zahl von Linien aufweisen. So haben Kayser und Runge, Schumacher (1919) u. a. die Lage einer großen Anzahl von Eisenlinien auch in Ultraviolett festgelegt.

Man hat vielfach die Vermutung ausgesprochen, daß das Leuchten der Gase niemals ein kalorischer Vorgang sei. Messungen von E/A an Banden der Kohlensäure und einigen metallischen Emissionslinien haben aber zu nahezu denselben Temperaturen geführt, die auch direkt oder auf anderem Wege an den gleichen Lichtquellen gemessen worden sind. In diesem Falle spricht alles dafür, daß wir es hier mit einer Temperaturemission zu tun haben [H. Schmidt (1909)]. Wie H. Schmidt (1913) weiter gefunden hat, zeigt Kohlensäure bei Erhitzung in Emission und Absorption dasselbe Spektrum. Damit ist bewiesen, daß Gase infolge bloßer Temperaturerhöhung ein diskontinuierliches Spektrum aussenden können. Eine mit Strenge von Gibson (1911) für die grüne Thalliumlinie und von H. Kohn (1914) für eine Reihe verschiedener Linienspektra durchgeführte Untersuchung und die Arbeiten

von W. David (1920) liefern den vollgültigen Beweis für die quantitative Gültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes. Daß in anderen Fällen das Leuchten der Gase ein Lumineszenzphänomen sein kann, geht aus der Tatsache hervor, daß viele Dämpfe zu fluoreszieren vermögen, z. B. Natriumdampf, der hierbei die gelbe D-Linie aussendet (siehe später unter Fluoreszenz).

Wir werden weiter unten eine Übersicht einiger der charakteristischen Linien aus den Emissionsspektren wichtigerer Substanzen folgen lassen, müssen derselben aber einige allgemeine Bemerkungen vorausschicken. Die Zahl und Lage der Linien im Spektrum hängt nicht nur von der Art der leuchtenden Substanz ab, sondern auch von deren physikalischem Zustande, etwa von ihrer Dichte und Temperatur, sowie von der Art, auf welche man das Spektrum erzeugt hat. So geben z. B. die Metalldämpfe in der Bunsenflamme Spektren mit relativ wenig Linien, während sie im Voltabogen eine sehr viel größere Zahl von Linien zeigen. Die Unhomogenität der Bogenflammen nach Temperatur- und Dichteverteilung bringt ferner eine große Mannigfaltigkeit im Aussehen der Linien zustande; man findet zahlreiche Formen der Selbstumkehrung, d. h. sie erscheinen als helle Linien auf dunkler Mitte (s. § 13), und Verbreiterung. Natriumdampf gibt in der Bunsenflamme eine gelbe Doppellinie (D), im Induktionsfunken erhält man dagegen durch verdampfendes Glaubersalz außer obigen Linien noch sieben andere und darunter zwei sehr helle. Kayser und Runge gelang es, bis zu 30 Natriumlinien zwischen $\lambda = 0{,}6162\,\mu$ und $\lambda = 0{,}2512\,\mu$ im Voltabogen zu erhalten; sieben von ihnen liegen im ultravioletten Spektralgebiete; Wood konnte sogar die Wellenlänge von 50 Linien festlegen.

E. Wiedemann, Hasselberg, P. Lewis u. a. haben den Einfluß untersucht, welchen vorhandene Beimengungen auf das Spektrum eines gegebenen Gases ausüben, und sind hierbei zu dem wichtigen Ergebnisse gelangt, daß das Vorhandensein eines Gases bisweilen von wesentlichem Einflusse auf das Spektrum des anderen ist. Lewis fand, daß eine ganz geringfügige Menge gewisser Gase hinreicht, um die charakteristischen Linien derselben erscheinen zu lassen, während die Anwesenheit anderer sogar bei bedeutendem Prozentgehalt sich im Spektrum gar nicht verrät. So lassen sich z. B. Quecksilberdämpfe im Wasserstoff sogar bei einer Temperatur von -20^0 erkennen, wenn ihr Druck nur 0,000 02 mm beträgt; im Sauerstoff treten die Quecksilberlinien nicht hervor, wenn nicht gleichzeitig Wasserstoff vorhanden ist. Argon ist in der Luft nicht nachweisbar, im Helium dagegen lassen sich die geringsten Spuren desselben erkennen. Spuren von Sauerstoff beeinflussen das Aussehen des Wasserstoffspektrums, Spuren von Wasserdampf das Sauerstoffspektrum usw. (s. auch S. 272 die Versuche von Ramsay und Collie).

Humphreys und Mohler, sowie Jewell, Haschek, Huff u. a. finden, daß sich die Wellenlänge der Strahlen, welche (im Voltabogen) von leuchtenden Dämpfen ausgesandt werden, wenn auch nur wenig, doch immerhin merklich bei Steigerung des äußeren Druckes ändert, und zwar für verschiedene Linien in verschiedenem Maße, im allgemeinen proportional der Wellenlänge. Die Größe der Verschiebung scheint dem Druck proportional zu sein. Außerdem bewirkt Zunahme des Druckes eine Verbreiterung der Linien, und zwar in verschiedenster Weise, auch werden die Umkehrungserscheinungen begünstigt. Die Fig. 130 gibt eine Probe des Druckeffekts. Man sieht eine Liniengruppe aus dem Bogenspektrum des Silbers bei 66 Atm. aufgenommen. Zum Vergleich ist in der Mitte dasselbe Spektrum bei Normaldruck photographiert (die kurzen scharfen Linien).

Wie Stark und seine Schüler gezeigt haben, werden Spektrallinien unter der Einwirkung eines elektrischen Feldes in Komponenten zerlegt, oder ohne Zerlegung verschoben (Starkeffekt, Bd. V). Auf diese Erscheinung führt Stark auch die Einwirkung des Druckes zurück, wobei

Fig. 130.



die elektrischen Felder durch benachbarte Moleküle bzw. Ionen hervorgerufen sein sollen. Holtsmark (1919) hat die Theorie mathematisch gefaßt und sie in quantitativer Übereinstimmung mit der Erfahrung gefunden. Bestätigt hat sie auch M. Ritter (1919). Zusammenfassende Berichte über die Verbreiterung der Linien haben Humphreys (Jahrb. f. Radioakt. **5**, 324, 1908) und Stark (ebenda **12**, 349, 1916) gegeben. Theoretisch und experimentell haben hierüber auch gearbeitet Debye, Ritter (1919) u. a.

Von großem Interesse ist die Frage, ob es mehrere voneinander wesentlich verschiedene Spektren eines und desselben Gases oder Dampfes gibt. Plücker und Hittorf (1862 bis 1868) haben zuerst bewiesen, daß der Stickstoff, Schwefeldampf und mehrere Kohlenwasserstoffe je nach den physikalischen Bedingungen zwei und sogar drei verschiedenartige Spektren geben können, so z. B. ein Linien- und ein Bandenspektrum. Unter gewissen Umständen können die Gase und Dämpfe sogar ein kontinuierliches Spektrum liefern, z. B. Na. Besonders haben sich mit dieser Frage Wüllner, Salet, Schuster, Dibbits, Liveing und Dewar beschäftigt.

Die Wellenlängen, die den Spektrallinien der verschiedenen Elemente entsprechen, sind von sehr vielen Forschern bestimmt worden. Die Arbeiten einiger von ihnen erschienen in einer langen Reihe von

Aufsätzen; manchmal wurden alle Ergebnisse in einem Buch vereinigt. Wir führen hier die Verfasser von besonders umfangreichen Tabellen an, wobei wir uns darauf beschränken, die entsprechende Zeitschrift zu nennen, ohne die einzelnen Aufsätze aufzuzählen. Die älteren Arbeiten übergehen wir.

Liveing and Dewar (1878 bis 1890). Proc. Roy. Soc.; Phil. Trans. London.

Hartley and Adenay. Phil. Trans. 1884.

Kayser und Runge. Abhandl. Berl. Akad. 1888 bis 1894.

Hasselberg. Kongl. Svensk. Vet. Ak. Handl. von 1890 an.

Rowland. Astron. and Astrophys. 1893; Phil. Mag. 1893. Preliminary table of Solar spectrum wave-lenghts. Astrophys. Journ. 1895 bis 1898 und in einem Buch Chicago 1896.

Eder und Valenta. Denkschr. Wien. Akad. von 1893 an und ein Buch „Beiträge zur Photochemie und Spektralanalyse", Wien 1904.

Hartley. Phil. Trans. 1894; Trans. R. Dubl. Soc. 1901.

Demarçay. Spectres electriques, Paris 1895.

Exner und Haschek. Wien. Ber. 1895 bis 1901. Zwei Bücher: Wellenlängentabellen usw. Leipzig und Wien 1902, 1904. Nur ultraviolette Linien, für welche λ kleiner als 4700.

Marshall Watts. Manchester 1889 mit vielen Ergänzungen bis 1910.

Hagenbach und Konen. Atlas der Emissionsspektra der meisten Elemente, Jena 1905 (λ zwischen 7000 und 2400).

Bei weitem der umfangreichste Katalog der Linien aller Elemente ist das Buch:

Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. V (1910) und VI (1912), im ganzen über 1800 Seiten. Die Elemente sind nach dem Alphabet ihrer chemischen Bezeichnungsweise geordnet (A, Ag, Al, As, Au, B, Ba usw.). Für jedes Element ist zuerst die gesamte Literatur angegeben, darauf die Geschichte der Untersuchungen und Tabellen der Wellenlängen für die verschiedenen Spektra des betreffenden Elements. Am Ende des Bd. VI befinden sich: Vergleich der Systeme Rowland und der „internationalen Einheiten" (s. weiter unten), eine Tabelle der Linien von Eisen in diesen beiden Systemen (S. 896 bis 926, etwa 4500 Linien), eine Tabelle der wichtigsten Linien aller Elemente, nach abnehmender Wellenlänge (S. 929 bis 1033) von $\lambda = 9085$ bis $\lambda = 1854$ und endlich eine Tabelle der Streifenspektra. Kayser meint (Bd. V, S. 887), daß bis 1911 ungefähr 120 000 Linien zwischen $\lambda = 2000$ und $\lambda = 7000$ gemessen worden sind, das ergibt im Durchschnitt 24 Linien auf jeden Ångström; im Gebiet zwischen $\lambda = 4200$ und $\lambda = 3500$ ist diese Zahl noch bedeutend größer. Um jede einzelne Linie zu charakterisieren, braucht man eine Genauigkeit von 0,01 A.

In bezug auf die grundlegende Frage der Längeneinheiten, in denen die Wellenlängen ausgedrückt werden, bemerken wir folgendes: Die Messung der Wellenlängen wird heutzutage ausgeführt durch ihren Vergleich untereinander nach der Methode der Interferenz. Deshalb ist es unbedingt notwendig, die Wellenlänge irgend einer Linie, ausgedrückt in Ångström, als Ausgangspunkt festzusetzen.

Bis zum Ende der 80er Jahre benutzte man das System Ångström, dem die Zahl $\lambda = 5895{,}13$ für die Linie D_1 zugrunde lag. Nachher kam das System Rowland auf, dessen Ausgangszahl $\lambda(D_1) = 5896{,}156$ ist. Gegenwärtig ist, nach den Arbeiten von Benoît, Fabry und Perot und Michelson, das internationale System allgemein angenommen, in welchem man λ in I. Å. (internationale Ångström-Einheiten) ausdrückt. Als Ausgangspunkt dient λ der roten Cadmiumlinie, und zwar $\lambda = 6438{,}4696$ I. A. Man hat beschlossen, diese Zahl als Hauptnormale (primary standard) nicht mehr zu ändern. Offenbar wird auf diese Weise eine neue Längeneinheit I. A. geschaffen, die nicht mehr identisch ist mit A $= 10^{-8}$ cm.

Es soll im folgenden die Beschreibung einiger Emissionsspektren gegeben werden.

Wasserstoff. Das gewöhnliche Linienspektrum des Wasserstoffs, das man mit Hilfe von Geisslerröhren erhält, besteht aus fünf Hauptlinien:

Bezeichnung	Farbe	Wellenlänge λ ausgedrückt in μ	Fraunhofersche Linien
H_α	rot	0,656 304	C
H_β	grün	0,486 149	F
H_γ	dunkelblau	0,434 066	G'
H_δ	violett	0,410 185	h
H_ε	violett	0,397 025	H

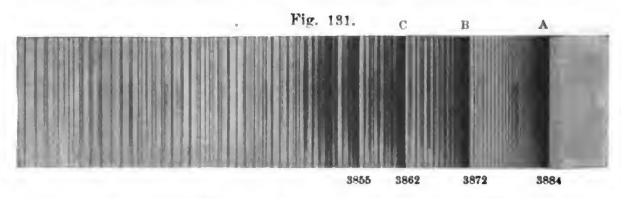
Von Paschen sind im Infrarot noch zwei Linien entdeckt worden mit den Wellenlängen $18751 \cdot 10^{-8}$ und $12818 \cdot 10^{-8}$ Å.-E.; von Lyman sind ferner noch Linien im Ultraviolett gefunden worden. Bandenspektren haben Fulcher und Croce im sogenannten Viellinienspektrum geordnet. Bis vor kurzem schrieb man dem Wasserstoff noch weitere Linien zu, die von Fowler (1912) in einem Gemisch von Helium und Wasserstoff und von Pickering in den Spektren von Nebelsternen entdeckt worden sind. Aus den Präzisionsarbeiten von Paschen, die von Fowler bestätigt worden sind, geht hervor, daß sie dem Wasserstoff nicht angehören, sondern dem Helium zuzuschreiben sind. Die rote Wasserstofflinie ist wahrscheinlich doppelt [Janicki (1906)].

Neuere Untersuchungen bewiesen, daß Wasserstoff unzweifelhaft drei verschiedene Spektra besitzt, und klärten die Bedingungen ihrer Entstehung auf.

Stickstoff. Man hat hier zwei Spektren zu unterscheiden; starke elektrische Entladungen liefern ein Spektrum, das aus einer Reihe von hellen Linien besteht, schwächere Entladungen, wie sie in Geisslerschen Spektralröhren auftreten, geben ein Spektrum, das aus zwei Reihen von Banden besteht. Von diesen liegt die eine im roten und gelben, die andere im dunkelblauen und violetten Spektralgebiete.

Augenblicklich (1920) schreibt man dem Stickstoff drei verschiedene Bandenspektra zu, von denen zwei verschiedene positive und ein negatives unterschieden werden. Die Benennung stammt daher, daß dieselben am positiven bzw. negativen Pol bei der elektrischen Erregung entstehen. Fowler und Strutt (1911) haben noch eine Reihe weiterer Banden in dem nachleuchtenden Stickstoff gefunden (s. Bd. V). Die schöne Cyanbande gehört wahrscheinlich dem Stickstoff zu; sie ist ein

Fig. 131.



typisches sogenanntes Kantenspektrum. Die Abbildung (Fig. 131) zeigt, wie an den Kanten die Linien, die nicht mehr aufgelöst sind, als kontinuierliche schwarze Streifen erscheinen.

Die Hauptkanten liegen bei 4606, 4216, 3590 und 3360. Über dies Spektrum haben in letzter Zeit Grotrian und Runge (1914) gearbeitet. Bei tiefen Temperaturen ist, wie Angerer (1910) gefunden hat, unter anderem die Intensität des positiven Bandenspektrums viel geringer als bei gewöhnlicher Temperatur; außerdem treten noch andere charakteristische Unterschiede auf.

Sauerstoff. Derselbe gibt bei sehr hoher Temperatur, z. B. im starken elektrischen Funken, ein Spektrum, welches aus einer großen Zahl von Linien besteht und von Schuster als elementares Spektrum bezeichnet worden ist. In gewöhnlichen Spektralröhren wird ein Spektrum erhalten, welches Schuster als zusammengesetztes Spektrum bezeichnet, womit er die Vorstellung verbindet, daß die Sauerstoffmoleküle in diesem Falle einen komplizierteren Bau haben als in dem „elementaren“ Spektrum. Das zusammengesetzte Sauerstoffspektrum besteht aus vier Linien, deren Wellenlängen 6157, 5436, 5329 und 4368 sind. Am negativen Pole der Spektralröhren beobachtet man eine dritte

Spektralform, aus vier breiten Banden bestehend, deren Lage durch folgende Zahlen gegeben wird: 6010 — 5960, 5900 — 5840, 5630 — 5553 und 5292 — 5205. Schuster hat gezeigt, daß diese Banden aus einzelnen Linien bestehen. Das Leuchten zerfallenden Ozons hat K. Stuchtey (1920) untersucht.

Helium ist durch eine gelbe Linie charakterisiert, die bei großer Dispersion in zwei zerfällt; die eine derselben wird mit D_3 bezeichnet. Die Wellenlängen betrugen

5875,81 und 5876,15.

Ferner enthält das Spektrum des Heliums noch eine Menge anderer Linien, die von Ramsay (1898), Paschen und anderen untersucht worden sind. Außerdem ist noch ein Bandenspektrum bekannt, das von Goldstein (1910) entdeckt und von Fowler (1915) genauer untersucht worden ist.

Argon besitzt zwei gänzlich verschiedene Linienspektra, die keine Linie gemeinsam haben. Das Spektrum ist von Trowbridge und Richards, Crookes, Meissner (1916), Nissen (1920) und anderen untersucht worden.

Neon. Das Spektrum desselben ist in jüngster Zeit sehr eingehend von Meissner (1919) und Paschen (1919) untersucht worden.

Chlor, Brom und Jod geben komplizierte Spektren, die neuesten Untersuchungen hierüber stammen von Gramont und Eder und Valenta (Brom).

Kohlenstoff. Die Frage nach dem Spektrum des Kohlenstoffs und seinen Verbindungen ist bis jetzt noch im höchsten Grade strittig. Alle Beobachter stimmen darin überein, daß der Kohlenstoff ein Linienspektrum hat, das man erhält, wenn starke Induktionsfunken zwischen Kohlenelektroden überspringen oder durch CO_2, CO oder Dämpfe von Kohlenwasserstoffen gehen. Dies Linienspektrum ist von Watts, Ångström und Thalén, sowie von Liveing und Dewar untersucht worden; der erstere fand bis zu 50 Linien im sichtbaren Spektralgebiete, die letzteren gegen 20 Linien im ultravioletten Gebiete. Übrigens gehören einige von den Linien, welche Watts angegeben hat, wahrscheinlicherweise dem Sauerstoff und Stickstoff an. Charakteristisch ist eine Linie bei 2478, die bei den geringsten Spuren von Kohlenstoff erscheint.

Außer obigem Linienspektrum beobachtet man noch ein Bandenspektrum, das unter dem Namen Swansches Spektrum bekannt ist. Man kann es leicht erhalten, wenn man das Licht des unteren Teils einer Flamme des Bunsenbrenners oder des eine Modifikation hiervon darstellenden Terquemschen Brenners beobachtet. Dieses Spektrum besteht aus fünf Banden, von denen die vier ersten relativ leicht zu sehen sind. Die erwähnten Banden befinden sich im roten (6190 — 5960), gelben (5640 — 5430), grünen (5170 — 5080) und dunkelblauen (4740 — 4680) Teile des Spektrums; die fünfte liegt im violetten

Teile bei $\lambda = 4380$. Alle diese Banden sind auf der dem roten Ende des Spektrums zugekehrten Seite scharf begrenzt und werden nach der entgegengesetzten Seite hin allmählich schwächer. Bis jetzt ist es noch unentschieden, ob man es hier mit dem Spektrum des Kohlenstoffs oder einer Kohlenwasserstoffverbindung zu tun hat. Wie wichtig jedoch diese Frage ist, geht aus dem Umstande hervor, daß man dies Spektrum bei Kometen beobachtet (s. unten). Ångström und Thalén, Liveing und Dewar, Swan und andere haben dies Spektrum den Kohlenwasserstoffen zugeschrieben, während Lockyer, Atfield, Plücker, Wüllner und andere der Meinung sind, daß es dem Kohlenstoff selbst angehört. Eine neuere Arbeit von Eder und Valenta über das Kohlenstoffspektrum hat gezeigt, wie schwierig es überhaupt ist, Verunreinigungen fern zu halten, die das Aussehen dieses Spektrums beeinflussen. Sie haben 22 Linien des Kohlenstoffs im ultravioletten Teile des Spektrums entdeckt. Ångström und Thalén haben die Banden des Swanschen Spektrums in eine große Zahl (bis zu 50 im Grün) vereinzelter Linien aufgelöst. Die neuesten Untersuchungen des Swanschen Spektrums stammen von Smithells (1901) und Baly und Syers (1901), Komp (1912), Leinen (1905), Fortrat (1911) und anderen.

Natrium gibt bei nicht allzu hoher Temperatur im sichtbaren Spektralgebiete eine gelbe Doppellinie D_1 und D_2. Nach Rowland betragen die den Linien D_1 und D_2 entprechenden Wellenlängen

$$(D_1) = 5896{,}156, \qquad (D_2) = 5890{,}186.$$

Bell (1902) findet

$$\lambda(D_1) = 5896{,}126.$$

Beide Linien sind unzweifelhaft einfach, haben also keine Komponenten (s. S. 291). Daß bei höherer Temperatur eine Reihe neuer Linien auftritt, war schon auf S. 278 gesagt worden. Bei schärfster Funkenerregung emittieren, wie Eder und Valenta gefunden haben, Na und ebenso K ein neues sehr linienreiches Spektrum, das überwiegend im Ultraviolett liegt. Über dies Spektrum haben in neuerer Zeit gearbeitet Goldstein (1907) und Schillinger (1909). E. Wiedemann und G. C. Schmidt finden, daß die fluoreszierenden Natriumdämpfe ein Spektrum geben, welches aus der hellen D-Linie, einer Bande im Rot und einer Bande im Grün besteht. Bei der Absorption tritt ebenfalls neben dem Linien- ein Bandenspektrum auf.

Kalium. Im Rot eine helle Doppellinie 7699 und 7665, im Violett eine schwache doppelte 4047 und 4044; außerdem ein schwaches kontinuierliches Spektrum.

Cäsium. Zwei blaue Linien 4596 und 4556 und außerdem die Linien 6590, 5843, 5664 und andere.

Rubidium. Zwei violette Linien 4202 und 4216, zwei schwache rote 7800 und 7950 und eine ziemlich intensive rotgelbe 6299.

Lithium. Eine charakteristische rote Linie 6708, eine schwache gelbe 6104 und eine sehr schwache blaue 4603, die aber bei hoher Temperatur vorherrscht.

Thallium. Eine grüne Linie 5351. Nach Fabry und Perot ist die grüne Linie eine dreifache und besteht aus einer hellen und zwei schwächeren. Unter gewissen Bedingungen tritt auch ein Bandenspektrum auf.

Indium. Eine blaue Linie 4510 und eine schwächere violette Linie 4102.

Strontium. Die intensivsten Linien sind die dunkelblaue 4610, die gelbe 5480 und die rotgelbe 6410.

Barium. Chlorbarium liefert ein kompliziertes Spektrum mit hellen grünen Linien.

Zink. Drei helle, dunkelblaue Linien (4810, 4722, 4680 und eine orangene 6363). Die Linien sind einfach.

Cadmium. Vier helle Linien, eine orangene 6438,7, eine grüne 5080 und zwei dunkelblaue 4800 und 4678. Das Cadmiumspektrum ist bemerkenswert wegen seines Reichtums an ultravioletten Linien, die man numeriert von Nr. 8 bis Nr. 26; die Wellenlänge des zu Nr. 26 gehörigen Strahles beträgt 2144,4. Man benutzt häufig diese Linien, um die Lage von ultravioletten Spektrallinien zu bestimmen. Einige Cadmiumlinien besitzen einen relativ hohen Grad von Homogenität (s. S. 291).

Kupfer. Eine große Zahl von Linien, unter denen besonders hervortreten drei grüne Linien (5218, 5153, 5106), zwei gelbe (5782, 5700) und zwei rote Linien (6381 und 6219). Chlorkupfer färbt die Gasflamme blaugrün und liefert ein sehr schönes Spektrum, das aus einer großen Zahl von Banden besteht.

Quecksilber gibt je nach den Bedingungen, unter denen das Spektrum erzeugt wurde, ein Linien- oder Bandenspektrum. Beide Spektren sind von Eder und Valenta eingehend beschrieben worden; das Linienspektrum liegt zwischen $\lambda = 6360$ und $\lambda = 2150$, das Bandenspektrum zwischen $\lambda = 4517$ und $\lambda = 3270$.

Die bekannte grüne Linie hat $\lambda = 5461$.

Eisen gibt ein Spektrum, das ganz besonders reich an Linien ist, ihre Zahl beläuft sich auf 5000. Cornu hat 273 Linien im Ultraviolett zwischen $\lambda = 3956$ und $\lambda = 2947$ bestimmt; Kayser und Runge 45 Linien zwischen 3200 und 2289; Liveing und Dewar 48 Linien zwischen 2941 und 2465. Kayser und Runge haben einen besonderen Atlas herausgegeben, welcher fast 5000 Eisenlinien enthält. Genaue Wellenlängen im Eisenspektrum, die als Normalen gelten können, haben Eversheim und Fabry und Buisson (1908) bestimmt.

Die folgende Tabelle, dem Artikel Spektroskopie von H. Konen aus dem Handbuch der Arbeitsmethoden in der anorganischen Chemie

(Leipzig, Veit & Co.) entnommen, gibt eine Übersicht über die bekannten mehrfachen Emissionsspektra der Elemente in ihrer Verteilung über das natürliche System. Die Zahl vor L bedeutet die Anzahl der bekannten Linienspektra, entsprechend vor Bd. die Zahl der bekannten Bandenspektra. Wo in einzelnen Fällen das betreffende Spektrum bisher nur in Absorption gefunden ist, ist dies durch den Zusatz Abso. gekennzeichnet. Wegen der im einzelnen vielfach noch bestehenden Unsicherheit sei die Zusammenstellung mit Vorbehalt gegeben.

H (2 L, 1 Bd.).
He (1 L, 1 Bd.), **Ne** (1 L), **A** (2 L), **Kr** (2 L), **X** (2 L), **Nt** (1 L).
Li (1 L, 1 Bd., Abso.), **Na** (1 L, 1 Bd., Abso.), **Rb** (1 L, 1 Bd., Abso.), **K** (1 L, 1 Bd., Abso.), **Cs** (1 L, 1 Bd., Abso.).
Cu (1 L, 1 Bd.), **Ag** (1 L, 1 Bd.), **Au** (1 L, 1 Bd.).
Be (1 L, 1 Bd.), **Mg** (1 L), **Ca** (1 L, 1 Bd.), **Sr** (1 L, 1 Bd.), **Ba** (1 L, 1 Bd.), **R** (1 L).
Zn (1 L, 1 Bd.), **Cd** (1 L, 1 Bd.), **Hg** (1 L, 1 Bd.).
Bo (1 L, 1 Bd.), **Al** (1 L, 1 Bd.), **Sc** (1 L, 1 Bd.), **Y** (1 L, 1 Bd.), **La** (1 L, 1 Bd.).
Ga (1 L), **In** (1 L, 1 Bd.), **Tl** (1 L, 1 Bd.).
C (1 L, 1 Bd.), **Si** (1 L, 6 Bd.), **Ti** (1 L, 1 Bd.), **Zr** (1 L, 1 Bd.), **Ce** (1 L), **Th** (1 L, 1 Bd.).
Ge (1 L), **Sn** (1 L, 1 Bd.), **Pb** (1 L, 1 Bd.).
N (1 L, 3 Bd., NO, Cy, NO_2), **P** (1 L, 4 Bd.), **V** (1 L, 1 Bd.), **Nb** (1 L, 1 Bd.), **Ta** (1 L).
As (1 L, 1 Bd.), **Sb** (1 L, 1 Bd.), **Bi** (1 L, 1 Bd.).
O (2 L, 3 Bd., **S** (2 L, 1 Bd.), **Cr** (1 L, 1 Bd.), **Mo** (1 L), **Wo** (1 L, 1 Bd.), **U** (1 L, 1 Bd.).
Se (2 L, 1 Bd.), **Te** (1 L, 1 Bd.).
F (1 L), **Cl** (1 L, 1 Bd.), **Mn** (1 L), **Br** (1 L, 1 Bd.), **J** (1 L, 1 Bd.).
Fe (1 L, 1 Bd.), **Co** (1 L), **Ni** (1 L, 1 Bd.).
Ru (1 L), **Rh** (1 L), **Pd** (1 L, 1 Bd.).
Os (1 L), **Ir** (1 L), **Pt** (1 L, 1 Bd.).

Außerdem:

Dy (1 L), **Er** (1 L), **Eu** (1 L), **Gd** (1 L, 1 Bd.), **Cp** = **Lu** (1 L), **Nd** = **Ad** (1 L, 1 Bd.), **Po** (1 L), **Pr** (1 L), **Sa** (1 L), **Tb** (1 L, 1 Bd.), **Tm** = **Tu** (1 L).

Spektren von Verbindungen. Die ersten Untersuchungen von Bunsen und Kirchhoff führten diese auf den Gedanken, daß das Spektrum von Metallsalzen, welche in die Gasflamme eingeführt sind, nur von dem Metalle selbst abhängt, da die verschiedensten Natriumsalze ein und dasselbe Spektrum liefern, eine gelbe Doppellinie; indes gaben sie bereits zu, daß diese Erscheinung eine Folge der Zerlegung der Salze sein könne. Mitscherlich hat es zuerst ausgesprochen, daß

jede Verbindung ihr eigenes Spektrum habe, welches auftritt, wenn man die Dämpfe der Verbindung zum Leuchten bringen kann, ohne daß sich die Verbindung zersetzt. Es läßt sich dies nun wirklich erreichen, und zwar unter anderem dadurch, daß man die Flamme künstlich abkühlt. Ein geeignetes Beispiel bieten die Spektren von $SrCl_2$, $SrBr_2$ und SrJ_2 dar, die sich sowohl voneinander, als auch vom Spektrum des Strontiums selbst unterscheiden. Dibbits, Lockyer, Gouy, Moser, Schuster u. a. haben die Spektren verschiedener Verbindungen erzeugt und untersucht. Demnach geben die Verbindungen stets Bandenspektren, so daß Linienspektren offenbar den leuchtenden Elementen eigentümlich sind.

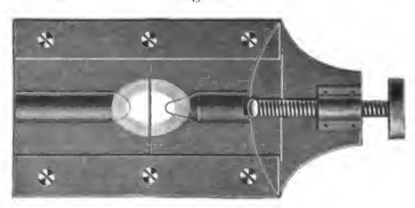
Mit der Frage der Verbindungsspektren haben sich besonders E. Wiedemann und G. C. Schmidt beschäftigt, sowie Jones (1897) und Fabry (1905). E. Wiedemann gab (1904) eine Zusammenstellung der Spektra der Oxyde und der Haloidverbindungen von Ca, Ba und Sr; Fabry hat die Fluor-Verbindungen dieser selben Metalle ausführlich untersucht. Notting (1905) erforschte die Spektra von Legierungen, und zwar verschiedene Kombinationen der Metalle Zn, Sn, Sb, Pb, Mg, Hg, Cd, Bi, Al. Er fand, daß in Funken- und Lichtbogenspektra die Komponenten der Legierungen einander nicht beeinflussen; bei bestimmten Bedingungen dominiert das Spektrum des Metalls mit größerem Atomgewicht.

Verbindungen von Metalloiden untereinander, wie CO, CO_2, NH_3, NO_2, H_2O, haben ebenfalls besondere charakteristische Spektren.

Es ist schon erwähnt worden, daß sich mit Änderung der Temperatur auch der Charakter des Spektrums ändert; diese Änderung besteht vorzugsweise darin, daß bei höheren Temperaturen neue Linien auftreten oder die Helligkeit relativ schwacher Linien zunimmt. Außerdem verbreitern sich einige Linien und werden ihre Grenzen weniger scharf. Inwieweit diese Änderungen von einer Änderung im Bau der Gasmoleküle abhängt, muß vorläufig noch als unentschieden gelten. Die Dichteänderung eines Gases oder Dampfes hat ebenfalls einen bedeutenden Einfluß auf das Aussehen seines Spektrums. Im allgemeinen kann man sagen, daß eine Zunahme der Dichte des Dampfes eine Verbreiterung seiner Spektrallinien zur Folge hat, wobei ihre anfänglich scharfen Ränder undeutlich werden und sie selbst ein verwaschenes Aussehen annehmen. In einigen Fällen kann die Linienverbreiterung sehr bedeutend werden; so kann z. B. die Magnesiumlinie 2852 sich um einige Zehntel $\mu\mu$ verbreitern. Dasselbe gilt in noch höherem Maße von den Wasserstofflinien. Die Verbreiterung der Linien erfolgt bisweilen nach beiden Seiten hin, jedoch für gewöhnlich nur nach der einen Seite, und zwar vorzugsweise nach dem roten Spektralteile hin. Die Verbreiterung kann schließlich sogar in ein kontinuierliches Spektrum übergehen.

Auf der Änderung der Zahl und Breite der Spektrallinien bei Zunahme der Temperatur und Dichte beruht eine wichtige, von Lockyer vorgeschlagene Methode zur Beobachtung von Gasspektren. Dieser Forscher stellt die Kohlenstifte, zwischen denen sich ein Voltabogen bildet, horizontal und erhält mit Hilfe einer Linse ein Bild des Lichtbogens auf einem vertikal gestellten Spalt (Fig. 132). Hierbei gelangen in die Spaltöffnung nur solche Strahlen, die von einem schmalen Querstreifen des Voltabogens ausgehen, und zwar in die Spaltmitte (gerechnet in der Längsrichtung) Strahlen von der Bogenmitte, in welcher Temperatur und Dichte des Dampfes Maxima sind. Nach den Enden des Spaltes gelangen Strahlen, welche von den weniger heißen und weniger dichten Dampfteilen im Lichtbogen ausgehen. Infolgedessen erhält man im Spektrum Linien von verschiedener Länge, sogenannte kurze und lange Linien; die Linien, welche schon bei

Fig. 132.



niedriger Temperatur auftreten, haben eine Länge, die der ganzen Breite des vor dem Spalt erscheinenden Bildes des Lichtbogens entspricht, ihre Mitten sind verbreitert. Die Linien jedoch, die nur bei höheren Temperaturen oder größerer Dampfdichte auftreten, haben eine nur geringe Länge, entsprechend der geringen Breite des Voltabogens an der sie hervorrufenden Stelle.

In Fig. 133 ist ein Teil des Spektrums eines Gemenges aus Calcium und Strontium abgebildet, das in der erwähnten Weise erhalten wird. Die langen Linien sind die wichtigeren, sie sind es, die das Spektrum einer gegebenen Substanz charakterisieren. Übrigens darf man nicht denken, daß die längsten Linien auch immer die hellsten sind; sehr oft beobachtet man, daß eine lange Linie schwach ist, während gleichzeitig die hellsten Linien die kürzesten sind.

Lockyer bemühte sich noch auf einem anderen Wege die Linien zu bestimmen, die den ganz hohen Temperaturen entsprechen. Er fand, daß beim Übergang vom Lichtbogen zum Funken einige Linien verschwinden, andere stärker werden oder neu entstehen. Wenn wir sehr starke Entladungen benutzen und die Linien aussuchen, die bei diesen Entladungen hervortreten, so erhalten wir, meint Lockyer,

gerade die Linien, die bei den allerhöchsten Temperaturen allein übrig bleiben würden. Diese Linien nennt er „enhanced lines“. Er bestimmte die enhanced lines für verschiedene Metalle und vereinigte sie in einem Spektrum (test-spectrum). Es zeigte sich, daß dieses Spektrum auffallend übereinstimmt mit den Spektren einiger Sterne, z. B. α Cygni. Steinhausen (1905) erforschte die enhanced lines von $\lambda = 2100$ bis 5800.

Von großer Wichtigkeit ist es, die Intensität der verschiedenen Spektrallinien zu kennen. Zu diesem Zwecke sind in letzter Zeit zwei Verfahren von P. P. Koch (1909) und Nicholson und Merton (1917) ausgearbeitet worden. Das erste beruht auf den Satz: Zwei Lichtintensitäten gleicher Wellenlänge sind gleich, wenn sie in gleichen Zeiten auf derselben photographischen Platte die gleiche Schwärzung hervorbringen. Demzufolge photo-

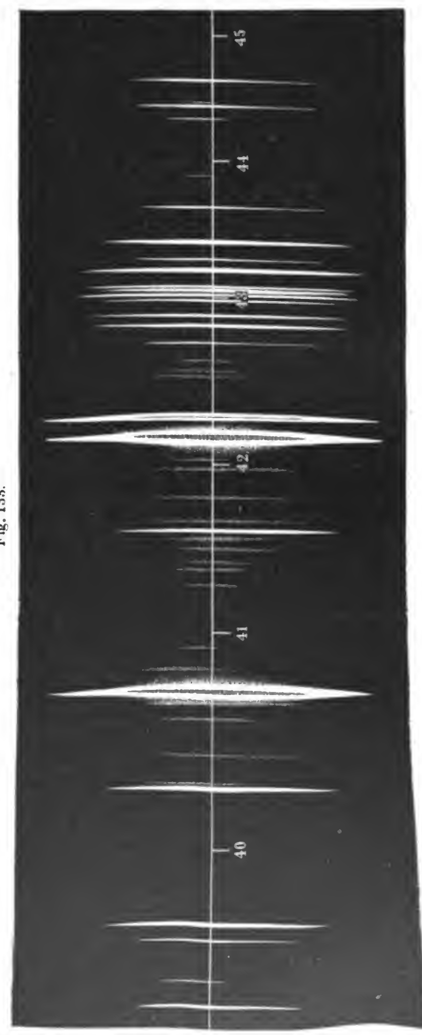


Fig. 133.

graphiert man die zu photometrierenden Spektrallinien während einer gewissen günstigen Zeit. Auf dieselbe Platte druckt man mit der gleichen Expositionszeit, wie die Linien, eine Reihenfolge von Intensitätsmarken derselben Wellenlänge, deren Intensitätsverhältnis bekannt ist. Diese Marken liefern die für die betreffende Platte gültige Beziehung zwischen Intensität und Schwärzung und gestatten damit die Auswertung der Intensitätsverhältnisse der zu photometrierenden Spektrallinien. Die Einzelheiten des Verfahrens und die zu beobachtenden Vorsichtsmaßregeln sind vom Verfasser auf das sorgfältigste ausgearbeitet worden. Auf diese Weise sind unter anderem die Intensitäten verschiedener Cd-Linien gemessen worden. Nicholson und Merton haben folgende elegante Methode ausgearbeitet: Man setzt vor den Spalt des Spektralapparates einen Grauglaskeil, so daß seine Kante senkrecht zum Spalt steht, der durch einen Klarglaskeil zu einer Planparallelplatte ergänzt wird. Je nach der Intensität nehmen dann die Linien eine verschiedene Länge an, und kann man mit einem Blick die Intensitätsverteilung innerhalb der einzelnen Linien erkennen. In verschiedenen Teilen der Geisslerröhre waren z. B. die Intensitäten der einzelnen Linien ganz verschiedene. Bei Zusatz geringer Mengen von Helium oder Neon zu Wasserstoff wuchs die Intensität der kurzwelligen Linien des H relativ stärker als die der langwelligen. Verschiedene Beträge der Verunreinigungen riefen wieder andere Erscheinungen hervor. Je nach der Art der Erregung verhielten sich die Linien verschieden.

Der Charakter des Emissionsspektrums erfährt eine durchgreifende Veränderung, sobald sich der leuchtende Dampf in einem Magnetfelde (Zeemaneffekt) und in einem elektrischen Feld (Starkeffekt) befindet. Die hierher gehörigen Erscheinungen, welche zuerst von Zeeman und Stark entdeckt worden sind, sollen in Bd. V betrachtet werden.

§ 10. Struktur und Breite der Linien. System normaler Linien. Michelson (1892) wies als erster darauf hin, daß einige Spektrallinien eine komplizierte Struktur besitzen, d. h. aus einer Gruppe sehr eng beieinanderliegender Linien bestehen. Sehr oft besitzt eine von ihnen, die Grundlinie, eine große Intensität, während die anderen außerordentlich schwach sind; letztere werden in diesem Falle Begleiter oder Trabanten genannt. Die benutzte Methode, welche wir später (Kapitel XII) beschreiben werden, konnte nicht zu so genauen Ergebnissen führen, wie die Interferenzmethoden (Kapitel XIII) von Fabry und Perot (1897 bis 1902) und Lummer und Gehrcke (1902). Mittels derselben sind viele Untersuchungen ausgeführt von einer ganzen Reihe von Forschern, z. B. Baeyer, Janicki, Fürst Galitzin, Hamy, Lunelund, Wali Mohamad (1914) u. a. 1909 veröffentlichte Baeyer (Jahrb. d. Radioakt. **6**, 50—68, 1909) eine Übersicht (Zusammenfassung)

aller bis dahin ausgeführten Arbeiten an den Linien von Hg, Cd, Bi, Zn, Tl, Cu, Na, He, Ne. Seitdem sind noch Arbeiten ausgeführt worden von Janicki (1909) an den Linien von Al, Mg, Ag, Zn, Sn, Co, Cu, Mn, Ca, Cr, Fl und Hg, von Lunelund (1911) an den Linien von Hg, Cd, Zn, Bi und Pb und von Wali Mohamad (1914) an den Linien von Al, Sb, Bi, Cd, Cr, Co, Cu, Pb, Mg, Mn, Ag, Na, Te, Sn und Zn. Außerdem erschienen viele Arbeiten über die Linien des Quecksilbers, besonders der grünen Linie 5461. Wir führen im folgenden einige Ergebnisse an.

Bei den Linien von Zn, Al, Mg, Ag, Sn, Ne wurden gar keine Trabanten gefunden. Nur wenige Linien wurden ermittelt in den Spektren von Bi (4122 hat 2 Trabanten, 4477 5 Trabanten), Cu (5782 und 5700 je 1 Trabanten), H_2 (rote 6563 doppelt), He (5876 1 Trabanten, 4713 doppelt, 4472 1 Trabanten) und Te (grüne 5350,6 1 Trabanten). Meist einfache Linien, nur wenige mit Trabanten hat Co (Janicki findet vier Linien mit Begleitern, Wali Mohamad nur eine, 4629,5), ferner Cu (4 Linien mit Trabanten), Pb (5 oder 6), Ca (4) und Cr (3). Bei diesen Metallen wurden sehr viele andere Linien untersucht (z. B. bei Ca 51), die sich aber als ohne Trabanten erwiesen.

Bei Cd wurden sechs Linien untersucht, von denen drei (5086, 4800, 4678) Trabanten aufwiesen. Die rote 6438,47 hat keine Trabanten. Viele Linien mit Trabanten wurden bei Mn und Hg gefunden. Beim Mangan sind 39 Linien ohne, 14 mit Trabanten.

Einen ganz besonderen Platz nimmt Hg ein, dessen Linien von vielen Forschern untersucht wurden. Im ganzen wurden 12 Linien erforscht, von denen nur 2, und zwar 4916 und 4339, keine Trabanten hatten. Bei 9 Linien wurden Trabanten gefunden, deren Zahl (n) sich wie folgt erwies:

$\lambda =$	3663	3650,3	3654,9	4047	4078	4348	4359	5769	5790
$n =$	1	3	4	3	5	3	8—11	5	7—10

Hier fehlt die grüne Linie. Die Zahlen 8—11 und 7—10 bedeuten, daß von verschiedenen Beobachtern abweichende Zahlen gefunden wurden. Ein außerordentliches Interesse bietet die grüne Linie 5461. Baeyer fand, daß sie aus 9 Linien besteht, Lunelund (1911) aus 11, Janicki (1912) aus 12, McLennan und McLeod (1914) aus 10. Ihre Eigenart besteht darin, daß sie nicht aus einer Hauptlinie mit Trabanten besteht, weil viele ihrer Komponenten gleich hell sind. Wir geben einige Zahlen wieder, die Janicki anführt. Hier bedeutet δ den Abstand der einzelnen Linien von derjenigen unter ihnen, für welche λ am kleinsten ist. Die Helligkeit ist durch Nummern charakterisiert, wobei 1 die größte Helligkeit bedeutet:

δ (in Ångström)	= 0,000	0,134	0,168	0,188	0,214	0,227	0,236
Helligkeit	2	5	3	6	1	3	1
δ	= 0,245	0,254	0,320	0,450			
Helligkeit	1	3	4	7			

Die vier hellsten Linien sind ungefähr gleich hell. Die Fig. 134 zeigt das Aussehen der Linie 5790 und Fig. 135 das der Linie 4078 (nach Janicki).

In unserem Überblick haben wir die Arbeiten einiger Forscher außer acht gelassen, die in vielen Fällen, zweifellos fälschlicherweise, eine zu große Zahl von Trabanten fanden. Dieselben waren vorgetäuscht durch Selbstumkehr der Linien (s. weiter unten), die man, wie z. B. Glagolew (1910) zeigte, leicht für eine Verdoppelung ansehen kann. Eine theoretische Erklärung der Entstehung der Trabanten hat zuerst Sommerfeld (1917) gegeben. Wir führen ein Beispiel einer zusammengesetzten Linie an, um zu zeigen, wie klein die Abstände (in Ångström) der Trabanten oft von der Hauptlinie sind. Wir wählen die Linie 4359 des Hg. Baeyer findet: $\delta = -0{,}159 - 0{,}107 - 0{,}093 - 0{,}045 - 0{,}017 + 0{,}019 + 0{,}028 + 0{,}044 + 0{,}114 + 0{,}185$. Zum Schluß möge erwähnt werden, daß man die Erscheinung Feinstruktur nennt.

Fig. 134. Fig. 135.

Was die Frage der Breite der Spektrallinien anbelangt, so begnügen wir uns hier mit wenigen Worten. Wenn jede Linie durch Schwingungen einer ganz bestimmten Periode hervorgerufen würde, d. h. einem absolut monochromatischen Licht entsprechen würde, so müßten alle Linien unendlich dünn sein. Tatsächlich haben die Linien eine bestimmte Breite; als möglicher Grund kommt eine ganze Reihe von Faktoren in Betracht. Will man dieselben analysieren, so muß man von bestimmten theoretischen Vorstellungen über die Entstehung der Strahlungsenergie überhaupt ausgehen. Die Behandlung dieser Frage müssen wir ins Kapitel über die elektromagnetische Lichttheorie verlegen (Bd. V). Auf eine Reihe von Faktoren, welche eine Verbreiterung hervorrufen, haben wir bereits an mehreren Stellen kurz hingewiesen.

Wir kommen jetzt zur Frage der Normallinien im Spektrum. Die internationale Kommission zur Untersuchung der Sonne (International Union for Cooperation in Solar Research), an deren Spitze Ames, Buisson, Paschen und Kayser standen, beschloß, die Gelehrten aller Länder aufzufordern, bei der Festsetzung eines Systems normaler

Spektrallinien mitzuarbeiten, deren Wellenlängen mit der größten erreichbaren Genauigkeit (möglichst bis 0,001 Å) bestimmt werden sollten, und mit denen man dann die Wellenlänge anderer Spektrallinien vergleichen könnte. Zum Ausgangspunkt wurde als Normale erster Ordnung die rote Cadmiumlinie festgesetzt, deren Wellenlänge Michelson und später Benoit, Fabry und Perot bestimmten. Für sie wurde festgesetzt: **λ = 6438,4696 I. A.,** wo I. A. internationale Ångström bedeutet.

Die erste Aufgabe des Komitees bestand nun in der Festlegung von Normalen zweiter Ordnung. Diese Arbeit haben Buisson und Fabry (1908), Eversheim (1909) und teilweise Pfund (1908) ausgeführt. Laut Beschluß des Komitees sollen die Linien zweiter Ordnung möglichst gleichmäßig über das ganze Spektrum verteilt sein und soll ihr Abstand nicht mehr als 50 Å betragen. Die Interferenzmethode, die dabei benutzt wurde, wird in Kapitel XIII beschrieben werden. Auf Grund der erwähnten Arbeiten setzte das Komitee eine erste Serie von 58 Normallinien zweiter Ordnung fest, die zwischen 4282,408 I. A. und 6494,993 I. A. liegen. Darunter 3 von Mangan, 1 von Nickel und 1 von Wismut; alle anderen gehören dem Eisen an. Wir bemerken noch, daß Buisson und Fabry als Zwischenlinie die grüne Hg-Linie 5461 benutzten, die wegen ihrer komplizierten Zusammensetzung nicht als Ausgangslinie dienen kann. Für ihre Wellenlänge ergab sich 5460,741. Eversheim benutzte noch die grüne Cadmiumlinie **5085,822**, die bei ihm die Rolle einer zweiten Ausgangslinie spielte. 1913 setzte das Komitee eine zweite Serie von Normalen zweiter Ordnung fest. Davon 4 Linien mit großer Wellenlänge zwischen 6750,163 und 6546,250, 1 Linie 5709,396 und 27 Linien zwischen 4233,615 und 3370,789; alle diese Linien gehören dem Eisen an. Außerdem noch 2 Nickellinien 5892,882 und 5857,759.

Die Normallinien dritter Ordnung sollen in Abständen von 5 bis 10 I. A. voneinander stehen. An ihrer Bestimmung haben viele Forscher gearbeitet, eine gesetzlich festgesetzte Serie gibt es noch nicht. Solche Messungen haben ausgeführt: Janicki, Goos, Kayser, St. John und Ware, Burns (131 Linien zwischen λ = 2851 und 3701), Viefhaus, Schumacher u. a. Außerdem bestimmten viele Forscher die Wellenlängen der einzelnen Linien von Ar, Ag, Al, Ba, Ca, Co, Cr, Hg, Mg, Mn, Mo, Ni, Pb, Pd, Pt, Sb, Sn, Sr, Ti, V und Zr in I. A. Eine Aufzählung dieser Arbeiten findet man in der Zusammenstellung von Kayser (Ztschr. f. wiss. Photographie **12**, 306, 1913).

§ 11. Gesetzmäßigkeiten in der Verteilung der Spektrallinien und -streifen. Bald nach dem Erscheinen der ersten Untersuchungen über Spektra begann man nach Gesetzmäßigkeiten in der Verteilung

der Spektrallinien zu suchen. Solche Versuche machten Mascart (1868), Lecoq de Boisbaudran, Stoney, Schuster, Hartley u. a. Klare Gesetzmäßigkeiten haben sie nicht gefunden; aber Hartley entdeckte, daß für die Reihen von Doppellinien, die man in vielen Spektren findet, z. B. bei allen Alkalimetallen (K, Na, Cs, Rb), die Differenzen der Schwingungszahlen für alle Doppellinien einer Reihe oder einer Serie dieselben sind. Die erste Entdeckung einer wirklichen Gesetzmäßigkeit machte Balmer (1885). Seitdem ist die Lehre von diesen Gesetzmäßigkeiten zu einer sehr umfangreichen Wissenschaft angewachsen. Eine ausführliche Darstellung dieser Frage findet man im Buch von Konen, Das Leuchten der Gase, S. 59 bis 338 (Braunschweig 1913) und in dem Buch von Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien (Braunschweig 1921).

Zur Charakterisierung einer bestimmten Linie wählen wir nicht ihre Wellenlänge, sondern eine gewisse Größe n, die gleich ist der Anzahl der Wellen auf 1 cm, d. h. $n = N : c = N : 3 \cdot 10^{10}$, wo N die Schwingungszahl in einer Sekunde ist. Da $c = N \cdot \lambda$, so ist offenbar $n = 1 : \lambda$. Drückt man λ in Ångström aus (1 cm = 10^8 Å), so ist

$$n = \frac{10^8}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Im sichtbaren Teil des Spektrums beträgt n ungefähr 13000 bis 25000; für den Strahl $\lambda = 0{,}1\,\mu = 1000$ Å ist $n = 100000$; für den infraroten Strahl $\lambda = 10\,\mu = 10^5$ Å ist $n = 1000$.

Konen gibt folgenden Überblick über die Aufgaben, die man bei der Untersuchung der Spektrallinien verfolgen muß:

1. Regeln für die Zusammenfassung aller oder einer größeren Anzahl von Linien eines Spektrums durch eine einzige Formel: sogenannte Serienformeln.
2. Regel für die Konstanten verschiedener, eine größere Zahl von Linien eines Spektrums darstellender Formeln: Beziehungen zwischen Serien.
3. Regeln für die Ableitung einer Anzahl von Linien aus gewissen Linien eines Spektrums oder aus den Formeln, die eine größere Anzahl von Linien darstellen: Kombinationsregeln.
4. Regeln für Beziehungen zwischen chemischen Konstanten, z. B. dem Atomgewicht, dem periodischen System der Elemente usw., zu den Konstanten der genannten Formeln: Homologien.
5. Regeln für Beziehungen zwischen beliebigen Naturkonstanten und den spektroskopischen Konstanten.
6. Regeln für den Zusammenhang zwischen den auf die Schwingungszahlen bezüglichen Gesetzmäßigkeiten zu anderen Erscheinungen im Spektrum.

Sehr wichtig ist Punkt 6; man kann erwarten, daß die Linien einer Serie oder die homologen Linien zweier Elemente gleiche Eigenschaften besitzen, z. B. Schärfe, Verschwommenheit, Helligkeit und überhaupt mehr oder weniger gleiche Erscheinungen aufweisen unter gegebenen Bedingungen, wie Temperatur, Druck, Stärke des magnetischen Feldes (Zeemans Phänomen, Bd. V) usw.

Dank dem Balmerschen Anstoß und den späteren Arbeiten von Kayser und Runge, Rydberg, Paschen, Ritz u. a. gelang es, in den Spektren der Elemente Serien von Linien zu finden, die offenbar in irgend einem Zusammenhang miteinander standen (irgendwie miteinander verbunden waren), wobei sich die Größe n für sie durch eine bestimmte Formel ausdrücken läßt. Die Serien bestehen entweder aus Einzellinien oder nur aus Doppellinien oder nur aus Tripletts. Gewöhnlich (aber nicht immer) befinden sich im Spektrum mehrere (z. B. drei) Serien, die miteinander zusammenhängen und ein Seriensystem bilden, wobei alle diese Serien gleichen Charakter haben, z. B. alle aus lauter Dubletts oder aus lauter Tripletts bestehen. In einem einzigen Spektrum können auch mehrere solcher Seriengruppen auftreten, wobei in einer Gruppe alle Serien etwa aus lauter Dubletts, in einer anderen Gruppe alle Serien aus lauter Tripletts bestehen.

Jede Serie besitzt einen bestimmten Anfang, d. h. eine erste oder Kopflinie. Mit wachsendem n (abnehmendem λ) nimmt der Abstand zweier benachbarter Linien einer gegebenen Serie ab, die Linien liegen immer näher und näher beieinander und fließen endlich in einen Schwanz zusammen, der eine ganz bestimmte Grenze hat. Bei allen Serien nimmt die Helligkeit der Linien in dem Maße ab, wie sie sich der Grenze nähern.

Serien (von Dubletts und von Tripletts) können von zweierlei Art sein. Hartley entdeckte, daß in den Serien erster Art die Differenzen der Schwingungszahlen n gleich sind für alle Dubletts bzw. Tripletts, so daß jede Serie zwei oder drei Grenzen hat. In den Serien zweiter Art nehmen diese Differenzen mit wachsender Ordnungszahl ab, und die ganze Serie hat nur eine Grenze.

In vielen Spektren trifft man, wie gesagt, eine Gruppe zusammenhängender Serien (manchmal auch mehrere Gruppen), wobei eine Gruppe aus drei Serien besteht, welche die Namen bekommen haben: Hauptserie, erste Nebenserie und zweite Nebenserie. Die erste Nebenserie wird manchmal auch diffuse genannt, die zweite — scharfe, entsprechend dem besonderen Aussehen ihrer Linien.

Besteht die Hauptserie aus Dubletts oder Tripletts, so gehört sie immer zu den Serien zweiter Art, d. h. sie hat nur eine Grenze, und die Differenzen der Zahlen n nehmen mit wachsender Ordnungszahl schnell ab. Die beiden Nebenserien gehören immer zu einer Art. Sind beide von der ersten Art, so ist die Differenz $\varDelta n$ der Zahlen n

dieselbe in beiden Serien (dabei nimmt die Differenz der Wellenlängen ab). Z. B. für die beiden Nebenserien des Thalliums, die aus Dubletts bestehen, ist die Differenz Δn für alle Dubletts ein und dieselbe, und zwar etwa 7790; für die beiden aus Tripletts bestehenden Nebenserien von Quecksilber ist die Differenz $\Delta n_1 = n_1 - n_2 = 4630$, und die Differenz $\Delta n_2 = n_2 - n_3 = 1767$. Zwei Nebenserien haben immer ein und dieselben Grenzen.

Die Hauptserie besteht nicht immer aus den hellsten Linien; diese gehören vielmehr oft zur ersten Nebenserie. Wenn eine Serie aus Dubletts oder Tripletts besteht, so ist die Verteilung der Helligkeit in allen Dubletts bzw. Tripletts die gleiche; z. B. in allen Dubletts der Hauptserien ist diejenige Linie die hellere, für welche n größer ist, und in allen Dubletts der Nebenserien ist diejenige heller, für welche n kleiner ist.

Weitere allgemeine Regeln werden wir unten geben. Jetzt wollen wir uns den fundamentalen Arbeiten zuwenden. Wir werden hier verschiedenen Serienformeln begegnen, die die Größe n für alle Linien einer Serie geben. Alle diese Formeln können in der allgemeinen Form

$$n = A - F(m) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

dargestellt werden. Hier ist A eine Konstante, $F(m)$ ein Ausdruck, in dem die Größe m vorkommt, die für die aufeinander folgenden Linien einer Serie der Reihe nach die ganzen Zahlen durchläuft, angefangen von 1 oder von 2 oder von 3, selten von 4. Für $m = \infty$ wird $F(m) = 0$, so daß $n = A$ die Grenze der Serie bestimmt. Die Größe A kann, wie wir sehen werden, eine komplizierte Form haben.

Balmer (1885) fand, daß die Linien des Wasserstoffs mit großer Genauigkeit durch folgende Formel dargestellt werden:

$$\lambda = h \frac{m^2}{m^2 - 4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

wo h eine Konstante ist und $m = 3, 4, 5$ usw.

Daraus ergibt sich

$$n = \frac{10^8}{\lambda} = N\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Wenn wir dieses mit (7) vergleichen, so erhalten wir für Wasserstoff

$$A = \frac{N}{4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9,\mathrm{a})$$

Die Zahl N hat den Namen Rydbergsche Konstante erhalten; sie kommt in fast allen Serienformeln vor und hat in ihnen fast genau denselben Wert. Für ionisiertes Helium ist

$$N = 109\,722{,}14 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Für Wasserstoff ist N etwas kleiner, und zwar

$$N(\mathrm{He}) = 1{,}00040\, N(\mathrm{H}) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10,\mathrm{a})$$

Im Wasserstoffspektrum wurden 30 Linien gefunden (von $m = 3$ bis $m = 32$), die mit größter Genauigkeit durch Formel (9) dargestellt werden. Diese Formel kann man verallgemeinern in der Art

$$n = N\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

wo p ebenfalls eine ganze Zahl ist. Für $p = 2$ haben wir die Balmersche Serie, die sich als erste Nebenserie des Wasserstoffs erweist; für sie liegt n zwischen $n = 15\,232{,}71$ für $m = 3$, und $n = 27\,304{,}72$ für $m = 31$. Die Grenze dieser Serie liegt bei $n = A = 27418{,}75$, d. h. bei $\lambda = 3646{,}13$. Von der Wasserstoffserie $p = 1$ sind drei Linien gefunden worden ($m = 2, 3, 4$). Diese Serie befindet sich im äußersten ultravioletten Teil, und ist von Lyman aufgedeckt worden; die Wellenlängen betragen 1216, 1026 und 972 A. Außerdem entdeckte Paschen zwei infrarote Strahlen der Serie $p = 3$, $m = 4$ und 5: für diese ist $\lambda = 18751{,}3$ und $12817{,}6$ A, und $n = 5331{,}53$ bzw. 7799,67. Eine weitere Serie von Linien, die Pickering im Spektrum des Sternes ζ Puppis entdeckte und die man dem Wasserstoff zuschrieb, gehört dem Helium an; Fowler beobachtete sie in einer Geisslerröhre, die ein Gemisch von He und H_2 enthielt (vgl. S. 281).

Wir wollen uns jetzt den Arbeiten einiger anderer Forscher zuwenden und beginnen mit denen von Kayser und Runge (1888 bis 1894). Die Balmersche Formel kann man auch in der Form schreiben:

$$n = A + Nm^{-2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11,\text{a})$$

wo $N = 4A$ [s. (9, a)]; das zweite Glied entspricht $F(m)$ in (7).

Kayser und Runge benutzten Serienformeln vom Typus

$$n = A + Bm^{-2} + Cm^{-4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$n = A + Bm^{-1} + Cm^{-2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12,\text{a})$$

in denen B und C natürlich verschieden sind; die beiden letzten Glieder entsprechen $-F(m)$ in (7). Wir beschränken uns auf ein Beispiel. Kayser und Runge geben für die Linien von Li zum Einsetzen in (12):

	A	B	C
Hauptserie	43 584,73	— 133 669	— 1 100 084
1. Nebenserie	28 586,74	— 109 825,5	— 1 847
2. Nebenserie	28 666,69	— 122 391	— 231 700

Die Formel gibt n richtig wieder für sieben Linien der Hauptserie, für sieben Linien der ersten und vier Linien der zweiten Nebenserie. Für die Komponenten der Dublett- und Triplettserien der ersten Art müssen B und C gleich sein und nur A verschieden; für die Serien der zweiten Art umgekehrt: A gleich (weil die Grenze gemeinsam ist), B und C verschieden. Für beide Nebenserien sind die entsprechenden Werte von A immer dieselben. Für Li beträgt,

nach genaueren Untersuchungen, dieses $A = 28\,581{,}36$. Die Größe B schwankt in den verschiedenen Serien ungefähr zwischen 109 600 und 155 600.

Wir gehen jetzt über zu den Arbeiten von Rydberg (1890), der folgende Formel vorschlug:

$$n = A - \frac{N}{(m+\mu)^2}, \quad m = 2, 3, 4, \ldots \quad (13)$$

Hier ist N für alle Elemente konstant [vgl. Formel (10)]; μ ist eine Konstante, die, zusammen mit A, jede Linie charakterisiert; sie ist kleiner als 1, wenn man für den ersten Wert von m die größtmögliche ganze Zahl nimmt. Nach Untersuchung zahlreicher Spektra fand Rydberg, und bald darauf Schuster, folgende sehr bemerkenswerte Regel, die sich auf den Punkt 2 der Übersicht von Konen bezieht:

Der Zahlenwert n der ersten (Kopf-)Linie der Hauptserie ist gleich der Differenz der Zahlen $n = A$, der Grenze der Hauptserie, und $n = A_1$, der Grenze der beiden Nebenserien.

Wenn (13) sich auf die Hauptserie bezieht, so ist

$$A - A_1 = A - \frac{N}{(2+\mu)^2} \quad \text{oder} \quad A_1 = \frac{N}{(2+\mu)^2} \quad (13,\text{a})$$

Schreibt man für die zweite Nebenserie

$$n = A_1 - \frac{N}{(m+\sigma)^2}, \quad m = 1, 2, 3 \ldots \quad (13,\text{b})$$

so ergibt sich ebenfalls

$$A = \frac{N}{(1+\sigma)^2} \quad (13,\text{c})$$

Daraus folgt, daß man für die Hauptserie schreiben kann:

$$n = N\left\{\frac{1}{(1+\sigma)^2} - \frac{1}{(m+\mu)^2}\right\}$$

und für die zweite Nebenserie

$$n = N\left\{\frac{1}{(2+\mu)^2} - \frac{1}{(m+\sigma)^2}\right\} \quad (14)$$

Die Formeln (14) zeigen, daß die erste Linie der zweiten Nebenserie ($m = 1$) zusammenfällt mit der ersten Linie der Hauptserie ($m = 2$; das Vorzeichen spielt keine Rolle, n ist immer positiv).

Wenn die Serien aus Dubletts oder Tripletts bestehen, so ist die konstante Differenz Δn in den beiden Nebenserien gleich der Differenz, die dem ersten Dublett bzw. Triplett der Hauptserie entspricht.

Bis 1911 waren Serien in folgenden Spektren gefunden worden: H_2, Li, Na, K, Rb, Cs, He, O_2, S, Se, Al, In, Tl, Mg, Ca, Sr, Ba, Zn, Cd, Hg, Cu, Ag. Eine vollständige Zusammenstellung aller Serien kann

man finden bei: B. Dunz, Seriengesetze der Linienspektra (Leipzig 1911). Im Buch von Konen sind noch genannt: Mn, Ga, Y, In, Sn, Sb, La, Au, Eu, Ny (= Ad).

Wir wollen jetzt zu den Arbeiten von Rytz (1903 bis 1908) übergehen. Rytz ging aus von einer bestimmten Vorstellung über den Bau der leicht emittierenden Zentren und gelangte dann zur Formel

$$n = A - \frac{N}{[m + p_i + \pi_i(A - n)]^2} = A - (m p_i) \quad . \quad . \quad . \quad (14, a)$$

in der wiederum m die Reihe der ganzen Zahlen ist, p_i eine Zahl kleiner als 1, $\pi_i(A - n)$ ein kleines hinzuzufügendes Glied, das von $A - n$ abhängig ist, d. h. vom ganzen Bruch in (14, a) selbst. Paschen bezeichnet diesen Bruch durch das Symbol $(m p_i)$, so daß man schreiben kann:

$$n = A - \frac{N}{[m + p_i + \pi_i(m p_i)]^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Die Indexe i beziehen sich auf die Linien eines Dubletts oder Tripletts ($i = 1, 2$ bzw. $i = 1, 2, 3$). Unter Berücksichtigung aller angeführten Regeln kann man leicht folgendes Schema aufstellen; wir setzen voraus, daß alle Serien aus Dubletts bestehen.

Hauptserie:

$$\pm \frac{n_1}{N} = \frac{1}{[1 + s + \sigma(1 s)]^2} - \frac{1}{[m + p_1 + \pi_1(m p_1)]^2}, \qquad n_1 > n_2,$$

$$\pm \frac{n_2}{N} = \frac{1}{[1 + s + \sigma(1 s)]^2} - \frac{1}{[m + p_2 + \pi_2(m p_2)]^2}, \qquad m = 2, 3, \ldots$$

Anstatt $1 + s$ schreibt man oft $1{,}5 + s$, unter der Voraussetzung, daß $s < 0{,}5$.

Erste Nebenserie:

$$\pm \frac{n_1}{N} = \frac{1}{[2 + p_1 + \pi_1(2 p_1)]^2} - \frac{1}{[m + d + \delta(m d)]^2}, \qquad n_2 > n_1,$$

$$\pm \frac{n_2}{N} = \frac{1}{[2 + p_2 + \pi_2(2 p_2)]^2} - \frac{1}{[m + d + \delta(m d)]^2}, \qquad m = 3, 4, 5 \ldots$$

zweite Nebenserie:

$$\pm \frac{n_1}{N} = \frac{1}{[2 + p_1 + \pi_1(2 p_1)]^2} - \frac{1}{[m + s + \sigma(m s)]^2}, \qquad n_2 > n_1,$$

$$\pm \frac{n_2}{N} = \frac{1}{[2 + p_2 + \pi_2(2 p_2)]^2} - \frac{1}{[m + s + \sigma(m s)]^2}, \qquad m = 1, 2, 3 \ldots$$

Wenn wir die Symbole von Paschen einführen und in der Hauptlinie 1,5 statt 1 annehmen, so erhalten wir folgende Formeln:

Hauptserie:

$$+n = 1{,}5s - mp_i \begin{cases} m = 2, 3, 4 \ldots \\ i = 1, 2 \text{ (Dubl.)}; 1, 2, 3 \text{ (Tripl.)}, \end{cases}$$

erste Nebenserie:

$$+n = 2p_i - md \begin{cases} m = 3, 4 \ldots \\ p_i = p_1, p_2, p_3, \end{cases}$$

zweite Nebenserie:

$$\pm n = 2p_i - ms \begin{cases} m = 1, 2, 3 \ldots \\ i = 1, 2 \text{ (Dubl.)}; 1, 2, 3 \text{ (Tripl.)}. \end{cases}$$

Man muß im Auge behalten, daß die Hauptserie aus Dubletts der zweiten Art besteht. Wenn dies auch von den Nebenserien gelten würde, so hätten wir $p_1 = p_2$ und $\pi_1 = \pi_2$. Ritz, Hicks und Lohuizen haben andere Symbole eingeführt, auf die wir nicht eingehen wollen.

Außer den betrachteten drei Serien findet man noch die Bergmann-Serie im infraroten Teil des Spektrums. Paschen und Randall (1910) haben besonders viel an der Erforschung des infraroten Spektrums gearbeitet, wobei sie bis $\lambda = 52000$ ($5{,}2\,\mu$) gegangen sind, bei einigen Elementen sogar bis 90000 ($9\,\mu$). Hier wurden Bergmann-Serien (B. S.) in allen untersuchten Elementen, außer O_2 und Ar, gefunden, und außerdem noch neue Hauptserien aus einzelnen Linien (Zn, Cd, Hg), Dubletts (Al, Tl) und Tripletts (Cd, Mg, vielleicht auch Hg und Ca). Nach Paschens Ansicht ist das Symbol für die B. S.:

$$n = 3d_i - m\Delta p,$$

wo Δp eine sehr kleine Größe ist. Wir erwähnen noch, daß außer den Serienformeln (11), (12), (13) oder (14) und (15) noch andere Formeln vorgeschlagen wurden von Rummel (1896), Ramage (1900), Fowler und Shaw (1903), Halm (1904), Mogendorff (1906), Hicks (1910), van Lohuizen (1912) und Paulson (1914). Paulsons Formel hat folgende Gestalt:

$$n = A - \frac{N}{(m+a)^2} e^{bm^{-2}}.$$

Wir sagten schon, daß im Spektrum eines Elements auch mehr als eine Gruppe von drei Serien (z. B. bei He) auftreten kann. Aber außer den Serienlinien kommen auch noch vereinzelte Nichtserienlinien vor, sowie auch Liniengruppen, die sich viele Male wiederholen mit gleichen Differenzen der Schwingungszahlen n. Auf diese Linien hat ein neues Prinzip ein helles Licht geworfen, welches Ritz postuliert hat und das man das Prinzip der Kombination nennen kann. Es besteht darin, daß für diese Linien n berechnet

werden kann nach analogen Formeln, wie sie oben für die Haupt- und die beiden Nebenserien gegeben wurden, wobei aber die Konstanten dargestellt werden als Kombinationen der Konstanten, die in den drei Grundserien vorkommen. Paschen (1911) führt so eine Reihe von Kombinationen an, die n für die Nichtserienlinien des Kaliums bestimmt:

$$n = \begin{cases} 2{,}5\,s - 3\,p_1 & 3{,}5\,s - 4\,p_1 & 4\,d \ - 4\,p_1 \\ 2{,}5\,s - 3\,p_2 & 3{,}5\,s - 4\,p_2 & 4\,d \ - 5\,d \\ 3\,p_1 \ - 3{,}5\,s & 3\,d \ - 3\,p_1 & 1{,}5\,s - 3\,d \\ 3\,p_2 \ - 3{,}5\,s & 3\,p_1 \ - 4\,d & \end{cases}$$

Das Ritzsche Prinzip kann man auch so formulieren: Jedes der beiden Glieder, die in einer Serienformel vorkommen, hat gewissermaßen eine selbständige Existenz; verschiedene Kombinationen dieser Glieder, wie sie zu den verschiedenen Serien gehören, ergeben die Werte von n für die übrigen Linien des Spektrums. Im Buche von Dunz findet man Aufzählungen der Kombinationslinien für fast alle Elemente. Nur im Heliumspektrum sind alle bekannten Linien in Serien angeordnet; in den anderen Spektren befinden sich noch viele Linien, die man bis jetzt noch in keiner Serie unterbringen konnte.

Paulson (1914 bis 1915) veröffentlichte eine lange Reihe von Aufsätzen, in denen er die Linien aufzählte, die paarweise die gleiche Differenz der Zahlen n besitzen. Solche Paare fand er in den Spektren von Na, Cl, Sc, Ti, Vd, Mn, Co, Ni, Ge, Yt, Nb, Mo, Pd, La, Pr, Nd, Sa, Eu, Ga, Tb, Ds, Neoholmium, Erbium, Th, Neo-Yt, Lu, Ta, Wo, Os, Au, Ra, Ce, Kr, J, Xe, C, N_2, P, Br, Fe, Rt, Ar. Kayser und Runge haben schon früher (1894) etwas ganz Analoges in den Spektren von Sn, Pb, As, Sb, Bi gefunden. Zwischen den Spektren verschiedener Elemente gibt es Beziehungen (Homologien). Schon Hartley (1883) wies auf die Ähnlichkeit der Spektren von Mg, Zn und Cd hin. Kayser und Runge fanden, unter Bezugnahme auf L. Meyers System der Elemente, daß die Spekren aller Elemente der ersten Kolonne (Li, Na, K, Cu, Rb, Ag, Cs, Au) und der dritten Kolonne (B, Al, Ga, In, Tl) aus Dubletts bestehen, die Spektren der zweiten Kolonne (Be, Mg, Ca, Zn, Sr, Cd, Ba, Hg) aus Tripletts. Mit zunehmendem Atomgewicht, in solchen Gruppen wie Li, Na, K, Rb, Cs — Cu, Ag, Au — Mg, Ca, Sr — Zn, Cd, Hg — Al, In, Tl — O, S, Se, verschieben sich die Enden der Serien zu kleineren λ, die Differenzen der Zahlen n für die Dubletts und Tripletts nehmen zu, und zwar ungefähr proportional dem Quadrat des Atomgewichts.

Auf S. 294 sprachen wir von Regeln, die sich auf die Eigenschaften aller Linien einer Serie beziehen. Hierher gehören:

gleiche Gestalt, Helligkeit und Struktur der Linien. Ferner ihre Fähigkeit sich umzukehren, Beeinflussung durch das magnetische Feld (Zeemaneffekt) usw. In allen diesen Beziehungen weisen alle Linien einer Serie deutlich dieselben oder ganz ähnliche Eigenschaften auf.

Lenard (1903, 1907) untersuchte die zentralen und peripheren Teile eines Lichtbogens und der Flamme eines Bunsenbrenners und fand, daß der innere, besonders heiße Teil die Strahlen der Hauptserie aussendet, die äußeren Schichten — die Strahlen der Nebenserien.

Wood (1907) fand eine bemerkenswerte Methode, Serienlinien aufzusuchen. Roshdestwenski und Afanasjew (1913) benutzten sie zur Untersuchung des Jodspektrums.

Roshdestwenski fand, daß das Verhältnis der Absorptionsstärke (siehe unten über Umkehrung der Spektren) der beiden Linien eines Dubletts von Na, K, Cs oder Rb, weder von der Temperatur, noch von der Dichte des Dampfes abhängt. Für die ersten Dubletts der erwähnten Metalle ist dieses Verhältnis gleich 2.

Alles oben Besprochene bezog sich auf Linienspektren. Wir wollen uns jetzt den Spektren zuwenden, die aus Banden bestehen. Im Buch von Konen „Das Leuchten der Gase" (1913) ist von ihnen die Rede von S. 199 bis 278, im Buch von Kayser, Bd. I, S. 470 bis 494. Wir sahen schon, daß jede Bande auf der einen Seite einen scharfen, auf der anderen einen unbestimmten verschwommenen Rand hat. Ersteren werden wir den Rand der Bande nennen. Die Gesetzmäßigkeiten in den Spektralbanden sind von Deslandres entdeckt worden.

Die Linien, aus denen eine Bande besteht, sind in mehreren Serien verteilt, die alle am Rande der Bande beginnen. Sehr oft beobachtet man Gruppen von Banden, bei denen jede folgende Bande schwächer ist als die vorhergehende. Sie bilden zusammen gewissermaßen eine Gruppenbande, in der es eine Reihe von Rändern gibt. Je weiter diese sich vom Hauptrand entfernen, desto näher rücken sie aneinander, während die Linien einer Serie sich bei Entfernung vom Rande immer mehr voneinander entfernen. In ein und demselben Spektrum können auch mehrere Gruppen von Banden vorkommen.

Deslandres fand folgende Gesetzmäßigkeiten oder Regeln:

1. In jeder Linienserie einer Bande bilden die Differenzen der Zahlen n je zweier benachbarter Linien eine arithmetische Progression. Natürlich wachsen diese Differenzen mit wachsender Entfernung vom Rande der Bande. Dieses Gesetz besagt, daß die Linien einer Serie durch eine Formel vom Typ

$$n = a + b m^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

bestimmt werden können, wo b eine Konstante, m die Reihe der ganzen Zahlen, a der Wert von n für den Rand ist.

2. Die Linienserien einer Bande sind einander gleich, d. h. besitzen dieselbe oder beinahe dieselbe Differenz der Schwingungszahlen für zwei benachbarte Linien. Das bedeutet, daß für sie b gleich ist.

3. Die Ränder der Banden, die in einem gegebenen Spektrum vorkommen, bilden auch Serien, von denen jede der ersten Regel genügt. Das bedeutet, daß eine Serie von Rändern durch eine Formel vom Typ

$$n = c + hp^2 \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

bestimmt werden kann, wo p ebenfalls die Reihe der ganzen Zahlen bedeutet. Zu einer solchen Serie von Rändern gehört aus jeder Gruppe von Banden je ein Rand. Setzt man (17) an Stelle von a in (16) ein, so erhält man

$$n = bm^2 + hp^2 + c \quad \ldots \ldots \quad (18)$$

Hier ist h ein und dieselbe Größe für das ganze Spektrum; c verändert sich von einer Ränderserie zur anderen: jedem p und c kann ein besonderer Wert für b entsprechen, wenn bei ein und demselben Rand mehrere Serien von Linien beginnen. Es scheint, daß die Enden der Ränderserien ($m = 0$, $p = 0$), d. h. der Wert von c, sich auch als Funktion der Quadrate der ganzen Zahlen ausdrücken lassen; diese wollen wir mit q bezeichnen, so daß man setzen kann: $c = \varphi(q^2)$. Da nun b abhängt von p und c, c wiederum von q, so kann man die Formel für ein Bandenspektrum endgültig in der Form schreiben:

$$n = f(p^2, q^2) \cdot m^2 + hp^2 + \varphi(q^2) \quad \ldots \ldots \quad (19)$$

wo m, p und q ganze Zahlen sind. Deslandres nimmt an, daß $\varphi(q^2)$ von der Art ist:

$$\varphi(q^2) = -\sqrt{Cq^2 - \alpha} \quad \ldots \ldots \quad (19,\text{a})$$

Andere komplizierte Formeln gab Thiele (1897).

Nach Heurlinger hat man mit der Zählung der Linien nicht beim Bandenkopf zu beginnen, sondern beim Intensitätsminimum, und ist dann die Gleichung

$$n = n_0 \pm c_1 m + c_2 m^2 \quad \ldots \ldots \quad (19,\text{b})$$

anzuwenden. Haben die beiden letzten Glieder in (19, b) entgegengesetztes Vorzeichen, was nicht selten vorkommt, so hat man eine „rückläufige“ Serie, d. h. n wächst bzw. sinkt bei zunehmendem m, durchläuft ein Maximum bzw. Minimum und fällt bzw. steigt dann wieder. Dieses Maximum erscheint im Spektrum als Bandenkopf, dem somit eine mehr zufällige und nicht wie in (16) eine prinzipielle Bedeutung zukommt. Das bemerkenswerteste Ergebnis, zu dem Heurlinger gelangt, ist, daß, wenn man die Zählung an der schwächsten Linie beginnt, die Größe c_1 nicht nur für verschiedene Banden ein und desselben Spektrums konstant ist, sondern auch bei ein und demselben Gas innerhalb der ver-

schiedenen Spektren nahezu gleich bleibt. Die Größe c_2 ist dagegen beträchtlichen Schwankungen unterworfen.

Auf weitere Einzelheiten in bezug auf die Bandenspektren wollen wir nicht eingehen. Wir weisen nur noch darauf hin, daß in den Spektren der Verbindungen ausschließlich nur Banden und keine einzelnen Linien auftreten.

In Bd. V werden wir noch ausführlich auf die in diesem Paragraphen aufgestellten Formeln zurückkommen.

§ 12. Absorptionsspektren und Analyse auf Grund derselben. Man erhält die Absorptionsspektren dadurch, daß man in den Weg von weißen, ein kontinuierliches Spektrum gebenden Strahlen eine Schicht der zu untersuchenden Substanz bringt, die alsdann bestimmte Strahlen absorbiert. Man pflegt vier Typen von Absorptionsspektren zu unterscheiden.

I. Typus: Einseitige Absorption; im Spektrum fehlt ein zusammenhängender Teil derselben, anfangend von einem der Enden, zumeist vom violetten. Beispiele: Lösungen von Eisenchlorid, Kaliumbichromat, Pikrinsäure (läßt die roten, gelben und einen Teil der grünen Strahlen hindurch); Lösungen von Kupfervitriol und Kupfervitriol mit Ammoniak lassen die dunkelblauen Strahlen hindurch.

II. Typus: Zweiseitige Absorption; im Spektrum bleibt nur der mittlere Teil übrig. Beispiele: Starke Lösungen von Kupferchlorid, Nickelchlorid und essigsaurem Kupfer.

III. Typus: Streifenspektrum, eine Reihe von mehr oder weniger breiten Streifen mit undeutlichen Rändern. Beispiele: Schwache Lösung von übermangansaurem Kali (fünf Banden im Grün), verdünnter Rotwein, grüne (kobalthaltige) Glassorten, eine sehr große Zahl von Farbstoffen und gefärbten Substanzen.

IV. Typus: Linienspektren; Reihen von scharfen dunklen Linien erhält man streng genommen nur in den Absorptionsspektren der Gase und Dämpfe. Flüssige und feste Körper geben breitere Linien oder Kombinationen von Linien und Banden. Joddampf und Stickstofftetroxyd (NO_2) geben linienförmige Absorptionsspektren.

In Fig. 136 ist eine Reihe von Absorptionsspektren abgebildet. Nr. 1 ist das Sonnenspektrum, dessen Absorptionslinien die bekannten Fraunhoferschen Linien sind (vgl. § 15), Nr. 2 das Spektrum des Chlorophylls, Nr. 3 das von Blut, Nr. 4 das Spektrum des Stickstofftetroxyds (Untersalpetersäure), Nr. 5 dasjenige von Joddampf. In Fig. 137 sind die Spektren von Lösungen schwefelsaurer Salze dargestellt, des Ammoniums (Nr. 1), des Uranyls (Nr. 2), des Magnesiums (Nr. 3), Rubidiums (Nr. 4), Natriums (Nr. 5) und Thalliums (Nr. 6).

Die Absorptionsspektren zeigen die gleichen Effekte wie die Emissionsspektren, ja sie zeigen sie vielfach mit besonderer Schärfe und Vollkommenheit, so anomale Dispersion (s. später), magnetooptische Effekte, Druckverschiebung usw. In der Regel absorbieren die stärksten Linien

Fig. 136.

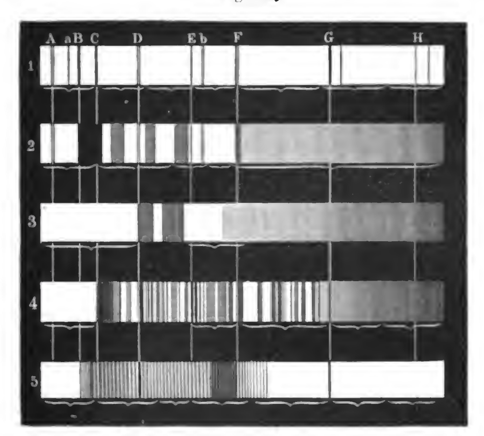
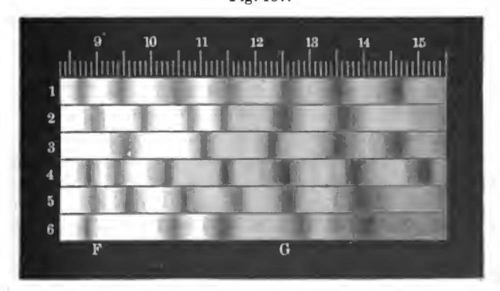


Fig. 137.

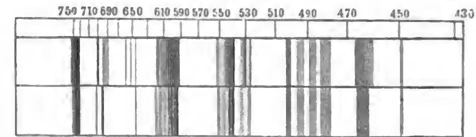


der Gasspektren auch am meisten. Dies gilt besonders von den Linien der Hauptserien, allein auch die Linien der Nebenserien zeigen Absorption. Sehr bemerkenswert ist, daß während manche Dämpfe, wie Na, Tl, Hg, schon bei niedriger Temperatur in Linien absorbieren, absorbieren andere Körper, wie H, J, He, N, nur dann in ihren Linienspektren, wenn sie

durch irgendwelche Hilfsmittel dazu angeregt werden, diese gleichzeitig zu emittieren.

Ein bemerkenswertes Spektrum geben die Salze des Didyms, sowohl die festen Salze desselben als auch ihre Lösungen. In Fig. 138 ist dieses Spektrum abgebildet und bezieht sich das obere Spektrum auf eine konzentrierte, das untere auf eine stark verdünnte Lösung. Untersucht wurden diese Spektren insbesondere von Dimmer (1897). Sehr bemerkenswert ist auch, daß glühendes Didymoxyd kein kontinuierliches Spektrum gibt, sondern ein Spektrum, das gewissermaßen die Umkehrung des obigen (Fig. 138) ist. Linienspektren geben ferner eine Reihe farbiger Verbindungen seltener Erden, sowie fester Lösungen gewisser Metalle, z. B. des Chroms im natürlichen oder künstlichen Rubin. Im allgemeinen sind die Absorptionslinien der festen Körper schärfer als die der Flüssigkeiten, und sie werden um so schärfer, je tiefer die

Fig. 138.



Temperatur ist. Die Dämpfe von S und Se geben keine Banden oder Linien, wie sie z. B. in den Absorptionsspektren von Chlor, Brom usw. auftreten.

Königsberger hat gefunden, daß sich bei Temperaturzunahme die Absorptionsbanden fester Körper zum violetten Ende hin verschieben; die Absorption der Metalle dagegen (Au, Ag, Pt, Fe, Ni, Cu) bleibt zwischen 10° und 360°, für Pt sogar bis zu 800° ungeändert.

Die Absorption des Jod- und Bromdampfes ist bei hohen Temperaturen schwächer, um zuletzt ganz zu verschwinden. Evans (1910) hat nachgewiesen, daß dies von der Dissoziation der Moleküle in die Atome herrührt. Flüssiger Sauerstoff gibt ein sehr scharfes Absorptionsspektrum des gasförmigen Sauerstoffs. Baccei hat die Absorptionsspektren dicker (bis zu 70 m) Schichten von N_2, CO_2, O_2, CO, C_2H_2 und SH_2 bei Drucken bis zu 22 Atmosphären untersucht. Im sichtbaren Teile des Spektrums geben N_2, CO_2 und CO keine merkliche Absorption, die drei anderen Gase jedoch liefern eine ganze Reihe von Absorptionsbanden. Wasser zeigt in dickeren Schichten eine Eigenfarbe; Vogel hat die Farbe des Wassers in der bekannten blauen Grotte auf Capri spektroskopisch untersucht und gefunden, daß der rote Teil des Spektrums vollkommen fehlte, der gelbe geschwächt war; die Linien *E* und *b* verschwammen miteinander zu einer breiten Absorptionsbande.

Im Jahre 1902 veröffentlichten Hagen und Rubens eine Arbeit über die Absorptionsspektren von dünnen Metallschichten. Die genannten Autoren hatten Ag, Au und Pt untersucht und folgende Formel angenommen

$$i = J \,.\, 10^{-ad},$$

in welcher J die Intensität des auf die Metallschicht auffallenden Lichtes, i diejenige des hindurchgegangenen Lichtes, d die Schichtdicke in Mikronen ($\mu = 0{,}001$ mm) bedeutet. Offenbar ist $1 : a$ die Dicke einer Schicht, für welche $i = 0{,}1\,J$ ist. Hagen und Rubens haben die Werte von a für ultraviolette, sichtbare und infrarote Strahlen von $\lambda = 0{,}2\,\mu$ bis $1{,}5\,\mu$ (Ag) und $\lambda = 2{,}5\,\mu$ (Au und Pt) untersucht.

Fig. 139.

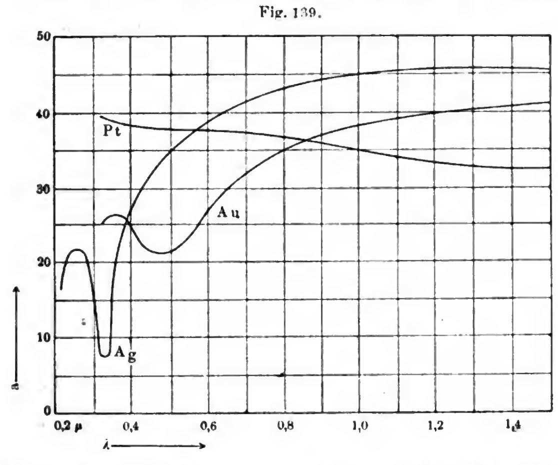


Fig. 139 zeigt die Abhängigkeit, in welcher sich a von λ für die drei genannten Metalle befindet. Bemerkenswert ist die Durchsichtigkeit des Silbers für ultraviolette Strahlen, welche nahe bei $\lambda = 0{,}32$ liegen; interessant ist auch der Umstand, daß für $\lambda > 0{,}85\,\mu$ Pt durchlässiger als Gold und Silber ist, während das Umgekehrte für kleine Werte von λ gilt. Neuere Versuche haben aber ergeben, daß die Hagen-Rubenssche Methode zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten durchsichtiger Metallschichten nicht zu den richtigen Werten führt, da die Größe der Absorptionskoeffizienten eine Funktion der Dicke ist. K. Försterling (1911) hat eine Theorie aufgestellt, welche aus einer Beobachtung im reflektierten und durchgehenden Licht den Brechungsexponenten und den Absorptionskoeffizienten k sowie die Schichtdicke beliebig gegebener

durchsichtiger Metallplatten in aller Strenge zu berechnen erlaubt. Messungen von Frau N. Galli (1911), W. Planck (1914) und W. Fritze (1915) zeigten tatsächlich eine Abhängigkeit dieser Konstanten von der Schichtdicke; so nimmt n bei Silberschichten im Intervall 0,6 bis 105 $\mu\mu$ mit zunehmender Dicke stetig ab, während der Absorptionskoeffizient in geringerem Maße zunimmt. Beide Konstanten nähern sich bei einer bestimmten Grenzdicke (von 105 $\mu\mu$ Dicke an) den Konstanten des massiven Metalles. Selbst die dünnsten Schichten zeigten dieselbe normale bzw. anomale Dispersion wie die massiven Metalle.

Ähnliche Untersuchungen wurden ausgeführt von Javal (1905) an sechs Kupferschichten (Dicke 40—58—73—83—87—108 $\mu\mu$) und für Strahlen von $\lambda = 4860$ bis 20 300. Er fand das Minimum der Absorption ungefähr beim Übergang Gelb—Grün.

Luft und Glas absorbieren alle Strahlen, für welche $\lambda < 0{,}3\,\mu$ ist; Quarz diejenigen, deren $\lambda < 0{,}2\,\mu$ ist. Durchsichtiger Flußspat läßt Strahlen von noch kleinerer Wellenlänge hindurch.

Die Dicke der absorbierenden Schicht und der Konzentrationsgrad einer Lösung üben den gleichen Einfluß auf das Absorptionsspektrum aus, das überhaupt von der Menge der wirksamen Substanz abhängt, die sich auf dem Wege der Strahlen vorfindet; vorausgesetzt ist hierbei, daß eine Änderung des Konzentrationsgrades einer Lösung von keinerlei chemischen Vorgängen begleitet ist.

Welchen Einfluß das Lösungsmittel auf das Absorptionsspektrum von Farbstoffen ausübt, hat Kundt untersucht. Er fand, daß man die verschiedenen Lösungsmittel in Gruppen einteilen kann, wobei sich in jeder Gruppe der Hauptabsorptionsstreifen für alle Farbstoffe nach dem roten Spektralende verschiebt, wenn man zu stärker brechenden Lösungsmitteln übergeht. Diese Kundtsche Regel hat sich zwar in vielen Fällen angenähert bewährt, in einer sehr großen Anzahl anderer aber als zweifellos falsch erwiesen. Vielleicht spielen in den Fällen ihrer Ungültigkeit chemische Einflüsse des Lösungsmittels eine Rolle. Interessant ist, daß für die elektrischen Wellen die Kundtsche Regel gilt (Aschkinass und Cl. Schaefer, 1901).

Die Absorptionsspektren können sowohl zur qualitativen als auch zur quantitativen Analyse dienen, denn aus der Lage der dunkeln Banden und Linien kann man einen Schluß auf die Zusammensetzung der auf dem Wege der weißen Lichtstrahlen befindlichen Substanzen ziehen. In H. W. Vogels „Praktische Spektralanalyse“ findet man eine große Zahl von Angaben über die Absorptionsspektren verschiedenster Farbstoffe, Nahrungsmittel, medizinischer Präparate, tierischer und pflanzlicher Substanzen, sowie Anleitungen zur Untersuchung dieser Stoffe auf Grund ihrer Absorptionsspektren.

Es liegen viele Versuche darüber vor, einen Zusammenhang zwischen der chemischen Zusammensetzung der Stoffe und der Lage der Absorptionsstreifen im Spektrum zu finden.

G. Krüss, H. W. Vogel, F. W. Schmidt u. a. haben den Einfluß untersucht, welchen eine Ersetzung des Wasserstoffs in chemischen Verbindungen durch verschiedene Verbindungsgruppen ausübt. Hierbei wurde gefunden, daß bei einer Substitution des Wasserstoffs durch die Methyl- (CH_3), Oxymethyl- ($O—CH_3$), Carboxyl- (CO_2H) Gruppe oder durch Brom sich die Absorptionsbanden nach dem roten Ende des Spektrums hin verschieben; tritt jedoch an Stelle des Wasserstoffs die Nitro- (NO_2) oder Amido- (NH_2) Gruppe, oder vermehrt sich die Anzahl der Wasserstoffatome, so rücken die Absorptionsstreifen nach dem violetten Ende.

Dies bestätigt sich z. B. beim Fluorescein, $C_{20}H_{12}O_5$, wo vier H-Atome etwa durch Brom oder durch die Gruppe NO_2 ersetzt werden können. Eine wässerige alkalische Lösung von Fluorescein gibt eine dunkle Bande bei $\lambda = 494{,}0\,\mu\mu$. Jedes Br-Atom, welches den Wasserstoff ersetzt, verschiebt die Bande um $5{,}45\,\mu\mu$ nach dem roten Ende des Spektrums hin, jede NO_2-Gruppe vermindert unter denselben Bedingungen die Wellenlänge der Bande um $1{,}3\,\mu\mu$. Ähnliche Regeln hat man mehrfach gefunden. Eine zusammenfassende Darstellung unserer Kenntnisse auf diesem Gebiete findet man in dem ausgezeichneten Buche von H. Ley: Die Beziehung zwischen Farbe und Konstitution bei organischen Verbindungen (Leipzig 1911).

Abney und Festing haben Banden im ultraroten Spektralgebiete für eine ganze Reihe von Substanzen untersucht. Sie unterscheiden scharfe Linien, verschwommene Linien und Banden und finden, daß die Anwesenheit von H in einer Verbindung scharfe Linien hervorruft; tritt O in die Verbindung ein, so treten Banden auf. Cl. Schaefer und M. Schubert (1916) haben gefunden, daß gewissen chemischen Gruppen bzw. Ionen, wie dem SO_4-Ion und der CO_3-Gruppe, charakteristische Banden entsprechen, die sich sogar an den kristallisierten Salzen der verschiedensten Metalle nachweisen lassen. Von neueren Arbeiten seien auf die von Coblentz, Pfund, Reinkober, Gehrts u. a. sowie auf das Buch von S. Smiles und O. Herzog: Chemische Konstitution und physikalische Eigenschaften (Dresden 1914), verwiesen.

Die Theorie der elektrolytischen Dissoziation, von welcher im Bd. I, Abt. 2, S. 230 und 255 die Rede war, führt, wie Ostwald zuerst (1889) gezeigt hat, zu dem Resultat, daß die Absorption, welche in einer verdünnten Lösung auftritt, eine additive Eigenschaft (Bd. I, Abt. 1, S. 50) sein muß, d. h. sich aus den Absorptionen zusammensetzen muß, welche von den positiven und negativen Ionen hervorgerufen werden. Dies schien auch durch eine ganze Reihe von Untersuchungen Ostwalds, Wagners,

Donnans u. a. bestätigt zu werden. Die Ionen des Cl, Br, J, NO_2, SO_4 usw., des K, Na, Ba, Ca, NH_4 usw. sind farblos und alle ihre Kombinationen geben im Wasser farblose Lösungen. Die Anwesenheit des Cu-Ions ist durch dunkelblaue Färbung charakterisiert, und in der Tat haben alle schwachen Lösungen von Kupfersalzen dunkelblaue Farbe; so nimmt z. B. die grüne Lösung von Chlorkupfer blaue Färbung an, wenn man sie mit Wasser verdünnt. In neuerer Zeit hat sich aber auf Grund der Arbeiten von Hantzsch, Kayser, Ley, Cl. Schaefer und anderen immer mehr die Überzeugung durchgedrängt, daß Änderungen in Absorptionsspektren nicht auf Dissoziationsvorgänge, sondern stets auf chemische Vorgänge zurückzuführen sind. Man kann daher Änderungen der Absorption von Lösungen als zuverlässiges Kennzeichen für die Existenz von chemischen Änderungen benutzen, auch wenn diese manchmal nicht direkt auf chemischem Wege nachgewiesen werden können. Da die Frage mehr in das Gebiet der physikalischen Chemie gehört, so verweisen wir wegen Einzelheiten auf die oben genannten Bücher von Ley, Smiles und Herzog, sowie auf das Buch von H. Kauffmann: Über den Zusammenhang zwischen Farbe und Konstitution bei chemischen Verbindungen (Stuttgart 1910) und G. Rudorf: Lichtabsorption in Lösungen (Stuttgart 1904).

Läßt man weißes Licht durch bestimmte absorbierende Substanzen hindurchgehen, so kann man es vielfach erreichen, daß man eine recht homogene Farbe erhält. So läßt kräftig rotgefärbtes Kupferoxydulglas nur rotes Licht hindurch. Der Spektralbezirk, der hindurchgelassen wird, kann noch vielfach verengert werden, wenn man verschiedene Substanzen hintereinander stellt. Die folgenden Lösungen geben z. B. sehr homogenes Licht (das +-Zeichen bedeutet Hintereinanderschalten): Rot, Kristallviolett + K_2CrO_4; Gelb, $NiSO_4$ + $KMnO_4$ + K_2CrO_4; Grün, $CuCl_2$ + K_2CrO_4; Hellblau, Doppelgrün + $CuSO_4$; Dunkelblau, Kristallviolett + $CuSO_4$. Man prüft und definiert die resultierende Farbe mit dem Spektralapparat. Derartige Strahlenfilter haben Landolt, Zsigmondy, H. Schulz, v. Pirani u. a. angegeben.

Von den ultravioletten und infraroten Absorptionsspektren wird noch weiter unten die Rede sein (vgl. § 20).

§ 13. Umkehrung der Spektren. Wir haben bereits das Kirchhoffsche Gesetz kennen gelernt, nach welchem jeder Körper diejenigen Strahlen zu absorbieren vermag, die er unter den gegebenen physikalischen Bedingungen aussendet. Hierauf beruht die sogenannte Umkehrung der Spektren. Läßt man die Strahlen einer intensiven weißen Lichtquelle, z. B. eines weißglühenden festen Körpers, der an sich ein helles kontinuierliches Spektrum geben würde, durch einen gasförmigen Körper, der ein aus bestimmten hellen Linien bestehendes, nicht allzu intensives Emissionsspektrum liefert, hindurchgehen, so

absorbiert letzterer diejenigen Strahlen, die er selbst aussendet, und es erscheinen auf dem hellen Hintergrunde des kontinuierlichen Spektrums dunkle Linien genau an den Stellen, an denen im Emissionsspektrum des gasförmigen Körpers helle Linien auftreten würden. Die absorbierten hellen Strahlen werden hierbei zwar durch die vom gasförmigen Körper ausgesandten Strahlen ersetzt; da aber die Helligkeit der letzteren nur gering ist, so erscheinen die Teile des Spektrums, an welchen sie auftreten, wegen des Kontrastes mit den grellen Nachbargebieten als dunkle Linien. Damit der Versuch gelinge, ist es erforderlich, daß die Temperatur des absorbierenden Mediums um vieles niedriger sei als die des Körpers, welcher das kontinuierliche Spektrum liefert.

Es gibt zahlreiche Methoden zum Nachweise der Umkehrung von Spektren. Eine derselben stellen Fig. 140 und Fig. 141 dar. Den unteren Kohlestift eines elektrischen Lichtbogens befeuchtet man mit Kochsalzlösung, die man eintrocknen läßt; rückt man dann die Kohlestifte so weit auseinander, daß durch den Spalt des Spektroskops die

Fig. 140.

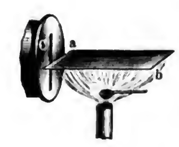
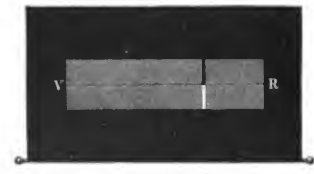


Fig. 141.



von den Kohlestiften selbst kommenden Strahlen nicht gelangen können, so entsteht auf einem Projektionsschirm ein schwaches Spektrum VR mit sehr heller gelber Linie, die den Natriumdämpfen angehört. Bringt man darauf an den Spalt eine Gasflamme, in die man mittels eines Platinlöffelchens ein Stückchen Natrium eingeführt hat, und über diese Flamme in der Höhe, in der sich die Spaltmitte befindet, eine horizontale Metallplatte, so verwandelt sich auf dem Projektionsschirm die obere Hälfte der gelben Linie (da das auf dem Schirm erscheinende Bild ein umgekehrtes ist) in eine schwarze Linie, wie dies Fig. 141 zeigt.

Bringt man unmittelbar in die Vertiefung des unteren Kohlestifts eines elektrischen Lichtbogens ein Stückchen Natrium, so erhält man beim Verdampfen desselben anfänglich eine breite, helle, gelbe Linie. Inmitten dieser Linie bildet sich nach einiger Zeit eine schwarze Linie, da die Strahlen von den dichten und verhältnismäßig kälteren Natriumdämpfen absorbiert werden, welche den mittleren Teil des Lichtbogens umgeben (Selbstumkehrung).

Ähnlich der gelben Natriumlinie können auch noch viele Linien anderer Metalle umgekehrt werden. Es ist jedoch bei weitem nicht für

alle Linien eine Umkehrung derselben gelungen; man findet nämlich, daß es bestimmte, „leicht umkehrbare" Linien gibt. Cornu hat gezeigt, daß die nach der Lockyerschen Methode (S. 288) entstehenden langen Linien gerade die leicht umkehrbaren sind. Auf S. 297 war die Rede davon, daß Kayser und Runge in den Spektren einiger Metalle eine „Hauptserie" von Linien entdeckt haben; man findet, daß die zu dieser Hauptserie gehörenden Linien leicht umkehrbare sind. Von großem Interesse ist, daß viele Gase im leuchtenden Zustande eine andere Absorption als im nichtleuchtenden Zustande zeigen. So ist z. B. die Absorption des Wasserstoffs bei niedriger Temperatur nicht bekannt. Im leuchtenden Zustande absorbiert dagegen der Wasserstoff in seinen Linien. Erwähnt möge noch werden, daß entsprechend dem Kirchhoffschen Gesetz in vielen Fällen das gleiche Spektrum in Emission und Absorption bekannt ist; in sehr zahlreichen Fällen gilt dies nicht, man kennt da nur ein Absorptionsspektrum und ein davon durchaus verschiedenes Emissionsspektrum. Dies ist z. B. bei Sauerstoff der Fall. Möglich ist, daß die Bedingungen, unter denen das eine oder andere Spektrum erscheint, noch nicht gefunden sind.

§ 14. Einfluß einer Bewegung der Strahlenquelle auf das Spektrum derselben. In Bd. I, Abt. 2, S. 200 haben wir das Dopplersche Prinzip kennen gelernt, nach welchem die Zahl der Wellen, welche in der Zeiteinheit zum Beobachter gelangen, von den relativen Geschwindigkeiten von Strahlenquelle und Beobachter abhängen oder, genauer gesagt, von den Projektionen dieser Geschwindigkeiten auf die Richtung ihrer Verbindungsgeraden. Auf S. 109, Bd. II, Abt. 1 sahen wir, wie dies Prinzip bei gewissen Schallerscheinungen mitspielt; es ist leicht zu begreifen, daß es auch auf Lichterscheinungen Anwendung finden muß. Nähern sich Strahlenquelle und Beobachter einander, so nimmt die Wellenlänge λ ab, entfernen sie sich voneinander, so nimmt λ zu. Im ersten Falle nimmt die Brechbarkeit der Strahlen zu, im letzteren ab. Dieser Änderung der Brechbarkeit muß eine Verschiebung der hellen oder dunkeln Spektrallinien (wenn solche im Spektrum der Lichtquelle vorhanden sind) nach dem einen oder anderen Ende des Spektrums hin entsprechen. Wenn sich Strahlenquelle und Beobachter einander nähern, so verschieben sich die Spektrallinien nach dem violetten Ende des Spektrums hin, wenn sie sich jedoch voneinander entfernen, so erfolgt die Verschiebung nach dem roten Spektralende hin. Diese Verschiebungen sind im allgemeinen sehr geringfügig, da die Geschwindigkeiten der Körper (und selbst der Himmelskörper) nur klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit sind.

Es muß erwähnt werden, daß Fizeau (1848) bereits vor Doppler auf die Möglichkeit hingewiesen hat, spektroskopische Geschwindigkeits-

messungen an Sternen durch Beobachtung der Verschiebungen vorzunehmen, welche deren Spektrallinien erfahren.

Die Theorie des Dopplerschen Prinzips ist von Petzval, Mach, Eötvös, Ketteler, Voigt, H. Lorentz, E. Kohl, Mandersloot (1914) u. a. entwickelt worden.

Im Jahre 1900 veröffentlichte A. Belopolski eine bemerkenswerte Arbeit, in welcher es ihm gelang, die Gültigkeit des Dopplerschen Prinzips für Lichterscheinungen auf rein experimentellem Wege nachzuweisen. Zum besseren Verständnis der Methode diene Fig. 142. MM sei ein Spiegel, S ein leuchtender Punkt, S_1 dessen Spiegelbild, SOA ein Lichtstrahl, der zum Auge des Beobachters oder einem zu seiner Aufnahme dienenden (etwa einem photographischen) Apparate

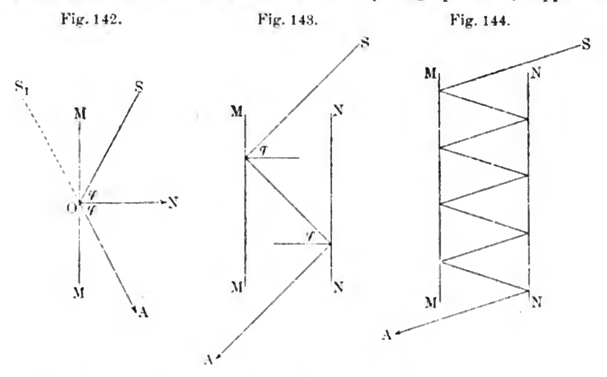


Fig. 142. Fig. 143. Fig. 144.

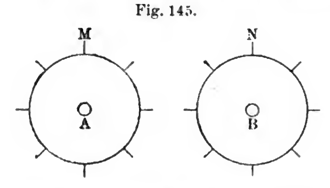
gelangt. Bewegt sich der Spiegel MM in der Richtung des Einfallslotes ON mit der Geschwindigkeit v, so bewegt sich das Bild S_1 in derselben Richtung mit der Geschwindigkeit $2v$; es ist daher seine „radiale Geschwindigkeit", d. h. die Geschwindigkeitskomponente in der Richtung zum Auge oder zum photographischen Apparate, gleich $2v\cos\varphi$, wo φ der Einfallswinkel des Strahls ist. MM und NN sind (Fig. 143) zwei parallele Spiegel, die sich mit der Geschwindigkeit v nach entgegengesetzten Seiten drehen. Es ist leicht einzusehen, daß sich das Bild S_2 im Spiegel NN mit der Geschwindigkeit $4v$ bewegen wird und seine radiale Geschwindigkeit gleich $4v\cos\varphi$ ist. Erfolgen n Reflexionen (Fig. 144), so ist die radiale Geschwindigkeit gleich $2nv\cos\varphi$. Es bedeute λ die Wellenlänge des auf den ersten Spiegel fallenden Strahls, λ_n die Wellenlänge desselben Strahls nach n maliger Reflexion, wo derselbe gewissermaßen vom n ten Spiegelbilde zu kommen scheint, das sich im zweiten Spiegel bildet. Da die radiale

Geschwindigkeit dieses Bildes gleich $2\,n\,v\cos\varphi$ ist, so ist nach dem Dopplerschen Prinzip

$$\lambda_n = \lambda_0\left(1 \pm \frac{2\,n\,v\cos\varphi}{V}\right),$$

wo V die Lichtgeschwindigkeit bedeutet und die beiden Vorzeichen den beiden Fällen entsprechen, wo die beiden Spiegel sich nähern oder voneinander entfernen. Kennt man die Änderung der Wellenlänge, so kann man die Verschiebung der Spektrallinien berechnen, die durch die Bewegung der Spiegel hervorgerufen wird. Um dieselbe Verschiebung durch Messung zu finden, hat Belopolski einen Apparat konstruiert, dessen Hauptbestandteil aus zwei nebeneinander befindlichen Rädern A und B (Fig. 145) besteht, auf deren Umfange sich je acht Spiegel (M und N) befinden. Die Räder drehen sich in entgegengesetzten Richtungen; ein schmales Strahlenbündel geht beispielsweise von links kommend am Spiegel M vorüber, fällt auf N und geht, von N und M sechsmal reflektiert, an N vorüber zum Spektrographen, welcher ein System von Prismen und eine photographische Platte enthält. Auf letzterer entsteht ein Bild des Spektrums in allen den Augenblicken, wo die Spiegel M und N einander parallel sind. Die Räder führten bei den Versuchen je 44 Umdrehungen in der Sekunde aus. Belopolski bediente sich des Sonnenlichts und photographierte das Spektralgebiet zwischen $\lambda = 0{,}438\,\mu$ und $\lambda = 0{,}450\,\mu$. Die Versuchsanordnung war eine derartige, daß auf der photographischen Platte nebeneinander zwei Spektren entstanden, welche die Lage der Fraunhoferschen Linien für den Fall zeigten, wo die Spiegel in Ruhe waren oder sich nach derselben oder nach entgegengesetzten Seiten drehten. Die Versuche zeigten, daß eine Verschiebung der Spektrallinien in der Tat stattfindet, und zwar eine Verschiebung nach derjenigen Seite und angenähert um denjenigen Betrag, wie dies nach obiger Formel erwartet werden muß.

Fig. 145.



Fürst Galitzin und Wilip wiederholten (1907) die Experimente unter Benutzung vervollkommneter Apparate. Sie beobachteten das Licht der Hg-Linien $\lambda = 5461$ und 4358 und maßen die Veränderung der Wellenlänge mit Hilfe eines Stufengitters, indem sie die Lage der Linien photographierten. Die Räderchen drehten sich mit einer Geschwindigkeit von 41,1 bis 41,6 Umdrehungen in einer Sekunde; die lineare Geschwindigkeit der Spiegelmitten betrug 28,9 bis 32,5 m/sec. Die Zahl der Reflexionen betrug 4 bis 6. Die Ergebnisse standen in

voller Übereinstimmung mit den Berechnungen auf Grund des Doppelprinzips.

Für die Praxis hat das Dopplersche Prinzip zunächst Bedeutung für die Messungen der Geschwindigkeiten kosmisch bewegter Massen (s. später). Ferner bewirkt der Dopplereffekt, wie Stark gefunden hat, eine Verschiebung der Linien der im Visionsradius bewegten Kanalstrahlen (S. 9). Die ruhenden Gasmoleküle liefern hier eine Linie unveränderter Wellenlänge (ruhende Linie). Die bewegten Teile geben je nach der Richtung der Bewegung eine zweite, die bewegte Linie, auf der roten oder blauen Seite der Ruhelinie. Die bewegte Linie zeigt eine charakteristische Verbreiterung und Intensitätsverteilung, aus der weitgehende Schlüsse gezogen werden können. Innerhalb der Linien einer Serie hat der Dopplereffekt die gleiche Größe. Bei verschiedenen Linien ist er verschieden. Auf Einzelheiten dieses Effekts werden wir in Bd. V zurückkommen.

Das Dopplersche Prinzip spielt auch eine wichtige Rolle behufs Erklärung der Verbreiterung der Spektrallinien. Bezeichnet v die Geschwindigkeit des sich von uns fortbewegenden Wellenmittelpunkts, V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, welche bei ruhendem Wellenmittelpunkt die Länge λ besitzen, so ist nach dem Dopplerschen Prinzip

$$\delta \lambda = \frac{v}{V} \lambda$$

und im Falle, daß sich der Wellenmittelpunkt auf uns zu bewegt, wird

$$\delta \lambda = -\frac{v}{V} \lambda.$$

Wenn ein Gas im ruhenden Zustande befähigt wäre, eine einzige homogene Schwingung der Wellenlänge λ auszusenden, dann wird infolge der Bewegung der Gasteilchen eine Änderung der Wellenlänge eintreten. An Stelle einer einzigen Welle λ resultiert ein Wellenlängenbezirk oder eine verbreitete Spektrallinie, deren Begrenzung durch $\pm \delta \lambda$ angegeben wird. Die Größe $2 \delta \lambda$ bezeichnet somit die Breite des Wellenlängenbezirks, in welche unsere ursprünglich scharfe homogene Spektrallinie durch die regellose Bewegung der leuchtenden Teilchen verwandelt wird. Die Breite der Spektrallinien wird somit sein

$$b = 2 \delta \lambda = \frac{2 v}{V} \lambda.$$

Da nach der kinetischen Gastheorie

$$\tfrac{1}{2} m v^2 = c T$$

ist, wo T die absolute Temperatur bedeutet, so folgt

$$b = 2 \frac{\lambda}{V} \sqrt{\frac{2 c T}{m}}.$$

In der Tat hat A. A. Michelson (1895) bei sämtlichen von ihm untersuchten Stoffen (H, Li, O, Na, Mg, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Rd, Ag, Cd, Au, Hg, Tl, Bi) experimentell festgestellt, daß die Breite einer Spektrallinie der Wurzel aus der absoluten Temperatur direkt, der Wurzel aus dem Molekulargewicht umgekehrt proportional ist. Dagegen bestätigte sich im allgemeinen nicht, daß die Breite der Spektrallinien der Wellenlänge λ proportional ist. Später haben Fabry und Brisson (1910) mit verbesserten Hilfsmitteln die Verbreiterung gemessen. Dieselbe stimmte qualitativ und quantitativ mit derjenigen Verbreiterung überein, welche aus der thermischen Bewegung der Moleküle gemäß dem Maxwellschen Verteilungsgesetz (Bd. I, Abt. 2, S. 97) und dem Dopplerschen Prinzip folgt. Diese Versuche bilden eine glänzende Bestätigung für die Richtigkeit der Prinzipien der kinetischen Gastheorie.

Julius hat (1901) gezeigt, daß eine Verschiebung der Spektrallinien nicht nur durch die relativen Bewegungen von Lichtquelle und Beobachter, sondern auch durch das Zwischenmedium veranlaßt werden kann, falls nämlich das letztere anomale Dispersion besitzt. Wir kommen auf diese wichtige Arbeit von Julius weiter unten zurück.

§ 15. Das Sonnenspektrum. Wiederholt ist schon erwähnt worden, daß das Sonnenspektrum ein Absorptionsspektrum ist; die Fraunhoferschen Linien deuten auf jene Strahlen hin, welche auf dem Wege vom eigentlichen Sonnenkörper zum Auge des Beobachters absorbiert worden sind; der Sonnenkörper selbst sendet weiße Strahlen aus und müßte ein kontinuierliches Spektrum geben. Fraunhofer gab 1814 die erste Zeichnung des Sonnenspektrums, in welcher gegen 700 Linien angegeben waren. Sehr viel später, nämlich erst im Jahre 1860, wurde eine Zeichnung von Brewster und Gladstone veröffentlicht, die bereits gegen 1000 Linien enthielt. Der erste genauere „Atlas" des Sonnenspektrums ist 1863 von Kirchhoff herausgegeben worden; ein Teil desselben stammt von Hofmann, einem Schüler Kirchhoffs. Durch Vergleichung der Lage, welche die dunkeln Sonnenlinien einnehmen, mit derjenigen der hellen Linien in den Emissionsspektren des Wasserstoffs und verschiedener Metalldämpfe gelang es Kirchhoff, in seinem Atlas die Koinzidenz vieler von diesen beiden Linienarten nachzuweisen. Er erklärte diese Koinzidenz dadurch, daß er das Auftreten der dunkeln Sonnenlinien als einen besonderen Fall der Umkehrung des Spektrums ansah, welche in der Photosphäre der Sonne, in der die Dämpfe verschiedener Substanzen enthalten seien, erfolgt. Auf diese Weise gelang es Kirchhoff, den Ursprung einer großen Zahl von Fraunhoferschen Linien zu bestimmen, d. h. zu zeigen, welcher Substanz eine jede von ihnen „angehört". Viele Linien entstehen auch infolge von Absorption in der Erdatmosphäre; man nennt sie tellurische Linien; einige derselben hat bereits Kirchhoff nachgewiesen.

In den Fig. 146 bis 148 sind Teile des Sonnenspektrums nach Zeichnungen von **Kirchhoff** wiedergegeben, die hinzugefügten Bezeichnungen deuten auf die chemischen Elemente hin, zu denen die betreffenden Linien gehören; das Wort „Aër“ bezeichnet eine tellurische (der Luft angehörige) Linie. Die größte Mehrzahl der Linien ist ohne Bezeichnung geblieben, da sie mit keiner der hellen Emissionslinien übereinstimmt, welche **Kirchhoff** bekannt waren. — Seit 1863 hat das Studium des Sonnenspektrums bedeutende Fortschritte gemacht, und die Zahl der Linien, deren Ursprung bekannt ist, hat sich außerordentlich stark vermehrt. So hatte z. B. **Kirchhoff** selbst im Sonnenspektrum 73 dem Eisen angehörende Linien nachgewiesen, während heute gegen 2000 solcher Linien bekannt sind.

Fig. 146.

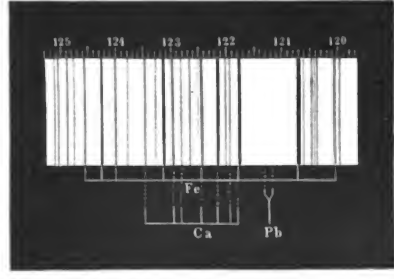
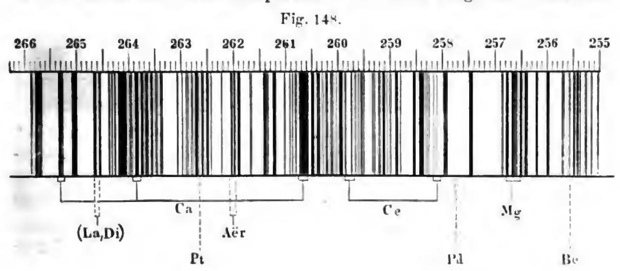


Fig. 147.

Kirchhoff legte seinen Zeichnungen des Sonnenspektrums eine willkürliche Skala zugrunde.

Das erste „**normale**“ Sonnenspektrum, in welchem die Skala direkt die den einzelnen **Linien entsprechende Wellenlänge der Strahlen**

Fig. 148.



angibt, ist von Ångström unter Mitwirkung von Thalén gezeichnet worden; die einzelnen Skalenteile wurden gleich 0,1 $\mu\mu = 10^{-7}$ mm gewählt. Die Methode, welcher sich Ångström hierbei bediente, soll in einem der folgenden Kapitel beschrieben werden, wo auch der zur Beobachtung des Spektrums und zur Bestimmung der verschiedenen

Fig. 149.

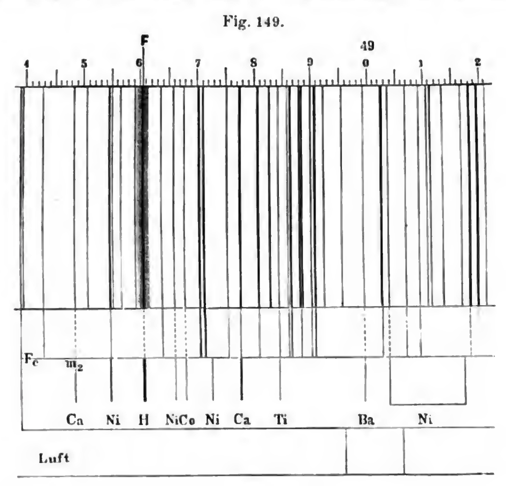
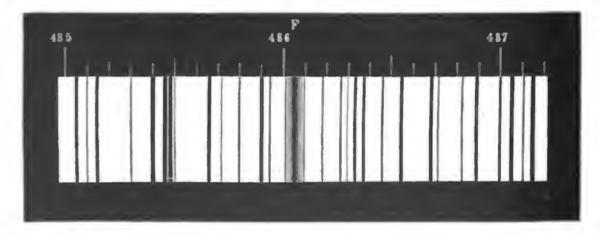


Fig. 150.



Wellenlängen dienende Apparat wiedergegeben werden soll. Die Gesamtlänge des Sonnenspektrums in Ångströms Atlas beträgt 3,387 m; es ist auf elf Teile verteilt. Fig. 149 zeigt einen Teil des Sonnenspektrums nach Ångströms Zeichnung, welche bis vor kurzem als die genaueste angesehen wurde. Neuere Untersuchungen haben indes gezeigt, daß in

den Ångströmschen Bestimmungen der Wellenlängen ein konstanter Fehler wiederkehrt, der darin seinen Grund hat, daß die benutzte Normallängeneinheit (Meterlänge) nicht genau war. Nach Ångström haben zuerst Zeichnungen des Sonnenspektrums geliefert H. C. Vogel, Fievez und Thollon. In Fig. 150 ist eine in der Nähe der Linie F befindliche Liniengruppe aus dem Fievezschen Atlas wiedergegeben; diese Figur ist viel linienreicher als der betreffende Teil des Ångströmschen Atlas. Eine sehr genaue Bestimmung der Wellenlängen von 300 Linien ist von Müller und Kempf in Potsdam ausgeführt worden.

Vogel hat die Lage von 2614 Linien zwischen $\lambda = 3895$ und $\lambda = 5406$ bestimmt, Müller die Lage weiterer 1406 Linien zwischen $\lambda = 5406$ und $\lambda = 6924$. Letzterer hat seine Beobachtungen auf dem Säntis ausgeführt, weshalb sie von tellurischen Linien möglichst frei sind. Im ganzen umfassen die Potsdamer Beobachtungen 4020 Linien.

Alle früheren Arbeiten sind weit überflügelt worden durch den Rowlandschen Atlas, welcher 1888 in Baltimore herausgegeben wurde und durch Photographieren der mittels konkaver Diffraktionsgitter erhaltenen Spektren hergestellt worden ist. Die Gesamtlänge des aus 20 Teilen bestehenden Sonnenspektrums beträgt 13,247 m; seine Grenzen liegen bei $\lambda = 2976$ und $\lambda = 6953$. Das Spektrum ist mit einer Skala versehen, deren einzelne Teilstriche je 0,1 $\mu\mu$ entsprechen und einen Abstand von 3,34 mm haben, so daß man leicht 0,01 $\mu\mu$ ablesen kann.

Rowland bestimmte den absoluten Wert von λ für viele Fraunhofersche Linien und für Linien im Lichtbogenspektrum von Metallen, wobei er als Ausgangspunkt den Wert von λ für die Natriumlinie D_1 wählte und dann sehr sorgfältig das Verhältnis der λ bestimmte. So entstand das „System Rowland“, das längere Zeit hindurch als Basis für alle spektrometrischen Arbeiten benutzt wurde. Die ersten Zweifel an der Genauigkeit dieses Systems erhoben sich, als Michelson und Benoît (Kapitel XIII) λ für die drei Cd-Linien bestimmten und dabei beträchtliche Abweichungen von den Rowlandschen Zahlen fanden, und zwar nicht nur von den absoluten Zahlen, sondern auch von den Verhältnissen der drei Zahlen zueinander. Fabry und Perot (1902) haben endgültig nachgewiesen, daß in den Messungen von Rowland beträchtliche methodische Fehler enthalten sind.

Neuere Bestimmungen der Wellenlängen für eine Reihe von Fraunhoferschen Linien stammen von Fabry und Perot (1902); das Verhältnis der Wellenlängen, wie sie von Rowland bzw. von den genannten Autoren angegeben werden, schwankt für 33 Fraunhofersche Linien zwischen den Werten 1,000 028 6 und 1,000 038 1.

Die Messungen, welche Kayser (1900) an einigen Eisenlinien angestellt hat, ergaben ebenfalls Abweichungen von den Rowlandschen

Zahlen. Im Zusammenhange damit erhob sich die wichtige Frage eines neuen normalen Systems der Wellenlängen (vgl. S. 281).

Die Vergleichung der Fraunhoferschen Linien mit den hellen Linien verschiedener Emissionsspektren hat uns in den Stand gesetzt, zu ermitteln, welche chemischen Elemente sich in der absorbierenden Schicht über der Sonnenphotosphäre vorfinden. Kirchhoff hat auf diese Weise Na, Fe, Ca, Mg, Ni, Ba, Cu, Zn und Co (?) nachgewiesen. Ångström und Thalén gaben die folgende Übersicht, in welcher die eingeklammerten Zahlen die Anzahl der koinzidierenden Linien bedeuten: Na (9), Fe (450), Ca (75), Co (19), Mn (57), Ba (11), Mg (4), Cr (18), Ni (33), H (4), Ti (118), Al (2?), Zn (3?). Das Vorkommen der beiden letzten Elemente ist zweifelhaft. Lockyer hat dem obigen Verzeichnis noch eine ganze Reihe von Metallen hinzugefügt, deren Vorkommen auf der Sonne wahrscheinlich ist und ferner den Kohlenstoff. Endlich hat Rowland im Jahre 1891 die Resultate seiner diesbezüglichen Arbeiten veröffentlicht. Er findet in der absorbierenden Schicht über der Sonnenphotosphäre 35 Elemente.

Kayser und Runge behaupten, daß K, Li, Cs und Rb auf der Sonne fehlen, daß aber Kohlenstoff und Stickstoff auf ihr vorkommen.

Runge und Paschen haben nachgewiesen, daß O auf der Sonne vorkommt; Meissner (1914) hat dies bestätigt.

Im Jahre 1895 fand man, daß ein auf der Sonne vorkommendes, Helium genanntes Element (s. unten) auch auf der Erde vorhanden sei.

Dem Studium der tellurischen Linien haben sich vor allem Brewster und Gladstone zugewandt. Der erstere beobachtete im Sonnenspektrum das Auftreten von dunkeln Banden, welche wahrnehmbar werden, wenn sich die Sonne nahe dem Horizont befindet, und in dem Maße undeutlicher werden oder verschwinden, als sich die Sonne höher über den Horizont erhebt. Er schrieb das Auftreten dieser Banden der Absorption der Sonnenstrahlen in der Erdatmosphäre zu. N. Jegorow, Janssen, Ångström, Vogel u. a. haben diese Linien eingehend studiert und die Frage beantwortet, welcher der Bestandteile unserer Atmosphäre jede dieser Linien hervorruft. Ein Kennzeichen der tellurischen Linien ist ihre Verstärkung und Verbreiterung bei niedrigem Sonnenstande, wo die Dicke der Luftschicht, durch welche die Sonnenstrahlen hindurchzugehen haben, eine bedeutendere ist. Umgekehrt werden diese Linien schwächer oder verschwinden sogar ganz, wenn die Beobachtungen auf Bergeshöhen ausgeführt werden. Cornu hat eine sehr sinnreiche Methode erfunden, nach welcher man die tellurischen Linien unmittelbar erkennen kann. Entsprechend dem Dopplerschen Prinzip verändert sich die Brechbarkeit der Strahlen innerhalb gewisser Grenzen, wenn sich die Strahlenquelle auf uns zu oder von uns fort bewegt. Infolgedessen ist die Lage der nicht tellurischen Linien im Sonnenspektrum

eine verschiedene, je nachdem man den infolge der Sonnenrotation auf uns zu kommenden oder den sich von uns entfernenden Sonnenrand beobachtet. Cornu hat ein Spektroskop mit schnell schwingender Linse konstruiert, die es bewirkt, daß die von den entgegengesetzten Sonnenrändern kommenden Strahlen nacheinander durch den Spalt des Spektroskops gehen. Hierbei führen die Fraunhoferschen Linien solaren Ursprungs kleine Schwingungen aus, weshalb sie ein verwascheneres Aussehen annehmen und etwas verbreitert erscheinen, während die tellurischen Linien ihr unverändertes Aussehen behalten.

Die von Brewster und Gladstone im Jahre 1861 entworfene Zeichnung des Sonnenspektrums enthält gegen 2000 Linien und Banden. In Fig. 151 ist diese Zeichnung in verkleinertem Maßstabe wiedergegeben; alle Banden und Linien, die mit griechischen Buchstaben bezeichnet sind, gehören der Erdatmosphäre an und treten vorzugsweise bei niedrigem Sonnenstande auf.

Im Jahre 1864 hat Jamin das Sonnenspektrum von der Spitze des Faulhorns aus, 3000 m über dem Meeresspiegel, beobachtet; viele

Fig. 151.



Linien in demselben erschienen dort weniger scharf als am Fuße des Berges, woraus man auf ihren tellurischen Ursprung schließen konnte. Endlich beobachtete er von einem in der Nähe von Genf gelegenen Standpunkte aus ein 21 km entferntes großes Feuer und fand hierbei eine ganze Reihe von Linien, die bereits von Brewster zu den tellurischen Linien gezählt worden waren.

Die Mehrzahl der tellurischen Linien gehört zweifellos dem Wasserdampfe an. Hiervon hat sich Jamin durch den direkten Versuch überzeugt, indem er das Spektrum einer Flamme beobachtete, deren Strahlen durch eine 37 m lange, mit Wasserdampf gefüllte Röhre gingen. Die dem Wasserdampfe angehörenden Absorptionslinien sind unter anderem daran zu erkennen, daß sie bei starkem Froste fast völlig verschwinden. Vor einem Regen treten zu den schon vorhandenen noch neue Linien und Banden hinzu; Piazzi Smyth hat gezeigt, wie man auf Grund des Auftretens dieser Banden Regen oder Gewitter vorhersagen kann. Zu diesen „Regenbanden" gehört vor allem eine, die Brewster mit dem Buchstaben δ (vgl. Fig. 151) bezeichnet hat, sie befindet sich in der Nähe von $\lambda = 578\,\mu\mu$.

Ångström und Vogel haben genaue Verzeichnisse der tellurischen Linien angefertigt; ersterer bezeichnete mit α eine Liniengruppe bei $\lambda = 628\,\mu\mu$ und mit a eine Gruppe zwischen $715\,\mu\mu$ und $730\,\mu\mu$. Die

Untersuchungen von N. Jegorow haben gezeigt, daß die Fraunhoferschen Liniengruppen A und B dem Sauerstoff angehören. Cornu hat nachgewiesen, daß A, B und α drei Arten von Linien enthalten, die der Sonne selbst (besonders α), dem Wasserdampfe und einem der übrigen Bestandteile der Luft angehören. Im Jahre 1893 beobachtete Janssen die Liniengruppe B vom Gipfel des Montblanc aus, er fand statt der 14 Doppellinien in ihr nur acht Paare wieder und kam zu dem Schlusse, daß die Gruppen A, B und α dem Sauerstoff angehören müssen.

Baume-Pluvinel hat (1899) diese Beobachtungen bestätigt gefunden. Runge und Paschen, sowie Jewell haben gefunden, daß auch andere Linien des Sauerstoffspektrums, welches von Schuster (S. 282) entdeckt worden ist, sich zwischen den tellurischen Linien des Sonnenspektrums befinden.

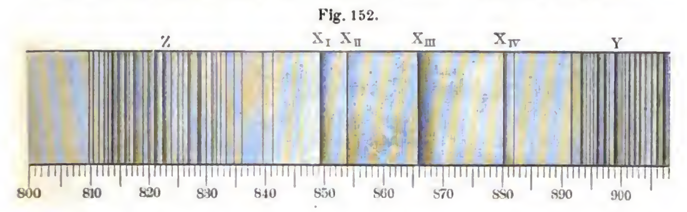
Der ultraviolette Teil des Sonnenspektrums reicht nach den Beobachtungen, die man an der Erdoberfläche anstellen kann, nur bis etwa $\lambda = 300\,\mu\mu$, wo er plötzlich endet, was nach Cornu darin seinen Grund hat, daß die atmosphärische Luft die Strahlen von kleinerer Wellenlänge völlig absorbiert. Hartley meint, diese Absorption werde durch das Ozon bewirkt. Cornu fand, daß die Länge des ultravioletten Spektralgebiets um so größer ist, je höher die Sonne über dem Horizonte steht. So reichte beispielsweise das Spektrum um 12^h bis zu $\lambda = 295$, um $5^h\,14^m$ bis zu $\lambda = 315\,\mu\mu$. Ferner fand er, daß die Länge des Spektrums für eine Erhebung von 900 m über den Erdboden sich um $1\,\mu\mu$ vergrößert. Die ersten guten photographischen Bilder des ultravioletten Sonnenspektrums hat H. Draper mit Hilfe eines Diffraktionsgitters erhalten; seine Aufnahme erstreckt sich von G ($\lambda = 430{,}7$) bis zur Linie O ($\lambda = 344$), d. h. umfaßt das Gebiet, in welchem sich die Linien G, h, H, K, L, M, N und O befinden. Mascart erhielt ein Bild des übrigen Spektralgebiets, in welchem er die Linien P, Q, R, S, T einführte. Noch später gelangte Cornu bis zur Linie U, für welche $\lambda = 294{,}77$ ist. Er führte die Linienbezeichnungen r (hinter R), S_1, S_2, s, T, t, U ein. Die Untersuchungen von Rowland, Kayser und Runge haben für die Wellenlänge aller zu diesen Linien gehörigen Strahlen genaue Werte geliefert, die am Ende dieses Paragraphen angeführt sind.

Der infrarote Teil des Sonnenspektrums ist nach verschiedenen Methoden untersucht worden: mittels der Photographie, der Thermosäule, des Bolometers und auf Grund der Eigenschaft der infraroten Strahlen die Phosphoreszenz aufzuheben.

Draper hat bereits im Jahre 1843 drei dunkle Linien im infraroten Spektralgebiete entdeckt, die er mit α, β und γ bezeichnete; er hatte ein Daguerreotyp des Spektrums angefertigt. In den Jahren 1880 bis 1881 erhielt Abney als erster eine photographische Aufnahme des

Spektralgebiets von der Linie *A* an bis zu $\lambda = 980\,\mu\mu$; er fand in diesem Gebiete gegen 180 Linien. Er hatte sich photographische Platten in besonderer Weise hergestellt, welche für die infraroten Strahlen empfindlich waren. Im Jahre 1886 gelang es ihm noch weiter zu gehen und einen Katalog von 590 im roten und infraroten Teile gelegenen Linien anzufertigen; die äußerste von ihnen liegt bei $\lambda = 2{,}7\,\mu\mu$. Chamantow hat sich ebenfalls mit der Photographie des infraroten Sonnenspektrums beschäftigt. Projiciert man den infraroten Teil des Spektrums auf eine phosphoreszierende Platte, so wird deren Phosphoreszenzlicht an den Stellen nicht aufgehoben, an welchen im Spektrum Absorptionslinien oder Banden liegen, also Strahlen fehlen. Lommel photographierte eine solche Platte und erhielt auf diese Weise eine Reihe unscharfer Banden. Fomm war der erste, dem es gelang, auf diese Weise gute Resultate zu erhalten; er bekam eine große Zahl von scharfen Linien, die bis zu $\lambda = 950\,\mu\mu$ reichten. Fig. 152 zeigt einen

Fig. 152.



Teil des in dieser Weise erhaltenen Spektrums; die Bezeichnung der Linien stammt von Abney.

Unter Verwendung besonders präparierter photographischer Platten hat man in neuerer Zeit weitere Linien gefunden; so konnte Meggers zwischen $\lambda = 0{,}68\,\mu$ und $0{,}96\,\mu$ nicht weniger als 1700 Fraunhofersche Linien photographieren.

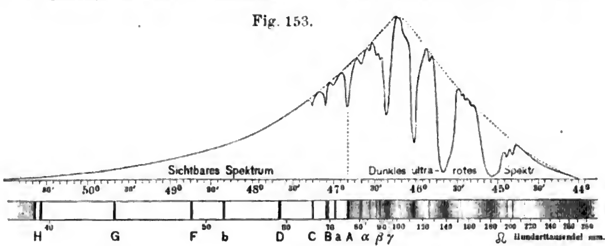
Lamanski hat das infrarote Sonnenspektrum mit Hilfe einer Thermosäule untersucht und dabei drei Banden entdeckt.

Rubens und Aschkinass haben gezeigt, daß die Strahlen mit der Wellenlänge $\lambda = 24{,}4\,\mu$ (Reststrahlen des Flußspats, s. S. 33) im Sonnenspektrum fehlen.

Eine sehr umfangreiche Untersuchung des infraroten Sonnenspektrums stammt von Langley, welcher mit einem Bolometer (S. 20) arbeitete. Schon 1883 hatte er die Verteilung der strahlenden Energie bis zur Wellenlänge $\lambda = 2{,}8\,\mu$ untersucht, wobei er das Spektrum sowohl mit Hilfe eines Steinsalzprismas, als auch mit Hilfe eines Diffraktionsgitters entwarf. In Fig. 153 ist das von Langley erhaltene prismatische Spektrum abgebildet; das Maximum der Strahlungsenergie liegt bei $\lambda = 1\,\mu$. Ganz anders ist die Verteilung der strahlenden

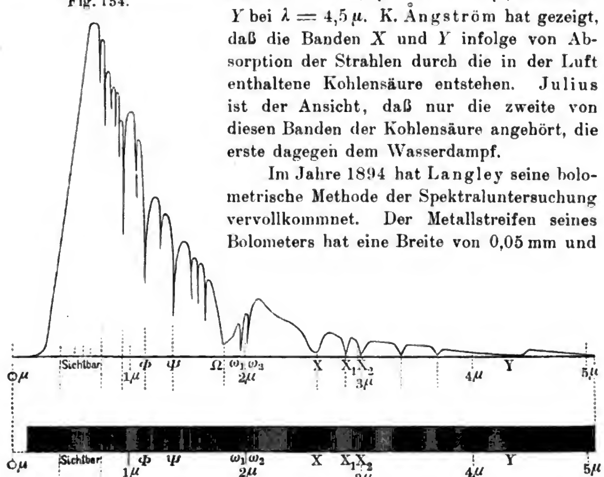
Energie im Diffraktionsspektrum, was man ersehen kann aus Fig. 154, die sich auf die Langleyschen Messungen von 1888 bezieht, wo es ihm gelang, bis zur Wellenlänge $\lambda = 28\,\mu$ vorzudringen; die Figur

Fig. 153.



reicht nur bis $\lambda = 5\,\mu$. Die Stellen starker Absorption bezeichnete Langley mit den Buchstaben Ω (bei $\lambda = 1{,}85\,\mu$), X, X_1 und X_2 zwischen $\lambda = 2{,}7\,\mu$ und $\lambda = 3\,\mu$, sowie mit Y bei $\lambda = 4{,}5\,\mu$. K. Ångström hat gezeigt, daß die Banden X und Y infolge von Absorption der Strahlen durch die in der Luft enthaltene Kohlensäure entstehen. Julius ist der Ansicht, daß nur die zweite von diesen Banden der Kohlensäure angehört, die erste dagegen dem Wasserdampf.

Fig. 154.



Im Jahre 1894 hat Langley seine bolometrische Methode der Spektraluntersuchung vervollkommnet. Der Metallstreifen seines Bolometers hat eine Breite von 0,05 mm und eine Dicke von nur 0,002 mm. Ein Uhrwerk setzt das Steinsalzprisma in drehende Bewegung, so daß zum Bolometer der Reihe nach alle Teile des Spektrums gelangen. Die Bewegungen der Galvanometernadel werden automatisch auf einem lichtempfindlichen Papierstreifen

verzeichnet, der von demselben Uhrwerk in Bewegung versetzt wird. Auf diese Weise ist es Langley gelungen, eine ungeheuer große Zahl



Fig. 155.



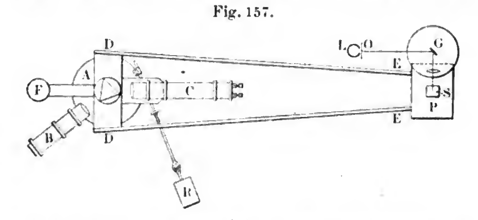
Fig. 156.

von Absorptionslinien im infraroten Spektralgebiete zu entdecken. Wie außerordentlich genau und empfindlich diese Beobachtungsmethode ist, ersieht man aus der Fig. 155. Hier ist ein Teil der Kurve dargestellt, die ein Bild von der Bewegung der Galvanometernadel für den Fall gibt, daß das Spektralgebiet zwischen den beiden *D*-Linien auf das Bolometer einwirkt. Man erkennt hier ganz deutlich die feine Nickellinie, die zwischen D_1 und D_2 liegt. Der Apparat wirkt vollkommen automatisch und liefert unmittelbar ein Bild von der Verteilung der strahlenden Energie im Spektrum bis zur Wellenlänge $\lambda = 6\,\mu$.

Nachdem Langley seine Apparate immer weiter vervollkommnet hatte, publizierte er im Jahre 1900 die definitiven Resultate seiner Untersuchungen über den infraroten Teil des Sonnenspektrums, welcher zwischen $\lambda = 0{,}76\,\mu$ und $\lambda = 5{,}3\,\mu$ liegt. Innerhalb dieses Spektralbezirks hatte er nach 1894 noch 400 weitere Fraunhofersche Linien entdeckt, so daß die Zahl der Linien im Gebiete zwischen $\lambda = 1{,}8\,\mu$ und $\lambda = 5{,}3\,\mu$ bis auf 700 angewachsen war. In Fig. 156 ist dieser neue Teil des Sonnenspektrums abgebildet.

K. Ångström hat (1895) den Langleyschen Apparat bedeutend vereinfacht. Die Anordnung der einzelnen Teile seines Apparates ist aus der Fig. 157 ersichtlich. Am Tischchen A ist das Kollimatorrohr B

Fig. 157.



und der Teil DEP befestigt, der sich um die Achse des Tischchens zugleich mit dem Bolometer C dreht; diese Bewegung wird durch ein fallendes Gewicht und einfache Zahnradübertragung vermittelt. Die Strahlen der Lichtquelle L werden vom Spiegelchen G der Galvanometernadel reflektiert und hierauf vom Spiegelchen S vertikal nach unten auf den lichtempfindlichen Papierstreifen P geworfen, der sich zusammen mit dem Prisma und dem Bolometer C dreht. Die Drehung von G bewirkt eine Verschiebung des hellen Punktes auf P in der Richtung AP (nach links und rechts).

Zum Schluß dieses Paragraphen möge noch ein Verzeichnis der wichtigsten Fraunhoferschen Linien folgen:

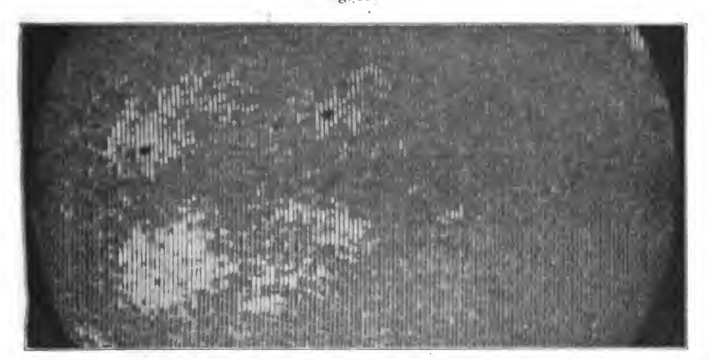
Sichtbares Spektrum.

A	759,4059 $\mu\mu$	Rowland	O	b_3	516,9218 $\mu\mu$	Rowland	Fe
B	686,7461 „	„	O		516,9066 „	„	Fe
C	656,3054 „	„	H	b_4	516,7686 „	„	Fe
D_1	589,6154 „	„	Na		516,7501 „	„	Mg
D_2	589,0182 „	„	Na	F	486,1496 „	„	H
E_1	527,0533 „	„	Fe	G	430,8071 „	„	Fe
	527,0448 „	„	Ca		430,7904 „	„	Ca
E_2	526,9722 „	„	Fe	h	410,1850 „	Ames	H
b_1	518,3792 „	„	Mg	H	396,8620 „	Rowland	Ca
b_2	517,2871 „	„	Mg				

Wie Einstein aus seiner Relativitätstheorie gefolgert hat, werden die Linien des Spektrums auf der Sonne infolge der Gravitation gegen-

über einer irdischen Lichtquelle nach Rot verschoben. Diese Verschiebung beträgt $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-6}$ oder etwa 0,6 km pro Sekunde, wenn man die Verschiebung durch einen äquivalenten Dopplereffekt ausdrückt. Grebe und Bachem (1920) haben genau untersucht, welche Vorsichtsmaßregeln bei der Messung kleiner Verschiebungen innegehalten werden müssen und welche Bedingungen die Linien erfüllen müssen, falls man einwandfreie Ergebnisse erzielen will. Aus ihren Messungen an Linien der Cyanbande ergab sich als Mittel 0,56 km/sec. Schwarzschild hat 0,63 und Evershed und Royds 0,67 km/sec gefunden. Diese Untersuchungen zeigen, daß die Einsteinsche Gravitationsverschiebung im Sonnenfelde sowohl der Richtung, wie auch der Größe nach wirklich

Fig. 158.



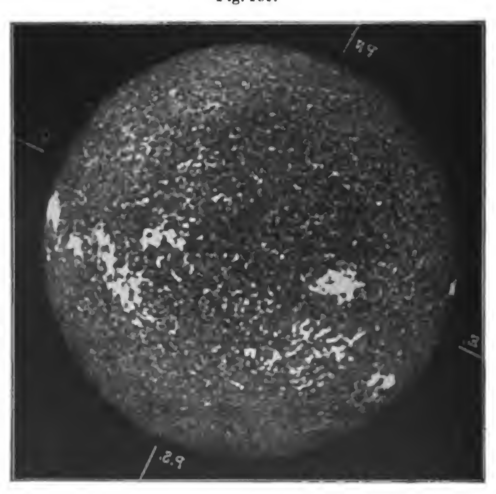
vorhanden ist und bildet eine der glänzendsten Bestätigungen der Einsteinschen Theorie. Auch bei Sternen gewisser Spektraltypen hat man eine derartige Rotverschiebung beobachtet; von Freundlich (1919) ist sie ebenfalls als Gravitationseffekt gedeutet worden.

Im Jahre 1892 haben fast gleichzeitig Hale und Deslandres die Sonnenforschung mit einer neuen schönen Beobachtungsmethode bereichert. Diese spektroheliographische Methode besteht in folgendem:

Man entwirft ein Sonnenbild auf der Spaltebene eines Spektralapparates, so daß der Spalt nur einen schmalen Streifen des Bildes durchläßt. Im Spektrum dieses Streifens befindet sich ein verschiebbarer Schirm mit einem zweiten Spalt, der nur einen ganz beliebig zu wählenden Wellenlängenbereich, z. B. die Calciumlinie K, den Durchgang zur unmittelbar hinter den Schirm gestellten photographischen Platte erlaubt. Nach beendeter Aufnahme läßt man nun das Sonnen-

bild vor dem ersten Spalt und die photographische Platte hinter dem zweiten Spalt eine kleine Strecke, die etwas größer ist als die Breite des zweiten Spaltes, verrücken, macht eine neue Aufnahme und wiederholt dieses Verfahren, bis das ganze Bild an dem ersten Spalt vorbeigegangen ist. Die Platte gestattet dann, auf einmal zu überblicken, wie an den verschiedenen Stellen der Sonnenscheibe der gewählte Spektralbereich aussieht. Die Fig. 158 (entnommen dem Handwörterbuch der Naturwissenschaften. Jena, Verlag von Gustav Fischer, 1912, Bd. VII) zeigt eine solche Aufnahme von Deslandres; sie stellt das wechselnde Aussehen der Calciumlinie *K* am 3. Sept. 1908 dar.

Fig. 159.



Hale ist es gelungen, die Methode sehr zu verbessern, dadurch, daß er die Spalte sehr eng machte und die photographische Platte nicht sprungweise, sondern kontinuierlich bewegen ließ. Man erhält so ein Bild in nahezu monochromatischem Lichte, wie es die Fig. 159 zeigt, welche eine spektroheliographische Aufnahme mit der violetten Seite der *K*-Linie vom 18. Sept. 1908 zeigt.

§ 16. Spektren der Sonnenflecke, Photosphäre, Chromosphäre, Protuberanzen und Korona. Photosphäre heißt die Oberflächenschicht der Sonnenmasse, welche vorzugsweise die Quelle der strahlenden

Energie ist. Sie ist von einer verhältnismäßig dünnen Schicht, der umkehrenden Schicht, umgeben, welche Wasserstoff und Metalldämpfe enthält. Die Temperatur dieser Gasschicht ist niedriger als die der Photosphäre und in ihr geht die Absorption der Sonnenstrahlen vor sich, die das Auftreten eines Teiles der Fraunhoferschen Linien zur Folge hat. Auf diese Schicht folgt die Chromosphäre, die vorwiegend aus Wasserstoff und Helium besteht. Ferner zeigen sich im Spektrum der Chromosphäre stets Calciumlinien und außerdem noch viele andere Linien, die verschiedenen Elementen angehören, und zwar vorwiegend solchen mit geringem Atomgewicht, wie Fe, C, Mg usw. Sie wird durchbrochen und Teile von ihr mit fortgerissen von den Gasausbrüchen, die man am Sonnenrande als Protuberanzen beobachten kann. Oberhalb der Chromosphäre breitet sich die Sonnenkorona bis zu Höhen von mehreren Sonnenradien aus; wie bekannt, wird letztere nur während totaler Sonnenfinsternis gesehen.

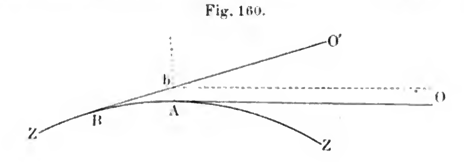
Auf S. 316 war bereits die Arbeit von Julius erwähnt worden; nach seiner Meinung können die verschiedenen Lagenänderungen der Spektrallinien nicht nur durch Bewegungen der Lichtquelle, sondern auch durch anomale Dispersion in dem Medium entstehen, durch welches die Strahlen hindurchgehen. Obgleich das Nähere über anomale Dispersion erst weiter unten auseinandergesetzt werden soll, so kann dennoch die Grundlage, auf welche sich die Arbeit von Julius stützt, schon an dieser Stelle betrachtet werden, da wir ja bereits den Begriff der anomalen Dispersion (S. 247) kennen gelernt haben. Wie wir später sehen werden, besitzt jede Substanz, welche Strahlen von irgend einer Wellenlänge λ absorbiert, anomale Dispersion für Strahlen von der Wellenlänge $\lambda \pm \alpha$, wo α eine kleine Größe ist, d. h. also für Strahlen, welche den absorbierten nahe liegen. Für die Strahlen $\lambda + \alpha$, welche auf der nach Rot gelegenen Seite von λ (im sichtbaren Spektrum) sich befinden, ist die Brechbarkeit anomal vergrößert, für die Strahlen $\lambda - \alpha$ auf der anderen Seite von λ dagegen ist sie verkleinert. Je kleiner α ist, um so größer ist die Anomalie in der Brechbarkeit. Dieses muß sich auf alle absorbierenden Stoffe beziehen, folglich auch z. B. auf Wasserstoff und Natriumdämpfe.

Denken wir uns nun z. B. eine gewisse Masse Natriumdampf, durch welche weiße Strahlen einer gegebenen konstanten Lichtquelle hindurchdringen. Beim Durchgange durch diese Masse erfahren dann alle Strahlen gewisse Ablenkungen, die jedoch im allgemeinen unbedeutend sind. Die Strahlen $\lambda_1 \pm \alpha$ und $\lambda_2 \pm \alpha$ jedoch, welche anomale Brechungsquotienten haben, schlagen hierbei wesentlich andere Richtungen ein als alle übrigen Strahlen. Eine solche Ablenkung tritt besonders dann ein, wenn die Dampfmasse zufällig eine Gestalt hat, welche an Prismenform erinnert, oder, wenn sie aus Schichten von verschiedener Dichte besteht. Im letzteren Falle werden die Strahlen abgelenkt, da

sie beim Übergang von einer Schicht zur anderen fortwährend anomale Brechung erfahren.

Julius ist nun der Ansicht, daß Natriumdampf, Wasserstoff usw., die sich in der umkehrenden Schicht sowie in der Chromosphäre befinden, diejenigen Strahlen der Photosphäre anomal brechen, welche im Spektrum nahe den von jener umkehrenden Schicht und der Chromosphäre absorbierten Strahlen liegen, d. h. diejenigen Strahlen, welche den der Sonne selbst angehörigen Strahlen der Fraunhoferschen Linien benachbart sind. Sei ZZ (Fig. 160) der Sonnenrand, und nehmen wir an, es befinden sich oberhalb A leuchtende und absorbierende Dämpfe, etwa Natriumdämpfe, deren Spektrum in der tangentialen Richtung AO beobachtet wird. Vom Punkt B der Photosphäre, der von O aus nicht direkt sichtbar ist, gehen weiße Strahlen aus, die nur wenig abgelenkt werden und die Richtung bO' einschlagen, ohne also ins Auge des Beobachters zu gelangen. Die Strahlen $\lambda + \alpha$ dagegen (wo λ die

Fig. 160.



von den Dämpfen absorbierten Strahlen sind, α eine kleine Größe bedeutet) erfahren anomale Brechung, können die Richtung bO erhalten und ins Auge des Beobachters gelangen. Je kleiner dann α ist, um so stärker kann die Ablenkung des betreffenden Strahles werden, und muß es dem Beobachter scheinen, als gehöre dieser Strahl den oberhalb A befindlichen Dämpfen an. Es kann aber auch noch eine andere Erscheinung auftreten. Gehen nahezu geradlinige weiße Strahlen durch den Dampf hindurch zum Beobachter hin, so kann dann der Fall eintreten, daß die Strahlen $\lambda \pm \alpha$ so stark abgelenkt werden, daß sie gar nicht zum Beobachter oder in den Spalt des Spektroskops gelangen. Diese beiden Resultate wendet nun Julius auf die Erscheinungen an, die man bei spektroskopischer Untersuchung der Sonne wahrnimmt und schließt demgemäß, daß ein großer Teil der Phänomene auf der Sonne nicht reell sind, sondern nur durch anomale Dispersion vorgetäuscht werden.

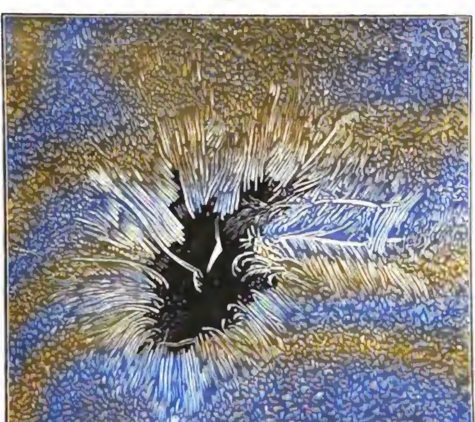
Wir wenden uns jetzt der spektrographischen Untersuchung der einzelnen auf der Sonne vorkommenden Gebilde zu.

Fig. 161 stellt das Bild eines von Langley beobachteten Sonnenfleckes dar, wie solche auf der Sonnenscheibe erscheinen; man kann

hier den Kern (umbra) deutlich von den Randpartien (penumbra) unterscheiden.

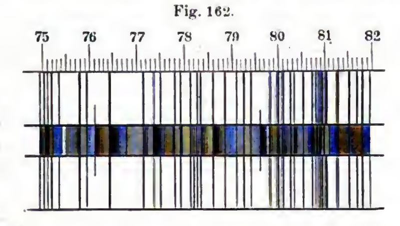
Das Spektrum der Sonnenflecke unterscheidet sich von dem eigentlichen Sonnenspektrum erstens durch eine geringere Helligkeit des

Fig. 161.



kontinuierlichen Untergrundes, zweitens dadurch, daß in ihm viele der dunkeln Linien verbreitert erscheinen, drittens, daß in ihm bisweilen helle Linien auftreten, und viertens, daß zahlreiche Absorptions-

Fig. 162.



linien kräftiger sind, als dieselben Linien im mittleren Sonnenspektrum; andere sind schwächer und wieder andere sind unverändert. Fig. 162 zeigt das Spektrum eines Sonnenfleckes, dessen Bild nur einen Teil des Spektroskopspaltes bedeckt hat. Nach der Ansicht einiger Forscher

erklärt sich die Verbreiterung der Linien dadurch, daß die im Sonnenfleck vorhandenen Dämpfe eine größere Dichte besitzen; nach der Meinung anderer gehören die verbreiterten Linien Eisenverbindungen an, vielleicht solchen mit Metalloiden.

Julius weist darauf hin, daß eine Linienverbreiterung auch aus einem anderen Grunde auftreten kann: weiße Strahlen, welche von den verschiedenen Punkten des Sonnenkörpers ausgehen, durchsetzen Dampfschichten, wobei die Strahlen $\lambda + \alpha$ starke Dispersion erfahren (λ ist die Wellenlänge, die den Fraunhoferschen Linien angehört). Auf Grund der Ansichten von A. Schmidt über die Konstitution der Sonne zeigt Julius, daß eine solche starke Dispersion eine scheinbare Verbreiterung der Fraunhoferschen Linien zur Folge haben muß.

Eine andere Erklärung für die Verbreiterung hat Hale 1908 gegeben. Bei größerer Dispersion erkennt man vielfach, daß die Linien der Sonnenflecke nicht nur verbreitert und verwaschen sind, sondern vielfach doppelt, ja dreifach erscheinen. Hale ist es gelungen nachzuweisen, daß dies durch ein in dem betreffenden Fleck vorhandenes starkes magnetisches Feld hervorgerufen wird. Wie Zeeman nachgewiesen hat, verbreitern sich Spektrallinien bzw. spalten sich in zwei oder drei Komponenten in einem starken magnetischen Felde (Zeemaneffekt siehe Bd. V). Auf derartige magnetische Felder in den Sonnenflecken führt Hale die Verbreiterung und Verdoppelung der Linien zurück.

Hale konnte nun nachweisen, daß einige doppelt oder mehrfach erscheinende Linien des Eisens, Titans, Chroms usw. geradeso polarisiert (s. später) waren, wie sie im magnetischen Felde im Laboratorium erscheinen. Das magnetische Feld wird erzeugt dadurch, daß die Sonnenflecken Wirbel sind, in denen Elektronen oder Ionen kreisen und dadurch einen elektrischen Strom hervorrufen, in ähnlicher Weise, wie in einem Draht bzw. in einem Solenoid fließender Strom ein magnetisches Feld erzeugt. Hale ist es auch gelungen, die Feldstärke zu messen. Verschiedene Linien, auch solche des gleichen Elements, ergaben oft ungleiche Werte; Hale erklärt dies durch die Annahme, daß die Linien an verschiedenen Niveaus zustande kommen, wo naturgemäß das magnetische Feld verschieden sein kann.

Besonders stark pflegt die Verbreiterung der D-Linien zu sein; inmitten der Verbreiterung erscheinen bisweilen helle Linien, wie dies in Fig. 163 zu sehen ist, wo auch eine Spur der D_3 (Helium)-Linie zu erkennen ist. Man hat, wenn dies auftritt, das Vorhandensein einer dichten, relativ kalten Schicht von Natriumdämpfen anzunehmen, über (oder unter) welcher sich eine sehr erhitzte Schicht von Natriumdampf, welche die hellen Linien gibt, befindet. Young hat im Spektrum der Sonnenflecke auch Banden beobachtet, von denen sich nur einige bei Anwendung von stärkerer Dispersion in vereinzelte Linien auflösten.

Die Tatsache, daß zahlreiche Linien des Spektrums der Sonnenflecke kräftiger, andere unverändert und wieder andere schwächer sind als dieselben Linien im mittleren Spektrum, hat durch die Untersuchungen von **Hale** und **Adams** eine befriedigende Erklärung gefunden. Sie fanden nämlich, daß, wenn man ein Element, z. B. Eisen, im elektrischen Flammenbogen zum Glühen bringt, sich die relativen Intensitäten mit der Stromstärke ändern, und zwar zeigte es sich, daß beim Übergang zu geringeren Stromstärken gerade die Linien relativ stärker bzw. schwächer werden, welche dasselbe Verhalten in der Sonne zeigen. Bei Verringerung der Stromstärke wird die Temperatur des Bogens wahrscheinlich geringer, und es liegt daher der Schluß nahe, daß auch in den Flecken die Temperatur geringer ist als in der Photosphäre. Diese Annahme gewinnt durch die Tatsache an Wahrscheinlichkeit, daß man

Fig. 163.

D_1 D_2 D_3

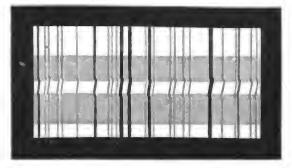


Fig. 164.

in den Fleckenspektren die Bandenspektra gewisser chemischer Verbindungen, namentlich des Titanoxyds, die nur bei verhältnismäßig niedriger Temperatur entstehen, nachgewiesen hat.

In den Spektren der Sonnenflecke beobachtet man nicht selten Linienverschiebungen. Ein interessantes derartiges Beispiel ist in Fig. 164 abgebildet, es ist dies das Spektrum eines Doppelfleckes, welchen **Vogel** beobachtet hat.

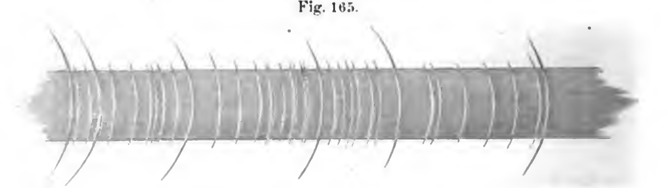
Das Spektrum der die Photosphäre umgebenden, die **Fraunhofer**schen Linien hervorrufenden Schicht (der sogenannten umkehrenden Schicht) hat man auch in dem letzten Moment vor Eintritt und vor Ende der Totalität einer Sonnenfinsternis beobachtet; es schien dabei, daß sich in diesem Augenblick alle Linien umkehrten, indem sie als **helle** Linien auf dunklem Grunde sichtbar wurden. Wegen seines blitzartig schnellen Auftretens wird es vielfach mit dem englischen Ausdruck **Flash-Spectrum** bezeichnet.

W. K. Lebedinski ist es zuerst gelungen, während der totalen Sonnenfinsternis vom 28. Juli 1896 (unweit Olekminsk an der Lena) Photogramme dieser umgekehrten Linien zu erhalten. Er benutzte eine Prismenkamera (s. S. 269 und hier, weiter unten), um die Chromosphäre zu photographieren. Eine der Aufnahmen war jedoch etwas nach erfolgtem dritten Kontakt gemacht worden, als bereits ein schmaler Saum

der Sonnenscheibe erschien, der aus drei Teilen bestand: der innere Teil stellte die Sichel der Photosphäre dar, um diesen herum befand sich die Umkehrschicht und ganz außen die Chromosphäre. Den allgemeinen Charakter der erhaltenen Aufnahme erkennt man aus Fig. 165. Der mittlere Streifen stellt das gewöhnliche Sonnenspektrum mit den dunklen Linien dar. Zu beiden Seiten befindet sich eine große Zahl von kurzen hellen Linien der Umkehrschicht und endlich eine Reihe langer heller Linien der Chromosphäre. Die Form der Linien entspricht dem sichelförmigen Teil der unbedeckten Sonnenscheibe. Die meisten Linien stammen von Elementen mit kleinem Atomgewicht.

Das Spektrum der Chromosphäre ist ein Emissionsspektrum und besteht gewöhnlich aus Wasserstoff-, Helium- und Calciumlinien. Die für das Auge hellste Linie ist die Wasserstofflinie *C*, und deswegen erscheint bei den Finsternissen die Chromosphäre dem Auge rot. Außer den Linien der eben erwähnten Elemente findet man viele andere Linien,

Fig. 165.



wenn auch nicht immer gleichzeitig und in allen Teilen der Chromosphäre. Sie gehören hauptsächlich den Elementen mit kleinen Atomgewichten an.

Im Jahre 1868 fanden Janssen und Lockyer fast gleichzeitig eine Methode, die Chromosphäre zu jeder Zeit zu beobachten, während dies bis dahin nur während totaler Sonnenfinsternis möglich war. Ihre Methode besteht einfach darin, daß sie den Spalt des Spektroskops bedeutend verbreiterten und diejenige Stelle des Spektrums beobachteten, an der sich die rote *C*-Linie des Wasserstoffs befindet. Unter Anwendung genügend starker Dispersion erhält man einen nicht zu hellen Hintergrund von dem zerstreuten Sonnenlichte und auf ihm werden die Umrisse der Chromosphärenoberfläche unmittelbar sichtbar.

Überaus merkwürdige Erscheinungen kann man beobachten, wenn sich am Sonnenrande eine große Protuberanz befindet. Bei tangentialer Spaltlage erscheint dann die rote *C*-Linie an beiden Enden zugespitzt, da die Spaltmitte ihr Licht von Punkten erhält, die der Sonnenoberfläche näher liegen als die nach den Spalträndern hin strahlenden. Bisweilen zeigen die hellen Linien unregelmäßige Verbreiterungen, Verzweigungen und Krümmungen, die darauf hindeuten, daß die Sub-

Fig. 166.



stanzen in der Protuberanz überaus heftige Bewegungen ausführen. So sind beispielsweise in Fig. 167 die Wasserstofflinien F und C abgebildet, wie sie bei tangentialer Spaltlage an der Basis der Protuberanz erscheinen. Noch seltsamer ist die Fig. 168, welche drei Formen der C-Linie darstellt, die Lockyer am 22. September 1870 sich nacheinander bilden sah.

Sehr komplizierte Linienformen erhält man auch bei *radialer* Lage des Spaltes, wo derselbe der Protuberanz parallel ist. In Fig. 169 ist die Form der F-Linie abgebildet, wie sie zuweilen erscheint, wenn der Spalt auf den rechten Rand, die Mitte und endlich auf den linken Rand der Protuberanz eingestellt war.

Hält man sich nur an das *Dopplersche* Prinzip, so hat man derartige Formen durch *Wirbelbewegungen* in der Masse der Protuberanz zu erklären.

Julius hat 1902 gezeigt, daß die Linien des Chromosphärenspektrums, welches man unter gewissen Umständen bei totalen Sonnen-

Fig. 167. Fig. 168.

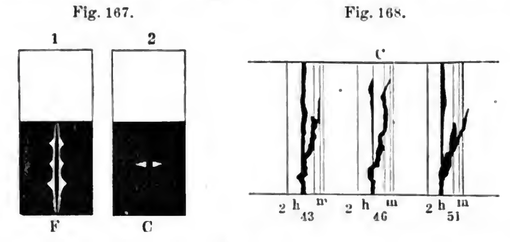


Fig. 169.



finsternissen beobachtet, verdoppelt sein müssen. Und in der Tat hat die holländische Expedition auf Sumatra am 18. Mai 1901 photographische Aufnahmen erhalten, aus denen sich diese Duplizität der Linien klar ergeben hat. *Ebert* ist es (1901) gelungen, ein *künstliches* Bild einer Protuberanz zu erhalten, indem er Natriumdampf in die Nähe des Sonnenbildes brachte, das er auf den Spalt des Spektroskops projiziert hatte. In etwas anderer Weise ist es *Wood* gelungen, ebenfalls auf experimentellem Wege die Ansichten von *Julius* zu bestätigen.

Das Spektrum der *Korona* ist ein kontinuierliches, über welches ein Emissionsspektrum gelagert ist, das aus verhältnismäßig wenigen

Linien besteht. Die hellste derselben ist eine ganz bestimmte grüne Linie, die sogenannte Koronalinie, die man bisweilen auch mit der Zahl 1474 bezeichnet, da ihre Lage durch diese Zahl nach der Kirchhoffschen Skala bezeichnet wird. Nach den neuesten Messungen von Young und Campbell ist ihre Wellenlänge gleich 530,326 μ; die unbekannte Substanz, der sie ihre Entstehung verdankt, hat den Namen „Koronium" erhalten. Die Korona gibt auch noch ein schwaches kontinuierliches Spektrum ohne die der Photosphäre angehörigen Fraunhoferschen Linien, woraus man folgert, daß in ihr glühende feste Partikelchen enthalten sind, die wahrscheinlich Meteorströmen angehören.

§ 17. Die Spektren von Mond, Planeten, Kometen, Fixsternen und Nebelflecken. Das Spektrum des Mondes ist mit dem Sonnenspektrum identisch; in demselben hat man gegen 300 Fraunhofersche Linien gefunden. Die rote Färbung der Mondscheibe bei totalen Mondfinsternissen wird höchstwahrscheinlich dadurch hervorgerufen, daß die zum Monde gelangenden, von der Erdatmosphäre gebrochenen Sonnenstrahlen in letzterer eine starke Absorption erfahren.

Die Spektren der Planeten sind von H. C. Vogel untersucht worden; er hat die Resultate seiner Arbeiten im Jahre 1874 veröffentlicht.

Das Merkurspektrum unterscheidet sich nicht vom Sonnenspektrum; einige Beobachtungen scheinen jedoch eine Verstärkung der tellurischen Linien erkennen zu lassen. Ebenso hat man im Venusspektrum mehr als 500 Fraunhofersche Linien allein innerhalb des Gebietes zwischen 4060 und 4600 und außerdem einige Linien und Banden gefunden, die auf eine Absorption der Sonnenstrahlen in der Atmosphäre dieses Planeten hindeuten. Dasselbe gilt auch vom Marsspektrum. Das Jupiterspektrum ist durch eine Absorptionsbande im Rot bei $\lambda = 6180$ charakterisiert; Millochau (1904) fand auf photographischem Wege noch weitere Banden bei $\lambda = 6070—6000—5780—5150$. Das Saturnspektrum ist mit dem des Jupiters vollkommen identisch, während seine Ringe ein Spektrum geben, in welchem die bei $\lambda = 6180$ liegende Bande fehlt.

Das Spektrum des Uranus unterscheidet sich wesentlich von den Spektren der vorhergehenden Planeten. Fraunhofersche Linien sind in ihm erst unlängst (1889 von Huggins und 1892 von Frost) entdeckt worden; es sind für diesen Planeten eine Reihe von Banden charakteristisch, unter denen sich fünf Banden des Jupiterspektrums befinden. Das Neptunspektrum ist offenbar mit dem des Uranus identisch.

Die Kometenspektren muß man bei stark erweitertem Spalt beobachten, weshalb man keine genügend scharfen Details erhält und beispielsweise nicht entscheiden kann, ob die in ihnen auftretenden

Banden aus einzelnen Linien bestehen oder nicht. Die erste Beobachtung eines Kometenspektrums hat Donati im Jahre 1864 angestellt; er wies in diesem Spektrum drei breite helle Banden nach, woraus hervorging, daß die Kometen eigenes Licht aussenden. Die sehr zahlreichen in der Folgezeit angestellten Beobachtungen haben gezeigt, daß die Kometenspektren den Spektren leuchtender Kohlenwasserstoffdämpfe sehr ähnlich sind, und infolgedessen war man früher geneigt, sie diesen zuzuschreiben. Am meisten haben sich mit den Kometenspektren Vogel und Hasselberg beschäftigt. Für die mittlere Lage der (nach Rot hin liegenden) Ränder der drei Kometenbanden erhält man aus zahlreichen Beobachtungen folgende Werte: $\lambda = 5630$, $\lambda = 5166$ und $\lambda = 4719$. Die genauesten Messungen der Kohlenwasserstoffemissionsspektren haben die Werte $\lambda = 6188$, $\lambda = 5635$,

Fig. 170.

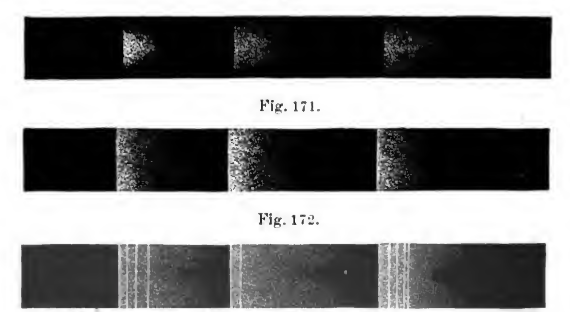


Fig. 171.

Fig. 172.

$\lambda = 5165$ und $\lambda = 4738$ ergeben. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung eine fast vollkommene. Aber auffallend ist, daß die erste Kohlenwasserstoffbande im Kometenspektrum fehlt. Fig. 170 stellt ein Kometenspektrum dar, Fig. 171 ein Kohlenwasserstoffspektrum und Fig. 172 dasselbe Spektrum bei engem Spalt. Neuere Untersuchungen haben aber ergeben, daß die obenerwähnten Banden wahrscheinlich nicht von Kohlenwasserstoffen, sondern von Kohlenoxyd herrühren. Der Grund dieser Unsicherheit ist der, daß es sehr schwer ist diese beiden Gase im Laboratorium voneinander zu trennen. Daniel (1907) und Morehouse (1908) beobachteten eine Anzahl von merkwürdigen Doppellinien, die man anfangs ebenfalls einem unbekannten Elemente zuschrieb. Später bewies Fowler, daß sie dem unter sehr geringem Druck erzeugten Spektrum des Kohlenoxyds angehören.

Bis zum Jahre 1882 hatte man an Kometen außer den erwähnten drei Banden nur noch ein schwaches kontinuierliches Spektrum beob-

achtet. Am 17. März 1882 wurde von Wells ein Komet entdeckt (1882 I), der sich dadurch auszeichnete, daß bei ihm das kontinuierliche Spektrum hell, die drei charakteristischen Banden jedoch schwach waren. Am 31. Mai entdeckte Vogel im Spektrum dieses Kometen ganz unerwarteterweise eine helle Natriumdoppellinie, wobei die eine dieser Linien fünfmal heller war als die andere, was auf eine große Dichte der Natriumdämpfe hinweist. Gleichzeitig bemerkte Vogel auch eine helle Bande bei $\lambda = 6130$, wo sich die sonst im Kometenspektrum fehlende erste Bande befindet. Der helle Septemberkomet von 1882 gab ebenfalls die helle Natriumlinie; beide genannten Kometen kamen der Sonnenoberfläche außerordentlich nahe. Lohse fand im Spektrum des Kometen 1882 II außer der Natriumlinie noch fünf helle Linien, welche Eisendämpfen anzugehören schienen. Das kontinuierliche Spektrum der Kometen entsteht, wenigstens zum Teil, durch reflektiertes Sonnenlicht; dies hat Huggins dadurch bewiesen, daß er die Spektren beider Kometen des Jahres 1882 photographierte und in ihnen Fraunhofersche Linien fand.

Im Spektrum des Kometen 1899 a (Swiftscher Komet) befanden sich, wie W. Wright gezeigt hat, 16 helle Linien, von denen ein Teil dem Kohlenstoff und Stickstoff (Cyanbande) angehörte. Stickstoffbanden sind seitdem bei Kometen häufig beobachtet worden.

Spektren von Fixsternen hat bereits Fraunhofer im Jahre 1817 beobachtet. Das umfangreichste Werk, welches uns über die Spektra der Sterne Auskunft gibt, ist der von der amerikanischen Howard-Sternwarte (Cambridge) herausgegebene Draper-Katalog, welcher die Spektren von mehr als 20000 Sternen enthält. Gegenwärtig befindet sich auf derselben Sternwarte ein neuer Katalog in Bearbeitung, der 200000 Sterne umfassen soll. Die erste Einteilung der Sterne in Typen oder Klassen auf Grund des Aussehens ihrer Spektren ist von Secchi vorgeschlagen. Anfänglich (1863) nahm er zwei Klassen an, 1866 fügte er eine dritte und 1868 noch eine vierte Klasse hinzu. Eine Zeitlang war die 1874 von Vogel vorgeschlagene Einteilung in drei Klassen mit Unterabteilungen allgemein im Gebrauch. Die Reihenfolge dieser Klassen sollte hierbei den aufeinanderfolgenden Zuständen des Gestirns entsprechen, das durch Verdichtung aus einem Nebel hervorgegangen und allmählich erkaltet war. In späterer Zeit hat Pickering eine andere Klassifikation eingeführt. Dieselbe hat inzwischen ziemlich allgemein Annahme gefunden, nebenbei verwendet man auch die drei Hauptklassen Vogels. Bei der Klassifikation nach Pickering ist sehr störend die eigentümliche Reihenfolge der Buchstaben bei der Bezeichnung der Klassen; dieselbe ist durch allmähliche Entwickelung der Klassifizierung entstanden. Die Klassen lassen sich durch folgendes Schema darstellen:

$$\mathrm{O,\ B,\ A,\ F,\ G} < \begin{matrix}\mathrm{K,\ M} \\ \mathrm{R,\ N}\end{matrix}.$$

Der ersten Klasse O gehören nur ungefähr 100 Sterne an, die man auch nach ihren ersten Entdeckern Wolf-Rayet-Sterne nennt. Mit Ausnahme von γ Argus sind sie alle für das unbewaffnete Auge unsichtbar. Die Sterne dieser Klasse enthalten helle Linien; besonders charakteristisch für dieselben sind zwei helle Banden in Blau und Gelb bei 4680 und 5810. Bei einigen kann man keine Absorptionslinien und -banden beobachten, bei anderen treten sie auf, namentlich die des Wasserstoffs und Heliums. Der Vogelschen Klasse I entsprechen die drei Klassen B, A, F. In den Spektren der Klasse B treten neben den starken dunklen Wasserstofflinien die des Heliums auf, weswegen man diese B-Sterne auch Heliumsterne nennt. Außerdem sind noch mehr oder minder zahlreiche, aber meist sehr schwache Linien des Calciums, Magnesiums und einiger anderer Elemente vorhanden. In den Spektren der Klasse A treten neben den Wasserstofflinien Linien anderer Elemente auf, aber von viel geringerer Intensität. Es fehlen aber die Linien des Heliums. Die Spektren der Klasse F bilden den Übergang von der Vogelschen Klasse I zu II. In derselben sind die Calciumlinien H und K stark entwickelt; die Wasserstofflinien sind weniger intensiv als die Calciumlinien, aber immer noch stärker als die anderen sehr zahlreichen Linien. Der Vogelschen Klasse II entsprechen die Pickeringschen Klassen G und K. Der Spektralklasse G gehört die Sonne zu; Wasserstoff ist vorhanden, aber er spielt keine beherrschende Rolle mehr. Bei der Klasse K ist neben den anderen Calciumlinien die Calciumlinie (4227) sehr intensiv; die brechbaren Teile des Spektrums sind aber gegenüber den weniger brechbaren, geschwächt (z. B. Arctus). Die Pickeringschen Klassen M und N entsprechen der Klasse III a und III b von Vogel. Bei Klasse M sind die Calciumlinien H, K und g. Selbstverständlich lassen sich diese Klassen ebensowenig wie die von Vogel scharf voneinander trennen; es gibt vielmehr zahllose Übergänge von B zu A, von A zu F usw. Daher hat sich auch das Bedürfnis nach Unterabteilungen geltend gemacht. Man teilt das Intervall zwischen den einzelnen Klassen in zehn Teile und bezeichnet einen genau in der Mitte zwischen B und A liegenden Stern als B 5 A.

Trotz der großen Ähnlichkeit zwischen den Spektren der Sterne der Klassen M und N hat man keine Übergangsformen gefunden. Man entdeckte jedoch einige Sterne, die große Ähnlichkeit mit den N-Sternen hatten, aber im brechbaren Teile kräftiger sind als jene. Für diese schuf man eine besondere Klasse R. In neuerer Zeit hat man nun gefunden, daß diese R-Sterne den Übergang zwischen den G- und N-Sternen bilden. Da nun die K-Sterne den Übergang zwischen den G- und M-Sternen bilden, so gabelt sich die Reihenfolge bei G; der eine Zweig führt über K nach M, der andere über R nach N.

Es gibt Sterne, welche sich in die Reihe nicht einordnen lassen; man sagt dann, sie haben besondere Spektra. Erwähnt möge noch

werden, daß man in neuerer Zeit mit Hilfe des Wienschen Verschiebungsgesetzes (S. 70) und der Planckschen Strahlungsgleichung (S. 73) die Temperatur der Sterne zu messen versucht und Temperaturen bis zu 9500° bestimmt hat. Die Sterne erster Klasse besitzen die höchste, die der dritten Klasse die geringste. Auf die hierauf und auf anderen Tatsachen fußenden Entwickelungstheorien der Sterne können wir nicht eingehen, doch soll wenigstens darauf hingewiesen werden, daß die Entwickelung wahrscheinlich nicht in der Reihenfolge O, B, A, F usw. vor sich gegangen ist. Nach einer neueren Theorie sollen sich zunächst Sterne von der Klasse M gebildet haben, Sterne von sehr geringer Dichte und Temperatur, aber von sehr großem Volumen. Bei fortschreitender Verdichtung und Temperaturerhöhung bildet sich ein Stern der Klasse K, der bei weiterer Verdichtung und Temperaturerhöhung in die Klasse G übergeht usw. bis O. Indem die Kontraktion immer mehr zunimmt und die Temperatur jetzt sinkt, durchläuft der Stern die umgekehrte Reihenfolge bis M, um schließlich unsichtbar zu werden. Zu jeder Klasse, besonders aber zu der M-Klasse, gehören somit nach dieser Theorie zwei Arten von Sternen, sehr große, aber von geringer Dichte und nach vollendeter Verdichtung sehr kleine von großer Dichte.

Die Nebelmassen, die man am Sternenhimmel wahrnimmt, zerfallen, wie bekannt, in zwei Gruppen: die Sternhaufen und die eigentlichen Nebelflecke. Bevor man das Spektroskop zur Untersuchung dieser Himmelsobjekte in Anwendung gebracht hatte, konnte man nicht mit Bestimmtheit darüber entscheiden, ob eine derartige Einteilung wirklich richtig sei; sobald sich ein Nebel im Fernrohr nicht als eine aus einzelnen Sternen bestehende Masse darstellte, konnte man glauben, daß dies eine Folge der unzureichenden auflösenden Kraft des Fernrohres sei. Die Spektralanalyse hat nun aber gezeigt, daß es zwei Arten von Nebelspektren gibt: ein Teil der Nebel besitzt ein schwaches kontinuierliches Spektrum, der andere ein aus hellen Linien bestehendes Spektrum. Nun geben aber alle diejenigen Objekte, die sicherlich Sternhaufen sind, kontinuierliche Spektren, in denen man jedoch keinerlei Einzelheiten erkennen kann. Andererseits hat man noch keinen einzigen Nebelfleck mit Linienspektrum in Sternhaufen auflösen können. Letztere sind also wirkliche kosmische Nebel, die aus leuchtenden Gasmassen bestehen. Der erste Beobachter eines Nebelspektrums war Huggins, der 1864 im Nebelfleck Herschel 4374 drei helle Linien entdeckt hat; dieselben Linien hat man später fast in allen Nebelspektren gefunden. Oft tritt noch eine vierte Linie auf; die Wellenlängen der diesen Linien entsprechenden Strahlen sind 5004,3, 4957,2, 4860,9, 4340,7.

Die hellste von diesen Linien ist die erste, in schwächeren Nebelflecken ist sie ganz allein sichtbar. Die dritte und vierte Linie gehören zweifellos dem Wasserstoff an; die dritte fällt mit der Fraunhofer-

schen F-Linie zusammen. Die erste Linie hat man dem Stickstoff zugeschrieben, doch läßt sich dies nicht mit Sicherheit behaupten; der Ursprung der zweiten Linie ist noch unbekannt. Außer diesen hat man in den Spektren der verschiedenen Nebelflecke noch eine Anzahl von hellen Linien gefunden, von denen eine Anzahl im Ultraviolett liegen. Wahrscheinlich rühren einige derselben von einem oder mehreren unbekannten Gasen her, eines derselben hat man Nebulium genannt.

Das Auftreten der hellen Linien gibt ein Mittel an die Hand, wahre Nebelflecke zu erkennen; Pickering hat auf diese Weise nicht weniger als elf Nebelflecke entdeckt.

§ 18. Anwendung der Spektralanalyse auf das Studium der Bewegung von Himmelskörpern. In § 14 war darauf hingewiesen worden, daß durch Bewegung der Lichtquelle oder des Beobachters, oder überhaupt durch eine Änderung ihres gegenseitigen Abstandes eine Verschiebung der Spektrallinien hervorgebracht werde. Durch Messung dieser Linienverschiebungen bestimmt man die in die Richtung des Visionsradius fallende Komponente der Bewegungen von Himmelsobjekten.

Im Jahre 1871 gelang es H. C. Vogel, diejenige Verschiebung der Fraunhoferschen Linien im Sonnenspektrum zu beobachten, welche infolge der Achsendrehung der Sonne auftritt. Die Totalverschiebung der Linien übersteigt hierbei nicht $\frac{1}{77}$ des Abstandes der beiden Natriumlinien D_1 und D_2 voneinander. Die tellurischen Linien verschieben sich natürlich nicht, wie dies bereits auf S. 320 gesagt worden war.

Ferner gelang es 1895 Belopolski, Deslandres und Keeler die Bewegung des Saturnringes zu untersuchen, wobei sich ergab, daß die Geschwindigkeiten des inneren und äußeren Randes nicht die gleichen sind, und zwar war die des inneren die größere (21 km bzw. 16 km). Hiermit ist bewiesen, daß der Saturnring kein zusammenhängendes Ganze darstellt.

Eine außerordentlich große Bedeutung hat die Anwendung des Dopplerschen Prinzips auf die Fixsternspektren. Die ersten diesbezüglichen Messungen stammen von Huggins (1867) und H. C. Vogel (1871). H. C. Vogel war der erste, der (1887) die Sternspektren zu obigem Zwecke photographierte (spektrographische Methode). Zum Vergleichen dient gewöhnlich die Wasserstofflinie H_γ oder gewisse Eisen- oder sonstige Metallinien. Bis zum Jahre 1891 bestimmte H. C. Vogel die relativen Geschwindigkeiten von 47 helleren Sternen. Ferner führten Keeler und Campbell auf dem Lickobservatorium, Deslandres in Paris und besonders Belopolski in Pulkowo bemerkenswerte Untersuchungen über die Geschwindigkeit von Fixsternen aus.

Keeler bestimmte von 1890 bis 1891 die Bewegung von 14 Nebelflecken, wobei sich als größte Geschwindigkeit $65 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$ ergab. Von ganz

außerordentlich hohem Interesse ist die Arbeit von H. C. Vogel (1902) über das Spektrum des Orionnebels. Die Wasserstofflinie H_γ, deren verschiedene Punkte verschiedenen Orten auf einer durch den Nebel gelegten Geraden entsprechen, ist gekrümmt und hat eine wechselnde Breite; sie ist in Fig. 173 abgebildet. Es herrschen somit in den verschiedenen Teilen jenes Nebels verschiedene physikalische Verhältnisse, und besitzen diese Teile verschiedene Geschwindigkeiten.

Die bemerkenswertesten Resultate hat das Dopplersche Prinzip für die Doppelsterne geliefert, deren Komponenten bisweilen in relativ kurzer Zeit ihre Umläufe vollenden. Die Geschwindigkeit des Algols (β Persei) schwankt periodisch zwischen + 45 und — 45 km pro Sekunde, wobei diese Periode mit der Periode der Lichtschwankung ($2^d 20^h 40^m 52^s$) übereinstimmt. Diese Daten zusammengehalten mit dem Gesetze der Lichtschwankung (22^d $11{,}5^h$ ist Algol unverändert zweiter Größe, sinkt darauf in $4{,}5^h$ bis zur vierten Größenklasse herab und kehrt in $4{,}5^h$ wieder zur zweiten Größenklasse zurück) haben es ermöglicht, die Dimensionen des hellen Sternes sowohl wie des dunkeln Begleiters zu bestimmen und ihren gegenseitigen Abstand zu finden. Man hat hierbei für den Durchmesser des hellen Sternes 1 700 000 km, für den dunkeln Begleiter 1 330 000 km und für den Abstand ihrer Mittelpunkte den auffallend geringen Wert von 5 180 000 km gefunden. Die Geschwindigkeit des Hauptsternes beträgt 42 km, die des Begleiters 89 km, die Geschwindigkeit des ganzen Systems — 4 km. Die Massen beider Körper betragen $\frac{4}{9}$ bzw. $\frac{2}{9}$ der Sonnenmasse.

Fig. 173.

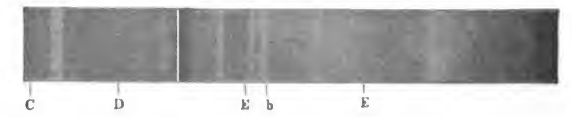
λ 4337 λ 4353

Im Spektrum einiger Sterne beobachtet man Linien, die sich bald verdoppeln, bald wiederum einfach erscheinen. Man hat es in diesem Falle mit Doppelsternen zu tun, bei denen beide Komponenten hell sind, also mit zwei Sonnen, welche sich um ein gemeinsames Trägheitszentrum bewegen.

§ 19. Die Spektren des Nordlichts (Polarlichts), Zodiakallichts, des Blitzes und der Sternschnuppen. Das Spektrum des Nordlichts (Fig. 174) ist durch eine helle grüne Linie $\lambda = 5570$ ausgezeichnet. Eine rote Bande, die bei $\lambda = 6298$ liegt, erscheint nur in roten Teilen des Nordlichts, während sie in den übrigen fehlt. Winlock entdeckte zuerst eine große Anzahl von Linien. Gegenwärtig kennt man über hundert Linien des Nordlichtspektrums. Hasselberg und Ångström sind durch ihre Untersuchungen zu dem Schlusse geführt worden,

daß das Nordlichtspektrum wahrscheinlich das Spektrum von verdünnter, bei sehr niedriger Temperatur befindlicher Luft ist, die von elektrischen Entladungen durchsetzt wird. Nach Birkeland, Störmer u. a. bestehen die Nordlichter aus negativ geladenen Teilchen, Elektronen, die von der Sonne abgeschleudert werden. Birkeland hat durch ein Modell eine Reihe hierher gehöriger Erscheinungen nachahmen können; Störmer hat die mathematische Theorie entwickelt. Nach Vegard (1911) und Stark (1917) wird das Nordlicht von positiv geladenen Atomen kleiner Geschwindigkeit, sogenannten Atomstrahlen, erzeugt. Die Messungen gestatten aber noch keinen entscheidenden Schluß, ob das Nordlicht durch Kathodenstrahlen oder positive Strahlen erregt wird. Vorläufig unbestimmt ist der Ursprung der oben erwähnten hellen grünen Linie; nach der Ansicht von Vogel fällt sie mit einer der schwächsten Stickstofflinien zusammen, nach Stark ist sie identisch mit dem intensiven Stickstoffduplet $\lambda = 5560$ bis 5565; Ramsay schrieb sie dem Krypton zu, doch muß das Zusammenfallen mit dieser

Fig. 174.



Linie mit einer der Hauptlinien des Kryptonspektrums als zufällig angesehen werden, da dieses Gas wegen seines hohen Molekulargewichts nicht bis zu den Höhen (50 bis 200 km) steigen kann, in denen die Mehrzahl der Nordlichter auftreten. Nach Vegard ist sie identisch mit einer der stärksten Argonlinien. A. Wegener (1910) schließt, daß diese Linie einem besonderen, sehr leichten Bestandteile der Luft, den er Geocoronium benennt, angehört, welcher erst in größerer Höhe in merklichen Quantitäten auftritt.

Paulsen ist es während des Winters 1899 bis 1900 bei seinem Aufenthalte auf Island gelungen, das Spektrum des Nordlichts zwischen $\lambda = 4700$ und $\lambda = 3370$ zu photographieren, wobei die Expositionsdauer bis zu einigen Wochen gesteigert wurde. In dem erhaltenen Spektralbezirk waren vier helle Linien und 18 schwächere enthalten. Die ersten erhält man bei schwachem Leuchten, sie gehören offenbar dem schwachen Lichte an, welches in nördlichen Regionen den ganzen Nachthimmel einnimmt; die schwachen Linien erhält man dagegen nur von den hellsten Partien des Nordlichts. Scheiner fand, daß die von Paulsen entdeckten Linien identisch mit den Spektrallinien des Stickstoffs sind, die man an Geisslerröhren nahe der Kathode beobachtet. Auch nach Vegard (1913) stimmen sie in bezug

auf ihre Lage und auf ihre Intensitätsverteilung mit den Stickstoffbandenköpfen überein.

Runge (1904) wies auf die große Ähnlichkeit zwischen den Spektren des Nordlichts und des Kryptons hin.

Da indessen die Linien noch nicht mit hinreichender Genauigkeit bestimmt sind, kann eine Identifizierung derselben nicht vollständig durchgeführt werden.

Das Spektrum des Zodiakallichts ist äußerst schwach und nach den Untersuchungen von Wright zweifellos kontinuierlich; es entsteht durch reflektierte Sonnenstrahlen. Die Fraunhoferschen Linien lassen sich in demselben nicht wahrnehmen, da man den Spektroskopspalt zu stark verbreitern muß, um überhaupt das Spektrum jenes sehr schwach leuchtenden Objekts zu erhalten. Früher glaubte man, daß die grüne Nordlichtlinie auch im Spektrum des Zodiakallichts enthalten sei. Dies ist jedoch nicht richtig; jene grüne Linie nimmt man aber nicht selten an allen Stellen des Himmelsgewölbes wahr, wenn auch kein Nordlicht zu sehen ist, und nur in diesem Falle tritt sie auch im Spektrum des Zodiakallichts auf, dem sie somit nicht angehört.

Das Blitzspektrum ist zuerst von Kundt, später von Vogel und anderen untersucht worden. Funkenblitze geben ein Linienspektrum, Flächenblitze ein Bandenspektrum. Beide Spektren gehören unzweifelhaft der atmosphärischen Luft an; man beobachtet das letztere am negativen Pole bei elektrischen Entladungen, welche durch Sauerstoff hindurchgehen.

§ 20. Ultravioletter Teil des Spektrums. Wir wollen uns jetzt speziell den ultravioletten und infraroten Teilen der verschiedenen Spektren zuwenden.

I. Wie wir bereits gesehen haben, läßt sich der ultraviolette Teil des Spektrums am besten mit Hilfe der Photographie studieren, durch diese hat man die ultravioletten Linien im Spektrum der Dämpfe von Metallen und Metalloiden erhalten, von denen in § 9 die Rede war. Eine andere Methode, die sich auf Anwendung der Fluoreszenz gründet, wird später betrachtet werden; nach dieser Methode ist es Stokes gelungen, bis zur Wellenlänge $\lambda = 1850$ vorzudringen. Mit Hilfe der Photographie kam man früher nicht weiter als bis 2020, und erst 1889 wurde die photographische Methode durch Schumann in solchem Maße vervollkommnet, daß er bis zur Wellenlänge $\lambda = 1000$ vordrang. Die Ursache, weshalb es bis auf Schumann nicht gelang, die stärker brechbaren Teile des Spektrums zu photographieren, ist eine dreifache: die jenem Spektralgebiete angehörenden Strahlen werden nämlich absorbiert, erstens von den Linsen und Prismen der optischen Apparate, zweitens von der Gelatine der lichtempfindlichen Schichten und drittens von der Luft. Bereits Cornu

hatte gezeigt, daß eine Luftsäule von 10 m Länge die äußersten Strahlen bis zur Wellenlänge $\lambda = 2118$ absorbiert; eine Luftschicht von 1 m Dicke hält alle Strahlen bis $\lambda = 1842$ zurück, und sogar eine Luftschicht von nur 0,1 m Dicke absorbiert sämtliche Strahlen bis zur Wellenlänge 1566. Den Schumannschen Vakuumspektrographen haben wir bereits S. 269 beschrieben. Mit Hilfe desselben gelang es ihm, einen noch völlig unbekannten Teil des Wasserstoffspektrums zwischen 1850 und 1000 zu erhalten; in demselben treten 600 Linien auf und liegt deren Intensitätsmaximum bei $\lambda = 1620$. Im Jahre 1900 hat Schumann gezeigt, daß der Wasserstoff für ultraviolette Strahlen vollkommen durchsichtig ist.

1903 gab Schumann eine ausführliche Beschreibung seines Apparates, seiner Untersuchungsmethoden und aller seiner Ergebnisse. Dieselbe enthält die ultraviolette Absorption und Emission von N_2, O_2, H_2O, CO, CO_2 und H_2. Wir erwähnen nur, daß N_2 durchsichtig ist bis 1620, O_2 bis 1850, H_2 bis 1000.

Strahlen von großer Brechbarkeit haben nachher (1911) Lenard und Ramsauer untersucht, die als Strahlungsquelle einen starken Funken zwischen Al-Elektroden benutzten. Sie nehmen an, daß in ihren Versuchen Strahlen bis zu 900 *A* eine Rolle spielten. Bedeutend weiter gelangte Lymann (1914—1916); indem er eine Entladungsröhre aus Quarz mit Elektroden aus Mg, Al, Fe, Ca benutzte, erreichte er $\lambda = 510\,A = 0{,}051\,\mu$. In diesem neuen Gebiete fand er viele Spektrallinien verschiedener Gase (H_2, He, Ar). Eine Spur einer Linie wurde sogar bei $\lambda = 450\,A$ festgestellt. Am weitesten ins Ultraviolett ist bis jetzt (1921) Millikan vorgedrungen, nämlich bis $202\,A = 0{,}02\,\mu$. Es gelang ihm, die Spektren zu photographieren von C, Zn, Fe, Ag und Ni bis 360,5, 317,3, 271,6, 250 bzw. 202 *A*.

1917 erschien eine Arbeit von Richardson und Bazzoni, die auf einem Umwege die Wellenlänge bestimmten, auf Grund der Gesetze der photoelektrischen Erscheinungen (Bd. V). Sie gelangten scheinbar bis $\lambda = 420\,A$.

Die Absorption der ultravioletten Strahlen in verschiedenen farblosen und farbigen Glassorten haben Eder und Valenta (1894), Kruess und Pflüger (1903) u. a. untersucht. Es erwies sich, daß bei einer Dicke von 1 cm keine einzige Glasart mehr kürzere Strahlen als 3050 hindurchläßt. Zschimmer (1903) gelang es indessen, solche neue Glasarten herzustellen, die bei 1 cm Dicke 50 Proz. der Strahlen 3050 hindurchlassen und bei 1 mm Dicke noch 50 Proz. der Strahlen 2800. Darunter ist das Violettglas, das nur blaue, violette und ultraviolette Strahlen durchläßt; es kann als Filter für photographisch wirksame Strahlen dienen. Allen Miller, Soret, K. Schaefer (1918) u. a. haben die Absorption der ultravioletten Strahlen in Lösungen von verschiedenen Salzen studiert; sie fanden eine relativ schwache Absorption

in den Lösungen schwefelsaurer Salze, eine starke Absorption dagegen in den Lösungen salpetersaurer Salze. Pauer bestimmte (1897) die Absorption der ultravioletten Strahlen zwischen $\lambda = 2830$ und $\lambda = 2310$ in verschiedenen Flüssigkeiten und Dämpfen. Dabei fand er, daß sich die Absorptionsbanden zum stärker brechenden Ende des Spektrums hin verschieben, wenn die betreffende Substanz aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand übergeht.

Ferner haben Hartley, Huntington, H. Th. Simon, Pauer, Rubens, Stark u. a. die Absorption ultravioletter Strahlen durch verschiedene Substanzen untersucht, wobei Simon zuerst genaue quantitative Messungen ausgeführt hat. Besonders interessant sind die Resultate, welche Pauer, Glatzel, Grebe (1905), Cremer (1912), Mies (1909), Koch (1911) u. a. für die Absorption in Benzol, Toluol, Äthylbenzol, Paraxylol, Chlorbenzol, Brombenzol, Jodbenzol und einigen anderen ähnlichen Kohlenwasserstoffen gefunden haben. R. Witte (1914), Herrmann (1919) und Karl Schulz (1920) finden, daß Benzol und seine Derivate, ferner Pyridin und andere Substanzen, im Dampfzustand zahlreiche Absorptionslinien geben, die sich zu Serien vereinigen lassen. Benzol besitzt z. B. 164 derartige Banden. In reinem Zustand in kapillarer Schicht oder in alkoholischer Lösung zeigen sie unscharfe Bänder.

Wood hat (1903) einen Stoff entdeckt, der nur ultraviolette Strahlen hindurchläßt: das Nitroso-Dimethylanilin. Es ist vollkommen durchlässig für alle Strahlen von 3830 bis zu den letzten Cd-Strahlen bei 2700. In neuerer Zeit haben Miethe und Stenger (1920) diesen Farbstoff und einige andere auf Ultraviolettdurchlässigkeit untersucht.

Die Absorption der ultravioletten Strahlen durch Kristalle hat W. Agafonow für 200 Substanzen untersucht. Bei sechs Substanzen (Turmalin, Axinit, Andalusit, Zimmet-, Nitroanis- und Hemimellithsäure) fand er Polychroismus, d. h. Abhängigkeit der Absorption von der Richtung, in welcher die Strahlen den Kristall durchsetzt hatten (s. weiter unten).

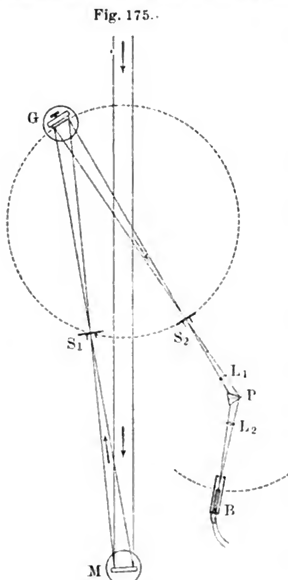
Haudke (1909) stellte fest, daß Quarz bis 1500, Steinsalz bis 1720, Sylvin bis 1810 durchlässig ist. Goldhammer brachte in ein Quarzgefäß eine Lösung, welche $CoSO_4$, $NiSO_4$ und „Hoffmannsviolett" enthielt; diese Lösung läßt alle Strahlen zwischen 3800 und 3000 hindurch.

§ 21. Der infrarote Teil des Spektrums. Der infrarote Teil der Emissions- und Absorptionsspektren kann mit Hilfe der Phosphoreszenz (S. 24), mittels der Thermosäule (S. 17), des Bolometers (S. 20) oder Radiometers (S. 22), sowie mit Hilfe der Photographie (S. 24) untersucht werden.

H. W. Vogel war der erste, welcher (1873) gezeigt hat, daß Strahlen von großer Wellenlänge auf eine lichtempfindliche Brom-

gelatineemulsion einwirken, wenn derselben gewisse Substanzen beigemengt sind, welche jene Strahlen absorbieren. Substanzen dieser Art nannte er Sensibilatoren. Am eingehendsten hat sich Abney mit dieser Frage beschäftigt und glänzende Resultate dabei erhalten. Es gelang ihm, Strahlen photographisch wirken zu lassen, deren Wellenlänge bis zu $\lambda = 2\,\mu$ ging.

Fig. 175.



Die Brechung der infraroten Strahlen in verschiedenen Substanzen ist von Langley, Rubens und anderen untersucht worden. Der von Langley benutzte Apparat ist schematisch in Fig. 175 dargestellt. Die von der Strahlenquelle ausgehenden Strahlen fallen auf den Spalt S_1, nachdem sie zuvor vom Hohlspiegel M reflektiert worden sind. Hierauf gelangen sie zu dem konkaven Diffraktionsgitter G (Kap. XIV), welches eine Reihe von Spektren liefert. Letztere sind, wie wir später sehen werden, auf einem Zylindermantel angeordnet, dessen Durchschnitt mit der Zeichenebene durch einen punktierten Kreis angedeutet ist. Auf eine und dieselbe Stelle fallen die Strahlen λ_1 des ersten, λ_2 des zweiten, λ_3 des dritten Spektrums usw., wobei $\lambda_1 = 2\lambda_2 = 3\lambda_3$ usw. ist. Geht daher durch den Spalt S_2 beispielsweise der sichtbare Strahl D_2 des sechsten Spektrums, so gehen gleichzeitig durch denselben Spalt auch die folgenden Strahlen

des 6. Spektrums . . . . $\lambda_6 = 5890\ (D_2)$
„ 5. „ . . . . $\lambda_5 = 7068 = \frac{6}{5}\lambda_6$
„ 4. „ . . . . $\lambda_4 = 8835 = \frac{6}{4}\lambda_6$
„ 3. „ . . . . $\lambda_3 = 11780 = \frac{6}{3}\lambda_6$
„ 2. „ . . . . $\lambda_2 = 17670 = \frac{6}{2}\lambda_6$
„ 1. „ . . . . $\lambda_1 = 35341 = 6\,\lambda_6$.

Alle diese Strahlen fallen auf das Prisma P und ordnen sich im Spektrum an. Die beiden ersten Spektren werden vom Auge wahrgenommen; die Lage der übrigen wird mit Hilfe des Bolometers B auf-

gesucht und auf diese Weise ihr Brechungsquotient für die Prismensubstanz bestimmt. Mit einem Steinsalzprisma gelangte Langley bis zu $\lambda = 5{,}3\,\mu$, mit einem Flintglasprisma bis zu $\lambda = 2\,\mu$.

Rubens bediente sich einer anderen Methode, auf welche wir nicht eingehen, und bestimmte die Brechungsquotienten für verschiedene Glassorten bis zu $\lambda = 25020$ (schweres Silikat-Flint, Jenaer Glas Nr. O. 469); ferner gelangte er (in seiner ersten Arbeit) für

Wasser	bis zu $\lambda = 1{,}256\,\mu$	Quarz	bis zu $\lambda = 2{,}348\,\mu$ (ordin. Strahl)
CS_2	„ „ $\lambda = 1{,}998\,\mu$		
Xylol	„ „ $\lambda = 1{,}881\,\mu$	Steinsalz	„ „ $\lambda = 5{,}746\,\mu$
Benzol	„ „ $\lambda = 1{,}850\,\mu$	Flußspat	„ „ $\lambda = 3{,}332\,\mu$.

In einer späteren Arbeit gelangten Rubens und Snow viel weiter, nämlich für

Steinsalz	bis zu $\lambda = 8{,}950\,\mu$	Quarz	bis zu $\lambda = 4{,}26\,\mu$
Sylvin	„ „ $\lambda = 8{,}022\,\mu$	Schweres Silikat-Flint	„ „ $\lambda = 4{,}12\,\mu$.
Flußspat	„ „ $\lambda = 8{,}95\,\mu$		

Die entsprechenden Brechungsquotienten wollen wir hier nicht angeben. Es zeigte sich, daß die Beobachtungen sich in schönster Übereinstimmung mit der von Ketteler abgeleiteten Formel befanden, welche wir in folgender Form schreiben wollen:

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - k\lambda^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

Weitere Untersuchungen von Paschen am Flußspat haben gezeigt, daß sich die Beobachtungsresultate gut durch die allgemeinere Formel von Ketteler und Helmholtz [vgl. (3, f), S. 253]

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{N}{\lambda_2^2 - \lambda^2} \quad \ldots\ldots (20,\mathrm{a})$$

wiedergeben lassen, noch besser aber durch die folgende, fünf Konstante enthaltende Formel

$$n^2 = A^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - k\lambda^2 - h\lambda^4 \quad \ldots\ldots\ldots (21)$$

In einer späteren Arbeit hat Paschen (1901) dieses Resultat bestätigt gefunden, wobei sich zeigte, daß in Formel (20, a) die Größen $\lambda_1 = 35{,}47\,\mu$, $\lambda_2 = 0{,}09426\,\mu$ sind. Die Übereinstimmung mit obiger Formel ist für das große Gebiet zwischen $\lambda = 0{,}18\,\mu$ und $\lambda = 9{,}4\,\mu$ eine vollkommene.

Für Steinsalz hat Paschen eine Reihe von Werten des Brechungsquotienten bis zu $\lambda = 9{,}76\,\mu$ berechnet. Rubens und Nichols haben gefunden, daß die Formel von Ketteler und Helmholtz für Steinsalz, Sylvin, Quarz und Flintglas gebraucht werden kann. Trowbridge

hat die Dispersion im Sylvin bis zu $\lambda = 13\,\mu$ untersucht und sie in Übereinstimmung mit der Formel (20, a) gefunden. In einer späteren Arbeit hat Paschen (1909) die Dispersion des Steinsalzes und des Sylvins bis gegen $18\,\mu$ untersucht. Zur Berechnung braucht er die Formeln

$$n^2 = a^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} - \frac{M_3}{\lambda_3^2 - \lambda_1^2}$$

oder

$$n^2 = A^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} - k\lambda^2 - h\lambda^4 \quad . \; . \; . \quad (21, a)$$

Die Veränderung der Brechungsexponenten mit der Temperatur im ultraroten Gebiet bei Steinsalz, Sylvin und Fluorit hat Liebreich (1911) untersucht und gefunden, daß sie wie im sichtbaren Gebiet bei Erhöhung der Temperatur kleiner werden.

Die infraroten Emissionsspektren sind mit Hilfe des Bolometers untersucht worden. So hat z. B. Snow gefunden, daß das Spektrum des elektrischen Bogenlichts ein Hauptmaximum der Energie im ultravioletten Teile bei $\lambda = 0{,}388\,\mu$ hat, außerdem aber weniger intensive, jedoch breitere Streifen bei $\lambda = 0{,}8\,\mu$, $\lambda = 0{,}92\,\mu$ und $\lambda = 1{,}1\,\mu$.

Langley ist es gelungen, die Emissionsspektren bis zu $\lambda = 15\,\mu$ für eine ganze Reihe von Körpern zu untersuchen, welche sich bei verschiedenen Temperaturen, bis zu der des Eises herab, befanden. In Fig. 176 und 177 sind die Resultate seiner Beobachtungen graphisch dargestellt. In Fig. 176 sind als Abszissen die Brechungsquotienten, als Ordinaten die Ablenkungen des mit dem Bolometer verbundenen Galvanometers gewählt. Die Kurven rechts entsprechen den Emissionsspektren des Kupfers bei 815°, 559°, 330°, 178°, 100° (geschwärztes Kupfer) und 40°; je höher die Temperatur ist, um so weiter ist das Maximum der Strahlung nach links verschoben. Auf der linken Seite ist zum Vergleich die Kurve der Sonnenenergie dargestellt. In Fig. 177 sind die Kurven für 178°, 100° und 0° bis zu $\lambda = 15\,\mu$ gegeben. Für Cu von 100° befindet sich das Maximum bei $\lambda = 8\,\mu$ (vgl. Kapitel II, § 18).

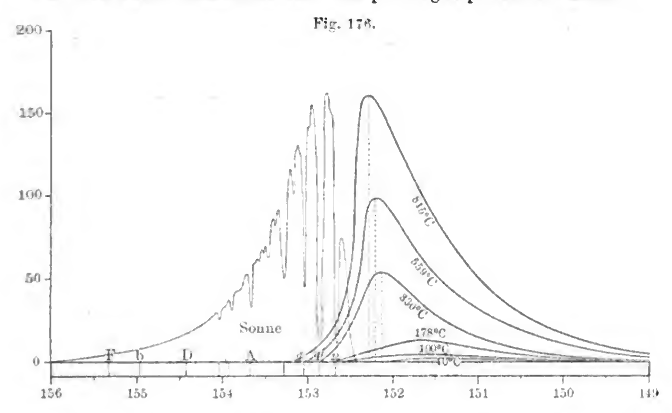
Das Spektrum des Mondes hat sein Hauptmaximum bei $\lambda = 14\,\mu$, was einer zwischen 0° und — 20° liegenden Temperatur entspricht.

Das infrarote Gebiet der Emissionsspektren glühender Metalldämpfe haben Abney, H. Becquerel u. a., und besonders genau, unter Anwendung des Bolometers, Snow untersucht. Letzterer hat die infraroten Linien im Spektrum von Li, K, Na, Rb und Cs bestimmt. Im Spektrum des Kaliums fand er z. B. acht im Infrarot liegende Linien, und unter ihnen eine scharfe bei $\lambda = 1.155\,\mu$. Im Spektrum des Natriums fand er ebenfalls acht infrarote Linien, und zwar

scharfe bei $\lambda = 0{,}818$ und $\lambda = 1{,}132\ \mu$. Im Spektrum von Rb und Cs fand Snow je 15 Linien innerhalb des infraroten Spektralbereichs.

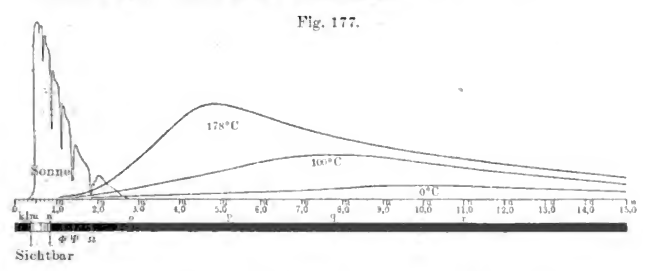
Lewis gelangte bei Anwendung eines Radiometers bis zu $\lambda = 1{,}5\ \mu$; H. Lehmann untersuchte nach der photographischen Methode

Fig. 176.



die Spektren von Li, Na, K, Rb, Cs, Ca, Sr, Ba und Fe, wobei es ihm gelang, 5 Linien des Rb, 9 Linien des Cs, 13 des Ca, 12 des Sr, 85 des Ba und etwa 60 Linien des Fe zu entdecken.

Fig. 177.



Paschen, Rubens und Aschkinass und Ångström haben die Spektren von Kohlensäure, Wasserdampf und Wasser untersucht, und Paschen hat für erstere das Maximum der Emission zwischen $\lambda = 4\ \mu$ und $\lambda = 4{,}8\ \mu$ gefunden; für Wasserdampf ergeben sich zwei Maxima, welche bei 100° den Wellenlängen $\lambda = 6{,}527\ \mu$ und $\lambda = 5{,}900\ \mu$ entsprechen; für Wasser von 17° liegt das Maximum der

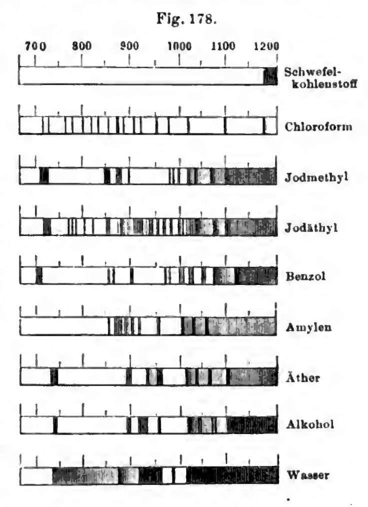
Emission bei $\lambda = 6,061\ \mu$. Die anderen oben genannten Autoren fanden, daß CO_2 die Strahlen 2,7 μ, 4,4 μ und 14,8 μ aussendet. Rubens und Aschkinass fanden auch im Emissionsspektrum des Wasserdampfes Maxima an den Stellen, welche den Absorptionsbanden entsprechen. Frank Very hat (1900) die Emission von glühender Luft bis zu $\lambda = 24\ \mu$ sorgfältig untersucht. Ångström, Koch und Arrhenius haben in einer großen Zahl von Abhandlungen die Frage untersucht, welchen Anteil die Absorption der Strahlen durch die Kohlensäure der Luft an meteorologischen Vorgängen nimmt. Arrhenius hat hierbei gefunden, daß für die Erde eine Eiszeit wiederkehren müßte, falls nur 0,3 der gegenwärtig in der Luft enthaltenen Kohlensäure in ihr zurückbliebe; eine Vermehrung des Kohlensäuregehaltes aber auf das Fünffache würde jenes heiße Klima wiederkehren lassen, das vor der Eiszeit auf der Erde geherrscht hat.

Infrarote Absorptionsspektren. H. Becquerel hat das Absorptionsspektrum verschiedener Substanzen mittels phosphoreszierender Platten untersucht; er fand im infraroten Teile des Absorptionsspektrums von Wasser mehrere dunkle Banden. Paschen (1894) und Aschkinass (1895) haben das Absorptionsspektrum des Wassers genau untersucht; Aschkinass änderte die Dicke der Wasserschicht zwischen 0,001 cm und 100 cm. Die dünnste Schicht untersuchte er für Wellenlängen zwischen 1,6 und 8,5 μ, wobei sich Maxima der Absorption für $\lambda = 3,06\ \mu$, $\lambda = 4,70\ \mu$ und $\lambda = 6,10\ \mu$ ergaben. Er fand ferner, daß der flüssige Inhalt des Augapfels recht durchlässig für Strahlen bis zu $\lambda = 1,4\ \mu$ ist. Weitere Maxima im Wasser treten auf bei 1,5 μ und 1,95 μ. Auch das Eis zeigt nach Bode (1909) Absorptionsmaxima bei 1,5 μ, 1,95 μ, 3,1 μ und 4,5 μ, bei 5,2 μ ein Minimum; von da stieg die Absorption so stark an, daß das Maximum bei 6,1 μ nicht mehr nachgewiesen werden konnte. Jedenfalls verhält sich Eis optisch wie flüssiges Wasser. Eine starke Lösung von Jod in CS_2 absorbiert die infraroten Strahlen gar nicht, die wiederum von einer $CuSO_4$-Lösung durchaus nicht durchgelassen werden.

Abney und Festing haben die infraroten Absorptionsspektren einer großen Reihe von Flüssigkeiten bis zur Wellenlänge $\lambda = 1,2$ photographiert. Hierbei zeigte sich, daß scharfe Linien nur solche Verbindungen geben, die Wasserstoff enthalten. In Fig. 178 sind die Absorptionsspektren zwischen $\lambda = 0,650\ \mu$ und $\lambda = 1,2\ \mu$ für neun verschiedene Flüssigkeiten abgebildet. Eine sehr eingehende Untersuchung der infraroten Absorptionsspektren verschiedener organischer Flüssigkeiten (Alkohole und Glykole) hat Ransohoff ausgeführt; er bediente sich eines Bolometers und gelangte bis zu $\lambda = 8\ \mu$. Eine doppelte Absorptionsbande bei 3 μ und 3,4 μ wird offenbar durch das Vorhandensein der Hydroxylgruppe hervorgerufen.

Weitere Arbeiten über die infrarote Absorption stammen von Zsigmondy, Puccianti und besonders von Coblentz. Letzterer fand, daß eine Jodlösung in Benzol 60 bis 80 Proz. der Strahlen zwischen 1,1 und 2,7 μ hindurchläßt. Festes Jod wurde von ihm bis 13 μ untersucht; zwischen 6 μ und 10 μ befindet sich eine Absorptionsbande. In späteren Arbeiten hat er eine sehr große Anzahl von organischen Substanzen auf infrarote Absorption untersucht, um den Zusammenhang zwischen chemischer Konstitution und Absorptionsspektrum festzustellen.

Fig. 178.



Ultrarote Absorptionsspektren der festen Ammoniumhalogenide in sehr dünnen Schichten, die durch Sublimation erhalten waren, hat Reinkober (1921) untersucht.

Flußspat ist in hohem Grade durchlässig für infrarote Strahlen bis zu $\lambda = 7\,\mu$. Strahlen von der Wellenlänge $\lambda = 23{,}7\,\mu$ werden vom Flußspat vollkommen absorbiert; es sind das diejenigen Strahlen, welche nach viermaliger Reflexion eines zusammengesetzten infraroten Strahlenbündels am Flußspat allein übrig bleiben. Rubens und Nichols, welche die Absorption der genannten Strahlen durch verschiedene Substanzen studierten, haben gefunden, daß bei einer Dicke $d = 1$ mm der absorbierenden Substanz nur Steinsalz, Sylvin und Chlorsilber Strahlen von der Wellenlänge $\lambda = 23{,}7\,\mu$ in beträchtlicher Menge hindurchlassen; Steinsalz läßt 11 Proz. der Strahlen bei einer Schichtdicke $d = 1{,}92$ mm, Sylvin 34 Proz. bei $d = 3{,}6$ mm und Chlorsilber 77,4 Proz. bei $d = 0{,}25$ mm und 43,7 Proz. bei $d = 1{,}7$ mm hindurch. Ferner haben noch Rubens und Trowbridge (1897) bestimmt, welche

$\lambda =$	8	10	12	14	16	18	19	20,7	23,7 μ
Steinsalz . .	—	99,5	99,3	93,1	66,1	27,5	9,6	0,6	—
Sylvin . . .	—	98,8	99,5	97,5	93,6	86,2	75,8	58,5	15,5
Fluorit . . .	84,4	16,4	—	—	—	—	—	—	—

Mengen von Strahlen verschiedener Wellenlänge Steinsalz, Sylvin und Fluorit bei einer Schichtdicke von 1 cm hindurchlassen.

Die vorhergehende Tabelle gibt das hindurchgelassene Quantum in Prozenten der einfallenden Strahlenmenge an.

Endlich haben Rubens und Aschkinass (1898) die Absorption untersucht, welche die Reststrahlen des Steinsalzes (52 μ) und Sylvins (61 μ) durch verschiedene Substanzen erleiden. Wir wollen hier einige der von ihnen gefundenen Zahlenwerte folgen lassen, welche die Menge der durchgelassenen Strahlen in Prozenten angeben; d bedeutet hierbei die Dicke der absorbierenden Schicht:

Substanz	d mm	52 μ Proz.	61 μ Proz.
Paraffin	0,5	52	63
Quarz	0,5	61	77
Flußspat	5,6	4	6
Glimmer	0,02	53	55
Guttapercha	0,1	50	56
Fischblase	0,03	60	68
Steinsalz	3,0	0	0
Sylvin	2,0	0	0
Glas	0,12	0	0
Schwefelkohlenstoff	1,0	98	97
Benzol	1,0	85	83
Steinöl	1,0	66	82
Toluol	1,0	28	48
Wasser	1,0	0	0
Alkohol	1,0	0	0
Äther	1,0	0	0

Die Absorptionsspektren glühender Dämpfe und Gase sind von Ångström und Paschen untersucht worden. Ersterer findet folgende Banden im infraroten Spektrum: Äthylen (C_2H_4) 2,78, 4,32, 9,21, 13,45 bis 16 μ und weiter; CO_2 4,32 μ; CO 4,52 μ. Paschen findet für Wasserdampf die Hauptbanden zwischen 4,860 und 6,520 μ (das Maximum bei 5,9 μ), sowie zwischen 6,25 und 8,54 μ (Maximum bei 6,527 μ).

Rubens und Aschkinass haben die Absorption untersucht, welche die Strahlen bis zur Wellenlänge $\lambda = 20\,\mu$ durch Wasserdampf und Kohlensäure erleiden. Für Wasserdampf ergeben sich sechs Absorptionsbanden zwischen $\lambda = 11\,\mu$ und $\lambda = 18\,\mu$, CO_2 hat eine breite Absorptionsbande bei 14,7 μ. Später hat Rubens (1913) die Absorptionsbanden des Wasserdampfes im Reststrahlengebiet zwischen 45 und 120 μ untersucht und drei starke Banden bei 50, 66 und 79 μ und schwächere bei 58 und 103 μ gefunden. Eva v. Bahr (1913) hat nachgewiesen, daß die Banden bei 5,9 und 6,5 μ aus einer großen Anzahl einzelner Streifen bestehen; in einer späteren Arbeit hat sie ferner die Absorption von Bromwasserstoff, Chlorwasserstoff, Kohlenoxyd und Kohlensäure bei großer Dispersion untersucht; auch die bei diesen Stoffen auftreten-

den Banden zeigten eine Reihe Maxima, z. B. konnten in der einen Bande des HCl 12 Maxima nachgewiesen werden. Alle diese Beobachtungen bilden eine glänzende Bestätigung einer Theorie von Bjerrum. Nach der kinetischen Gastheorie sind die Bewegungen der Moleküle in erster Linie translatorischer Art. Daneben treten Rotationsbewegungen der Moleküle um verschiedene Achsen im Molekül und Schwingungsbewegungen der Atome gegeneinander auf. Die Energie der Rotationsbewegung eines Moleküls um eine Achse ist gleich dem halben Produkt des Trägheitsmomentes J in bezug auf die Drehachse und des Quadrats der Winkelgeschwindigkeit (Bd. I, Abt. 1, S. 112), also $= \frac{1}{2}(2\pi\nu)^2 J$, wo ν die Anzahl der Umdrehungen in der Sekunde bedeutet. Von Bjerrum (1912) ist die kühne Hypothese aufgestellt worden, daß nicht alle möglichen Rotationsgeschwindigkeiten auftreten können, sondern nur gerade die, für welche die Rotationsenergie der Moleküle ein ganzes Vielfaches des halben Energiequantums $h\nu$ (S. 5) ist. Die möglichen Umdrehungen werden also durch die Gleichung gegeben

$$\frac{J}{2}(2\pi\nu)^2 = \frac{1}{2} n h \nu \qquad (21,\mathrm{b})$$

wo n die ganzen Zahlen 1, 2, 3 usw. durchläuft. Wenn das Molekül selbst oder Teile desselben elektrisch geladen sind, so müssen sich die Rotationen des Moleküls optisch bemerkbar machen. Die Moleküle werden eine besonders starke Absorption für die Wellenlänge zeigen, deren Schwingungszahl mit der Rotationszahl zusammenfällt. Ein Gas mit rotierenden elektrisch geladenen Molekülen wird eine Reihe Absorptionslinien zeigen. In der Tat lassen sich die von Rubens und Aschkinass und Eva v. Bahr gefundenen Absorptionslinien in zwei Gruppen teilen, deren jede durch die Formel (21, b) wiedergegeben wird. Für die eine Gruppe ist das Trägheitsmoment $J_1 = 0{,}96 \cdot 10^{-40}$, für die zweite $J_2 = 2{,}21 \cdot 10^{-40}$. Daß zwei Trägheitsmomente auftreten, ist leicht verständlich; es bedeutet, daß das Wasserdampfmolekül in zwei zueinander senkrechten Richtungen verschieden ausgedehnt ist und daher in bezug auf Achsen in diesen Richtungen verschiedene Trägheitsmomente besitzt. Die folgende Tabelle nach Eucken (1913) zeigt, wie genau die beobachteten mit den berechneten Werten übereinstimmen.

Versuche über die spezifische Wärme des Wasserstoffs, über die in Bd. III berichtet werden soll, bestätigen die Theorie von Bjerrum ebenfalls.

Da die Spektren in diesem Fall durch Rotationen der Moleküle hervorgerufen werden, nennt man sie Rotationsspektren.

Mit großer Genauigkeit ist in letzter Zeit (1918) das Absorptionsspektrum des Wasserdampfes untersucht worden von Rubens und G. Hettner (1916) und von G. Hettner (1918). Der Meßbereich des letzteren erstreckte sich von $0{,}8\,\mu$ bis $36\,\mu$, also zwischen $5\frac{1}{2}$ Oktaven

Ultrarote Absorptionsbanden des Wasserdampfes.

λ beobachtet in μ		λ berechnet in μ	
Rubens und Aschkinass	v. Bahr	$J = 0{,}96 \cdot 10^{-40}$	$J = 2{,}21 \cdot 10^{-40}$
10,9	—	10,8	—
11,6	—	11,6	—
12,4	—	12,4	—
13,4	—	13,3	—
14,3	—	14,4	—
15,7	—	15,8	—
17,5	—	17,3	—
—	—	19,3	—
—	—	21,6	—
—	25	24,8	25,0
—	27	—	26,7
—	28	28,9	28,5
—	30	—	30,7
—	33	34,7	33,3
—	36	—	36,5
—	39	—	40,0
—	42	43,3	—
—	45	—	44,5
50	47—50	—	50,0
etwa 58	54—56	57,8	57,2
66—67	64—69	—	66,6
78—80	79—81	—	80,0
—	91—92	87	—
etwa 103	109	—	100
—	124—128	—	150
—	170—172	173	—
—	240—250	—	200
—	385—398	—	400

und umfaßt daher ungefähr die Hälfte des ganzen ultraroten Wasserdampfspektrums, das bei $1000\,\mu$ zu Ende zu sein scheint. Die zahlreichen im langwelligen Gebiete beobachteten Maxima ließen sich ebenfalls durch die Bjerrumsche Theorie erklären. Für die Hauptträgheitsmomente ergaben sich die Werte:

$$J_1 = 3{,}94 \cdot 10^{-40}; \quad J_2 = 1{,}99 \cdot 10^{-40}; \quad J_3 = 1{,}95 \cdot 10^{-40}.$$

J_2 und J_3 sind somit nur wenig voneinander verschieden.

Zur Theorie des Rotationsspektrums haben außer Bjerrum Planck (1917), Schwarzschild u. a. wertvolle Beiträge geliefert. Einen zusammenfassenden Bericht über die Rotationsspektren der Gase hat Hettner: Die Naturwissenschaften **9**, 566, 1921, gegeben.

Noch auf andere Weise führen theoretische Überlegungen zur Berechnung der ultraroten Eigenfrequenzen, welche den Absorptions- bzw. Emissionslinien entsprechen. Nach einer Theorie von Madelung (1909) sind die ultraroten Eigenfrequenzen mit denen identisch, welche stehende elastische Schwingungen besitzen, deren halbe Wellenlänge

gleich dem Abstande benachbarter Moleküle ist. Es müssen demnach Beziehungen zwischen den mechanischen Eigenschaften eines Körpers und den ultraroten Eigenfrequenzen bestehen. Die Theorie Madelungs führt zu der Formel für die Wellenlänge λ_M, welche der Eigenfrequenz entspricht:

$$\lambda_M = C\sqrt{\frac{M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{4/3}}\cdot K}\sqrt[3]{D},$$

wo M_1 und M_2 die Molekulargewichte (bzw. Atomgewichte) der beiden gegeneinander schwingenden entgegengesetzt geladenen Teile des Moleküls, K die Kompressibilität, D die Dichte des Körpers und C eine empirisch zu bestimmende Konstante bedeuten. Nun fällt die Frequenz der ultraroten Absorptionsstreifen wenigstens angenähert mit der der Reststrahlen zusammen, so daß ein Vergleich der nach dieser Formel berechneten und direkt beobachteten Wellenlängen möglich ist. Die Übereinstimmung ist eine sehr gute. Es ist dies die erste Beziehung, welche aus mechanischen Eigenschaften optische Größen zu berechnen gestattet.

Auf eine ganz andere Weise hat F. A. Lindemann (1910) die ultraroten Eigenfrequenzen berechnet, indem er von der Hypothese ausging, daß die Schwingungsamplitude benachbarter Moleküle bei dem Schmelzpunkt gerade groß genug ist, um eine Berührung derselben herbeizuführen. Er gelangt so zu der Formel:

$$\lambda = C_1\sqrt{\frac{M v^{2/3}}{T}},$$

wo T die absolute Schmelztemperatur und $v = \frac{M}{D}$ das Molekularvolumen bedeuten. Als schwingende Teile sind hier die Moleküle angenommen. Sind die Ionen die Schwingungsträger, so geht die Formel über in

$$\lambda = C_2\sqrt{\frac{M_1 M_2}{M_1+M_2}\cdot\frac{v^{2/3}}{T}}.$$

Wie gut die Madelungsche und Lindemannsche zweite Formel die beobachteten Reststrahlenstreifen wiedergibt, geht aus folgender Tabelle hervor, in der λ_M die Wellenlänge nach der Madelungschen Formel und λ_L die nach der zweiten Lindemannschen Formel berechneten Werte wiedergibt. Die Konstante wurde so bestimmt, daß für KBr die beobachtete und berechnete Wellenlänge übereinstimmen.

Weitere Beziehungen zwischen den ultraroten Eigenfrequenzen und thermischen Konstanten haben Grüneisen und Einstein abgeleitet. Wir werden hierauf, wie auf diesen ganzen Gegenstand, noch ausführlich in Bd. V zu sprechen kommen.

Substanz	λ_M μ	λ_L μ	beobachtet μ
NaCl	52,9	50,3	52,0
KCl	63,8	65,6	63,4
AgCl	84,6	84,0	81,5
KBr	82,6	82,6	82,6
TlCl	81,3	99,3	91,5
KJ	100,4	98,1	94,1
AgBr	76,7	116,6	112,7
TlBr	115,8	139,4	117,0
TlJ	147,1	177,7	151,8

§ 22. Anomale Dispersion. Für die Mehrzahl der Substanzen wächst der Brechungsquotient innerhalb des sichtbaren Spektralgebiets, wenn die Wellenlänge λ der Strahlen im Vakuum abnimmt, d. h. die Farbenfolge von Rot bis Violett bleibt die gleiche, einerlei woraus das ablenkende Prisma besteht. Es gibt aber auch Substanzen, in welchen eine „anomale" Farbenzerstreuung erfolgt, d. h. für welche der Brechungsquotient n keine kontinuierlich wachsende Funktion bei Abnahme von λ ist; solche Substanzen liefern anomale Spektren, in denen die Reihenfolge der Farben von der gewöhnlichen abweicht.

Bereits 1862 hatte Le Roux gefunden, daß Joddampf die roten Strahlen stärker bricht als die blauen (die übrigen werden absorbiert); später hat Hurion den Brechungsquotienten n des Joddampfes bei 700° gemessen und für die roten Strahlen den Wert $n = 1{,}0205$, für die violetten $n = 1{,}019$ gefunden. Die von Le Roux gemachte Entdeckung blieb ziemlich unbeachtet, bis Christiansen (1870 bis 1871) die anomale Dispersion in Alkohollösungen von Fuchsin entdeckte. Es möge hier eine Zusammenstellung der Brechungsquotienten für einige Fraunhofersche Linien in einer 18,8 proz. alkoholischen Lösung und in reinem Alkohol folgen:

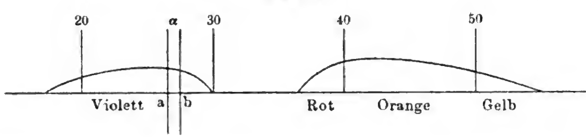
Strahl	18,8 proz. Fuchsinlösung	Alkohol
B	1,450	1,363
C	1,502	—
D	1,561	1,365
F	1,312	1,370
G	1,285	1,373
H	1,312	1,376

In Fig. 179 ist das Spektrum graphisch dargestellt, das man mittels eines mit Fuchsinlösung gefüllten Prismas vom brechenden Winkel $\alpha = 1^0\,14'\,10''$ erhält. Die Abszissen bedeuten die Ablenkungen der Strahlen, die Ordinaten entsprechen der Intensität der Strahlen. Am schwächsten abgelenkt sind die violetten Strahlen, am stärksten die

gelben: die grünen Strahlen fehlen gänzlich. Besonders bemerkenswert ist die bedeutende Größe der Dispersion: die Werte von n schwanken zwischen 1,285 und 1,561, so daß ihr Unterschied gleich 0,276 ist, während derselbe für Alkohol nur gleich 1,376 — 1,363, also gleich 0,013 ist. Der Abstand der beiden bei α in Fig. 179 befindlichen Geraden gibt die Länge ab des gesamten sichtbaren Spektrums an, das man von reinem Alkohol erhalten würde.

Kundt dehnte die Versuche von Christiansen auf eine große Menge von Substanzen aus und gab in einer ganzen Reihe von klassischen Arbeiten mehrere bequeme Methoden zur Untersuchung der anomalen Dispersion an. Ausgehend von gewissen theoretischen Betrachtungen, sah er das Vorhandensein der anomalen Dispersion in den Substanzen voraus, welche eine intensive Oberflächenfärbung mit metallischem Glanze aufweisen. Diese Substanzen reflektieren in hohem Grade gewisse

Fig. 179.



Strahlen, und zwar gerade diejenigen, welche sie beim Durchgange absorbieren.

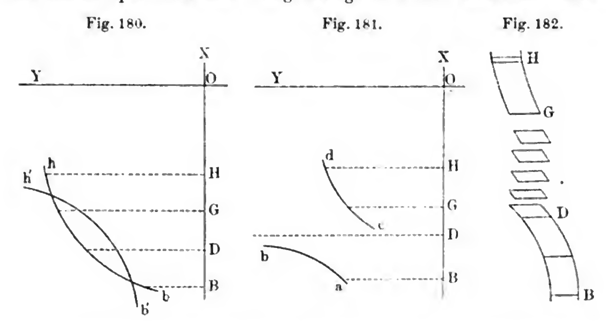
Kundt hat somit zuerst auf den Zusammenhang zwischen der anomalen Dispersion und der Absorption der Strahlen hingewiesen. Er untersuchte ferner die Spektren verschiedener Substanzen nach einer gleich zu erwähnenden Methode und fand, daß die Absorption in der Tat anomale Dispersion zur Folge hat, wobei folgende Regel gilt: Geht man von den Strahlen mit größerer Wellenlänge, d. h. vom infraroten Ende des normalen Spektrums aus, so wächst der Brechungsquotient n in anomaler Weise bei Annäherung an das Absorptionsgebiet; umgekehrt haben die den absorbierten (ihrer Wellenlänge nach) benachbarten Strahlen, die dem violetten Ende des normalen Spektrums näher liegen, einen anormal kleinen Absorptionskoeffizienten.

Die Kundtsche Methode (Methode der gekreuzten Prismen) besteht im folgenden: Man verringert die Länge des (vom Projektionsapparate) hell beleuchteten, etwa horizontal gestellten Spalts und entwirft mittels eines Prismas mit horizontaler Kante (oder mittels eines Diffraktionsgitters) ein schmales, vertikales Spektrum. Sei $HGDB$ (Fig. 180) dieses Spektrum. Bringt man zwischen das erste Prisma (oder Gitter) und den Schirm oder zwischen den Schirm und das Auge ein zweites Prisma mit vertikaler Kante, so verschiebt sich das Spektrum HB zur

Seite und verschieben sich hierbei die einzelnen Teile des Spektrums HB um so mehr, je größer der Brechungsquotient der Substanz des zweiten Prismas für die entsprechenden Strahlen ist. Besitzt diese Substanz ein normales Dispersionsvermögen, so wird das Spektralende H am stärksten verschoben, das Ende B am schwächsten und man sieht das neue Spektrum seitlich in schräger Lage. Da die partielle Dispersion in verschiedenen Substanzen eine verschiedene ist (S. 249), so sind die Ordinaten Y im allgemeinen den Abszissen X nicht proportional, insbesondere für den Fall, daß das erste Spektrum mittels eines Gitters erhalten war. Man erhält somit ein Spektrum, welches nach der einen oder anderen Seite hin gebogen ist: hb oder $h'b'$.

Besitzt nun aber die Substanz, aus welcher das zweite Prisma besteht, ein anomales Dispersionsvermögen, so ist die seitliche Ablenkung des ersten Spektrums eine unregelmäßige und man erhält ein neues

Fig. 180. Fig. 181. Fig. 182.



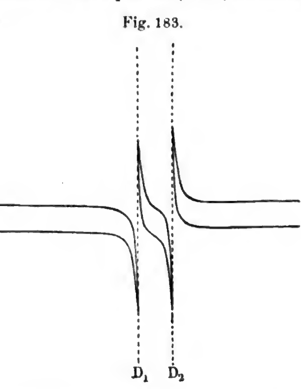
Spektrum, in welchem die Anordnung der Farben die Brechbarkeit eines jeden Strahls in der Substanz jenes zweiten Prismas direkt angibt. Enthält das zweite Prisma eine nicht zu schwache Cyaninlösung, so erhält man ein Bild, wie es Fig. 181 darstellt. Bei D erfolgt Absorption; die Brechung wächst schnell vom roten Ende B an, so daß der Zweig ab entsteht; auf den absorbierten Teil folgt schwache Brechung (in c) und der zweite Zweig des Spektrums ist cd.

In Wirklichkeit erhält man keine linienförmigen Spektren, sondern solche in Gestalt schmaler Streifen. In Fig. 182 ist ein abgelenktes Spektrum abgebildet, welches man erhält, wenn das zweite Prisma eine schwache Lösung von übermangansaurem Kali enthält; dieselbe gibt im durchgehenden Lichte ein Spektrum mit fünf dunklen Streifen im Grün. Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, entspricht jedem einzelnen Streifen, d. h. jeder Absorption, eine anomale Dispersion. Geht man vom roten Ende B aus, so nimmt die Brechung stark zu vor der

Absorptionsbande und verringert sich hinter derselben. In ähnlicher Weise hat Kundt eine ganze Reihe von verschiedenen Lösungen und festen Substanzen untersucht.

Im Jahre 1880 gelang es Kundt, anomale Dispersion in einer Gasflamme nachzuweisen, welche Natriumdämpfe enthielt und wie ein Prisma wirkte, dessen horizontale brechende Kante nach oben gekehrt ist. Die der D-Linie nahen Strahlen wurden von der Flamme abgelenkt, und zwar die Strahlen $\lambda - \alpha$ (wo λ die Wellenlänge ist, die zur D-Linie gehört, α aber eine kleine Größe darstellt) nach unten, die Strahlen $\lambda + \alpha$ nach oben. Winkelmann hat (1887) diese Versuche wiederholt, wobei er der Flamme eine Gestalt gab, die sich der Form eines dreiseitigen Prismas noch mehr näherte. Ferner hat H. Becquerel (1898) anomale Dispersion in der Natriumflamme für jede der beiden Linien D_1 und D_2 gesondert beobachtet. Hierbei zeigte sich, daß die Brechungsquotienten n für sehr kleine α kleiner als Eins waren. Sehr genau hat zuerst Julius (1900) diesen Fall von anomaler Dispersion untersucht. Fig. 183 zeigt einen Teil des Spektrums von weißem Licht, welches durch eine Natriumflamme gegangen ist, deren Wirkung einem mit der brechenden Kante nach unten gekehrten Prisma entspricht. Die Strahlen D_1 (λ_1) und D_2 (λ_2) sind absorbiert, die Strahlen $\lambda_1 - \alpha$ und $\lambda_2 - \alpha$ nach unten, die Strahlen $\lambda_1 + \alpha$ und $\lambda_2 + \alpha$ nach oben abgelenkt. Wood ist es sogar gelungen, noch weiter zu gehen. Er beobachtete anomale Dispersion in reinem Natriumdampf, indem er Stücke dieses Metalls innerhalb einer horizontalen Röhre erhitzte, welche Wasserstoff enthielt. Die Versuche ließen sich darstellen durch die Dispersionsformel:

Fig. 183.



$$n^2 = 1 + \frac{m\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2},$$

wobei für λ_m der Wert 589,3 $\mu\mu$ angenommen und ferner vorausgesetzt wurde, daß die beiden den D-Linien entsprechenden Absorptionsstreifen als einer anzusehen seien. Dies war erlaubt, da in dem dichten Dampf alles Licht zwischen den beiden D-Linien absorbiert wurde. Wie erstaunlich genau die Formel die Beobachtungen wiedergibt, geht aus der folgenden Tabelle hervor.

Wellenlänge in 0,1 μ	Brechungsquotient		Wellenlänge in 0,1 μ	Brechungsquotient	
	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet
	1,000 117	—	584 3	0,998 492	—
750 0	1,000 197	—	582 7	0,998 862	—
631 0	1,000 291	1,000 285	580 7	0,999 093	—
620 0	1,000 335	—	575 0	0,999 505	—
613 7	1,000 523	1,000 52	570 0	0,999 599	—
605 5	1,000 658	—	565 0	0,999 650	—
601 3	1,000 934	—	546 0	0,999 829	0,999 829
597 7	1,000 934	—	540 0	0,999 848	—
596 0	1,001 164	—	530 0	0,999 881	0,999 885
594 2	1,001 532	—	450 0	0,999 951	0,999 965
591 6	1,002 972	—	361 0	0,999 670	—
587 5	0,995 410	0,995 8	377 0	0,999 977	0,999 981
586 7	0,996 929	0,996 92	226 0	0,999 988	0,999 995
585 8	0,997 11	—			
585 0	0,998 172	0,99815			
587 5	0,995 8	0,995 4	590 4	1,009 2	—
588 2	0,989 0	0,990 8	590 1	1,013 8	—
588 5	0,983 0	0,987 0	589 94	1,018 4	—
588 66	0,975 0	0,974 0	589 76	1,055 7	—
588 84	0,945 0	0,944 3	589 7	1,094	—
588 96	0,697	0,614	589 64	1,386	—
599 1	1,004 6	—			

Spätere Untersuchungen von **Loria** (1909), **Roshdestwensky** (1912) und **Bevan** (1911) haben ergeben, daß die Übereinstimmung eine noch bessere wird, wenn man die beiden Absorptionslinien des Natriums berücksichtigt, und eine zweigliedrige Dispersionsformel (z. B. die Helmholtz-Sellmeiersche fünfkonstantige Formel S. 253) anwendet.

Ebert (1903) gab den Metalldämpfen Prismenform, indem er heißen Wasserstoff von beiden Seiten gegen den Dampf strömen und durch ein Abzugsrohr nach oben entweichen ließ. Bei den beiden Kaliumlinien ließ sich die anomale Dispersion in vorzüglicher Weise beobachten. Auch hier zeigte sich in der Nähe der beiden Linien $n < 1$. Wie **Julius** und **van der Plaats** (1911) nachgewiesen, bedingen auch die einzelnen Linien im Bandenspektrum, z. B. beim Jod, Brom, NO_2, anomale Dispersion. Bei zahlreichen anderen Metallen, z. B. K, Rb, Li, Ag, Cu, Ba, Sr, Ca, Mg, In, Cd, Hg, Al, Sn, Tl, sind von **Puccianti**, **Julius**, **Pringsheim**, **Schön**, **Bevan** u. a. Versuche und Messungen angestellt worden, die durchweg zeigen, daß die selektiv absorbierenden Linien stets anomale Dispersion zeigen.

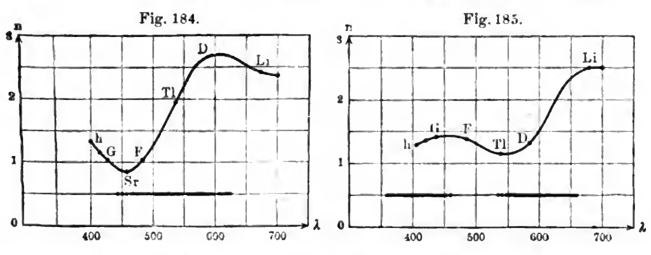
Die Bedeutung, welche die Erscheinungen der anomalen Dispersion durch die Arbeiten von **Julius** für die Erklärung der Sonnenphänomene erlangt hat, ist oben des näheren dargelegt worden. **Julius** hat auch die berühmte Erscheinung des „**grünen Strahls**“ beim Sonnenuntergang am Meer durch anomale Dispersion erklärt.

Genaue Messungen über die anomale Dispersion organischer Farbstoffe hat **Pflüger** (1895) ausgeführt. Er untersuchte die Brechung einer Reihe von bestimmten Strahlen in Prismen aus fester Substanz, nämlich aus Fuchsin, Cyanin, Malachitgrün, Magdalarot und Hoffmannsviolett; der brechende Winkel der Prismen schwankte dabei zwischen 40″ und 130″. Die Größe von n wurde für folgende Strahlen bestimmt:

Äußerstes Rot . . .	7030	H_2 (F)	4860
Li	6710	Sr	4610
Na (D)	5890	H_2 (G)	4340
Tl	5350	H_2 (h)	4100

Die eingeklammerten Buchstaben bedeuten hier die entsprechenden **Fraunhoferschen** Linien. Für **Fuchsin** fanden sich folgende Werte:

	Äußerstes Rot	Li	D	Tl	F	Sr	G	h	405 $\mu\mu$
$n =$	2,30	2,34	2,64	1,95	1,05	**0,83**	1,04	1,17	1,38



In Fig. 184 sind als Abszissen die Wellenlängen λ, als Ordinaten die Werte von n gewählt; der schwarze Strich zeigt das Gebiet der vom Fuchsin absorbierten Strahlen.

Sehr bemerkenswert ist es, daß für $\lambda = 4610$ (Sr) der Wert $n < 1$ erhalten wurde; noch kleinere Werte haben wir früher (S. 235 und 237) bei einigen Metallen kennen gelernt.

Ein ähnliches Resultat ist für den als Hoffmannsviolett bekannten Farbstoff erhalten worden: für den Strahl F (4860) ergab sich $n = 0{,}86$. Von anderen von **Pflüger** untersuchten Substanzen ist das **Malachitgrün** besonders interessant, das im durchgehenden Lichte zwei Absorptionsbanden liefert. Die entsprechenden Werte des Brechungsquotienten sind

	Äußerstes Rot	Li	D	Tl	F	G	4160	h
$n =$	2,49	2,50	1,33	1,16	1,45	1,38	1,37	1,28

In Fig. 185 sind die Messungsresultate dargestellt und die beiden erwähnten Absorptionsgebiete bezeichnet.



Zu den anomal dispergierenden Substanzen gehören, wie wir bereits (S. 235) gesehen haben, die Metalle; beim Cu, Ag, Au und Na-Dampf kommen Werte von n vor, die kleiner als Eins sind.

Die anomale Dispersion in Fuchsinlösungen hat J. Schtscheg-ljajew sehr eingehend untersucht; er findet das Minimum des Brechungsquotienten bei $\lambda = 4700$, was mit den Resultaten von Pflüger vollkommen übereinstimmt.

Einen bemerkenswerten Fall der anomalen Dispersion von infraroten Strahlen im Quarz hat Nichols untersucht. Er zeigte zuerst, daß Quarz alle diejenigen Strahlen absorbiert, für welche $\lambda > 8\,\mu$ ist. Das Gebiet der anomalen Dispersion befindet sich bei $\lambda < 8\,\mu$, und als Werte für den Brechungsquotienten ergaben sich die folgenden:

$\lambda =$	4,5	5,0	5,8	6,25	6,45	7,0 μ
$n =$	1,450	1,417	1,368	1,309	1,274	1,167
$\lambda =$	7,2	7,4	7,6	7,8	8,0	8,05 μ
$n =$	1,080	**1,000**	0,930	0,702	0,478	0,366

Für $\lambda > 7{,}4$ erhält man also auch hier $n < 1$.

Eine theoretische Erklärung der anomalen Dispersion hat zuerst Sellmeier gegeben, der seine Theorie bereits entwickelt hatte, bevor die Versuche von Christiansen bekannt wurden. Er sah die Existenz dieser anomalen Dispersion voraus und bemühte sich bereits 1866, sie in Fuchsinlösungen aufzufinden.

Im Jahre 1872 entwickelte er seine Theorie eingehend; als Grundlage derselben diente eine Untersuchung über den Einfluß der materiellen Moleküle auf den schwingenden Äther. Sind die Moleküle imstande, Schwingungen von bestimmter Dauer auszuführen, so übertragen sich solche Schwingungen vom Äther auf die Stoffmoleküle, und es erfolgt Absorption der entsprechenden Strahlen. Hierbei muß sich denn der Brechungsquotient der benachbarten Strahlen in anomaler Weise ändern. Übrigens hat Boussinesq noch früher (1868) eine Theorie entwickelt, welche auf Wechselwirkung zwischen Äther und Materie beruht. Eine ähnliche Theorie hatten Maxwell (1869) und O. E. Meyer (1872) gegeben. Helmholtz hat denselben Gedanken weiter verfolgt und (im Jahre 1874) eine neue Theorie der Dispersion gegeben. Er erhielt die Formel

$$n^2 = 1 + P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_1^2},$$

in welcher P, Q und λ_1 Konstante sind und die sich von der Kettelerschen Formel (S. 253) nicht wesentlich unterscheidet.

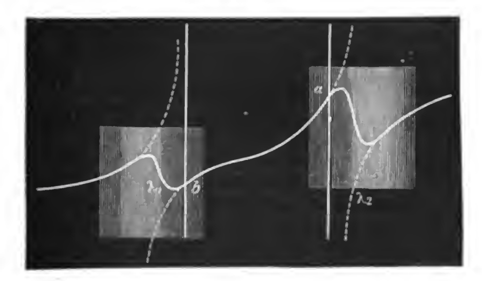
Im Jahre 1893 legte Helmholtz den Grund zu einer elektromagnetischen Theorie der Dispersion, und diese weist direkt auf die Möglichkeit solcher Fälle hin, wo $n < 1$ ist.

Auf S. 252 hatten wir die allgemeineren Formeln angegeben (3, d), zu denen die Theorie der Dispersion bei ihrem gegenwärtigen Stande führt. Drude (1904), der sie auf Grund der Elektronentheorie abgeleitet hat, gibt der ersten derselben folgende spezielle Form:

$$n^2 = a^2 + \sum \frac{N_h e_h^2}{\pi m_h} \frac{\lambda_h^2}{1 - \lambda_h^2/\lambda^2} \quad \cdots\cdots \quad (22)$$

wo n der Brechungskoeffizient für die Wellenlänge λ, λ_h eine Eigenwellenlänge des Elektronensystems (d. h. eine Wellenlänge, bei der Absorption stattfindet), N_h die Anzahl der absorbierenden Elektronen pro cm³, e_h deren elektromagnetisch gemessene Ladung und m_h deren Masse bedeuten, und die Summe für alle möglichen Eigenwellenlängen zu nehmen ist. Die Lorentzschen und Planckschen Dispersionstheorien führen zu einer ähnlichen Formel, bei der die Konstante λ_h mit

Fig. 186.



einem Faktor multipliziert erscheint, welcher etwas größer als die Einheit ist. Eine Ableitung der Formel (22) hat auch Sommerfeld (1917) gegeben. Für Zwecke der Praxis genügt in vielen Fällen die Formel

$$n^2 = n_\infty^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{N}{\lambda^2 - \lambda_2^2} \quad \cdots\cdots \quad (22,\mathrm{a})$$

wo λ_1 und λ_2 die mittleren Wellenlängen in den Absorptionsbanden oder -linien sind. Wählt man Formel (3, d), S. 252, und beschränkt sich auf zwei Glieder der Summe, so wird der Zusammenhang zwischen n und λ, wie Paschen (1894) gezeigt hat, durch die in Fig. 186 wiedergegebene zusammenhängende Kurve dargestellt. Vernachlässigt man die Größe g (also auch k), läßt man also Formel (22, a) gelten, so erhält man die punktierte Kurve.

Die von uns zum Teil bereits erwähnten Arbeiten von Pflüger, Ketteler, Paschen, Aschkinass, Rubens und Nichols u. a. haben es vollauf bestätigt, daß die Gesetze der anomalen Dispersion durch die

erwähnten Formeln tatsächlich ausgedrückt werden. Bei Anwendung der Formel (22, a) erhält man, wenn man $\lambda = \lambda_\infty$ setzt,

$$n^2 = n_\infty^2$$

und somit aus der Maxwellschen Beziehung (S. 96) die Dielektrizitätskonstante. Paschen berechnete aus der fünfkonstantigen Formel (22, a) (s. S. 365) die Dielektrizitätskonstante des Flußspats zu 6,09, während sie direkt zu 6,7 — 6,8 bestimmt worden ist. In ähnlicher Weise berechneten Rubens und Nichols n_∞^2 für eine Reihe von Substanzen und verglichen die so erhaltenen Werte mit den direkt gemessenen Dielektrizitätskonstanten. Wie gut die mit Hilfe der fünfkonstantigen Dispersionsformel (22, a) berechneten n_∞^2 mit den tatsächlich gemessenen Dielektrizitätskonstanten übereinstimmen, geht aus folgender Zusammenstellung hervor:

Stoff	n_∞^2	Dielektrizitäts-konstante
Flintglas	6,77	6,7 —9,1
Flußspat	6,09	6,8 —6,9
Steinsalz	5,18	5,8 —6,29
Quarz.	4,58	4,55—4,73
Sylvin	4,55	4,94

Wo die Zahlen, wie bei Flußspat und Steinsalz, in den beiden Reihen voneinander abweichen, kann man schließen, daß im äußersten Ultrarot noch ein Absorptionsstreifen vorhanden ist. Durch die Untersuchung der Dispersion einer Substanz wird man instand gesetzt, ihre Absorptionsbanden oder -linien zu berechnen, d. h. die Wellenlängen λ_1, λ_2, λ_3 usw. für die Strahlen zu finden, welche von dieser Substanz emittiert, absorbiert und „metallisch" reflektiert werden. Diese Strahlen entsprechen den Eigenschwingungen der Substanz; sie sind für die Substanz charakteristisch, ihre Bestimmung ist daher außerordentlich wichtig. F. Martens hat (1901) zum Teil auf Grund eigener Messungen der Dispersion und Berechnungen der Wellenlängen λ_1, λ_2 usw., zum Teil nach Arbeiten anderer eine Zusammenstellung dieser Wellenlängen der Eigenschwingungen für verschiedene Substanzen gegeben. Auf diese Weise wurden z. B. erhalten:

Flußspat	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
($CaFl_2$)	0,09508 μ	24,0 μ	31,6 μ	40,526 μ
	(ber.)	(beob.)	(beob.)	(ber.)
Sylvin	λ_1	λ_2	λ_3	
(KCl)	0,13527 μ	0,16071 μ	61,1 μ	
	(ber.)	(ber.)	(beob.)	
Steinsalz	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
(NaCl)	0,11073 μ	0,15632 μ	51,2 μ	87 μ (?)
	(ber.)	(ber.)	(beob.)	(ber.)

In einer später (1902) publizierten Arbeit hat Martens Diamant, P, S, Cl, Se, Br und J untersucht und für diese Substanzen die Wellenlängen λ_1 bestimmt.

Nach Paschen (Ann. d. Phys. **26**, 127, 1908) genügen aber die Martensschen Formeln nicht zur Darstellung der Beobachtungen.

In ähnlicher Weise sind von Clemens Schaefer und seinen Schülern, Gehrts (1915), Traub (1920) u. v. a. Eigenfrequenzen bestimmt worden, so von Cl. Schaefer die ultraroten Eigenfrequenzen vieler Sulfate, Carbonate, Nitrate usw. Sämtliche Nitrate zeigen Eigenschwingungen bei etwa $7{,}5\,\mu$, $12{,}5\,\mu$ und $15\,\mu$, die der Gruppe NO_3 zuzuschreiben sind. Ebenso findet Gehrts in einer Lösung von Ammoniumnitrat bei $7{,}5\,\mu$, in einer Lösung von Silbernitrat bei $7{,}65\,\mu$ ein Maximum der Reflexion. Reinkober (1920) findet für das Ammoniumion die Eigenschwingungen bei $3{,}2\,\mu$, $5{,}8\,\mu$ und $7\,\mu$; nach Cl. Schaefer zeigen sämtliche Sulfate bei $9\,\mu$ und $16\,\mu$ zwei Stellen ausgeprägter selektiver Absorption, das CO_3-Ion bei $6{,}5\,\mu$, $11{,}5\,\mu$ und etwa bei $14{,}5\,\mu$. Nach Traub besitzt die Luft die Eigenfrequenzen $\lambda = 1511$ und $\lambda = 708$ Å.-E., die erstere ist dem Sauerstoff zuzuschreiben. Diese Zahlen dürften aber alle nur als angenäherte gelten, denn wie Försterling (1920) bewiesen hat, ist das Reflexionsmaximum gegenüber der Eigenfrequenz verschoben; aus den von ihm aufgestellten Formeln ergibt sich die Eigenfrequenz z. B. für

Steinsalz etwa $60\,\mu$ (Maximum der Reflexion bei $52\,\mu$),
Sylvin „ $74\,\mu$ („ „ „ „ $64\,\mu$).

Diese Werte weichen von denen von Martens berechneten stark ab; sie beweisen, daß die Verschiebung recht beträchtlich ist und keineswegs vernachlässigt werden darf.

Wir haben auf S. 365 die Drudesche Formel der Dispersion angeführt. Aus der Messung der Dispersion läßt sich eine Reihe von Schlüssen über die darin vorkommenden Größen ziehen. So folgt z. B. für Flußspat und ähnliche Körper, bei denen die Dispersion durch ultraviolette und infrarote Eigenschwingungen hervorgerufen wird, der Satz, daß bei allen ultravioletten Schwingungen das Verhältnis e/m [Ladung e zur Elektronenmasse m (S. 7)] viel größer ist, als bei den ultraroten Eigenschwingungen. Der Gedanke liegt nahe, daß die violetten Eigenschwingungen durch die negativen Elektronen, die infraroten Eigenschwingungen durch das positiv geladene Molekül oder Teile desselben hervorgerufen sind. Auch über die Dispersionselektronen hat man eine Reihe Schlüsse ziehen können. Wir verstehen hierunter diejenigen Elektronen, die innerhalb eines gewissen Spektralbereichs die Brechbarkeit des Mediums hauptsächlich beeinflussen. Aus einer großen Anzahl von Messungen geht hervor, daß die Dispersionselektronen die gleichen sind, die durch den Zeemaneffekt als Zentrum der Emission

erwiesen sind, und daß ihre Zahl in Gasen relativ zur Gesamtzahl der Gasmoleküle gering ist.

Zu einer Beziehung zwischen ultraroter und ultravioletter Eigenfrequenz gelangte F. Haber (1911). Er ging von der Vorstellung aus, daß für zwei schwingende Gebilde von den Massen m und m_1, den Frequenzen ν und ν_1, die Beziehung $\nu^2 . m = \nu_1^2 . m_1$ gelten muß. Faßt man die ultraroten Eigenschwingungen als solche der Ionen von der Masse m, die ultravioletten als Schwingungen der Elektronen von der Masse m^1 auf, so wird $\nu_r^2 . m = \nu_v m^1$. Ist $m = M . H$ [M = Molekulargewicht, H = Masse eines Wasserstoffatoms und $m = m/e . e$ (s. S. 7)], so erhält man nach Einsetzung der bekannten Werte für H, e und m/e für die den Eigenschwingungen entsprechenden Wellenlängen

$$\lambda_{\text{violett}} . 42{,}81 \sqrt{M} = \lambda_{\text{rot}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Diese Beziehung findet sich bei den regulär kristallisierenden Salzen, den Metallen und Halogenen erfüllt. So ist z. B. für Steinsalz die Reststrahlenwellenlänge $\lambda_{\text{rot}} = 51{,}2\,\mu$, woraus man berechnet: $\lambda_\nu = 156{,}4\,\mu\mu$, während Martens aus der Dispersion $156{,}3\,\mu\mu$ fand. Ersetzt man in der Formel M durch $2M$, so erhält man eine zweite ultraviolette Eigenschwingung bei $110{,}6\,\mu\mu$, während Martens $110{,}7$ fand. Bei Sylvin, Flußspat, Li, Na, K, Rb, Cs, Jod wurde die Formel bestätigt gefunden.

Es sei hier nochmals auf das Vorhandensein der außerordentlich großen anomalen Dispersion in Substanzen, wie Wasser, verschiedenen Alkoholen, einigen Glassorten usw. hingewiesen, deren Dielektrizitätskonstanten sehr groß sind, so daß die Strahlen von sehr großer Wellenlänge (die elektrischen Strahlen) in ihnen ganz außerordentlich große Brechungsquotienten haben, welche z. B. für Wasser bis zum Werte $n = 9$ gehen. Hiervon war schon auf S. 238 die Rede. Aus der Beziehung $K = n^2$, wo K die Dielektrizitätskonstante, n der Brechungsquotient für Strahlen mit sehr großem λ ist, folgt, daß alle Substanzen, für welche K große Werte hat, z. B. $K > 5$, anomale Dispersion der Strahlen von großer Wellenlänge aufweisen.

Die allgemein gültige Formel (22, a) zeigt, daß es überhaupt keinen Sinn hat, von normaler und anomaler Dispersion zu sprechen. Alle Substanzen haben Absorptionsgebiete, folglich besitzen alle Substanzen anomale Dispersion. Sogenannte normale Dispersion $\left(\frac{dn}{d\lambda} < 0\right)$ findet statt, wenn das Absorptionsgebiet sich bei kleineren, anomale, wenn es sich bei größeren Wellenlängen befindet. Das Auftreten der gewöhnlichen normalen Dispersion im Gebiet der sichtbaren Strahlen zeigt also, daß die betreffende Substanz ein Absorptionsgebiet im Ultravioletten besitzt.

In der Natur gibt es keine anomalen physikalischen Erscheinungen.

Th. Petruschewski hat auf die interessanten Fälle von scheinbarer anomaler Dispersion hingewiesen, welche beim Übergange des Lichts aus einem Medium ins andere auftreten, falls sich die Brechungsquotienten beider Medien nur wenig voneinander unterscheiden, so z. B. beim Übergange aus Flintglas von 20° in Flintglas von 0°, aus Zimtöl von 10° in solches von 22,5°, aus wässeriger NaCl-Lösung in Wasser, aus H_2SO_4 von gewisser Dichte in H_2SO_4 von anderer Dichte, aus Äther in Wasser usw. Beim Übergange des Lichts z. B. aus H_2SO_4 von der Dichte 1,786 83 in solche von der Dichte 1,742 47 geht die gewöhnliche Reihenfolge (*A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*) der Fraunhoferschen Linien in die folgende über:

H, *G*, *E*, *F*, *D*, *B*, *C*, *A*.

Normale und anomale Dispersion tritt ebenfalls bei elektrischen Wellen auf. Derartige Messungen sind von Cl. Schaefer (1905) u. a. durchgeführt worden. Weitere Einzelheiten und die Theorie der anomalen Dispersion werden in Bd. V behandelt werden.

§ 23. Farben der Körper und Strahlen. Die verschiedenen festen, flüssigen und gasförmigen Substanzen haben im allgemeinen eine bestimmte Färbung; sie zeigen eine Farbe, welche von der Farbe derjenigen Strahlen abhängt, die unter den gegebenen Bedingungen von der Oberfläche der Substanz zum Auge des Beobachters gelangen. Die Farbenempfindung hängt von der Einwirkung dieser Strahlen auf das Gesichtsorgan ab und repräsentiert gleichzeitig einige Eigenschaften der betrachteten Substanz. In der Farbenlehre hat man demnach zwei Fragen zu unterscheiden: die Lehre von der Farbe als einer Eigenschaft der Substanz und die Lehre von der Farbenempfindung, welche von gegebenen Strahlen hervorgerufen wird.

Die Empfindung, welche uns ein schwarzer Körper vermittelt, hat man zu den Farbenempfindungen zu rechnen, denn die Vorstellung, welche wir von einem solchen schwarzen Körper empfangen, unterscheidet sich durchaus von dem Fehlen jeglicher Empfindung.

Als farblos pflegt man solche Substanzen zu bezeichnen, die, obgleich sie sich auf dem Wege der zu unserem Auge gelangenden Strahlen befinden, in keinerlei Weise auf die durch jene Strahlen vermittelte Farbenempfindung einwirken.

Für eine gegebene Substanz oder Körper hat man zwischen der sogenannten Oberflächenfärbung und der inneren Färbung, welche sich beim Durchgang von Strahlen durch die Substanz zeigt, zu unterscheiden.

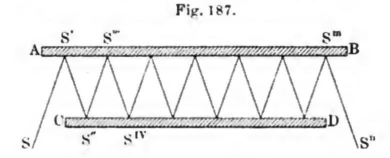
In beiden Fällen hängt die Färbung von dem Einflusse der Substanz auf die sichtbaren Strahlen ab.

Die Entstehungsweise der Oberflächenfärbung ist im allgemeinen die folgende: wenn Lichtstrahlen auf die Oberfläche eines

Körpers auftreffen, so wird ein Teil derselben reflektiert. Die übrigen Strahlen dringen bis zu einer gewissen Tiefe in das Innere der Substanz ein. Ein Teil derselben wird absorbiert, wobei die strahlende Energie in andere Energieformen übergeht, gewöhnlich in Wärmeenergie; ein anderer Teil wird von der Substanz wieder ausgesandt, und zwar nach allen Seiten hin, und gesellt sich den regelmäßig reflektierten Strahlen hinzu. Von diesem zweiten Teil hängt die Oberflächenfärbung der Körper ab. Daß letztere von den reflektierten Strahlen nicht abhängt, geht daraus hervor, daß eine gut polierte Oberfläche, welche die Strahlen spiegelt, selbst nicht sichtbar ist und keinerlei Färbung zeigt. Bei gewöhnlicher Beleuchtung einer Oberfläche mit weißem Lichte wird, wie gesagt, ein Teil der Strahlen reflektiert, weshalb man nicht die wahre Farbe der Körperoberfläche sieht, sondern eine Farbe, die bei Abschwächung der ersten durch weißes Licht entsteht.

Fig. 187 erläutert schematisch die Methode von Prévost zur Bestimmung der wahren Farbe von Metallen. AB und CD sind zwei

Fig. 187.



Platten aus dem gegebenen Metalle; sie sind einander mit ihren polierten Flächen zugekehrt, und wird der Strahl SS' an ihnen mehrfach reflektiert, um zuletzt die Richtung $S^m S^n$ zu erhalten. Bei jeder Reflexion werden die Strahlen absorbiert, die nicht in der Eigenfarbe des Metalls enthalten sind. Nach mehrmals erfolgter Reflexion kann man daher annehmen, jene Strahlen seien vollständig zurückgehalten und nur diejenigen übrig geblieben, die von der Oberflächenschicht des beleuchteten Metalls ausgesandt werden und deren wahre Farbe bestimmen. Man beobachtet also letztere in S^n. Auf diese Weise hat Prévost gefunden, daß die Farbe des Goldes rotorange, die des Silbers orange, des Kupfers hellpurpurn ist. W. Rosenberg hat darauf aufmerksam gemacht, daß die Oberflächenfarbe vom Einfallswinkel der beleuchtenden Strahlen abhängt, und hat einen Apparat konstruiert, welcher zur bequemen Beobachtung der betreffenden Änderungen in der Färbung dienen kann.

Margot machte die Beobachtung, daß einige Legierungen aus weißen Metallen eine eigentümliche Farbe haben. So hat z. B. eine Legierung aus 72 Proz. Al und 28 Proz. Pt eine goldgelbe Farbe, aus 20 bis 25 Proz. Al und 75 bis 80 Proz. Co eine gelbliche, aus 18 Proz. Al und 82 Proz. Ni eine rotgelbe, aus Al und Pd eine rosa Färbung.

Die Pulver farbloser Substanzen, z. B. von verschiedenen Kristallen, Glas und auch der Schaum farbloser Flüssigkeiten, etwa von Wasser, erscheinen weiß. Es erfolgt nämlich in solchen pulverförmigen Körpern, wie auch im Schaume mehrfache Brechung und totale Reflexion, weshalb sie nur in geringem Maße durchsichtig sind; ein beträchtlicher Bruchteil der in ein Pulver oder den Schaum eingetretenen Strahlen tritt aus denselben wiederum nach allen möglichen Richtungen aus, und erstere erscheinen daher weiß.

Eine interessante Behandlung der Fragen nach der Entstehung der Oberflächenfarben von Metallen und anderen Körpern mit „metallischer Färbung", wie man sie nicht selten und sogar im Tierreiche findet, enthält das Werk von Walter, „Oberflächen- oder Schillerfarben", Braunschweig 1895. Wir kommen auf dieses Werk noch zurück.

Die innere Färbung einer Substanz hängt von der Absorption bestimmter Strahlen innerhalb dieser Substanz ab; man beobachtet sie auch an sogenannten undurchsichtigen Körpern, wenn man eine hinreichend dünne Schicht der betreffenden Substanz betrachtet. So läßt z. B. ein dünnes Goldblättchen grüne, ein solches aus Silber hellblaue Strahlen hindurch.

Ein bemerkenswertes Beispiel der Undurchlässigkeit zeigt die Kohle. Dufour fand, daß eine Schicht Kohle von nur $\frac{1}{2000}$ mm Dicke undurchsichtig ist, doch kann man durch sie hindurch die Sonnenscheibe erkennen; eine Schicht von $\frac{1}{700}$ mm Dicke ist vollkommen undurchsichtig. Wenn sich 0,75 cbkm Kohle als Rauchwolke in der Atmosphäre gleichmäßig verteilten, so würde an der Erdoberfläche völlige Finsternis herrschen.

Reines Wasser hat nach den Untersuchungen von Spring an sich blaue Färbung; nach Rayleigh (1910) dagegen grüne bis grünblaue. Das tiefe Blau der hohen See soll nicht die Eigenfarbe des Wassers sein, sondern durch Reflexion des Blaus des Himmels entstehen.

Es sind zahlreiche Untersuchungen gemacht worden zur Erklärung der natürlichen Färbung von Flüssen und besonders Seen. Sehr ausführlich hat Freiherr von und zu Aufsess (1903) diese Frage untersucht; er kam zum Schluß, daß die Farbe von Seen ausschließlich durch die im Wasser gelösten Stoffe hervorgerufen wird. Er teilt alle Seen in vier Gruppen ein: blaue, grüne, gelblichgrüne und gelbe oder braune.

Bisweilen wirkt eine geringfügige Änderung im chemischen Bau einer Substanz sehr stark auf deren Absorptionsfähigkeit ein, indem sie die Farbe der sie durchdringenden Strahlen ändert. So verwandelt sich z. B. das schwach gelbliche Gas N_2O_4 bei der Erwärmung in das dunkelbraune NO_2.

Jod erscheint in Schwefelkohlenstoff, Chloroform und in einigen anderen Lösungsmitteln violett, in anderen Lösungsmitteln, z. B. Alkohol,

Eisessig dagegen braun. Das Spektrum des ersteren ist dem des freien Jods in Dampfform außerordentlich ähnlich, während das Spektrum der anderen von Lösungsmittel zu Lösungsmittel verschieden ist. Bei Temperaturzunahme ändert sich der Farbton nach Violett. Beckmann, Waentig (1909) u. a. erklären die braune Farbe durch die Annahme, daß sich eine Additionsverbindung des Jods mit dem Lösungsmittel bildet, die bei höherer Temperatur zerfällt.

Schütze hat auf den Umstand aufmerksam gemacht, daß bei Zunahme des Molekulargewichts die Farbe verwandter Elemente gesättigter wird; als Beispiel hierfür können Fluor (farblos), Chlor, Brom und Jod dienen.

Bei sehr niedriger Temperatur sind S, J, Br und Cl (fest) weiß; Moissan und Dewar (1903) haben gezeigt, daß auch festes Fl bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs (20,5° abs.) weiß ist.

Kurbatow (1907) hat eine große Anzahl von Farblösungen zwischen 1100° und — 180° untersucht. Allgemein zeigten sich bei Temperaturerniedrigung die grüngelben, gelben, orangefarbenen, roten, purpurnen und vielleicht auch violetten Töne schwächer werdend, während niemals ein auch noch so geringes Schwächerwerden von Indigo–Hellblau, Grünblau und Grün beobachtet wurde.

Farbstoffe, deren Moleküle einen möglichst einfachen Bau aufweisen, sind gelb oder grünlichgelb. In dem Maße, wie der Bau der Moleküle durch Einführung einer der sogenannten bathochromen Gruppen (Hydroxyl, Methyl, Oxymethyl, Carboxyl, Phenyl) oder Elemente (Fl, Cl, Br, J) komplizierter wird, geht die Farbe allmählich in Orange, Rot, Violett, Dunkelblau und Grün über: es ist dies die sogenannte Nietzkische Regel (1879).

Eine solche Änderung entspricht der allmählichen Verschiebung der Absorptionsbanden nach den Strahlen mit größerer Wellenlänge hin. Schütze (1892) hat gezeigt, daß es hypsochrome Gruppen gibt, welche eine Verschiebung der Absorptionsbanden, also auch eine Farbenänderung in umgekehrter Richtung hervorrufen. O. Witt hat gefunden, daß bei vielen Substanzen die Färbung, d. h. die Absorption dieser oder jener Teile des Spektrums durch bestimmte Atomgruppen veranlaßt wird, z. B. NO_2, —N=N— u. a.; er nannte diese Chromophone.

O. Wiener hat gezeigt, daß die Oberfläche eines Körpers in gewissen Fällen auch die Farbe derjenigen Strahlen annehmen kann, welche hinreichend lange auf sie eingewirkt haben. Hierher können einerseits lichtempfindliche, mit Chlorsilber bedeckte Oberflächen gerechnet werden, andererseits die Oberflächen der Körper einiger Tiere (Raupen). Es soll auf diese bemerkenswerten Untersuchungen von Wiener im Kapitel von der chemischen Wirkung der strahlenden Energie genauer eingegangen werden.

Wir wenden uns nunmehr der wichtigen Frage nach der Mischung der Farben zu; es sind hierbei zwei Fälle oder richtiger zwei Arten von Mischung auseinanderzuhalten.

Der erste Fall tritt ein bei Mischung zweier pulverförmiger Pigmente (Farben im gewöhnlichen Sinne) oder zweier gefärbter Flüssigkeiten, die nicht chemisch aufeinander einwirken. Der Farbeneindruck, welcher in diesem Falle erhalten wird, ist keineswegs gleich demjenigen, wie er durch gleichzeitige Einwirkung zweier Strahlenbündel auf unser Auge entsteht, deren Farben gleich jenen der zur Mischung gelangenden Pigmente oder Flüssigkeiten sind. In diesem letzteren Falle tritt eine gewisse Summierung der Eindrücke ein; das auf unser Auge wirkende Lichtbündel enthält Strahlen von allen den Farben (Wellenlängen), welche in diesem und jenem der einzelnen Strahlenbündel enthalten sind. Vergleicht man die einzelnen Strahlen in jenen Strahlenbündeln mit Faktoren, so kann man das durch Mischung derselben entstehende Bündel mit dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen vergleichen, das alle überhaupt vorkommenden Faktoren enthält.

Bei der Mischung von Pigmenten oder farbigen Flüssigkeiten jedoch hat man es nicht mit einer Summierung der Eindrücke, vielmehr gewissermaßen mit einer Subtrahierung derselben zu tun. Das auf unser Auge einwirkende Strahlenbündel enthält nur die Strahlen, welche den zur Mischung gelangenden Farben gemeinsam sind; man hat hier also etwas vor sich, was an den größten gemeinsamen Teiler mehrerer Größen erinnert. Dieser Fall der Farbenmischung ist somit dem Falle analog, wo weiße Strahlen nacheinander zwei gefärbte Medien durchsetzen, etwa zwei übereinandergelegte farbige Gläser: Es wird hierbei ein Strahlenbündel erhalten, dessen Strahlen sowohl das eine, als auch das andere Medium passiert haben, also in der Farbe jedes der einzelnen Medien enthalten sind. Ebensolch eine Auswahl der Strahlen erfolgt auch bei der Mischung verschiedenfarbiger Pigmente, da die einfallenden Strahlen in das Gemisch bis zu einer gewissen Tiefe eindringen und zum Teil von Partikeln wieder ausgesandt werden, welche sich nicht unmittelbar an der Oberfläche befinden. Die Strahlen gehen somit auf ihrem Wege nacheinander durch Teilchen der verschiedenen Pigmente hindurch und können somit nur die von ihnen die Oberfläche erreichen, welche in den Farben beider Pigmente enthalten sind.

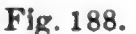
Bei Mischung eines gelben und blauen Pigments erhält man bekanntlich eine grüne Farbe, denn grüne Strahlen gehören als benachbart fast stets zu den von gelben und blauen Medien hindurchgelassenen Strahlen.

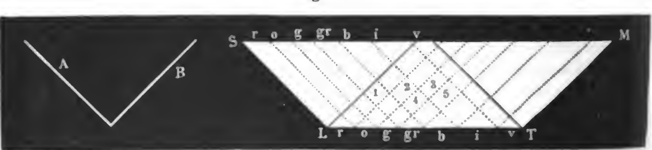
Wir kommen jetzt zum zweiten Falle der Mischung von Farben. Das Resultat einer derartigen Mischung, d. h. der Eindruck, welchen ein Strahlengemenge auf das Auge ausübt, hängt zum Teil von einem rein subjektiven Elemente ab und kann bei verschiedenen Personen

verschieden sein. Alles hierher Gehörige steht übrigens in mehr oder weniger engem Zusammenhange mit der Lehre vom Auge und Sehen. Helmholtz hat vier Methoden der Mischung von Strahlen angegeben, nach denen man ihre Einwirkung auf das Auge bestimmen kann.

1. Man bringt zwei Spektren oder verschiedene Teile desselben Spektrums zur Deckung. Es kann dies sowohl objektiv (auf einem Schirm) als auch subjektiv geschehen. In letzterer Weise hat Helmholtz selbst die Methode angewandt.

Der Kollimatorspalt eines Spektroskops erhält die Form *AB* (Fig 188), so daß man von jeder Hälfte desselben ein Spektrum erhält.


Fig. 188.



Diese Spektren überlagern einander in ihrem mittleren Teile, wobei in verschiedenen Punkten verschiedene Kombinationen von je zwei Farben entstehen. So erhält man z. B. im Felde 1 eine Mischung von Rot und Grün, in 2 eine solche von Orange und Hellblau, in 4 Gelb und Hellblau usw.

2. Man breitet auf einer ebenen Fläche in *b* und *g* (Fig. 189) zwei farbige Papierblätter aus und bringt nach *p* eine Glastafel. Das Auge hat man sodann in eine solche Stellung *o* zu bringen, daß in dasselbe gleichzeitig die von *b* ausgehenden und *p* durchdringenden, sowie die von *g* ausgehenden und von *p* reflektierten Strahlen gelangen.

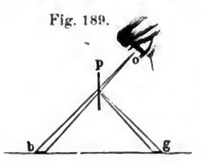


Fig. 189.

3. Auf eine runde Scheibe oder einen Zylinder trägt man farbige Sektoren oder Streifen auf; setzt man darauf die Scheibe oder den Zylinder in schnelle Drehung, so erhält man den Eindruck, als ob sich die Farben mischen, und zwar summieren sich die durch sie hervorgerufenen Eindrücke.

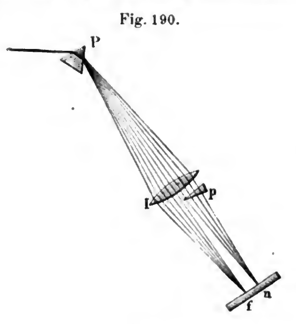
4. Man betrachtet den gemeinsamen Rand zweier aneinanderstoßender farbiger Flächen durch ein doppelbrechendes (s. unten) Prisma aus Kalkspat. Zwischen den beiden Bildern des Randes erscheint dann ein Streifen, welcher beide Farben gemischt enthält.

Zum Mischen von mehr als zwei Farben läßt sich die dritte der genannten Methoden verwenden.

Ein einfacher Apparat, mit dem man das Resultat der Mischung von Strahlen und Farben zeigen kann, stammt von W. Rosenberg.

Ein Gemisch aus sämtlichen Spektralfarben gibt, wie Newton gezeigt hat, die weiße Farbe. Teilt man die Gesamtheit der Strahlen des Spektrums in irgendwelche zwei Gruppen und mischt alle Strahlen jeder einzelnen Gruppe, so erhält man zwei Farben, welche, miteinander gemischt, offenbar Weiß ergeben müssen. Zwei solche Farben heißen Komplementärfarben. Man kann diese in der Weise erhalten, daß man zunächst mittels der Linse *l* (Fig. 190) die vom Prisma *P* ausgehenden Strahlen in einem kleinen weißen Kreise *f* sich sammeln läßt und hierauf einen Teil dieser Strahlen durch das kleine Prisma *p* zur Seite ablenkt. Besser gelingt der Versuch, wenn man hinter dem Prisma *P* ein besonderes Diaphragma anbringt und dessen Öffnung mittels der Linse *l* auf einen Schirm projiziert; das kleine Prisma *p* hat man jedoch an die Stelle zu bringen, wo der Laternenspalt, das Prisma *P* und die Linse *l* ein Spektrum entwerfen.

Fig. 190.



Die Untersuchungen von Helmholtz haben gezeigt, daß man das Weiß nicht nur durch Mischung sämtlicher Spektralstrahlen erhalten kann, sondern auch bei Mischung nur einiger weniger Strahlen, ja sogar nur zweier verschiedenfarbiger Strahlen. Auch in diesem Falle nennt man die beiden einfachen oder zusammengesetzten Farben, welche zusammengenommen Weiß ergeben, komplementäre.

Zur Untersuchung der Mischungen von verschiedenfarbigen Strahlen haben sich Helmholtz und nach ihm Kries, Frey, Schelske, König und Dieterici u. a. verschiedener objektiver und subjektiver Methoden bedient. Zu diesen gehörte auch die Methode der geneigten Spalte (Methode 1, S. 374). Um bei dieser Methode das Intensitätsverhältnis zweier miteinander zu mischender Strahlen verändern zu können, wurde entweder die Breite eines der Spalte *A* oder *B* (Fig. 188, links) geändert, oder es wurden beide Spalte um die Kollimatorachse gedreht, wobei sich die Neigung der Spektren gegen ihre gemeinsame Basis änderte; das eine von ihnen wurde schmäler und heller, das andere breiter und schwächer. Außerdem verfuhr Helmholtz auch folgendermaßen: er entwarf ein objektives Spektrum auf einem Schirme mit zwei parallelen Spaltöffnungen, so daß durch diese zwei verschiedenfarbene Strahlenbündel hindurchgingen, die dann durch eine Sammellinse auf

einem zweiten Schirme vereinigt wurden. Endlich hat Helmholtz ein Spektrophotometer zur Mischung von Strahlen konstruiert, welches von seinen oben genannten Nachfolgern angewandt worden ist.

Bei Mischung zweier Spektralfarben erhält man folgende neue Farben: Purpur, Weiß und Übergänge der Spektralfarben zum Weiß. Letztere sind Gemische aus den Spektralfarben und Weiß, sie sind um so gesättigter, je weniger Weiß ihnen beigemengt ist. Die reinen Spektralfarben besitzen den höchsten Sättigungsgrad.

Die purpurne Farbe entsteht durch Mischung von Rot und Violett. Ein ungesättigter Purpur erscheint rosa; dieselbe Farbe entsteht auch durch Mischung von Orange und Dunkelblau.

Zwei reine Spektralfarben können, wie bereits erwähnt, Weiß geben, d. h. komplementär zueinander sein.

Nach Helmholtz sind die folgenden Spektralfarben zueinander komplementär:

	Wellenlänge			Wellenlänge
Rot	6562	und	Grünblau	4921
Orange	6072	„	Hellblau	4897
Gelb	5853	„	Hellblau	4854
Gelb	5739	„	Hellblau	4821
Gelb	5671	„	Dunkelblau	4645
Gelb	5644	„	Dunkelblau	4618
Grünlichgelb	5636	„	Violett	4330 (und kleiner).

Interessant ist es, daß gelbe und hell- (oder dunkel-) blaue Strahlen zusammen Weiß ergeben; wie es kommt, daß man bei den Mischungen gelber und blauer Pigmente grüne Farbentöne erhält, ist bereits im vorhergehenden erörtert worden.

Die genannten Nachfolger von Helmholtz haben ebenfalls Tabellen der Komplementärfarben entworfen, die aber voneinander etwas abweichen.

Die grüne Farbe hat zur komplementären den Purpur, also eine zusammengesetzte Farbe.

Helmholtz hat gezeigt, daß, wenn man die Wellenlängen λ und λ_1 komplementär einfacher Farbenpaare (s. die Tabelle oben) in ein rechtwinkliges Koordinatennetz einträgt, man eine Kurve erhält, die sich einem Aste einer gleichseitigen Hyperbel nähert, deren Achse unter 45° zum Koordinatensystem liegt. V. Grünberg (1904) hat sämtliche Messungen von Helmholtz und seinen Nachfolgern berechnet und gefunden, daß sie sich überraschend genau dem Hyperbelgesetz fügen. Die von Grünberg abgeleitete Gleichung der Hyperbel lautet:

$$(\lambda - 559).(498 - \lambda_1) = 424,$$

λ bedeutet die Wellenlänge der dem roten, λ_1 die Wellenlänge der dem violetten Ende des Spektrums zugewendeten Farbe.

Lambert hat einen Apparat zum Aufsuchen der Komplementärfarbe einer gegebenen Farbe konstruiert und Dove einen solchen zum Aufsuchen zweier Komplementärfarben. Beide Apparate sind von Th. Petruschewski vervollkommnet worden. In Fig. 191 ist der erste seiner Apparate in der Seitenansicht, in Fig. 192 in der Draufsicht dargestellt. Das als Fuß dienende Brettchen DD trägt eine geschwärzte Metalltafel mit zwei Ausschnitten, in welche farbige Täfelchen oder Stücke durchsichtiger farbiger Körper hineingeschoben oder flache, mit farbigen Flüssigkeiten gefüllte Gefäße eingesetzt werden. In beiden letzten Fällen wird auf DD ein weißes Kartonblatt gelegt. Die farblose, um eine horizontale Achse drehbare Glasplatte C dient dazu, die von beiden betrachteten Flächen ausgehenden Strahlen, die einen nach Durchgang durch C, die anderen nach Spiegelung an C, in derselben Richtung ins Auge zu bringen. Man sieht nun beide farbige Flächen gleichzeitig und hat durch Drehung von C die relativen Mengen des reflektierten Lichts so lange zu ändern, bis die erlangte Mischfarbe als Weiß erscheint. Nach den Formeln von Fresnel (s. Kapitel von der Polarisation) kann man berechnen, welche Bruchteile der beiden farbigen reflektierten bzw. durchgehenden Strahlenbündel bei ihrer Mischung Weiß ergeben.

Fig. 191.

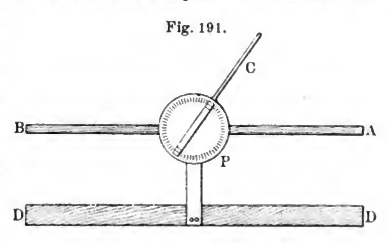
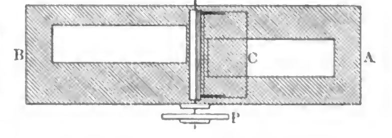


Fig. 192.



Helmholtz, König und Dieterici haben auch die Mischung nicht komplementärer Spektralfarben studiert. Hierbei zeigte sich, daß zwei Farben, welche im normalen Spektrum einander näher liegen als komplementäre, eine der zwischen ihnen gelegenen Farben ergeben, die um so weniger gesättigt ist, je weiter die miteinander gemischten Farben voneinander entfernt sind, d. h. also, je näher sie sich den komplementären befinden. Mischt man zwei Farben, welche im Spektrum weiter auseinanderliegen als die komplementären, so entsteht entweder Purpur oder eine der Farben, welche zwischen einer der gewählten Farben und dem ihr zunächst liegenden Ende des Spektrums sich befinden. In diesem Falle ist der Sättigungsgrad der erhaltenen Farbe

um so höher, je weiter die gewählten Farben voneinander entfernt sind. Man ersieht dies aus folgender Tabelle:

	Violett	Indig-blau	Cyan-blau	Blau-grün	Grün	Grün-gelb	Gelb
Rot . . .	Purpur	Dunkel-rosa	Weiß-rosa	Weiß	Weiß-gelb	Gold-gelb	Orange
Orange . .	Dunkel-rosa	Weiß-rosa	Weiß	Weiß-gelb	Gelb	Gelb	—
Gelb . . .	Weiß-rosa	Weiß	Weiß-grün	Weiß-grün	Grün-gelb	—	—
Grüngelb .	Weiß	Weiß-grün	Weiß-grün	Blau-grün	—	—	—
Grün . .	Weiß-blau	Wasser-blau	Blau-grün	—	—	—	—
Blaugrün .	Wasser-blau	Wasser-blau	—	—	—	—	—
Cyanblau .	Indigblau	—	—	—	—	—	—

C. Maxwell hat die Frage nach der Darstellung der Farben, insbesondere der Spektralfarben, untersucht. Es seien P, Q und R die Lichtmengen von drei Grundfarben bei einer Spaltbreite des Spektroskops, die als Einheit angenommen ist; als Grundfarben nahm er Rot, Grün und Blau mit den Wellenlängen

$$\begin{array}{cccc} & P\,(\text{Rot}) & Q\,(\text{Grün}) & R\,(\text{Blau}) \\ \lambda = & 0{,}630\,\mu & 0{,}528\,\mu & 0{,}457\,\mu \end{array}$$

Maxwell zeigte nun, daß jede Farbe X durch Mischung der Teile p, q, r (Spaltbreite) der Farben P, Q und R erhalten werden könne; er drückte dies durch folgende Formel aus:

$$X = pP + qQ + rR \quad \text{. . . . .} \quad (24)$$

Maxwell hat auch eine (von Rayleigh vervollständigte) Tabelle der Größen p, q und r für die verschiedenen Spektralfarben zusammengestellt, aus der hier einige Zahlen folgen mögen:

λ	p	q	r
6330	0,420	0,009	0,063
5620	0,484	1,246	— 0,032
4880	— 0,050	0,340	0,495
4410	0,025	0,016	0,693

Die negativen Werte der Koeffizienten haben den Sinn, daß man bei Hinzufügung zu der Farbe X, z. B. zu 5620 einer gewissen Menge der Farbe R (0,032), denselben Farbenton erhält, wie bei Mischung von $0{,}484\,P + 1{,}246\,Q$.

Doubt (1898) hat die Methode zur Bestimmung der Koeffizienten p, q und r vervollkommnet. Maxwell hat auch eine graphische Methode zur Darstellung der Farben mit Hilfe des sogenannten Dreiecks

der Farben gegeben, auf welche wir jedoch nicht näher eingehen. Eine praktische Anwendung hat die Maxwellsche Theorie in der sogenannten Dreifarbenphotographie und beim Dreifarbendruck gefunden. Näheres über diesen Gegenstand findet man in Vogels „Photographie", Braunschweig 1902; A. Donath: Die Grundlagen der Farbenphotographie, Braunschweig 1906, und O. Wiener: Über Farbenphotographie und verwandte naturwissenschaftliche Fragen, Verh. Deutsch. Naturf. und Ärzte 1908. Hier sei nur kurz das Folgende erwähnt. Die wichtigsten bis jetzt durchgearbeiteten Verfahren der Farbenphotographie lassen sich in zwei Klassen einordnen: erstens die direkten Verfahren und zweitens die indirekten. Die ersten zerfallen wieder in zwei Abteilungen, je nachdem sie auf stehende Wellen oder auf Erzeugung von Körperfarben in den Silberhalogenen beruhen. Über beide wird später berichtet werden. Die indirekten Methoden kann man ebenfalls in zwei Unterabteilungen zusammenfassen, nämlich in die additiven Verfahren, bei denen die verschiedenen Farben durch Addition der drei Grundfarben gewonnen werden, und zweitens in die subtraktiven Verfahren, bei denen durch subtraktive Mischung dreier Grundfarben alle möglichen Farbentöne hervorgebracht werden. Bei dem additiven Verfahren nimmt man von dem wiederzugebenden Gegenstand drei Teilbilder mit einem gewöhnlichen photographischen Apparat auf, derart, daß bei der ersten Aufnahme durch geeignete Farbfilter nur die roten Strahlen auf die photographische Platte wirken, bei der zweiten nur die grünen und bei der dritten nur die blauen. Die von den hellen Stellen des Originals ausgehenden Strahlen haben jetzt geschwärzte Stellen der Platte hervorgebracht. Man verfügt also über drei Negative; von diesen stellt man drei die Helligkeit wieder umkehrende Diapositive her, bringt sie vor die drei entsprechend gefärbten Gläser in einen eigens zu diesem Zweck gebauten Projektionsapparat, justiert die drei Bilder derart, daß sie bei der Projektion zur Deckung kommen und man hat dann ein diapositives farbiges Bild. Auch die subjektive Strahlenmischung ist mit Erfolg benutzt worden, um farbige Photographien zu erhalten. Joly nahm zu dem Zweck ein sehr enges Dreifarbenraster, welches durchzogen war von roten, grünen und violetten Linien. In einigem Abstand betrachtet, sieht es gleichmäßig grau aus. Hinter dasselbe wird eine photographische Platte gebracht, die für alle Strahlen empfindlich ist. Nach der Aufnahme wird ein Diapositiv hergestellt, welches in dieselbe Lage zum Raster gebracht wird, in der sich vorher das Negativ befand; beim Betrachten sieht man ein farbiges Bild. Die Gebrüder Lumière haben das Verfahren verbessert, indem sie an Stelle des Rasters feine in drei Farben gefärbte Stärkekörner von etwa $^1/_{100}$ mm Dicke brachten, die in einfacher Schicht plattgedrückt, keinen Zwischenraum zwischen sich lassen. Jede Platte enthält Farbschicht und lichtempfindliche Schicht in sich vereinigt.

Auch durch subtraktive Verfahren dreier Grundfarben können wir alle möglichen Farbentöne hervorrufen; jedoch müssen dieselben komplementär zu den Grundfarben des additiven Verfahrens sein; Gelb, Grünblau und Purpur sind also dafür zu wählen. Hierauf sind ebenfalls sehr verschiedene Ausführungsarten ausgearbeitet worden.

Wir gehen nunmehr zur allgemeinen Frage nach der Mischung verschiedener Mengen einer beliebig großen Zahl einfacher Spektralfarben über. Die Zahl der hierbei auftretenden möglichen Kombinationen und entstehenden Farbentöne ist eine unendlich große. In Wirklichkeit aber erhält man nur eine der Spektralfarben oder Purpur, die mehr oder weniger gesättigt erscheinen, d. h. eine größere oder geringere Beimengung von Weiß aufweisen. Der Farbeneindruck, den irgend eine Farbenmischung, d. h. irgend eine Farbe, hervorruft, ist eine Funktion von drei Variablen: 1. der Menge x der gesättigten Farbe (Spektralfarbe oder Purpur), 2. der Wellenlänge λ dieser Farbe (wenn es nicht Purpur ist), 3. der Menge y weißer Farbe, welche der ersten beigemengt ist.

Fig. 193.

Bereits Newton hat eine Regel angegeben, nach welcher man den Farbenton einer Mischung aus den sieben Spektralfarben bestimmen kann. Er teilte einen Kreisumfang in sieben Teile, die sich zueinander wie die Zahlen $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$ oder die Zahlen 80, 45, 72, 80, 72, 45, 80 (Summe 474) verhalten. Der erste Bogen entspricht der roten Farbe (R, Fig. 193), der zweite dem Orange (O) usw. Seien nun noch ferner mit r, o, g, gr usw. die Schwerpunkte jener Bogen bezeichnet. Um dann das Mischungsresultat anzugeben, das man erhält, wenn man die Menge a der roten, b der orangenen, c der gelben Farbe usw. nimmt, hat man folgendermaßen zu verfahren: man stellt sich vor, an den Punkten r, o, g, gr ... griffen die parallelen Kräfte a, b, c, d ... an, dann gilt es, den Angriffspunkt M der Resultante F dieser Kräfte zu finden. Der Punkt M bestimmt durch seine Lage die gesuchte Farbe, welche gleich derjenigen ist, die man durch Mischung der Mengeneinheit der Spektralfarbe im Punkte N mit der Menge $\frac{MN}{AN} = \frac{s-\delta}{s}$ weißer Farbe erhält ($s = AN$, $\delta = AM$). Die Helligkeit der gesuchten Farbe wird durch die Größe jener Resultante F bestimmt. Diese Newtonsche Regel bestätigt sich jedoch nicht vollständig.

Wie wir sahen, sind alle Farben mit Ausnahme der Spektralfarben und des Purpurs Übergänge der letzteren zum Weiß. Es können daher alle überhaupt möglichen Farben auf einem Kreise angeordnet werden, längs dessen Umfang die gesättigten Farben (die Spektralfarben nebst Purpur), in dessen Zentrum sich Weiß befindet. An den Radien oder Sektoren eines solchen Kreises entlang liegen dann alle die verschiedenen Farbentöne. Die Unterschiede der Helligkeit lassen sich durch eine dritte Koordinate ausdrücken, welche senkrecht zur Kreisfläche ist. Auf letztere Art erhält man die Lambertsche Farbenpyramide, an deren Spitze sich Schwarz befindet.

Versuche, eine Nomenklatur der verschiedenen Farben zu schaffen, sind von Chevreuil, Forbes, Doppler u. a. gemacht worden. Wir kehren zur Frage nach den Farben noch später bei Besprechung der Young-Helmholtzschen Theorie zurück.

In neuerer Zeit hat namentlich W. Ostwald sich mit dem Studium und der Systematik der Pigmentfarben beschäftigt. An Stelle der drei Helmholtzschen Farbenempfindungskoordinaten: Farbton, Sättigung und Helligkeit, führt er ein: Farbton, Weißgehalt und Schwarzgehalt. Zur Systematisierung des Farbtons werden die durch Purpur ergänzten Farben des Spektrums derart in einem Kreise angeordnet, daß Komplementärfarben einander gegenüberstehen. Der Farbenkreis wird in 100 Teile zerlegt, derart, daß Schwefelgelb die Ziffer 00 erhält; dann geht es weiter über Orange zu Zinnoberrot (Ziff. 25), über Purpur zu Kornblumenblau (Ziff. 50), von dort zu Blaugrün (Ziff. 75) und von dort wieder zu Schwefelgelb. Jede dieser reinen Farben wird durch Zumischen von Weiß in die „hellklare“, durch Zumischen von Schwarz in die „dunkelklare“ Reihe der Abkömmlinge umgewandelt und gibt durch Zumischen von Schwarz und Weiß die Mannigfaltigkeit der „trüben“ Farben. So entsteht der Ostwaldsche Farbenatlas, der gegen 3000 Farbentäfelchen enthält. Aus dieser großen Anzahl werden Hauptvertreter ausgesucht. Zu dem Zweck wird der hundertteilige Kreis in 24 Farben und die hell- und dunkelklare Reihe in zehn Stufen zerlegt. Schließlich werden Farbenmoduln eingeführt, das sind solche bestimmte Punkte im stetigen Farbraum, welche ähnlich wie die Töne der Tonleiter für harmonische Zwecke aus allen möglichen ausgewählt sind und unter Ausschluß aller anderen benutzt werden. Auch in bezug auf die Frage, welche Farbenzusammenstellungen als zusammengehörige, harmonische wirken, hat Ostwald eine Reihe von Regeln aufgestellt. Für den „Zweiklang“, d. h. wenn zwei Farbtöne vorhanden sind, gilt, daß nur dann eine Harmonie entsteht, wenn die beiden Farbentöne Gegenfarben sind, sich ihre Nummer im hundertteiligen Farbenkreise also um 50 unterscheiden und gleichen Weiß- und Schwarzgehalt enthalten. Weitere Regeln übergehen wir.

Man erkennt wohl schon aus diesen kurzen Angaben, daß die Bedeutung der Arbeiten Ostwalds in der Systematik liegt. Sie haben daher hauptsächlich Interesse für den Maler und die Technik; auch sind sie scharf von verschiedenen Physikern kritisiert worden (vgl. K. W. F. Kohlrausch, Verh. physik. Ges. **1920**, Nr. 3, S. 76). Aus diesen Gründen können wir nicht näher darauf eingehen und verweisen auf die in der Literatur angegebenen Originalabhandlungen. Ebenso muß ein Hinweis auf die hierhin gehörigen Arbeiten von Petruschewski (1885), Schrödinger (1919) und K. W. F. Kohlrausch (1920) genügen.

Der Farbeneindruck, welchen eine gefärbte Fläche hervorruft, hängt eng zusammen mit der Art ihrer Beleuchtung, also mit dem Bestande der auffallenden Strahlung. Entwirft man auf einem weißen Schirme ein helles Spektrum und bringt in die verschiedenen Teile desselben farbiges Papier, so hängt die Färbung, welche letzteres annimmt, davon ab, in welchem Teile des Spektrums es sich befindet. Weißes Papier nimmt unmittelbar die Farbe des Spektrums selbst an, rotes Papier dagegen erscheint im grünen und blauen Teile des Spektrums fast vollkommen schwarz usw. Verschieden gefärbte Flächen mittels einer Natriumflamme (Spiritus- oder Gasflamme, welche ein Natriumsalz enthält) beleuchtet, erscheinen gelb, grau oder schwarz. Th. Petruschewski hat gezeigt, daß eine weiße Fläche abends bei Petroleumlicht auf das Auge denselben Eindruck macht, wie eine dunkelorangene Fläche bei Tageslicht, eine hellblaue Fläche wie eine hellbraune bei Tageslicht usw. Ungeachtet dessen bezeichnen wir eine weiße Fläche auch bei Petroleumbeleuchtung als weiß.

Die Färbung einer Lösung hängt von der Menge der in ihr enthaltenen gelösten Substanz ab und kann daher zur Bestimmung dieser Menge dienen. Man stellt zu diesem Zwecke eine Lösung von bestimmter Konzentration c_1 her und nimmt eine Schicht derselben von der Dicke d_1; hierauf bestimmt man diejenige Schichtdicke d_2 einer Lösung von der zu bestimmenden Konzentration c_2, bei welcher beide Schichten vollkommen gleich gefärbt erscheinen. Es ist dann offenbar $c_1 d_1 = c_2 d_2$, hieraus aber folgt

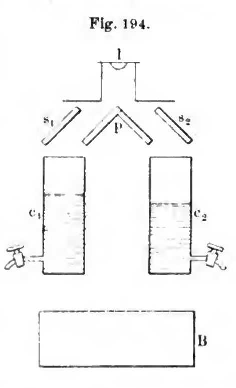
$$c_2 = \frac{c_1 d_1}{d_2}.$$

Apparate, welche zur bequemen Messung der Größen d_1 und d_2 dienen, nennt man Kolorimeter. Ein derartiger Apparat ist in Fig. 194 schematisch dargestellt. B bedeutet einen geneigten Spiegel, welcher Lichtstrahlen von unten her durch die Glasböden der zylindrischen Gefäße hindurchsendet; auf den Seitenwandungen dieser Zylinder sind Skalen aufgetragen, p, s_1 und s_2 sind kleine Spiegel. Der Beobachter erblickt in l nebeneinander zwei gefärbte Gesichtsfelder.

C. H. Wolf, Krüss, Martens, Nutting u. a. haben die Einrichtung der gewöhnlichen Kolorimeter und Spektrokolorimeter verbessert; letztere Apparate dienen dazu, die Absorption zu bestimmen, welche Strahlen von bestimmter Brechbarkeit in Lösungen erleiden.

Ives (1915) hat ein Kolorimeter konstruiert, das, basierend auf der Young-Helmholtzschen Farbentheorie, jeden beliebigen Farbenton zu messen gestattet.

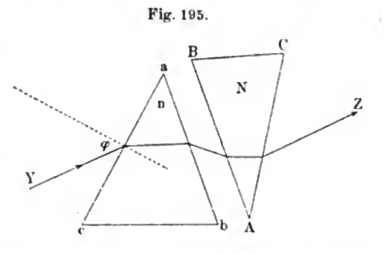
Fig. 194.



§ 24. Achromatische Prismen und Linsen; geradsichtige Prismen. Systeme von durchsichtigen Medien, welche die Richtung der eintretenden Strahlen ändern, während die Richtung der austretenden möglichst unabhängig von der Wellenlänge λ ist, heißen achromatisch. Bei einem derartigen System erhält man eine Ablenkung (Brechung) der Strahlen, während eine Farbenzerlegung (Dispersion) fast vollkommen fehlt, so daß weiße Strahlen das System fast ungefärbt verlassen.

Für Prismen ist auch wichtig das entgegengesetzte System, welches Dispersion ohne Ablenkung eines der mittleren Spektralstrahlen von seiner ursprünglichen Richtung liefert. Es sind dies die sogenannten geradsichtigen Prismen (à vision directe), von denen bereits auf S. 264 die Rede war.

Fig. 195.



I. Achromatische Prismen. Bei der Konstruktion dieser Prismen handelt es sich darum, folgende Aufgabe zu lösen: Es sei ein Prisma abc (Fig. 195) gegeben, d. h. sein brechender Winkel a und die Brechungsquotienten n für die verschiedenen Spektralstrahlen; ferner sei die Substanz des zweiten Prismas ABC, also die entsprechenden Brechungsquotienten N gegeben. Die Seitenflächen BA und ab mögen einander parallel sein, etwa einander berühren. Es ist dann der brechende Winkel A des zweiten Prismas unter der Bedingung zu finden, daß zwei bestimmte Strahlen, z. B. ein roter (r) und blauer (b), nach Austritt aus dem zweiten Prisma einander parallel

werden und in der Richtung Z verlaufen, also um denselben Winkel ε von der ursprünglichen gemeinsamen Richtung Y abgelenkt werden.

Wir begnügen uns mit dem Fall, wo die Winkel a und A klein sind. Seien n_r, n_b, N_r, N_b die Werte der Brechungsquotienten n und N für die beiden gewählten Strahlen (b = blau, r = rot). Nach Formel (21), S. 153, ist die Ablenkung des roten Strahls beim ersten Prisma

$$\varepsilon_1 = (n_r - 1)\, a,$$

beim zweiten Prisma

$$\varepsilon_2 = (N_r - 1)\, A.$$

Die totale Ablenkung des roten Strahls ist

$$\varepsilon_r = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = (n_r - 1)\, a - (N_r - 1)\, A;$$

für den blauen Strahl ist dementsprechend

$$\varepsilon_b = (n_b - 1)\, a - (N_b - 1)\, A.$$

Der gestellten Bedingung gemäß ist

$$\varepsilon_r = \varepsilon_b = \varepsilon,$$

hieraus folgt

$$(n_b - n_r)\, a = (N_b - N_r)\, A,$$

d. h.

$$A = a\,\frac{n_b - n_r}{N_b - N_r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Bezeichnet man allgemein mit Δn und ΔN die Unterschiede der Brechungsquotienten zweier gewählter Strahlen, so ist

$$a\,\Delta n = A\,\Delta N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

die Bedingung dafür, daß diese Strahlen das zweite Prisma in paralleler Richtung verlassen. Die Größe der Ablenkung erhält man, wenn man (25) in die Ausdrücke für ε_r oder ε_b einführt. Dann ist

$$\varepsilon = a\,\frac{(N_b - N_r)\,(n_r - 1) - (n_b - n_r)\,(N_r - 1)}{N_b - N_r} \quad \ldots \quad (27)$$

oder

$$\varepsilon = a\,\frac{(n_r - 1)\,\Delta N - (N_r - 1)\,\Delta n}{\Delta N} \quad \ldots\ldots \quad (28)$$

Die Ablenkung ε ist von Null verschieden, wenn folgende Beziehung besteht:

$$\frac{\Delta N}{\Delta n} = \frac{N_b - N_r}{n_b - n_r} \gtrless \frac{N_r - 1}{n_r - 1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Besteht eines der Prismen aus Crownglas, das andere aus Flintglas, so ist $N_r > n_r$; das Zerstreuungsvermögen des Flintglases übertrifft aber das des Crownglases, daher ist die linke Seite in (29) größer als die rechte, also $\varepsilon > 0$. Somit werden die gewählten Strahlen durch die kombinierten Prismen abgelenkt, verlassen sie aber in derselben Richtung, so daß man in dieser eine Mischung der ursprünglich parallelen Strahlen beobachtet.

Formel (26) zeigt, daß alle Strahlenpaare, für welche

$$\frac{\Delta N}{\Delta n} = \frac{a}{A} = Const. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29, a)$$

ist, sich miteinander mischen, daß aber die Richtungen ε, in denen jedes derselben verläuft, verschiedene sind. Ein Doppelprisma gibt somit ein kurzes Spektrum, das gewissermaßen ein in der Mitte umgeklapptes einfaches Spektrum darstellt. Man nennt es ein sekundäres Spektrum. Seine Mitte ist fast weiß; das eine Ende ist purpurn (wenn hier die roten und violetten Strahlen zusammentreffen), das andere grünlich gesäumt.

In neuerer Zeit ist es gelungen, Gläser herzustellen, bei welchen der Gang der Dispersion fast der gleiche ist; hierdurch hat man das sekundäre Spektrum beträchtlich verringern können.

Man kann die Frage der achromatischen Kombination zweier Prismen auch etwas anders behandeln. Aus der Beziehung $\varepsilon_b = \varepsilon_r$ folgt

$$(n_b - 1)\,a - (n_r - 1)\,a = (N_b - 1)\,A - (N_r - 1)\,A \quad . \; . \quad (30)$$

Die linke und rechte Seite stellen hier die Winkelweite φ der Spektren dar, welche man mittels des ersten und zweiten Prismas erhält. Beide Prismen müssen gleiche Zerstreuungen, aber verschiedene Ablenkungen geben. Aus (30) erhält man daher

$$\varphi = a\,(n_b - n_r) = A\,(N_b - N_r) \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

Nach Formel (31) kann man für jedes der beiden Prismen die Winkelweite des Spektrums berechnen.

Mittels dreier Prismen aus gegebener Substanz kann man drei Strahlen parallel machen; das ganze Spektrum zerfällt dann in unzählige Gruppen von je drei Strahlen, wobei die Richtungen, in welchen diese Gruppen das letzte der Prismen verlassen, verschieden sind. Man erhält auf diese Weise ein tertiäres Spektrum, welches noch geringere Färbung aufweist als das sekundäre.

Durch entsprechende Wahl der Substanzen lassen sich auch mittels zweier Prismen drei Strahlen parallel machen.

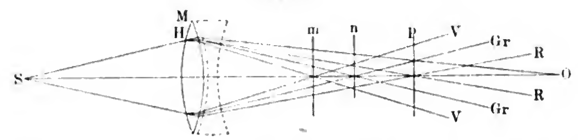
Die im vorhergehenden entwickelte Theorie ist nur angenähert richtig. Genau genommen müßte man von den auf S. 151 gegebenen Formeln (13) und (14, a) ausgegangen sein.

II. Geradsichtiges (à vision directe) oder Amicisches Prisma. Die Konstruktion eines solchen Prismas haben wir bereits auf S. 264 beschrieben und durch Fig. 120 den Gang der Strahlen in einem dreifachen Prisma dargestellt, bei welchem sich in der Mitte ein Prisma aus Flintglas, zu beiden Seiten solche von Crownglas befanden. Das mittlere Prisma bricht den gelben Strahl ebenso stark wie beide seitlichen Prismen, die vom Flintglas erzeugte Zerstreuung wird aber

durch die Crownglasprismen nicht aufgehoben, so daß ein Spektrum entsteht, dessen rotes Ende nach dem brechenden Winkel des Flintglasprismas hin gelegen ist. Statt dreier Prismen werden bisweilen deren fünf verwandt, in der Mitte und zu beiden Seiten Crownglasprismen und zwischen ihnen Flintglasprismen. Die Berechnung der Prismenwinkel ist ziemlich umständlich, bietet aber keine besonderen Schwierigkeiten dar.

III. Achromatische Linsen. Weiße, von einem gegebenen Punkte S (Fig. 196) ausgehende Strahlen sammeln sich nach Durchgang durch die Linse M (abgesehen von der sphärischen Aberration, vgl. S. 189) nicht in einem und demselben Punkte, da die verschiedenfarbigen Strahlen ungleich stark abgelenkt werden. In vergrößertem Maße ist dies in unserer Figur gezeigt, wo sich der Vereinigungspunkt der roten Strahlen in der Ebene p, derjenige der violetten in m befindet, während sich in n der Vereinigungspunkt der grünen Strahlen befindet. Diese Erscheinung heißt die chromatische Aberration.

Fig. 196.



Um diese zu vermeiden, hat man der Linse M noch eine zweite beizufügen, welche die durch die erste Linse hervorgerufene Dispersion aufzuheben hat, ohne zugleich die Konvergenz der Strahlen aufzuheben. Letztere wird freilich verringert und der neue Vereinigungspunkt der Strahlen liegt jetzt in O. Die zweite Linse muß eine Zerstreuungslinse sein, z. B. eine Bikonkavlinse (in der Figur punktiert angedeutet). Sie kann, falls M aus Crownglas besteht, eine Flintglaslinse sein.

Es möge an dieser Stelle eine kurze historische Notiz eingeschaltet werden, die sich auf die Geschichte des Achromatismus bezieht. Newton glaubte, die Dispersion sei der Brechbarkeit proportional, und zog hieraus den Schluß, daß es nicht möglich sei, achromatische Prismen oder Linsen herzustellen. Gegen diese Schlußfolgerung erhob Euler den übrigens unrichtigen Einwand, daß ja das menschliche Auge ein achromatisches optisches System darstelle. Im Jahre 1754 bewies Klingenstjerna die Unrichtigkeit der Newtonschen Annahme, und 1755 konstruierte Dollond die erste achromatische Linse. Den wichtigsten Schritt in dieser Sache tat indes Fraunhofer, der zuerst die Dispersion der Linsen maß und es dahin brachte, ein achromatisches System zu berechnen. In letzter Zeit ist die Theorie der achromatischen

Linsen dank den Arbeiten von Abbe, Schott, Czapski, Pauly u. a. weiter entwickelt worden.

Ohne auf Einzelheiten einzugehen, wollen wir zunächst den einfachsten Fall betrachten, wo man es mit zwei aneinandergelegten unendlich dünnen Linsen zu tun hat. Wir vernachlässigen somit bei unserer Betrachtung die Dicke der Linsen, d. h. die Größe e, welche in Formel (69), S. 183 vorkommt.

Wir bezeichnen mit n_1 und n_2 die Brechungsquotienten der beiden Linsen, F_1 und F_2 ihre Brennweiten, R_1 und R_2 die Radien der Oberflächen für die erste, R_3 und R_4 dieselben Größen für die zweite Linse. Nach Formel (51) auf S. 172 ist

$$\frac{1}{F_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Führt man der Kürze halber die Bezeichnungen $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = k_1$, $\frac{1}{F_1} = \varphi_1$ ein, so ist

$$\varphi_1 = (n_1 - 1) k_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (32)$$

Wir nehmen ferner an, es seien n_1 und n_2 die Brechungsquotienten eines von zwei Spektralstrahlen, deren Brennpunkte für die Doppellinse zusammenfallen sollen. Für den anderen dieser beiden Strahlen seien die n_1 und φ_1 entsprechenden Größen $n_1 + \Delta n_1$ und $\varphi_1 + \Delta\varphi_1$. Aus Formel (32) folgt

$$\Delta\varphi_1 = k_1 \Delta n_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (33)$$

Für die zweite Linse erhält man in derselben Weise

$$\Delta\varphi_2 = k_2 \Delta n_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (34)$$

Als Maß der relativen Dispersion (S. 249) der Substanzen, aus welchen die Prismen bestehen, lassen wir die Größen

$$m_1 = \frac{\Delta n_1}{n_1 - 1}, \qquad m_2 = \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} \quad \ldots \ldots \quad (35)$$

gelten.

Die reziproken Größen ν_1 und ν_2 hatten wir auf S. 250 eingeführt und auf S. 251 die Zahlenwerte von ν für verschiedene Glassorten angegeben. Formel (74), S. 187, erhält somit folgende Form:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Setzt man $\frac{1}{F} = \varphi$, so ist

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

Hieraus folgt

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$$

oder nach (33) und (34)

$$\Delta\varphi = k_1 \Delta n_1 + k_2 \Delta n_2.$$

Da F, folglich auch φ für beide Strahlen den gleichen Wert haben müssen, so lautet die gesuchte Bedingung für die Achromasie $\Delta\varphi = 0$, d. h.

$$k_1 \Delta n_1 + k_2 \Delta n_2 = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

Formel (32) aber gibt

$$k_1 = \frac{\varphi_1}{n_1 - 1},$$

dementsprechend ist

$$k_2 = \frac{\varphi_2}{n_2 - 1}.$$

Setzt man diese Ausdrücke in (38) ein und berücksichtigt (35), so erhält man

$$\varphi_1 m_1 + \varphi_2 m_2 = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

Es ist also

$$\frac{m_1}{F_1} + \frac{m_2}{F_2} = 0,$$

d. h.

$$\frac{F_1}{F_2} = -\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\nu_2}{\nu_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (40)$$

(37) und (32) geben

$$\frac{1}{F} = \varphi = (n_1 - 1) k_1 + (n_2 - 1) k_2 \quad \ldots \ldots \quad (41)$$

Die beiden Formeln (38) und (41) geben

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{F} \cdot \frac{1}{\Delta n_1} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \\ k_2 &= \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = -\frac{1}{F} \cdot \frac{1}{\Delta n_2} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \end{aligned} \right| \quad \ldots \ldots \quad (42)$$

und ferner

$$\frac{1}{F} = k_1 \Delta n_1 (\nu_1 - \nu_2) = -k_2 \Delta n_2 (\nu_1 - \nu_2) \quad \ldots \ldots \quad (43)$$

Aus (43) geht hervor, daß $\nu_1 \gtrless \nu_2$ ist und daß k_1 und k_2 entgegengesetzte Vorzeichen haben.

Die Formeln (40), (42) und (43) ergeben folgende Reihe von Lehrsätzen:

I. Ein System aus zwei einander berührenden Linsen kann nur bei verschiedenen ν oder bei ungleichen relativen Dispersionen achromatisch sein. Die Linsen müssen aus verschiedener Substanz bestehen.

II. Eine der Linsen muß eine Sammellinse sein, die andere eine Zerstreuungslinse.

Die Entfernung des Gegenstandes von der Linse kommt in den Formeln (38) und (40) gar nicht vor; hieraus folgt der Satz:

III. Eine achromatische Linse bleibt achromatisch für alle Entfernungen des Gegenstandes von der Linse.

Aus Formel (40) ergibt sich folgender Satz:

IV. Die Brennweiten beider Linsen (unabhängig von deren Vorzeichen) müssen den relativen Dispersionen der Prismensubstanzen proportional oder umgekehrt proportional den Größen ν sein.

Formel (43) zeigt uns, daß für $\nu_1 > \nu_2$ die Größen F und k_1 dasselbe Vorzeichen haben; ist jedoch $\nu_2 > \nu_1$, so haben F und k_2 dasselbe Vorzeichen; es haben aber k_1 und F_1, k_2 und F_2 dasselbe Vorzeichen, ferner ist $\nu_1 = 1 : m_1$, $\nu_2 = 1 : m_2$. Hieraus folgt:

für $m_1 < m_2$ haben F und F_1 dasselbe Vorzeichen,
„ $m_2 < m_1$ „ F „ F_2 „ „

Demgemäß erhalten wir folgenden Satz:

V. Diejenige Linse muß die geringere relative Dispersion besitzen, deren Wirkung die gleiche ist wie die Gesamtwirkung des Linsensystems.

Muß also das System die Strahlen sammeln ($F > 0$), so muß die Sammellinse aus einer Substanz bestehen, deren Dispersionsvermögen das geringere ist, also beispielsweise aus Crownglas, die Zerstreuungslinse dagegen aus Flintglas; das Umgekehrte gilt für den Fall, daß das System die Strahlen zerstreuen soll.

Sind die Substanzen beider Linsen gegeben und F bestimmt, so drücken die Formeln (42) zwei Bedingungen aus, denen die vier Radien R_1, R_2, R_3 und R_4 genügen müssen. Sehr oft fügt man diesen noch die weitere Bedingung hinzu, daß die Oberflächen der beiden Linsen eng aneinander liegen sollen, d. h.

$$R_3 = -R_2 \qquad (44)$$

Wir sehen also, daß entweder einer der vier Radien willkürlich gewählt sein kann, oder daß eine willkürliche Bedingung eingeführt werden kann, welche für die beiden Radien einer der Linsen gilt. Meist wird noch die vierte Bedingung gestellt, daß die sphärische Aberration nach Möglichkeit verringert wird (S. 189).

Die Aufgabe wird eine ganz andere, wenn man die Größen ν willkürlich wählen kann. In diesem Falle kann man danach streben, das sekundäre Spektrum (S. 385) nach Möglichkeit zu verringern; dasselbe tritt hier aus demselben Grunde auf, wie bei einem System aus zwei Prismen.

Kombiniert man drei oder mehr Linsen, so kann man sowohl die sphärische als auch die chromatische Aberration beseitigen.

In Fig. 197 sind die Durchschnitte verschiedener achromatischer Objektivsysteme dargestellt. Links unten ist das System von J. Dollond dargestellt, darüber das von P. Dollond (1765), das dritte und vierte stammt von Fraunhofer, rechts unten befindet sich das System von J. Herschel (1821), darüber das von Barlow (1827) und rechts oben das von Gauß angegebene (ausgeführt von Steinheil im Jahre 1860).

Fig. 197.

Die von uns bereits mehrfach erwähnte Erfindung neuer Glassorten durch Schott in Jena hat Pauly (Firma Zeiß) in den Stand gesetzt, aus zwei Linsen ein Objektiv herzustellen, das durch den Grad der erreichten Achromasie alle bisher konstruierten Objektive bei weitem übertrifft. W. Wolf in Heidelberg hat dies neue Objektiv, dessen freier Durchmesser 212 mm, dessen Brennweite 445 cm beträgt, einer Prüfung unterzogen. In der folgenden Tabelle sind die Resultate der Vergleichung dieses Paulyschen Objektivs mit einigen besonders bekannten Objektiven zusammengestellt, nämlich denen von Fraunhofer (Berliner Sternwarte), Grubb (Potsdamer Refraktor) und Clark (Licksternwarte). Die angeführten Zahlen bezeichnen die Entfernung des Brennpunkts der Strahlen von der Wellenlänge λ von dem der Strahlen F (4460), wobei diese Entfernungen in Hunderttausendsteln der Objektivbrennweite ausgedrückt sind; sie werden positiv gerechnet in der Richtung des Ganges der Strahlen.

Der Gesamtabstand der Brennpunkte für die deutlich sichtbaren Strahlen (zwischen B und F) ist gleich $\frac{2+3}{100\,000} \cdot 445\,\text{cm} = 0{,}2$ mm. Es ist evident, daß dies Objektiv alle übrigen weit übertrifft. Man kann wohl sagen, daß es im Sinne der Praxis vollkommen achromatisch ist.

Strahl	λ	Fraunhofer	Grubb	Clark	Pauly
B	6900	— 19	+ 10	0	+ 2
C	6600	— 30	— 19	— 35	— 2
D	5900	— 65	— 51	— 65	— 3
$E—b$	5200	— 28	— 57	— 42	0
F	4860	0	0	0	0
G	4340	+ 92	+ 203	+ 209	+ 58

Einen ganz anderen Charakter als die soeben behandelte hat die Aufgabe der Konstruktion eines achromatischen zusammengesetzten Okulars, das aus zwei in gewissem Abstande D von-

einander befindlichen Linsen besteht. Damit man kein farbiges Bild des betrachteten Gegenstandes (etwa des vom Objektive entworfenen Bildes) erhält, müssen die von den roten und blauen Strahlen gelieferten imaginären Bilder gleiche Winkelgröße haben. Diese Bedingung ist erfüllt, falls die Brennweite F für beide Strahlenarten die gleiche ist. Wie wir wissen (S. 187), wird F von der Hauptebene gerechnet, deren Lage von der Strahlenart abhängt. Formel (77, b) auf S. 189 gibt die Beziehung

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 D.$$

Die Bedingung $\Delta\varphi = 0$ gibt uns

$$\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 - (\varphi_1 \Delta\varphi_2 + \varphi_2 \Delta\varphi_1) D = 0 \quad . \; . \; . \; . \quad (45)$$

und hieraus ist

$$D = \frac{\nu_2 F_2 + \nu_1 F_1}{\nu_1 + \nu_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (46)$$

Ist $\nu_1 = \nu_2$, d. h. bestehen beide Linsen aus derselben Substanz, so ist

$$D = \tfrac{1}{2}(F_1 + F_2).$$

Der Abstand der beiden Linsen voneinander muß gleich der halben Summe ihrer Brennweiten sein.

Der soeben genannten Bedingung genügen das Huygenssche und das Ramsdensche Okular, welche später beschrieben werden sollen.

Literatur.

Zu § 1.

Allgemeine Werke über Spektroskopie:

Gänge: Die Spektralanalyse. Leipzig 1893.
Konkoly: Handbuch für Spektroskopiker. Halle 1890.
Lockyer: The spectroscope and its application. London 1874.
Lockyer: Studies in spectrum analysis. London 1878; Studien zur Spektralanalyse. Leipzig 1879.
Scheiner: Spektralanalyse der Gestirne. Leipzig 1898 (ausführl. Literaturangaben S. 434 bis 468).
Watts: Index of Spectra. Manchester 1889.
Landauer: Spektralanalyse. Braunschweig 1896.
H. Kayser und Konen: Handbuch der Spektroskopie. Leipzig. Bd. I, 1900 (Geschichte, Apparate, Meßmethoden); Bd. II, 1902 (Kirchhoffsches Gesetz, Emissionsspektren); Bd. III (Absorption); Bd. IV (Farbstoffe, Dispersion, Lumineszenz); Bd. V und VI (spezielle Spektroskopie). Im ganzen sind sechs Bände erschienen, drei fernere Bände sind noch nicht erschienen; die Literaturangaben sind sehr eingehend.
Gramont: Analyse spectrale. Paris 1895.
Lefèvre: La spectroscopie. Paris 1896.
Lefèvre: La spectrometrie. Paris 1896.

Tuckermann: Index to the litterature of the spectroscope. Washington 1888.
McLeod u. a.: Bibliographie der Spektroskopie (1892—1896). Rep. Brit. Assoc. Bristol 1898.
Abbildungen der meisten Emissionsspektra bringen die folgenden Werke: Hagenbach und Konen: Atlas der Emissionsspektra der meisten Elemente nach photographischen Aufnahmen (Jena 1905); Eder und Valenta, Atlas typischer Spektren (Wien 1911); Demarçay, Spectres éléctriques (Paris 1895).
Abbildungen von Absorptionsspektren bei Uhler und Wood: Atlas of absorption spectra (Washington 1907).
Tabellen organischer Farbstoffe findet man in Formánek und Grandmoujin: Untersuchung und Nachweis organischer Farbstoffe auf spektroskopischem Wege (Berlin 1908—1912); Spektroskopie der seltenen Erden bei J. Böhm: Die Darstellung der seltenen Erden. 2 Bde. (Leipzig 1905.)
Wellenlängenkataloge findet man am vollständigsten in dem genannten Handbuch von Kayser und Konen, ferner bei Exner und Haschek: Die Spektren der Elemente (Wien 1911); Watts: Index of spectra (London 1911); Stanley, Lines in the arc spectra (London 1911).

Zu § 2.

Abbe und Schott. Vgl. Czapski: Instr. 1886, S. 293 u. 335.

Zu § 3.

Helmholtz: Wied. Ann. **48**, 389, 1893.
Ketteler: Pogg. Ann. **140**, 1, 1870; Ann. d. Phys. **30**, 304, 1887; **31**, 322, 1887; **46**, 572, 1892; **49**, 382, 1893; **53**, 268, 1894; Theoret. Optik, S. 540, Braunschweig 1885.

Zu § 4.

Siehe Literatur zu § 5, Kap. VI, S. 243. Außerdem:
Ahrberg: Diss. Halle 1909.
Kessler: Diss. Halle 1909.
Stuckert: Diss. Karlsruhe 1910.

Zu § 5.

Rayleigh: Phil. Mag. (5) **8**, 261, 403, 477, 1879; **9**, 40, 271, 1880; Encycl. Brit. „Wave theory".
Wadsworth: Astrophys. Journ. **1**, 52; **2**, 264, 1895; **3**, 176, 321, 1896; **6**, 27, 1891; Phil. Mag. (5) **43**, 317, 1897.
Czapski: Theorie der optischen Instrumente nach Abbe, S. 148. Breslau 1893.
Lummer und Gehrcke: Wiss. Abhandl. d. phys.-techn. Reichsanst. **4**, 63, 1904.
Morris Airey: Phil. Mag. (6) **11**, 414, 1906.
Schuster: Encycl. Brit. **22**, 374.

Zu § 6.

Millican: Astrophys. Journ. **52**, 47, 1920.

Zu § 8.

Beckmann: Ztschr. f. Elektrochemie **5**, 327, 1899; Ztschr. f. phys. Chem. **34**, 593; **35**, 443, 1900; **40**, 461, 1902; Instr. **25**, 186, 1903.
Delachanal et Mermet: Journ. de phys. (1) **5**, 10, 1876; Compt. rend. 81, 1875.
Fabry et Perot: Journ. de phys. (3) **9**, 369, 1900.

Lampe von Hewitt: Electrician **49**, 393, 1902; Trans. Amer. Inst. Electr. Eng. **20**, 929, 1903; Elektrotechn. Ztschr. **23**, 492 (Recknagel) usw.

Zu § 9.

Goldstein: Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 156, 185, 1904.
Humphreys and Mohler: Astrophys. Journ. **3**, 114; **4**, 175, 249, 1896; Journ. de phys. (3) **6**, 82, 1897.
Mohler: Astrophys. Journ. **4**, 175, 1896.
Humphreys: Astrophys. Journ. **4**, 249, 1896; **6**, 169, 1897; Phil. Mag. (5) **44**, 119, 1897.
Jewell: Astrophys. Journ. **3**, 90, 1896; Journ. de phys. (3) **6**, 84, 1897.
Nutting: Astrophys. Journ. **20**, 131 1904; Bull. of the Bureau of Standards **1**, 83. Washington 1904.
Haschek: Wien. Ber. **110**, 181, 1901; Astrophys. Journ. **14**, 182, 1901.
Kayser und Runge: Berl. Ber. 1890—1894; Wied. Ann. **41**, 302, 1890.
Hasselberg: Mém. de l'Acad. des Sc. de St. Pétersb. **30**, 1882; **32**, 1885.
Watts: Phil. Mag. (4) **38**, 249, 1869; **41**, 12, 1871; **48**, 369, 465, 1874; **49**, 104, 1875; Nature **23**, 197, 266, 1880.
Ångström und Thalén: Nov. Acta Reg. Soc. Upsala (3) **9**, 1875.
Liveing and Dewar: Proc. Roy. Soc. **30**, 152, 494, 1880; **33**, 3, 403, 1882.
Baly and Syers: Phil. Mag. (6) **2**, 386, 1901.
Lockyer: Proc. Roy. Soc. **27**, 308, 1878; **30**, 335, 1880.
Deslandres et d'Azambuja: Compt. rend. **140**, 917, 1905.
Eder und Valenta: Wien. Ber. **110**, 1893; **119**, 3, 9, 103, 519, 1910; Wied. Ann. **55**, 479, 1895 (Spektrum von Hg).
Exner und Haschek: Wien. Ber. **104**, 909; **105**, 389, 503, 709, 989, 1896; **106**, 36, 55, 337, 494, 1127, 1897; **107**, 182, 792, 1335, 1898; **108**, 825, 1071, 1123, 1899; **110**, 557, 964, 1901.
Fabry: Journ. de phys. (4) **4**, 245, 1905.
Nutting: Astrophys. Journ. **22**, 130, 1905; **23**, 65, 220, 1906; **24**, 110, 1906.
Steinhausen: Ztschr. f. wiss. Phot. **3**, 45, 1905.
P. P. Koch: Ann. d. Phys. **30**, 841, 1909; **34**, 377, 1911; **38**, 507, 1912; **39**, 705, 1912; **40**, 797, 1913.
Nicholson und Merton: Phil. Trans. **27**, 237, 1917; Nature **103**, 495, 1919.

Zu § 11.

Balmer: Wied. Ann. **25**, 80, 1885; **60**, 380, 1897.
Cornu: Compt. rend. **100**, 1885; Journ. de phys. (2) **5**, 341, 1886.
Deslandres: Compt. rend. **103**, 1886; **115**, 222, 1892; **104**, 1887; **137**, 457, 1013, 1903; **138**, 317, 1904; Journ. de phys. (2) **10**, 276, 1890.
Rydberg: Rapports prés. au Congrès intern. de phys. **2**, 200, Paris 1900; Ztschr. f. phys. Chem. **5**, 227, 1890; Phil. Mag. (5) **29**, 331, 1890; Astrophys. Journ. **6**, 239, 338, 1897; Wied. Ann. **58**, 674, 1890.
Ames: Phil. Mag. (5) **30**, 48, 1890.
Kayser und Runge: Berl. Ber. 1888—1895; Wied. Ann. **41**, 302, 1890; **43**, 384, 1891; **46**, 225, 1892; **48**, 126, 1893; **50**, 293, 1893; **52**, 93, 1894.
Larmor: Phil. Mag. (5) **44**, 503, 1897.
Sutherland: Phil. Mag. (6) **2**, 245, 1901.
Kolaček: Wied. Ann. **58**, 271, 1896.
Hartley: Journ. Chem. Soc. **41**, 84 1882; **42**, 316, 390, 1883.
Ritz: Ann. d. Phys. (4) **12**, 264, 1903; Phys. Ztschr. **4**, 406, 1903; **9**, 244, 521, 1908.

Zu § 14.

Petzval: Wien. Ber. **8**, 134, 567; **9**, 699, 1852; **41**, 581, 1860.
Mach: Wien. Ber. **77**, 299, 1878; Ztschr. f. Math. u. Phys. **6**, 121, 1861.
Fizeau: Rede, gehalten am 12. Dez. 1848, Societé Philomatique; Ann. chim. et phys. (4) **19**, 211, 1870.
Belopolski: Astr. Nachr. **137**, 33, 1895; Mem. Spett. Ital. **23**, 122, 1894; Astrophys. Journ. **13**, 15, 1901; Nachr. d. Kais. Akad. d. Wiss. (5) **13**, 461, 1900.
Julius: Arch. Néerland. (2) **4**, 155, 1901; **6**, 285; **7**, 88, 473, 1903; **8**, 218, 374, 390; **9**, 211, 1904; Phys. Ztschr. **2**, 348, 357, 1901; **3**, 154, 1902; **6**, 239, 1905; Astrophys. Journ. **12**, 185, 1900; **15**, 28, 1902; **18**, 50, 1903; **21**, 278, 286, 1905; Versl. kon. Akad. v. Wet. Amsterdam 1899—1900, p. 510; 1902—1903, p. 650, 767; 1904, p. 26; Astr. Nachr. **153**, 433, 1900.

Zu § 15.

Fraunhofer: Denkschr. d. Kgl. Akad. München **5**, 1814—1815.
Kirchhoff: Untersuchungen über das Sonnenspektrum. Abh. d. Berl. Akad. 1861—1862. Zweite Auflage. Berlin 1866—1872.
Ångström: Recherches sur le spectre solaire. Upsala 1868.
Hale: The study of stellar evolution. Chicago 1908.
H. C. Vogel: Publikationen d. astrophys. Observ. zu Potsdam **1**, 179, 1882.
Fievez: Ann. de l'Observ. de Bruxelles (3) **4**, 1882; **5**, 1883.
Thollon: Ann. de l'Observ. de Nice **3**, 1890.
Müller und Kämpf: Publikationen d. astrophys. Observ. zu Potsdam **5**, 1886.
Rowland: Sill. Journ. (3) **38**, 182, 1887; **33**, 182, 1888; Phil. Mag. (5) **23**, 257, 1887; **27**, 479, 1889; **36**, 49, 1893; Astronomy and Astrophysics 1890—1895, besonders **12**, 321, 1893; Astrophys. Journ. **1**, 1895 und **5**, 1897.
Fabry et Perot: Compt. rend. **130**, 653, 1900; Ann. chim. et phys. (7) **25**, 98, 1902; (8) **1**, 5, 1904; Journ. de phys. (4) **3**, 842, 1904; Astrophys. Journ. **15**, 73, 261, 1902; **16**, 36, 1902; **19**, 119, 1904; **20**, 318, 1904.
Cornu: Spectre normal du soleil, Paris 1881; Compt. rend. **88**, 1101, 1285, 1879; **89**, 808, 1879; **90**, 940, 1880.
Jewell: Astrophys. Journ. **3**, 89, 1896; **11**, 234, 1900; **21**, 93, 1905.
Bell: Astrophys. Journ. **15**, 157, 1902; **18**, 191, 1903.
Hartmann: Astrophys. Journ. **18**, 167, 1903; **20**, 41, 1904; Ztschr. f. wiss. Phot. **1**, 215, 1903; **2**, 164, 1904.
Kayser: Astrophys. Journ. **19**, 157, 1904; Ann. d. Phys. **3**, 195, 1900; Ztschr. f. wiss. Phot. **2**, 49, 1904; Phil. Mag. (6) **8**, 568, 1904; Phys. Ztschr. **5**, 606, 1904.
Mascart: Compt. rend. **57**, 789, 1863; **58**, 1111, 1864; Sill. Journ. (2) **38**, 415, 1864; Phil. Mag. (4) **27**, 159, 1864; Recherches sur le spectre solaire ultraviolet, Paris 1884.
Langley: Sill. Journ. (3) **31**, 1, 1886; **32**, 83; Phil. Mag. (5) **21**, 394, 1886; **22**, 149, 1886; Ann. chim. et phys. (6) **9**, 433, 1886; Journ. de phys. (2) **5**, 377, 1886.
Ångström: Pogg. Ann. **117**, 290, 1862; Proc. Roy. Soc. **19**, 120, 1871.
Ångström och Thalén: K. Svensk. Vet. Akad. Handling **5**, Nr. 9, 1866.
Lockyer: Proc. Roy. Soc. **27**, 1878; Studien zur Spektralanalyse, S. 223, Leipzig 1879.
Janssen: Compt. rend. **54**, 1280, 1862; **56**, 538, 1863; **60**, 213, 1864; **63**, 289, 1866; **78**, 995, 1874; **101**, 111, 649, 1885; **108**, 1035, 1889; **117**, 419, 1893; Ann. chim. et phys. (4) **23**, 274, 1871; Pogg. Ann. **126**, 480, 1865; Phil. Mag. (4) **30**, 78, 1865.

N. G. Jegoroff: Diss., Warschau 1882; Compt. rend. **93**, 385, 788, 1881; **95**, 447, 1882; **97**, 555, 1883; Chem. News **44**, 256, 1881; Journ. Chem. Soc. **44**, 137, 1883; Sill. Journ. (3) **26**, 477, 1883.

Cornu: Phil. Mag. (3) **22**, 458, 1887; Ann. chim. et phys. (6) **7**, 1, 1886; Journ. de phys. (2) **2**, 58, 1883.

Zu § 16.

Donitsch: Bull. de l'Acad. d. sc. de St. Pétersb. (19) **5**, 171, 195, 1903.

Lebedinski: Nachr. d. russ. astron. Ges. 1896—1897, S. 422, 1900.

Campbell: Astrophys. Journ. **10**, 186, 1899.

Young: Astrophys. Journ. **10**, 306, 1899.

Zu § 18.

H. C. Vogel: Astr. Nachr. **78**, 250; **90**, 71; **82**, 291; **119**, 97; **121**, 241; **123**, 289; Berl. Ber. 1888, 15. März 1891, **28**; 1900, S. 373; 1902, S. 259, 1113; 1904, S. 497.

Zöllner: Pogg. Ann. **144**, 449, 1871.

Langley: Sill. Journ. (3) **14**, 140, 1877.

Belopolski: Nachr. d. Kais. Akad. d. Wiss. (5) **3**, Nr. 4, S. 379, 1895; (5) **6**, Nr. 1, S. 49, 1897; **18**, 18 (Protokoll vom 19. März 1903); Astr. Nachr. **139**, 1; Bull. de l'Acad. sc. de St. Pétersb. **15**, 1, 1901; Astrophys. Journ. **19**, 85, 1904; **21**, 55, 1905.

Keeler: Astrophys. Journ. **15**, 41, 1896.

Deslandres: Compt. rend. **120**, 417, 1155, 1895; Journ. de phys. (3) **6**, 165, 1897.

Zu § 20 und 21.

Schumann: Wien. Ber. **102**, 415, 625, 1893; Ann. d. Phys. (4) **4**, 642, 1901. Smithson. contrib. to knowledge **29**, Nr. 1413, Washington 1903; Beiblätter z. d. Ann. d. Phys. **28**, 1172, 1904.

Cornu: Journ. de phys. (1) **10**, 425, 1881; Spectre normal du soleil, Paris 1881.

Eder und Valenta: Denkschr. d. math.-naturw. Klasse, S. 285, Wien 1894.

Pflüger: Ann. d. Phys. (4) **11**, 561, 1903.

Zschimmer: Phys. Ztschr. **4**, 751, 1903.

Goldhammer: Nachr. d. phys.-math. Ges. zu Kasan **13**, 120, 1903; Phys. Ztschr. **4**, 413, 1903.

Agafonoff: Compt. rend. **123**, 490, 1896; Arch. d. sc. phys. (4) **1**, 34, 1896.

H. W. Vogel: Pogg. Ann. **150**, 453, 1873; Ber. Chem. Ges **6**, 1302, 1873.

Abney: Phil. Trans. **171**, II, 653, 1880; **177**, II, 457, 1886; Phil. Mag. (5) **1**, 414, 1876; **6**, 154, 1878; Compt. rend. **90**, 182, 1880.

Langley: Wied. Ann. **22**, 598, 1884; Ann. chim. et phys. (6) **9**, 473, 1886; Sill. Journ. (3) **38**, 421, 1890.

Rubens: Wied. Ann. **45**, 238, 1892; **51**, 381, 1894; **53**, 267, 1894.

Rubens und Snow: Wied. Ann. **46**, 529, 1892.

Paschen: Wied. Ann. **53**, 301, 820, 1894; **56**, 762, 1895; **58**, 455, 1896; **60**, 662, 1897; Ann. d. Phys. (4) **4**, 299, 1901.

Lehmann: Ann. d. Phys. (4) **5**, 633, 1901; **9**, 1330, 1902; Ztschr. f. wiss. Phot. **1**, 135, 1903; Phys. Ztschr. **5**, 823, 1904.

Trowbridge: Wied. Ann. **65**, 595, 1898 (Sylvin).

Coblentz: Phys. Rev. **16**, 35, 72, 119, 279, 1903; **17**, 51, 1903; Astrophys. Journ. **20**, 207, 1904; Bur. of Stand. **5**, 159, 1908; **6**, 301, 1910; Radioakt. **7**, 123, 1910.

Frank Very: Atmospheric radiation. U. S. Depart. of Agriculture, Weather Bureau, Bulletin G, 1900; Meteorol. Ztschr. 1901, S. 223 (Aufsatz von Maurer).

Paschen: Wied. Ann. 51, 21; 52, 216, 1894; Ann. d. Phys. (4) 27, 537, 1908; 29, 625, 1909; 33, 717, 1910.
Abney and Festing: Phil. Trans. 172, 887, 1882.
Ångström (Absorption in Gasen): Oefvers. K. Vet. Ak. Foerhandl. 46, 549, 1889; 47, 331, 1890; 58, 371, 381, 1901; Wied. Ann. 39, 267, 1890; Drud. Ann. 3, 720, 1900; 6, 163, 1901; Meteorol. Ztschr. 18, 189, 1901.
Richardson und Bazzoni: Phil. Mag. (6) 34, 285, 1917.

Zu § 22.

Le Roux: Compt. rend. 55, 126, 1862.
Christiansen: Pogg. Ann. 141, 479, 1870; 143, 250, 1871; 146, 154, 1872.
Kundt: Pogg. Ann. 142, 163, 1871; 143, 149, 259, 1871; 144, 128, 1871; 145, 67, 164, 1872; Wied. Ann. 10, 321, 1880.
H. Becquerel: Compt. rend. 127, 899, 1898; 128, 145, 1899.
Lummer und Pringsheim: Phys. Ztschr. 4, 430, 1903; Verh. d. D. Phys. Ges. 6, 151, 1904.
Puccianti: Mem. della soc. degli spetroskop. ital. 33, 133, 1904.
Pflüger (Cyanin): Phil. Mag. (6) 2, 317, 1901; Drud. Ann. 8, 230, 1902.
Magnusson: Bull. Univ. Wisconsin 2, 247, 1900; Beibl. 1901, S. 36.
Wood: Phil. Mag. (6) 3, 607, 1902; 5, 257, 1903; 6, 96, 1903; Phys. Ztschr. 3, 230, 1902; 4, 85, 337, 1903.
Pflüger: Wied. Ann. 56, 412, 1895.
Nichols: Wied. Ann. 60, 414, 1897.
Schtschegljajeff: Journ. de phys. (3) 4, 546, 1895.

Zu § 23.

Walter: Oberflächen- oder Schillerfarben. Braunschweig 1895.
Spring: Arch. d. Sc. phys. (4) 7, 326, 1899.
Freiherr von und zu Aufsess: Ann. d. Phys. (4) 13, 678, 1904; Arch. des sc. phys. et natur. (4) 17, 186, 1904; Diss., München 1903; Kollektion „Wissenschaft", Nr. 4, Braunschweig 1905.
Wood: Phil. Mag. (6) 3, 396, 1902.
Wiener: Wied. Ann. 55, 225, 1895.
H. Helmholtz: Physiol. Optik, 2. Aufl., S. 312, 318, 321, 353, 356; Wied. Ann. 16, 349, 1882.
W. L. Rosenberg: Ztschr. f. phys. u. chem. Unterricht 1889, Nr. 6.
F. F. Petruschewski: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. 29, 1, 1897.
Brewster: Edinb. Trans. 9, II, 433, 1831; 12, I, 123; Pogg. Ann. 23, 435.
Maxwell: Phil. Trans. 150, 57, 1860; Edinb. Trans. 21, 275; Phil. Mag. (4) 14, 40, 1857; 21, 141, 1861.
Chr. Doppler: Abh. d. böhm. Ges. (Prag) 5, 401, 1848.
Th. Petruschewski: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. 17, 35, 1885; Die Farben und die Malerei (russ.), S. 17 (Mischung der Farben), S. 25 (Einfluß der Beleuchtung), St. Petersburg 1891; Best. der Mittelfarbe oder des Farbentones einer vielfarbigen Fläche; Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. 15, 118, 1883; Die Farben bei Licht, ebenda 17, 35, 1885.
W. Ostwald: Der Farbenatlas, Leipzig 1917; Ztschr. physik. Chem. 91, 129, 1916; Abh. Sächs. Akad. Leipzig 34, Nr. XI, 1917.

Zu § 24.

Priestley: The history and present state of optics. 1776, p. 242, 520.
Wilde: Geschichte der Optik 2, S. 71.
Littrow: Dioptrik, S. 457.
Steinheil und Voit: Handbuch der angewandten Optik 1.

Achtes Kapitel.

Umwandlungen der strahlenden Energie.

§ 1. Einleitung. Eine der Grundeigenschaften jeder Art von Energie besteht in ihrer Fähigkeit, sich ganz oder teilweise in eine der Energien anderer Art umzuwandeln. Die strahlende Energie besitzt, wie wir bereits gesehen haben, ebenfalls diese Eigenschaft; von irgend einem Körper „absorbiert", geht sie meistens in Wärmeenergie über. Dieser Übergang der strahlenden Energie in Wärmeenergie ist bereits im Kap. II auf S. 48 bis 50 behandelt worden. An dieser Stelle sollen zwei Fälle der Umwandlung von strahlender Energie in ebenfalls strahlende Energie, jedoch von anderer Periode, und der Übergang der strahlenden Energie in chemische betrachtet werden, nämlich die Erscheinungen der Fluoreszenz und Phosphoreszenz und die sogenannten „chemischen Wirkungen" der strahlenden Energie.

§ 2. Fluoreszenz. Gewisse Substanzen besitzen die Fähigkeit, strahlende Energie von bestimmter Periode T zu absorbieren und nach der Umwandlung in strahlende Energie von der Periode T_1, und zwar nach allen Seiten hin auszusenden. Derartige Substanzen heißen fluoreszierend, die entsprechende Erscheinung der Energieumwandlung Fluoreszenz. In Fällen, wo sich diese Erscheinung in nicht allzu geringer Intensität äußert, tritt sie, äußerlich betrachtet, in folgender Weise auf: fallen auf die Oberfläche eines fluoreszierenden Körpers Sonnenstrahlen oder Strahlen des elektrischen Bogenlichtes, so wird innerhalb des Körpers, in der Nähe jener Oberfläche eine charakteristische Färbung in der Art eines schwachen Leuchtens wahrnehmbar, das sich namentlich, wenn man von der Seite her nach dem Körper blickt, gut beobachten läßt. Dieses Leuchten erstreckt sich ins Innere des Körpers bis zu einer gewissen, im allgemeinen geringen Tiefe. J. Herschel, welcher diese Erscheinung zuerst untersucht hat (beobachtet wurde sie schon früher von dem Mineralogen Hauy), bezeichnete sie als epipolische (oberflächliche) Dispersion.

Brewster zeigte, daß die Erscheinung nicht nur unmittelbar an der Oberfläche auftritt.

Stokes war der erste, welcher auf die Hauptsache bei der Erscheinung hinwies, nämlich auf die Umwandlung der strahlenden Energie von gewisser Periode oder Brechbarkeit in solche von anderer Periode; er gab der Erscheinung den Namen Fluoreszenz, da sie zuerst an einer Fluorverbindung, dem Flußspat, beobachtet worden war.

Lösungen von schwefelsaurem Chinin und Äsculin fluoreszieren mit blauen Strahlen, Chlorophyllösung mit dunkelroten, Flußspat mit grünlich-violetten, Uranglas (welches im durchgehenden Lichte gelb erscheint) und Fluoreszeinlösung mit hellgrünen, Magdalarot mit orangegelben, Lackmustinktur mit braunen Strahlen usw. Die Zahl der Substanzen mit größerer oder geringerer Fluoreszenz ist eine außerordentlich große.

Hervorgerufen wird die Fluoreszenz vorzugsweise durch die stark brechbaren Strahlen, die blauen, violetten und ultravioletten. Man hat daher für das Studium der Fluoreszenz Lichtquellen in Anwendung zu bringen, die an den genannten Strahlen reich sind. Hierher gehören der Voltabogen, die Funken einer Induktionsrolle (insbesondere zwischen Elektroden aus Cd oder Al), die Magnesiumflamme, Schwefelkohlenstoffflamme und Stickstoff enthaltende Geisslerröhren beim Durchgang von elektrischen Entladungen, die Quecksilberlampe usw. Da Glas die ultravioletten Strahlen absorbiert, so hat man Linsen oder Prismen aus Quarz, farblosem Flußspat oder (mit geringerem Nutzen) aus Kalkspat zu den Untersuchungen zu verwenden. Sehr bequem ist die von H. Lehmann (1912) konstruierte und von der Firma Zeiss in Jena in den Handel gebrachte Uviollampe mit Linsen aus Uviolglas, das die ultravioletten Strahlen stark hindurchläßt. Um nicht beim Beobachten der Fluoreszenz durch das direkte sichtbare Licht gestört zu werden, bringt man vor die Lampe einen mit Nitroso-Dimethylanilin gefärbten Schirm, der die sichtbaren Strahlen fast ganz absorbiert, die ultravioletten aber hindurchläßt (vgl. S. 347).

Die Kathodenstrahlen vermögen eine sehr starke Fluoreszenz in vielen Körpern hervorzurufen. E. Wiedemann und G. C. Schmidt (1895), P. Lewis (1902) u. a. haben gezeigt, daß Dämpfe von Na, K, Li, Mg, Hg, Zn, Cd, Tl, S, Se, Ph, As und Br unter der Einwirkung dieser Strahlen, sowie des positiven und Glimmlichtes (Bd. V) fluoreszieren.

Es gibt verschiedene Methoden zur Lösung der Frage, ob eine gegebene Substanz fluoresziert und zur eingehenderen Untersuchung der Erscheinung selbst. Eine der einfachsten ist die folgende: man entwirft auf einem weißen Schirm ein möglichst helles und langes Spektrum und hält die zu untersuchende Substanz in geringer Entfernung vom Schirm an verschiedene Stellen des Spektrums. Macht man dies Experiment beispielsweise mit einer Platte (oder einem Würfel) aus Uranglas, so beobachtet man dabei folgende Erscheinungen: solange sich das Glas dem roten, orangenen und gelben Teile des Spektrums gegenüber befindet, wirft es keinen Schatten, die genannten Strahlen gehen frei durch das farblos erscheinende Glas hindurch. Sobald man jedoch das Glas in den blauen oder violetten Teil des Spektrums hineinhält, wirft es einen schwarzen Schatten auf den Schirm und entsendet zu

gleicher Zeit hellgrüne Strahlen nach allen Seiten. Hieraus ist ersichtlich, daß das Uranglas die blauen und violetten Strahlen absorbiert und gleichsam in grüne Strahlen umwandelt.

Die Fluoreszenz ist stets von Absorption begleitet; dies Grundgesetz ist eine Folge aus dem Prinzip der Erhaltung der Energie, nach welchem Energie (im gegebenen Falle die von der fluoreszierenden Substanz ausgesandte strahlende Energie) nur entstehen kann auf Kosten einer anderen Energie, welche hierbei verschwindet (die Energie der erregenden Strahlen). Aus diesem Grunde ist es auch verständlich, weshalb Fluoreszenz in den tiefer im Innern gelegenen Schichten eines Körpers nicht auftritt. Denn wenn sich in einem Glastroge z. B. Fluoreszeinlösung befindet und durch eine Seitenwand desselben weiße Strahlen eines Voltabogens eintreten, so werden die ersten von den Strahlen getroffenen Schichten der Lösung die erregenden blauen und violetten Strahlen absorbieren und selbst hellgrüne Strahlen aussenden. Zu den tiefer im Innern gelegenen Schichten gelangen also nur Strahlenbündel, welche keine erregenden Strahlen mehr besitzen; eine Fluoreszenz kann dementsprechend an diesen Schichten nicht beobachtet werden. Blickt man von der Seite her nach dem Glastroge, so erscheint die Flüssigkeit an einer Seite hellgrün, und diese Färbung ändert sich nicht, wenn man zwischen Lichtquelle und Flüssigkeit eine dunkelblaue Glasplatte einschaltet; die genannte Färbung nimmt im Innern des Glastroges schnell an Intensität ab und geht in eine schwach gelbe Färbung über. Strahlen, welche die Flüssigkeit durchsetzt haben, geben auf einem weißen Schirm einen hellgelben Fleck. Gewöhnliche (nicht fluoreszierende) Flüssigkeiten (z. B. Kupfersulfatlösung) erscheinen im durchgehenden Lichte, sowie bei seitlich einfallendem in der gleichen Farbe.

Von Stokes stammt eine Methode, nach welcher man selbst geringfügige Spuren der Fluoreszenz entdecken kann. Legt man übereinander zwei Platten A und B, deren Farben zueinander komplementär sind (S. 375) und die infolgedessen keine sichtbaren Strahlen hindurchlassen, so wird man, wenn man A zwischen die Lichtquelle und irgend eine Substanz P bringt und die letztere durch B betrachtet, keinerlei Licht wahrnehmen, falls P nicht fluoresziert, denn es reflektiert P, welches auch seine Farbe sein mag, nur solche Strahlen, welche durch A hindurchgegangen sind, für welche also B undurchsichtig ist. Fluoresziert dagegen die Substanz P, so wird ein Teil der von A hindurchgelassenen Strahlen durch sie in andere Strahlen umgewandelt und von diesen kann ein Teil möglicherweise auch von B hindurchgelassen werden. Stokes schlägt vor, als erstes Strahlenfilter (A) zwei übereinandergelegte Kobaltgläser zu verwenden, von denen das eine schwach hellblau, das andere dunkelviolett gefärbt ist, als zweites Filter (B) ein schwach gelbes Glas, oder als erstes Filter eine Kupferoxydammoniaklösung, als zweites ein durch Silber gefärbtes, schwach gebranntes gelbes Glas.

Nach dieser Methode hat Stokes Spuren von Fluoreszenz an sehr vielen Stoffen entdeckt, z. B. an weißem Papier, Knochen, Kork, Horn, Holz, an der Haut der Hände, weißen Muscheln und fast allen Sorten von farblosem Glas.

Zweckmäßiger ist in den meisten Fällen die Verwendung der oben beschriebenen Uviollampe; tatsächlich hat man mit Hilfe derselben Spuren von Fluoreszenz bei vielen Körpern entdecken können, die bis dahin als nicht fluoreszierend angesehen wurden.

Einen indirekten Beweis dafür, daß die fluoreszierenden Substanzen strahlende Energie umwandeln und daß somit die von ihnen ausgesandten Strahlen nicht mit der einfallenden Strahlung identisch sind, kann man aus der Tatsache folgern, daß die Fraunhoferschen Linien im ausgesandten Lichte fehlen, wenn die Fluoreszenz durch Sonnenstrahlen hervorgerufen wird.

Interessante Erscheinungen treten auf, wenn man ein objektives Spektrum an der Oberfläche eines fluoreszierenden Körpers hervorruft. In diesem Falle wird oft der ultraviolette Teil des Spektrums direkt wahrnehmbar, da an Stelle der ultravioletten Strahlen solche von geringerer Brechbarkeit treten, d. h. sichtbare Strahlen.

Das sorgfältige Studium zahlreicher Fluoreszenzerscheinungen hat Stokes zur Entdeckung des nach ihm benannten Gesetzes geführt.

Stokessches Gesetz: Die Wellenlängen der von einer fluoreszierenden Substanz ausgesandten Strahlen sind größer als die, welche die Fluoreszenz erregt haben, d. h. als die, welche von dieser Substanz absorbiert worden sind. Mit anderen Worten heißt dies, daß bei den Fluoreszenzerscheinungen eine Umwandlung von schnelleren Schwingungen in weniger schnelle vor sich geht.

Anfangs glaubte man, das Stokessche Gesetz sei in allen Fällen richtig. Aber schon 1871 stellte Lommel die Behauptung auf, daß es Substanzen gebe, welche diesem Gesetz nicht gehorchen. Seine Beobachtungen riefen eine anhaltende Polemik hervor, als deren Resultat sich gegenwärtig ergeben hat, daß die Einwände von Lommel in der Tat berechtigte waren. Es wird dies insbesondere durch die Beobachtungen von Stenger bestätigt, welcher fand, daß anomale Dispersion (S. 358) nicht selten auch von anomaler Fluoreszenz begleitet ist, also von Fluoreszenz, die dem Stokesschen Gesetz nicht entspricht. Die neuesten Untersuchungen von Nichols und Merritt (1904) über Fluoreszenzspektra haben endgültig gezeigt, daß die Erscheinungen in vielen Fällen nicht dem Gesetz von Stokes entsprechen.

Eine Ableitung des Stokesschen Gesetzes aus der Quantentheorie hat Einstein (1905) gegeben.

O. Knoblauch (1895) bewies durch genaue Messungen, daß die Fluoreszenz in Lösungen proportional der Intensität des erregenden Lichtes ist.

Das Fluoreszenzspektrum der meisten Stoffe besteht aus wenigen breiten Banden; in manchen Fällen ist die Anzahl der Banden jedoch größer. So zeigen sich beim Anthracen deren 4 oder 5, die schon bei gewöhnlicher Temperatur eng sind und bei niedriger Temperatur noch enger werden. In dem Spektrum des Fluoreszenzlichtes der Uranylsalze beobachtet man in der Regel 7 bis 8 Banden, von denen jede annähernd 100 Å.-E. breit ist. Dickson (1912) stellt beim Naphtalin 14, beim Anthracen 5 und beim Phenanthren 17 Banden fest.

Nichols und Merritt untersuchten Äsculin, Naphtalinrot, Eosin, Fluoreszein, Chlorophyll in Alkohol, schwefelsaures Chinin in Wasser u. a. Zur Erregung der Fluoreszenz benutzten sie drei schmale Gebiete des Spektrums: von 5180 bis 5360, 4870 bis 5070, 4600 bis 4710. Verschieden erwies sich dabei nur die Intensität der Fluoreszenzspektra. Das Gesetz von Stokes traf in vielen Fällen nicht zu. Oft entsprach sogar das Gebiet der größten Helligkeit im Fluoreszenzspektrum Wellenlängen, die kleiner waren als die des erregenden Lichtes. Das Spektrum selbst bestand nur aus einer Bande, deren Lage nicht von der Wellenlänge des erregenden Lichtes abhing. Diese Bande lag nahe beim weniger gebrochenen Ende der Absorptionsbande der untersuchten Substanz. Feste Körper besitzen ein Fluoreszenzspektrum, das in den meisten Fällen aus mehreren Banden besteht.

Besonders interessante Ergebnisse erhielt Morse (1905) bei der Untersuchung der Fluoreszenz des Flußspats. Zur Erregung benutzte er Sonnenlicht, Lichtbogen, das Licht eines elektrischen Funkens zwischen Elektroden aus Fe, Mg, Cd, Al, Zn, Hg, Sn, Pb. In vielen Fällen beobachtete er Spektra, die aus scharfen Linien und schmalen Banden bestanden. Besonders helle Linien fand er zwischen $\lambda = 5700$ und $\lambda = 6400$.

Der Einfluß des Aggregatzustandes der Substanz auf die Fluoreszenz ist für verschiedene Substanzen ein verschiedener. Einige Substanzen (z. B. das Bariumplatincyanür) zeigen Fluoreszenz nur im festen Zustand, im gelösten Zustand dagegen nicht Umgekehrt fluoreszieren z. B. Äsculin und schwefelsaures Chinin im gelösten Zustand stark, im festen nur schwach. Eosin, Fluoreszein, Magdalarot, rotes und blaues Resorcin fluoreszieren nur im gelösten Zustand.

Hierbei spielt das Lösungsmittel eine große Rolle. Safranin und Magdalarot fluoreszieren in festem Zustand und in Wasserlösung nicht, dagegen sehr stark in Alkohollösung. Die Anilinfarbstoffe fluoreszieren nicht in reinem Zustand, die meisten auch nicht in flüssigen Lösungen, wohl aber, wie Gerhard C. Schmidt gezeigt hat, in zahlreichen festen Lösungen, z. B. in Hippursäure, Phtalsäure, Gelatine u. a. Ausführliche Versuche über die Abhängigkeit der Fluoreszenz von der Konzentration und der Natur des Lösungsmittels hat in neuerer Zeit Lépine (1915) gemacht.

In der Regel steigern sich die Leuchterscheinungen, wenn man die zu untersuchenden Körper auf tiefe Temperatur bringt, z. B. durch Abkühlung mittels flüssiger Luft. Freilich gibt es auch Beispiele, bei denen bei starker Abkühlung die Fluoreszenz verschwindet.

Nichols und Merritt untersuchten die Fluoreszenz vieler Körper bei der Temperatur der flüssigen Luft (— 186°). Sie fanden 62 Stoffe, die bei dieser tiefen Temperatur phosphoreszieren, ohne auch nur eine Spur von Fluoreszenz zu zeigen; umgekehrt fanden sie nur zehn Stoffe, die fluoreszieren, aber gar nicht phosphoreszieren. Zu diesen letzteren gehören: alkoholische Lösungen von Fuchsin und Cyanin, salpetersaures Uran, gelbes Uranoxyd, Eikonogen u. a. Endlich fanden sie 21 Stoffe, die bei dieser Temperatur (— 186°) gleichzeitig Fluoreszenz und auch eine merkliche Phosphoreszenz zeigten. Hierhin gehören: Acetoessigsäure, Anissäure, Dianthracen, Benzoesäure, benzoesaures Calcium, wässerige Lösungen von schwefelsaurem Chinin, Ameisensäure, Stearinsäure u. a.

Die Fluoreszenz dampfförmiger Körper ist zuerst von Lommel am Joddampf beobachtet worden; Ramsay und Young, sowie E. Wiedemann fanden, daß einige flüssige Lösungen auch über die kritische Temperatur hinaus fluoreszieren. Später (1895) entdeckten E. Wiedemann und Gerhard C. Schmidt eine ganze Reihe von fluoreszierenden Dämpfen; hierher gehören die Dämpfe von Anthracen, Anthrachinon, Indigo, Naphtalin, Naphtazarin u. a. Ferner fanden sie (1897), daß auch die Dämpfe von K und Na fluoreszieren.

Das Spektrum der fluoreszierenden Natriumdämpfe besteht aus einem kontinuierlichen Teile im Rot, einem kannelierten Teile im Grün und aus der hellen D-Linie. Das Vorhandensein letzterer Linie ist überaus bemerkenswert. Wir werden hierauf bei den Resonanzspektren (S. 403 u. f.) zurückkommen.

Carter (1910) und Dunoyer (1912) fanden, daß auch Rubidium- und Cäsiumdampf fluoreszieren. Diestelmeyer (1913) und Steubing haben gefunden, daß Schwefel-, Selen-, Tellur-, Phosphor- und Arsendampf in gut evakuierten Quarzgefäßen unter Bestrahlung mit Bogenlicht blau fluoreszieren. Das Fluoreszenzlicht besteht aus Banden. Aus der Tatsache, daß bei diesen Stoffen die Dämpfe nur in überhitztem Zustand fluoreszieren, schließt Diestelmeyer, daß die Träger der Emission in diesem Falle die zweiatomigen Moleküle sind.

Gerhard C. Schmidt veröffentlichte 1896 Untersuchungen über die Fluoreszenz; wie er findet, können alle Substanzen fluoreszieren, wenn man sie einem geeigneten „Lösungsmittel" beifügt, welches auch eine feste Substanz sein kann. In der (1921) erschienenen Abhandlung beweist er, daß Stoffe, wenn sie adsorbiert sind, nicht fluoreszieren, sehr häufig dagegen, wenn sie eine erstarrte, d. h. feste Lösung bilden.

Stark und Steubing (1908) haben nachgewiesen, daß Benzol, zahlreiche Benzolderivate und ferner viele andere organische Substanzen

mit größerem Kohlenstoffgehalt in Ultraviolett fluoreszieren. Goldstein findet, daß zahlreiche feste aromatische Substanzen unter den Kathodenstrahlen drei verschiedene Spektren geben; am Anfang der Erregung ein Vorspektrum, dann das Hauptspektrum und nach Unterbrechung der Entladung ein Nachspektrum. Bei Benutzung der Uviollampe zeigten sich nur das Vor- und Nachspektrum, während das Hauptspektrum ausblieb. Dasselbe wurde aber auch bei ultravioletter Bestrahlung sichtbar, wenn die Substanz vorher Kathodenstrahlen ausgesetzt war.

Auf weitere Fluoreszenzerscheinungen, die unter der Einwirkung elektrischer Entladungen oder Kathodenstrahlen auftreten, werden wir in Bd. V zurückkommen.

Resonanzspektra: Die Bezeichnung Resonanzspektra stammt von Wood und man versteht darunter die Wiederausstrahlung (Fluoreszenz) von Licht, dessen Spektrum Linien von der gleichen Wellenlänge enthält, wie zur Erregung benutzt wurde. Dementsprechend bezeichnet man auch das durch monochromatisches Licht erregte, gesetzmäßig gebaute Linienspektrum als Resonanzspektrum, wenn in dem letzteren die errregende Linie auftritt. Besonders eingehend sind die Resonanzspektra an Natrium, Jod und Quecksilber von Strutt, Franck und Hertz und in ausgedehnter Weise von Wood und seinen Schülern untersucht worden. Enthält das erregende Licht nur die D_2-Linie des Natriums, so ist in dem Resonanzlicht des reinen Natriumdampfes nur diese und keine Spur von D_1 zu beobachten. Es ist also möglich, den Dampf so zu erregen, daß er nur eine der beiden D-Linien aussendet. Erregt man die Resonanzstrahlung durch beide D-Linien, so sendet der Dampf wieder beide aus, und zwar verschieden intensiv je nach Stärke der Erregung. Quecksilber gibt ein sehr schönes Resonanzspektrum, wenn es durch monochromatisches Licht im Ultraviolett angeregt wird, das gerade seiner Absorptionslinie bei der Wellenlänge 2536 A.-E. entspricht. Das Spektrum des Resonanzlichts zeigt dann nur diese Linie, und zwar außerordentlich scharf und schmal. Bemerkenswert ist, daß der Dampf nicht nur innerhalb des erregenden Strahlenkegels leuchtet, sondern auch außerhalb. Wood nennt die Erscheinung sekundäre Resonanzstrahlung. Anwesenheit von Luft bringt sie zum Verschwinden. Wood nimmt an, daß diese sekundäre Strahlung herrührt von Teilchen, die infolge der großen freien Weglänge geflogen sind und dort weiterleuchten. Eine sekundäre Resonanzstrahlung hat auch Dunoyer beim Natriumdampf gefunden. Wood hat noch eine andere Resonanzerscheinung entdeckt. Bei größerer Dampfdichte verschwindet das Resonanzspektrum des Quecksilbers, dafür vereinigen sich die emittierten Resonanzwellen zu einer regelmäßig reflektierten Strahlung. So konnte Wood durch Steigerung der Dampfdichte beim Quecksilber es erreichen, daß der erregende Lichtkegel immer weniger tief in den Dampf eindrang und sich

schließlich auf ein kleines Oberflächenstück beschränkte. Wenn man unter diesen Umständen ein scharf begrenztes Stück der erregenden Flamme auf der Oberfläche des den Hg-Dampf enthaltenden Glasballons abbildete, so wurde das Bild von dem Dampf regelmäßig reflektiert. Mit Hilfe dieser Oberflächenresonanz zeigte Wood, daß die Resonanzlinien des Dampfes viel feiner sind als die erregende Linie; ihre Breite ergab sich zu 0,0216 A.-E.

Auch beim Na tritt, wie Strutt (1919) gefunden, eine derartige Oberflächenresonanz auf, daneben ist aber Volumresonanz stets sichtbar; jene wird vom Kern der *D*-Linien erzeugt, diese wird auch von weniger zentralen Teilen der Linie hervorgerufen und deshalb vom Natriumdampf weniger stark absorbiert als jene.

Wir gehen jetzt über zu einer näheren Beschreibung des Resonanzspektrums der reinen Dämpfe. Erregt man den Natriumdampf mit dem äußersten Violett, so zeigt sich zunächst keine Fluoreszenz. Läßt man die Wellenlänge des erregenden Lichtes allmählich zunehmen, so tritt eine grüne Fluoreszenz auf, wenn die Wellenlänge 4600 erreicht ist. Verwendet man blaues Licht zur Erregung, so erscheint ein Fluoreszenzspektrum in Gelb und Grün und außerdem das Gebiet, welches dem erregenden Licht entspricht: das dazwischenliegende Stück des Spektrums fehlt ganz. Bei Verwendung von nahezu monochromatischem Licht (durch spektrale Zerlegung) erhielt Wood ein Spektrum, das aus einer Reihe mehr oder weniger auseinander liegender Linien von verschiedener Intensität bestand. Die geringste Änderung der erregenden Wellenlänge bewirkt das Verschwinden dieser Linien und das Auftreten einer anderen Gruppe. Bei Verwendung von beinahe monochromatischem Licht, erhalten durch einen ganz engen Spalt im Spektrum, war das Spektrum des leuchtenden Natriumdampfes verhältnismäßig einfach und bestand aus wenigen, weit auseinander liegenden scharfen Linien. Das Stokessche Gesetz (S. 400) gilt hier nicht, denn bei Erregung in der Mitte des Spektrums traten Strahlungen auf sowohl oberhalb als auch unterhalb des erregenden Gebietes. Unter ihnen befand sich immer die Linie mit gleicher Wellenlänge wie die erregende; die übrigen lagen manchmal auf einer Seite, öfters auf beiden Seiten derselben.

Licht von noch größerer Homogenität als bei den oben geschilderten Versuchen erhielt Wood durch eine Cadmiumamalgamlampe, welche die Wellenlänge 5086, 4799, 4678 A.-E. intensiv ausstrahlte. Diese erregten alle die Fluoreszenz des Natriums. Durch passende Farbenfilter konnten einzelne Linien abgeblendet werden. Die grüne Cd-Linie 5086 A.-E. erregte ein Spektrum, das sich aus elf regelmäßig verteilten Linienpaaren zusammensetzt und einige andere Linien, z. B. 5305 und 5341, enthält. Das Spektrum, welches von der blauen Cd-Linie erregt wird, besteht aus einer regelmäßigen Reihe von fünf Linien in

Blau und einer Anzahl unregelmäßig verteilter Linien von verschiedener Intensität im gelbgrünen Gebiet. Die Erregung mit der Bariumlinie 4934 erzeugt dieselbe Serie wie die Lithiumlinie 4972 A.-E.

Beim Jod erzeugt die grüne Hg-Linie ein Serienspektrum im Rotgelb, dessen Linien durch Abstände von 65 bis 70 A.-E. voneinander getrennt sind. Bei großer Dispersion bestehen die Linien aus engen Dubletts, die von mehreren schwachen Linien (Trabanten) begleitet sind. Die gelbe Linie des Hg erregt eine Serie äquidistanter Dubletts. Eine kleine Änderung in der Struktur des erregenden Lichts, eine andere Temperatur der Lampe usw. bewirkt eine Änderung des Resonanzspektrums.

Ganz allgemein hat man gefunden, daß die Resonanzstrahlung nur in den Linien der Hauptserien erfolgt; sie kann entweder durch Absorption in der Linie selbst oder durch Absorption in einem Glied der Hauptserie angeregt werden, aber die Intensitätsverteilung ist je nach der erregenden Wellenlänge verschieden.

Bei Zumischung von fremden Gasen tritt eine auffallende Änderung in dem Bau des Resonanzspektrums auf. E. Wiedemann und Gerhard C. Schmidt fanden bereits, daß indifferente Gase die Fluoreszenz des Ka und Na vernichteten; Wood stellte beim Jod fest, daß Luft bei einem Druck von 15 mm die Fluoreszenz auslöscht, Wasserstoff bei 30 cm. Wood fand weiter, daß, wenn man das Jod durch die grüne Hg-Linie erregt, man das gewöhnliche, aus einzelnen Linien bestehende Resonanzspektrum erhält. Fügt man Helium von 2 mm Druck hinzu, so wird das Resonanzspektrum stark geschwächt und daneben tritt ein Bandenspektrum auf, wie es bei Erregung mit weißem Licht erscheint. Mit weiter steigendem Druck nimmt die Intensität des Resonanzspektrums ab, die des Bandenspektrums zu, so daß die gesamte ausgestrahlte Energie dieselbe bleibt. Bei 10 mm Druck bleiben von dem ursprünglichen Resonanzspektrum nur noch Spuren übrig und das Spektrum ist mit dem mit weißem Licht erhaltenen identisch. Ebenso verhalten sich Beimengungen von Argon und Neon. Bei gleichem Druck des Zusatzgases wächst die Schwächung mit dem Atomgewicht dieses Gases. Aber auch die Natur des Gases, wie sie sich in seiner Elektroaffinität ausdrückt, ist von Einfluß. Franck fand, daß bei Zusatz von H, N und O das Bandenspektrum auftritt, aber bei wachsender Elektroaffinität nimmt die Intensität der Banden ab, so daß sie bei O verhältnismäßig am schwächsten ist. Wood erklärte die Erscheinung ursprünglich durch Zusammenstöße zwischen den Jodmolekülen und denen des Gases; diese sollten die Schwingungen stören und so auslöschend wirken, aber die Erscheinung ist verwickelter.

Ist das Natrium möglichst frei von Wasserstoff, so ist bei Erregung durch die D_2-Linie bei 210° nur diese in dem Resonanzspektrum enthalten und keine Spur der D_1-Linie sichtbar. Bei höherer Temperatur

oder bei Gegenwart von H tritt noch die Linie D_1, wenn auch nur schwach, auf. Bei Erregung durch die D_1-Linie ist bei Abwesenheit von H D_1 sehr intensiv und nur eine Spur von D_2 sichtbar. Steigert man die Temperatur oder fügt dem Natriumdampf geringe Mengen von H zu, dann nimmt die Intensität von D_2 zu. Wood schließt hieraus, daß wir es augenscheinlich mit einer Resonanzstrahlung zu tun haben; die Energieübertragung erfolge von der erregten Linie auf die zweite durch Zusammenstöße zwischen den Molekülen entweder des Natriums und des Wasserstoffs oder der Natriummoleküle untereinander. Auf Grund dieser Annahme erklärt sich, weswegen die Wirkung nur bei hoher Temperatur oder erhöhter Dichte wahrnehmbar ist.

Diese Versuche von Wood und Mahler sind von Strutt (1919) fortgesetzt, indem er außer den D-Linien auch die zweite Linie der Hauptserie (3303 A.-E.) zur Fluoreszenzerregung benutzte. Strutt fand, daß bei Bestrahlung mit dieser Linie die Resonanzstrahlung nur zum geringeren Grade aus Licht derselben Schwingungszahl wie die auffallende Linie bestand, zum größten Teil aber aus Licht, das der gelben D-Linie entspricht, und zwar entstanden beide Komponenten, also D_1 und D_2. Eine Erklärung hierfür hat Niels Bohr (1920) gegeben.

Die bei Anwesenheit von Spuren fremder Gase auftretenden Banden des Resonanzspektrums entsprechen nur teilweise dem Absorptionsspektrum und hängen ab von der Zusammensetzung des erregenden Lichts. Wird die Menge des fremden Gases gesteigert, so verschwindet die Bandenfluoreszenz vollständig.

Im allgemeinen vernichtet hohe Temperatur die Fluoreszenz, dies gilt jedoch nicht für Se und S. Es scheint somit die Fluoreszenz an einen bestimmten Molekularzustand gebunden zu sein, der bei Se und S erst bei einer relativ hohen Umwandlungstemperatur eintritt (vgl. Diestelmeyer, S. 402).

Den unzweideutigsten Beweis dafür, daß wir es bei der beschriebenen Fluoreszenzerscheinung mit Resonanz zu tun haben, geht daraus hervor, daß, wie Wood (1904) beim Kaliumdampf gefunden hat, das emittierte Licht polarisiert ist, wenn das erregende polarisiert ist. Diese Erscheinung tritt auch bei Na und J auf. Die Polarisation ist in allen Linien bei monochromatischer polarisierter Erregung gleich groß. Bei Kaliumdampf war 30 Proz. polarisiert. Wood glaubte anfangs, daß die Zusammenstöße depolarisierten, aber Zusatz von N bis zu 12 mm Druck drückte den Betrag an Polarisation nicht herab; er schreibt daher die Depolarisation der Rotation der Moleküle beim Durchlaufen der freien Weglänge zu.

Die Resonanz des Heliums ist von Paschen (1914) eingehend untersucht worden. Wenn man dieses Gas in einer Geisslerröhre durch schwachen Strom erregt, absorbiert es die Strahlung von 10830 und 20582 A.-E. und zeigt Resonanz für 10830, und zwar wird alles ab-

sorbierte Licht als Resonanzlicht wieder ausgestrahlt. Der Heliumresonator besitzt hiernach die Eigenschaft, die Planck in seinen wichtigen theoretisch-optischen Arbeiten für den elektrischen Resonator eingeführt hat.

Die Fluoreszenz der Hg-Dämpfe ist außer von Wood noch von Steubing (1909), die Fluoreszenz der Rubidiumdämpfe ist besonders von Taylor und Carter (1910) untersucht worden.

Über den inneren Mechanismus der Fluoreszenzerscheinungen ist uns nur wenig bekannt. Lommel hat versucht, eine vollständige Theorie der Fluoreszenz zu geben, die aber, wie G. C. Schmidt gezeigt hat, mit der Erfahrung nicht im Einklang steht. Neuere Theorien stammen von Voigt (1901), Baly (1915), Perrin (1918) u. a. Auf die Lenardsche Theorie kommen wir bei der Phosphoreszenz zurück.

§ 3. Phosphoreszenz. Auf S. 38 bis 40 waren die verschiedenen Fälle von Lumineszenz aufgeführt worden, d. h. die Fälle des Leuchtens, welche nicht durch eine entsprechende Temperaturerhöhung hervorgerufen worden sind. Einer dieser Fälle war die Photo-Lumineszenz, d. h. das durch vorhergegangene Belichtung hervorgerufene Leuchten eines Körpers. Man bezeichnet diese Erscheinung auch als Phosphoreszenz, und die Substanz, an welcher sie auftritt, als phosphoreszierende. Beleuchtet man solche Substanzen hinreichend grell durch Sonnenstrahlen oder Bogenlicht, durch elektrische Funken oder eine Magnesiumflamme, so senden sie ein im Dunkeln mehr oder weniger intensives Licht im Verlaufe eines ziemlich langen Zeitraumes aus, der sogar bis zu vielen Stunden gehen kann.

Zu den phosphoreszierenden Substanzen gehören Schwefelverbindungen der Alkalimetalle, des Calciums, Bariums und Strontiums, die man durch Glühen von Schwefelblumen mit Kalk, Baryt oder Strontiumoxyd erhält. In geringerem Grade fluoreszieren Diamant (besonders gelber), Kalkspat und einige Sorten von Flußspat, namentlich das sogenannte Chlorophan, welches bei Nertschinsk vorkommt, ferner Leukophan und sibirischer Topas (das Leuchten dauert bisweilen nur einige Minuten), Aragonit, Kreide, phosphorsaurer Kalk und viele Salze des Calciums, Bariums und Strontiums (15 Sekunden).

Das Leuchten wird durch eine der oben genannten Lichtquellen hervorgerufen, die an Strahlen von großer Brechbarkeit reich sein müssen. Sehr intensives Leuchten erhält man, wenn die phosphoreszierende Substanz in Pulverform sich innerhalb einer Geisslerröhre befindet und man über dieselbe eine Zeitlang elektrische Entladungen hingehen läßt.

Das Leuchten wird durch Strahlen erzeugt, die von der phosphoreszierenden Substanz absorbiert werden; die Brechbarkeit der Strahlen, welche bei der Phosphoreszenz ausgesandt

werden, ist geringer als die der erregenden. In dieser Hinsicht ist die Phosphoreszenz der Fluoreszenz vollkommen analog.

Entwirft man auf einer mit phosphoreszierender Substanz bedeckten Fläche ein Spektrum, wobei es gut ist, Linsen und Prismen aus Quarz zu verwenden, so läßt sich, nachdem die direkte Einwirkung der Strahlen aufgehört hat, leicht bestimmen, durch welche Strahlen und in welchem Grade das Leuchten hervorgerufen worden ist.

Besonders eingehend hat sich mit der Phosphoreszenz Lenard und seine Schüler beschäftigt. Nachdem Lenard und Klatt nachgewiesen, daß chemisch reine Verbindungen des Schwefels mit Calcium, Barium und Strontium gar keine Phosphoreszenz zeigen, haben sie genaue Verfahren zur Darstellung der Phosphore ausgearbeitet. Dieselben bestehen außer dem Sulfid eines der drei Alkalimetalle Ca, Sr, Ba aus einem verhältnismäßig leicht schmelzbaren „Zusatz" wie Natriumsulfat, -phosphat, -chlorid, -borat oder dem entsprechenden Kalium oder Lithiumsalzen, sowie aus einer Spur des sogenannten wirksamen Metalls (Cu, Bi, Ag, Pb, Mn). Die spektroskopische Zerlegung des von einem Phosphor ausgesandten Lumineszenzlichtes zeigt, daß jedem wirksamen Metall in jedem Erdalkalisulfid eine größere Anzahl fester Banden zugehören, die für das betreffende Metall charakteristisch sind. Jede wird durch besondere Zusätze in ihrer Intensität und Dauer des Nachleuchtens in anderer Weise beeinflußt und jede besitzt ihre gesonderte Erregungsverteilung, d. h. wird durch besondere Lichtwellen zwangsweise erregt. In bezug auf die Dauer des Nachleuchtens einer Bande kann man zwischen Momentanbanden, also Banden, die sofort abklingen, und Dauerbanden, die das langandauernde Nachleuchten hervorrufen, unterscheiden; die letzteren zeichnen sich durch ihr langsames Anklingen bei der Erregung aus. Pauli (1912), Kittelmann (1915) und F. Schmidt (1920) haben nachgewiesen, daß in den Lenardschen Phosphoren der Schwefel durch Selen oder Sauerstoff ersetzt werden kann; diese Erdalkaliselenid- bzw. -sauerstoffphosphore verhalten sich ähnlich wie die Sulfidphosphore.

Lenard hat beim Vergleich eines und desselben Phosphors im unerregten und erregten Zustand gefunden, daß sich diese beiden Zustände in bezug auf das Absorptionsvermögen stark voneinander unterscheiden. Während nämlich die unerregte Schicht das erregende Licht stark absorbiert, nimmt diese Absorption mit zunehmender Erregung ständig ab.

Sehr bemerkenswert ist die Wirkung, welche rote und infrarote Strahlen auf eine bereits phosphoreszierende Platte ausüben. Durch diese Strahlen wird das Leuchten zunächst sehr kurze Zeit hindurch verstärkt, dann aber ausgelöscht. Entwirft man auf einer zu hellem Leuchten gebrachten phosphoreszie-

renden Platte ein Spektrum, so entsteht nach einiger Zeit ein dunkler Streifen auf hellem Grunde, und zwar an der Stelle, auf welche die roten und infraroten Strahlen eingewirkt hatten. War das Spektrum das der Sonnenstrahlen, so erkennt man die dem infraroten Teil angehörigen Fraunhoferschen Linien daran, daß hier die Phosphoreszenz nicht ausgelöscht ist; es bleiben also an den entsprechenden Stellen helle Linien bestehen, die sich vom dunklen Hintergrunde deutlich abheben. Auf diese Weise hat Becquerel den infraroten Teil des Sonnenspektrums untersucht. In dem dunklen Streifen lassen sich einige Stellen erkennen, die noch dunkler erscheinen, sie entsprechen den Strahlen, welche von der phosphoreszierenden Substanz besonders energisch absorbiert worden sind und infolgedessen ein vollkommenes Auslöschen des Leuchtens bewirken.

H. Lehmann (1912) erregt mit phosphoreszierendem Zinksulfid bedeckte Platten zunächst zum Leuchten, setzt sie darauf irgend einem Spektrum aus und bringt sie dann in Berührung mit einer photographischen Platte. Nach der Entwickelung zeigen dann die Spektrogramme die Spektrallinien hell auf dunklem Grunde.

Wie Lenard nachgewiesen, vermag nicht nur das rote und ultrarote Licht auslöschend zu wirken, vielmehr zeigt es sich, daß auf eine bestimmte Bande alle diejenigen Lichtstrahlen auslöschend wirken, die sie nicht erregen. Da jede Bande ihre gesonderte Erregungsverteilung besitzt, so kann ein Lichtbündel von gewisser Wellenlänge auf die eine Bande erregend, zugleich aber auf eine andere Bande auslöschend wirken. Ferner zeigt es sich, daß in bezug auf die Absorption für nichterregende Lichtwellen gerade das Umgekehrte gilt wie für die erregenden; in dem Maße, in welchem die zunächst vollständige Erregung des Phosphors durch Abklingen abnimmt, nimmt auch die Absorption des nichterregenden, d. h. auslöschend wirkenden Lichtes ab.

Lenard hat gefunden, daß die Phosphoreszenzfähigkeit durch starken Druck vernichtet wird. Werden die im Dunkeln durch Druck zerstörten Erdalkaliphosphore an helles weißes Licht gebracht oder mit Kathodenstrahlen beleuchtet, so nehmen sie gewisse zarte Farben an. Beim Erwärmen auf 400° entfärben sie sich und erlangen dabei wieder die Fähigkeit, zu phosphoreszieren. Auch Bestrahlung mit langwelligem Licht vermag den Phosphor zu entfärben, dabei aber nicht die phosphoreszenzzerstörende Wirkung aufzuheben.

Lenard hat nachgewiesen, daß sämtliche Phosphore lichtelektrisch empfindlich sind, d. h. wenn sie negativ geladen sind, so verlieren sie die Ladung beim Bestrahlen mit Licht (Hallwachseffekt). Indem wir die Einzelheiten dieser Erscheinung erst in Bd. V bringen werden, begnügen wir uns mit einigen Einzelheiten, die aber zum Verständnis der unten dargestellten Lenardschen Theorie der Phosphoreszenz unbedingt nötig sind. Wie erwähnt, zeigen sämtliche Phos-

phore den lichtelektrischen Effekt, und zwar wirken dabei ausschließlich die Wellenlängen, welche auch die dem Phosphor eigentümlichen Banden zur Emission bringen. Auch die durch Druck zerstörten gefärbten Phosphore sind ungefähr ebenso lichtelektrisch empfindlich wie die unzerstörten. Dagegen zeigen die durch Druck zerstörten, aber noch ungefärbten Phosphore eine außerordentlich erhöhte lichtelektrische Anfangswirkung, die parallel mit dem Fortschreiten des Färbungsprozesses bei weiterer Belichtung stark heruntergeht.

Wie Pauli (1911) nachgewiesen hat, zeigen manche der Lenardschen Phosphore eine Phosphoreszenz im Ultraviolett und Infrarot. Der SrMn-Phosphor, d. h. Strontiumsulfid mit Mn als wirksames Metall nebst dem leichtschmelzbaren Zusatz zeigt drei Banden, deren Maximum bei 5550, 6050 und 8100 liegt. Der SrNi-Phosphor zeigt nur eine

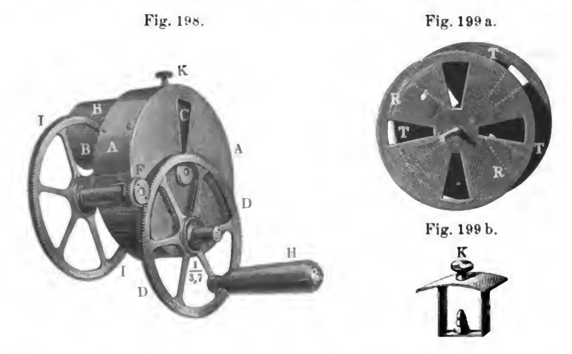


Fig. 198.

Fig. 199 a.

Fig. 199 b.

Bande im Infrarot bei 7900. Beim SrAg-Phosphor treten die Banden mit dem Maximum bei 5700, 4200 und 3780 auf. Der CaAg-Phosphor in der Zusammensetzung 2 g CaS, 0,0002 g Ag, 0,1 g K_2SO_4 sendet nur ultraviolettes Licht aus; das Maximum der ziemlich starken Bande liegt bei 3500.

Viele Substanzen zeigen eine sehr kurze Dauer der Phosphoreszenz. Für diese kann man sich des von E. Becquerel konstruierten Phosphoroskops bedienen, welches auch dazu benutzt werden kann, um die Phosphoreszenzdauer überhaupt zu messen. Dieser Apparat ist in Fig. 198 abgebildet, sein wesentlichster Bestandteil in Fig. 199 a. Letzterer besteht aus zwei undurchsichtigen Kreisscheiben, welche je vier in gleichem Abstande befindliche sektorenförmige Ausschnitte haben. Die Scheiben sind derart auf einer gemeinsamen Achse befestigt, daß jeder Ausschnitt der einen von ihnen mitten zwischen zwei Aus-

schnitten der gegenüberstehenden Scheibe liegt. Beiden Scheiben stehen von beiden Seiten je zwei weitere Scheiben (Fig. 198 zeigt eine derselben) gegenüber, welche nur je eine im oberen Teile befindliche Öffnung haben und die Doppelböden des Gehäuses bilden, in welchem sich die beweglichen Scheiben R und T (Fig. 199 a) befinden. Die Achse, auf welcher letztere angebracht sind, trägt ein Zahnrad und kann durch ein Räderwerk bei Drehung der Kurbel H in schnelle Rotation versetzt werden. Die auf ihre Phosphoreszenzdauer zu untersuchende Substanz wird ins Innere des Gehäuses gebracht; man bringt sie in einen kleinen Rahmen (Fig. 199 b), der an einem der inneren Böden mit Hilfe der Schraube K befestigt wird. Einem der Schlitze von AA (Fig. 198) gegenüber wird eine Lichtquelle aufgestellt, an der gegenüberliegenden Seite befindet sich das Auge des Beobachters. Sind die Scheiben in Drehung versetzt, so wird der Körper bei jeder Umdrehung derselben viermal belichtet, und dauert jede dieser Belichtungen $\frac{1}{16}$ der Dauer einer vollen Umdrehung. Die Belichtung erfolgt nämlich, wenn sich ein Ausschnitt der hinteren Scheibe T (Fig. 199 a) gegenüber den Schlitzen der hinteren Böden des Gehäuses AA befindet. Hierauf wird der Körper nach $\frac{1}{16}$ Umdrehung wieder während der Dauer von $\frac{1}{16}$ Umdrehung sichtbar, um dann während $\frac{1}{16}$ Umdrehung abermals belichtet zu werden usw. Bei schneller Drehung der Scheiben sieht der Beobachter den Körper ununterbrochen leuchten, falls seine Phosphoreszenzdauer nach erfolgter Belichtung nicht geringer ist als $\frac{1}{16}$ der Dauer einer Umdrehung der Scheiben. Die Umdrehungszahl der letzteren kann bis auf 500 pro Sekunde gebracht werden, man kann daher mit Hilfe des Apparats noch eine Phosphoreszenz entdecken, deren Dauer nicht größer als 0,000125 Sekunden ist.

Die Phosphoreszenzdauer wird durch die Drehgeschwindigkeit bestimmt, bei welcher der Beobachter ein ununterbrochenes Leuchten des gegebenen Körpers wahrnimmt. Uranglas und Kristalle von Urannitrat leuchten $\frac{1}{25}$ Sekunde lang, der größte Glanz derselben wird aber wahrgenommen, wenn $\frac{1}{16}$ Umdrehung in $\frac{1}{250}$ Sekunden erfolgt, d. h. bei einer Dauer der Belichtung von 0,004 Sekunde, wobei auch die Beobachtung nach je einem ebensolchen Zeitintervall erfolgt. E. Wiedemann hat auf den Umstand hingewiesen, daß beim Phosphoroskop die Dauer der einzelnen Belichtungen mit Zunahme der Drehgeschwindigkeit der Scheiben abnimmt, was wohl zu beachten ist.

Von Lenard stammt ein überaus einfaches Phosphoroskop, bei welchem als Erreger elektrische Funken dienen.

Auf die Phosphoreszenzerscheinungen hat die Temperatur einen bedeutenden Einfluß. Vor allen Dingen hängt die Farbe der erregten Strahlen von der Temperatur ab, bei welcher sich die Substanz befindet. Nach Becquerel macht man an Schwefelstrontium folgende Beobachtungen der Phosphoreszenzfarbe:

Temperatur	Phosphoreszenzfarbe
— 20°	Intensives Dunkelviolett
+ 20°	Bläulichviolett
+ 40°	Hellblau
+ 70°	Grünblau
+ 90°	Grüngelb
+ 100°	Gelb
+ 200°	Blaßorange

Im obigen Falle verringert sich die Brechbarkeit der ausgesandten Strahlen bei Steigerung der Temperatur; bei anderen Substanzen beobachtet man jedoch gerade das Gegenteil. Besonders eingehend hat sich mit dieser Frage Lenard beschäftigt. In einem gewissen tiefen Temperaturbereich ist jede Bande eine Momentanbande (S. 408), bei höherer Temperatur wird sie zur Dauerbande, um bei noch höherer Temperatur wieder in eine Momentanbande überzugehen. Jede Bande vermag also je nach der herrschenden Temperatur verschiedene Zustände anzunehmen. Nach diesem Befund erklären sich die eben beschriebenen Beobachtungen von Becquerel leicht.

Den Einfluß der Temperatur haben ferner Bardetscher (1888), Dewar (1894), E. Wiedemann und G. C. Schmidt (1894), A. und L. Lumière (1899), Trowbridge (1899), Micheli (1901), Le Roux (1905) u. a. untersucht.

Bardetscher hat die Erscheinung untersucht, wonach ein Körper, welcher zu phosphoreszieren aufgehört hat, bei der Erwärmung von neuem zu phosphoreszieren beginnt. Er fand, daß dies Leuchten bei etwa 390° (für verschiedene Sorten von CaS und SrS) aufhört. Dewar hat eine ganze Reihe von interessanten Tatsachen gefunden. CaS, SrS und BaS hören bei — 80° auf zu phosphoreszieren; Gelatine, Celluloid, Paraffin, Elfenbein, Horn und Kautschuk, die bei gewöhnlicher Temperatur nur schwach leuchten, senden bei — 180° sehr helles Phosphoreszenzlicht aus. Kohlenwasserstoffe, Alkohole, Säuren, Äther und die Mehrzahl der farblosen Salze phosphoreszieren bei — 180°. Besonders stark leuchten bei dieser Temperatur Acetophenon, Benzophenon, Asparagin, Hippursäure, Harnstoff, Diphenyl, Salicylsäure, Glykogen, Eierschalen, Federn u. a. Kristalle des Ammoniumplatincyanürs zeigen bei — 180° schwache Phosphoreszenz, gießt man jedoch die zur Erzeugung jener Temperatur dienende flüssige Luft ab, so daß sich die Kristalle schnell zu erwärmen anfangen, so beginnen sie „so hell wie eine Lampe“ zu leuchten. A. und L. Lumière haben auch beobachtet, daß viele Körper, wenn sie während der Phosphoreszenz abgekühlt werden, ihre Helligkeit verlieren. Aber einige Stoffe, die bis — 200° abgekühlt der Einwirkung des Lichts ausgesetzt werden, phosphoreszieren

nicht. Bei der darauf folgenden Erwärmung tritt Leuchten ein wegen der Thermolumineszenz. Trowbridge findet, daß Gummi arabicum, Baumwollfasern, Schreibpapier, Stärke, Celluloid, Leim und Leder ebenfalls bei — 180° phosphoreszieren.

Zahlreiche Uransalze haben in bezug auf Absorption und Fluoreszenz bei tiefen Temperaturen Nichols und seine Schüler untersucht; wir werden hierauf bei der polarisierten Fluoreszenz (Kapitel XVI) zurückkommen. Durchweg zeigte es sich, daß die Phosphoreszenzbanden bei tiefen Temperaturen schärfer werden, so daß das Fluoreszenzspektrum einem Linienspektrum ähnlich wird.

Lenard hat nachgewiesen, daß das Erhitzen keine Lumineszenz hervorruft; es wirkt nur auslösend auf die bereits aufgespeicherte Erregungsenergie, und zwar leuchten beim Temperaturanstieg jederzeit diejenigen Banden auf, deren Dauertemperatur gerade passiert wird. Die Farbe des Leuchtens kann daher je nach der Temperatur sehr verschieden sein. Der Phosphor CaS mit einer Spur Cu als wirksames Metall und einem Lithiumsalz als Zusatz hat drei Banden, eine blaue mit einer Dauertemperatur, die etwas unter Zimmertemperatur liegt, eine grüne bei Zimmertemperatur und eine orangefarbene bei etwa 100°. Erregt man daher diesen Phosphor bei tiefer Temperatur und taucht ihn dann in siedendes Wasser, so leuchtet er nacheinander blau, grün und dann rötlich. Die oben erwähnte auslöschende Wirkung der roten und ultraroten Strahlen ist im wesentlichen gleich derjenigen der Temperaturerhöhung. Bei der roten Bestrahlung treten ebenfalls nacheinander diejenigen Banden auf, die einer bestimmten, ständig zunehmenden Temperatur entsprechen.

E. Wiedemann (1888) hat gefunden, daß CaS (Balmainsche Leuchtfarbe) während der Phosphoreszenz etwa 0,05 derjenigen Menge von strahlender Energie aussendet, welche diese Phosphoreszenz hervorgerufen hatte. Lenard hat die Energieaufspeicherung bei Phosphoren in absolutem Maß bestimmt. In 1 mg eines bestimmten Ca-Bi-Phosphors mit 0,01 normalem Wismutgehalt ergab sich die in Gestalt von Licht zu verausgabende maximale Energieaufspeicherung von 0,00090 Erg pro Quadratzentimeter bezogen auf eine in 1 m Entfernung befindliche Auffangfläche. Für jedes einzelne Wismutatom berechnet sich daraus eine maximale Energieaufspeicherung von $18{,}4 \cdot 10^{-12}$ Erg. Hieraus ergibt sich, daß jedes Wismutatom beim Abklingen vier Lichtquanten emittiert.

Flüssigkeiten zeigen nur Fluoreszenz, keine Phosphoreszenz. E. Wiedemann ist es gelungen, gewissermaßen den Übergang von Fluoreszenz zur Phosphoreszenz zu erhalten, indem er stark fluoreszierende Lösungen von Eosin, Äsculin und schwefelsaurem Chinin mit Gelatine mischte und erstarren ließ. Er erhielt auf diese Weise phosphoreszierende Körper (kolloidale Lösung, s. Bd. I) und schrieb die Erscheinung einer Verringerung in der Beweglichkeit der Moleküle zu.

Gerhard Schmidt (1921) löste Eosin, Fluoreszein usw. in erhitzte und dadurch geschmolzene organische Stoffe, wie Benzoesäure, Benzamid, und erhielt dadurch fluoreszierende Flüssigkeiten; nach dem Erstarren phosphoreszierten sie. Offenbar liegen hier erstarrte, d. h. feste Lösungen vor.

Die Fähigkeit der phosphoreszierenden Substanzen, nach erfolgter Belichtung im Dunkeln zu leuchten, wird u. a. benutzt, um mit ihnen Streichholzschachteln, Leuchter usw. zu bedecken.

Die am vollständigsten durchgearbeitete Theorie der Phosphoreszenz, welche natürlich auch für die Fluoreszenz gilt, ist die von Lenard, die er bereits 1904 in groben Umrissen entwickelt und seitdem immer mehr vervollständigt hat. Nach dieser veranlaßt das erregende Licht durch lichtelektrische Wirkung das Entweichen negativer Elektronen aus den Phosphoreszenzzentren. Als Grundstock der Zentren eines Phosphors, z. B. eines Ca-Cu-Phosphors von der empirischen Formel $Ca_xCu_yS_z$, nimmt Lenard eine etwa ringförmig in sich geschlossene Kette folgender Art an:

—S—Ca—S—Ca—S—.

Die wirksamen Metalle werden durch die Nebenvalenzen des Schwefels festgehalten und zwar in den verschiedenen Banden in verschiedener Weise, so daß sie z. B. folgende Struktur besitzen könnten:

```
—Ca—S—Ca—     und     —Ca—S—Ca—
     ||                   / \
     Cu                 Cu   Cu
```

Der erregte Zustand eines Phosphors besteht nun darin, daß die lichtelektrischen Elektronen aus ihren Metallatomen entwichen sind und in der Umgebung, etwa von Schwefelatomen festgehalten werden. Die Rückkehr derselben bewirkt das Leuchten. Da sich aber gezeigt hat, daß die Schwingungsdauern der Erregung im wesentlichen keine, die Schwingungsdauern der Emission dagegen eine sehr starke Beeinflussung durch die Umgebung des Metallatoms im Zentrum erfahren, so müssen diejenigen Elektronen, die das Leuchten besorgen, andere sein als die lichtelektrischen Elektronen. **Die lichtelektrischen Elektronen rufen bei ihrer Rückkehr Schwingungen der Emissionselektronen im Metallatom hervor;** letztere allein bedingen die Emission und sind ihre Eigenschwingungsdauern maßgebend für die spektrale Verteilung. In welcher Weise auf Grund dieser Theorie alle einzelnen Erscheinungen der Fluoreszenz und Phosphoreszenz erklärt werden, kann hier nicht auseinandergesetzt werden. Die lumineszenzerregenden Eigenschaften der Kathoden und verwandter Strahlen lassen sich nach der Lenardschen Theorie leicht deuten. Auch zur Erklärung der Triboluminneszenz hat die Lenardsche Theorie die Grundlage gegeben (Imhof 1917, H. Schmidt 1918).

§ 4. Chemische Wirkungen der strahlenden Energie. Wenn sich die strahlende Energie im Innern irgend einer Substanz ausbreitet, so können in letzterer verschiedenerlei chemische Erscheinungen auftreten: Zerlegung, chemische Vereinigung oder Änderungen des molekularen Baues. In den Fällen, wo die von den Strahlen hervorgerufene chemische Reaktion an Energieverbrauch gebunden ist, hat man es offenbar mit einer Umwandlung von Strahlungsenergie in potentielle chemische Energie der sich zersetzenden Substanzen zu tun. Ist die Reaktion aber mit einer Abnahme des Vorrats an chemischer Energie verbunden, d. h. mit einer Ausscheidung von Wärme, wie z. B. bei der Vereinigung von Chlor und Wasserstoff, so ist es offenbar, daß die Reaktion selbst auf Kosten des Vorrats an strahlender Energie erfolgt ist. Man muß im letzteren Falle annehmen, daß ein Teil der strahlenden Energie dazu verbraucht worden ist, die Hindernisse zu beseitigen, welche sich einer Vereinigung der Substanzen entgegengestellt hatten, d. h. daß sie nur eine „auslösende" Wirkung ausübte.

Eine bestimmte chemische Reaktion wird unter gegebenen Verhältnissen nicht durch alle Strahlen des Spektrums in gleichem Grade hervorgerufen: gewisse Strahlen bringen eine heftige und schnelle Reaktion zustande, andere eine schwache und langsame, und wieder andere rufen überhaupt keine Reaktion hervor.

Die ersten Beobachtungen der verschiedenen chemischen Wirkungen von Strahlen zeigten, daß die stärksten Wirkungen durch die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen hervorgerufen wurden. Durch diesen Umstand veranlaßt, nahm man die Existenz einer besonderen Art von Strahlen an, die man als chemische oder aktinische Strahlen bezeichnete. Gegenwärtig ist man hiervon ganz abgekommen. Man hat sich davon überzeugt, daß die Fähigkeit, chemische Prozesse hervorzurufen, keineswegs eine spezifische Eigenschaft der Strahlen von bestimmter Brechbarkeit ist, sondern daß diese Eigenschaft allen Strahlen des sichtbaren Spektrums und sogar den ultraroten Strahlen zukommt. Damit in einer gegebenen Substanz unter Einwirkung der Strahlen eine chemische Reaktion erfolge, ist es erforderlich, daß jene Substanz die Fähigkeit hat, diese Strahlen zu absorbieren. H. W. Vogel hat die Entdeckung gemacht, daß es oft genügt, einer gegebenen Substanz etwas von einer anderen beizumengen, welche selbst die Strahlen absorbiert, um hierdurch auch der ersten Substanz die Umwandlungsfähigkeit durch die entsprechenden Strahlen zu verleihen. Wir werden auf diese Substanzen, welche man als Sensibilatoren bezeichnet, noch im weiteren zu sprechen kommen.

Die chemischen Wirkungen der strahlenden Energie spielen in der Natur eine sehr hervorragende Rolle, denn durch sie werden die verwickelten chemischen Vorgänge hervorgerufen, welche das Leben und

Wachstum der Pflanzen bedingen; eine eingehendere Betrachtung derselben gehört indes in die Lehrbücher der Pflanzenphysiologie.

Auf den chemischen Wirkungen der strahlenden Energie beruht die Photographie, deren von Tag zu Tag wachsende Bedeutung für alle Zweige des Wissens ja allbekannt ist.

Daß zum Hervorbringen einer chemischen Wirkung in allen Fällen Absorption der strahlenden Energie erforderlich sei, hat zuerst Draper gezeigt. Haben Strahlen eine Substanz durchsetzt, in welcher sie eine bestimmte chemische Reaktion hervorgerufen haben, so bringen sie beim Eindringen in eine weitere Menge derselben Substanz jene Wirkung nicht mehr hervor.

Am natürlichsten ist die Annahme, der Grad der chemischen Wirkung werde durch die Menge der Substanz gemessen, welche sich in gegebener Zeit vereinigt oder zerlegt hat; die chemische Wirkung ist demnach der Strömung der strahlenden Energie proportional, welche in der gleichen Zeit von der betreffenden Substanz oder dem betreffenden Substanzgemenge absorbiert wird. Die chemische Wirkung ist also proportional dem Produkte aus der Wirkungsdauer und der Intensität der Energiestrahlung. Für sichtbare Strahlen bezeichnet man die Intensität der Energiestrahlung gewöhnlich als „Lichtstärke". Es ist also gleichgültig, ob die doppelte Intensität in der einfachen Zeit oder die einfache Intensität in der doppelten Zeit absorbiert wird. Die Richtigkeit dieses Gesetzes ist von Bunsen und Roscoe durch Messungen an Chlorknallgas und photographischen Papieren bestätigt worden. Die von Schwarzschild und anderen für sehr kleine Intensitäten gefundenen Abweichungen dürften auf sekundären Wirkungen beruhen.

Im allgemeinen kann man sagen, daß die Richtung, in der die photochemischen Prozesse verlaufen, dieselbe ist wie in der Dunkelheit, d. h. im Sinne einer Erhöhung der Stabilität des Systems oder des Anwachsens der Entropie (Bd. III). In den meisten Fällen beeinflußt das Licht nur die Geschwindigkeit der Reaktion. Aber der Gleichgewichtszustand, der sich bei Beleuchtung ergibt, kann sich wesentlich unterscheiden vom entsprechenden Zustand in der Dunkelheit. Das photochemische Gleichgewicht ist ein dynamisches Gleichgewicht, das durch fortwährenden Zufluß von Lichtenergie aufrechterhalten wird.

Wir wollen an Beispielen die molekularen Veränderungen, die Bildungen von Verbindungen und die chemischen Zersetzungen, welche durch die strahlende Energie hervorgerufen werden, gesondert betrachten. Eingehendere Daten findet man in Eders Handbuch der Photographie.

I. Molekulare Veränderungen. Weißer Phosphor verwandelt sich unter der Einwirkung der Sonnenstrahlen in roten Phosphor, fein pulverisiertes amorphes Selen dagegen in kristallinisches; letzteres besitzt

die eigentümliche Eigenschaft, daß seine überhaupt geringfügige elektrische Leitfähigkeit sich bei der Belichtung vermehrt, im Dunkeln dagegen von neuem vermindert.

Roter kristallinischer Zinnober wird im Lichte schwarz und amorph. Zahlreiche Mineralien erfahren entsprechende Veränderungen; z. B. die hellroten Hyazinthkristalle werden an der Sonne dunkelbraun, grüner Feldspat aus Annaberg in Sachsen nimmt dunkle Färbung an. Fast alle Sorten von farblosem Glas färben sich allmählich und nehmen hierbei einen gelben, grünen oder violetten Ton an.

II. Chemische Vereinigungen. Ein Gemisch aus Chlor und Wasserstoff, das sich im Dunkeln unbegrenzt lange hält, verwandelt sich im Lichte in HCl (diese Erscheinung ist 1811 von Gay-Lussac entdeckt worden). Helles Sonnenlicht bringt plötzliche Vereinigung unter Explosion zustande. Bunsen und Roscoe, sowie in späterer Zeit Pringsheim haben den Einfluß des Lichts auf Mischungen von Cl und H eingehend studiert; wir kommen auf ihre Arbeiten weiter unten zurück.

Im Wasser gelöstes Chlor zerlegt dasselbe bei Belichtung, wobei sich HCl bildet und Sauerstoff ausgeschieden wird. Ferner vereinigt sich das Chlor unter dem Einfluß des Lichts mit verschiedenen Kohlenwasserstoffverbindungen. Eine Mischung von Cl mit CH_4 gibt allmählich folgende Reihe von Verbindungen: CH_3Cl, CH_2Cl_2, $CHCl_3$ (Chloroform) und CCl_4. Kohlenoxyd und Cl geben Chlorkohlenoxyd. Einige der genannten Reaktionen kann man übrigens auch zu den Zersetzungsvorgängen rechnen.

In vielen Fällen begünstigt die Belichtung die Oxydation, z. B. die von Metallen. Dünne Schichten von Bleisulfid verwandeln sich bei Belichtung in schwefelsaures Blei; Lösungen von Schwefelwasserstoff und schwefliger Säure werden oxydiert. Fette Öle, die sich im Lichte oxydieren, werden zugleich weniger flüssig; Terpentinöl bildet bei Anwesenheit von Wasser das Wasserstoffsuperoxyd. Auch Harze werden oxydiert, wobei sich ihre Färbung ändert; Asphalt verliert seine Löslichkeit im Äther, Benzol usw. Kautschuk wird unlöslich im Benzol und Terpentinöl. Hierher gehört auch die Oxydation vieler organischer Farbstoffe, wofür als Beispiel dienen kann die Entfärbung gefärbter Gewebe, farbigen Papiers usw. Das Bleichen der Leinwand im Sonnenlichte gehört ebenfalls zu den chemischen Wirkungen der Sonnenstrahlen. Die Purpurfarbe, welche im Altertum bekannt war, bildet sich nur unter der Einwirkung des Lichts aus dem gelblichen Sekret eines Weichtiers (Purpura lapillus).

III. Chemische Zersetzungen. Eine Lösung von Wasserstoffsuperoxyd in Wasser zerfällt im Lichte in Wasser und Sauerstoff. Konzentrierte Salpetersäure färbt sich im Lichte infolge der Bildung von Untersalpetersäure braun (Scheele 1777). Gasförmiger JH zer-

fällt in J und H. Doppelchromsaures Kalium zersetzt sich bei Anwesenheit von organischen Substanzen (Albumin, Glycerin usw.) unter der Einwirkung des Lichts, wobei sich chromsaures Kalium oder sogar Chromoxyd bildet.

Eine Lösung, welche $FeCl_3$ und Oxalsäure enthält, zersetzt sich, entsprechend der Formel

$$2\,FeCl_3 + C_2O_4H_2 = 2\,FeCl_2 + 2\,CO_2 + 2\,HCl.$$

G. Lemoine, der sich besonders mit diesem Gegenstande beschäftigt hat, fand, daß die Geschwindigkeit dieser exothermischen Reaktion mit der Strahlungsintensität wächst, und daß die Reaktion aufhört, sobald die Belichtung unterbrochen wird.

Eine Lösung, welche Quecksilberchlorid und oxalsaures Ammonium enthält, bleibt im Dunkeln unbegrenzt lange unverändert, im Lichte dagegen zerfällt sie, entsprechend der Formel

$$2\,HgCl_2 + C_2O_4(NH_4)_2 = Hg_2Cl_2 + 2\,CO_2 + 2\,NH_4Cl.$$

Salpetersaures Silber färbt sich im Lichte schwarz.

Eine Lösung von Jodoform in Chloroform, Benzol, Schwefelkohlenstoff u. a. rötet sich bei Beleuchtung, was zuerst Humbert (1856) beobachtete; diese Erscheinung wurde eingehend untersucht von Hardy und Miss Willock (1904) und van Aubel (1904); letzterer beobachtete eine analoge Erscheinung bei einer Mischung von Vaselin und Jodoform. Bei 45° wurde gar keine Zerlegung des Jodoforms beobachtet.

Von besonderem praktischen Interesse ist der Einfluß, welchen die Belichtung auf Haloidverbindungen des Silbers ausübt, d. h. auf Chlorsilber, Bromsilber und Jodsilber; diese Substanzen erfahren eine Zersetzung, wobei jedoch der Charakter der letzteren noch nicht bis ins einzelne klar erkannt ist. Bereits 1727 machte der Arzt Schultze die Beobachtung, daß Kreide, welche mit einer Lösung von einem Silbersalz in starkem Spiritus übergossen war, sich schwarz färbte, und zwar nur an den Stellen, welche dem Lichte ausgesetzt waren. Scheele (1777) und Senebier (1782) untersuchten die Einwirkung des Lichts auf Chlorsilber eingehender. Vollkommen trockenes Chlorsilber ist der Lichtwirkung in geringerem Grade unterworfen als feuchtes; in der Weißglut verschwindet diese Wirkung vollständig.

Durch Belichten der Silberhaloide oder durch partielle Reduktion derselben oder durch partielle Oxydation von Silber mit Halogen entstehen sehr verschieden gefärbte Substanzen, die Carey Lea Photohaloide genannt hat. Sie sind wegen ihrer Wichtigkeit für die Theorie der Photographie sehr viel untersucht worden und hat sich ergeben, daß sie halogenärmer sind als die Silberhaloide. Vielfach hat man früher angenommen, daß sie aus Subhaloidsilber von verschiedener Zusammensetzung beständen, doch haben Reinders (1911) und andere es wahrscheinlich gemacht, daß sie aufzufassen sind als kolloidale Lösungen von

Ag in Haloidsilber oder als Adsorptionsverbindungen, d. h. als Gebilde, in denen das entstandene Silber von dem Halogensilber adsorbiert ist.

Hat man eine Silberplatte der Einwirkung von Chlor oder den Dämpfen von Brom oder Jod ausgesetzt, so schlagen sich auf derselben Quecksilberdämpfe nur an den Stellen nieder, welche zuvor belichtet worden waren.

Auf Papier, in Albumin, Collodium, Gelatine usw. verteiltes Chlorsilber, Bromsilber und Jodsilber besitzen die folgende bemerkenswerte Eigenschaft: bei Belichtung erlangen sie die Fähigkeit, metallisches Silber in statu nascendi anzuziehen, welches aus einer Lösung von salpetersaurem Silber durch Eisenvitriol, Pyrogallussäure usw. verdrängt wird. Der Silberniederschlag ist um so dichter, je stärker die entsprechende Stelle zuvor belichtet war (physikalische Hervorrufung).

Chlorsilber, insbesondere aber Bromsilber gehen durch kurzdauernde Belichtung in einen besonderen, labilen Zustand chemischen Gleichgewichts über, der dadurch gekennzeichnet ist, daß eine ganze Reihe von Substanzen, z. B. Lösungen von Pyrogallussäure, alkalischem Pyrogallol, oxalsaurem Doppelsalz von Kalium und Eisen, Hydrochinon usw. es weiter zerlegen. Auch hier hängt der Intensitätsgrad der Zerlegung von der Intensität der vorausgegangenen Belichtung ab (chemische Hervorrufung). Über die Vorgänge, welche hierbei in Frage kommen, ist eine große Anzahl von Hypothesen aufgestellt worden. Alle Forscher sind sich darüber einig, daß das Endprodukt der Zersetzung des Silberhaloids Silber ist, aber über den Verlauf der Reaktion, das Auftreten der Zwischenprodukte usw. herrscht noch große Unklarheit. Wir können hierauf nicht näher eingehen und verweisen auf den Bericht von A. Trivelli: Neuere Theorie der photochemischen Vorgänge in der Bromgelatineplatte, sowie auf Spezialwerke über Photographie. Durch besondere Lichtempfindlichkeit zeichnet sich die sogenannte Bromgelatineemulsion aus, von der weiter unten die Rede ist. Bei andauernder Belichtung verringert sich die Fähigkeit der Silbersalze, sich schwarz zu färben (sogenannte Solarisation), hierauf nimmt sie wieder zu; nach Lumière nimmt diese Eigenschaft mit Zunahme der Belichtungsdauer periodisch ab und zu.

Dewar hat gefunden, daß bei — 180° die Lichtempfindlichkeit um 80 Proz. vermindert ist; jedoch selbst bei — 200°, wo fast alle chemischen Reaktionen aufhören, bleibt die Lichtwirkung noch bestehen. Zu denselben Resultaten sind auch A. und L. Lumière gelangt; eine Abkühlung an und für sich wirkt auf die Bromgelatineplatte nicht ein.

Die Lichtempfindlichkeit wird erhöht durch Hinzufügung von gewissen Substanzen, welche das Chlor, Brom und Jod absorbieren, wie z. B. von salpetersaurem Silber, unterschwefligsaurem Natrium, arsenigsaurem Natrium, Tannin u. a.: diese Substanzen heißen chemische

Sensibilatoren. Eine ganz andere Bedeutung haben die von Vogel entdeckten optischen Sensibilatoren, welche wir bereits erwähnt hatten. Diese besitzen die Fähigkeit, Lichtstrahlen von geringerer Brechbarkeit zu absorbieren, und machen dabei die Silbersalze, denen sie beigemengt worden sind, gegen eben jene Strahlen empfindlich. Die besten optischen Sensibilatoren sind Chlorcyanin, $C_{30}H_{39}N_2Cl$, für die roten und orangenen Strahlen, Erythrosin für die gelben, Eosin für die grünen und gelbgrünen Strahlen usw. Durch geeignete Sensibilatoren kann eine Bromgelatineemulsion sogar gegen die infraroten Strahlen empfindlich gemacht werden.

Von anderen Beispielen der Zerlegung durch Belichtung sei hier noch des Amylnitrits, $C_5H_{11}NO_2$, gedacht. Sendet man Sonnenstrahlen oder die Strahlen von elektrischem Bogenlicht durch die vollkommen durchsichtigen Dämpfe dieser Substanz, so bilden sich schwere, weißliche Wolken aus Amylnitrat und Untersalpetersäure (Tyndall).

Wie Lenard (1900) bewiesen und von Aubel, Warburg u. a. bestätigt, vermögen ultraviolette Strahlen den gewöhnlichen Sauerstoff in Ozon zu verwandeln. Umgekehrt wird Ozon durch ultraviolettes Licht besonders bei geringem Druck zersetzt (E. van Bahr 1910). Wasserdampf wird bei Gegenwart von Sauerstoff in H_2O_2 verwandelt. Nach Berthelot und Gaudechon (1910) werden ganz allgemein Gase durch ultraviolette Strahlen chemisch beeinflußt; Acetylen, Äthylen, Cyan usw. werden polymerisiert, Cyan verbrennt zu CO_2 und N, NH_3 zu H_2O und N usw. Es gelang den Verff. sogar, durch Einwirkung ultravioletten Lichts genau die gleichen Reaktionen hervorzurufen, wie sie in der lebenden Pflanze vor sich gehen.

Einige photochemische Wirkungen offenbaren sich nicht gleich bei Beginn der Belichtung, sondern erst nach Ablauf einer bestimmten Zeit, welche gewissermaßen zur Überwindung eines besonderen, der Substanz innewohnenden Widerstandes erforderlich ist. Diese Erscheinung wird als die photochemische Induktion bezeichnet. Sie beruht nach neueren Versuchen auf Verunreinigungen, die katalytisch wirken und in der Induktionsperiode fortgeschafft werden.

An dieser Stelle möge die wichtige Arbeit von O. Wiener (1895) Erwähnung finden, die sich mit den Substanzen beschäftigt, welche die Färbung anderer sie umgebender Körper anzunehmen vermögen oder auch die Farbe der sie treffenden Lichtstrahlen. Zu denselben gehört das von Carey Lea entdeckte Photochlorid, ebenso muß man hierher die Farbstoffe rechnen, welche in der Haut gewisser Tiere enthalten sind, insbesondere gewisser Raupen und ihrer Puppen. Das Photochlorid kann die Färbung jeder beliebigen Spektralfarbe annehmen; wird es mit einfarbigen Strahlen belichtet, so nimmt es deren Farbe an. Wiener erklärt diese Erscheinung dadurch, daß eine bestimmte Modifikation des Photochlorids, z. B. die rote, sich unter der

Einwirkung aller nichtroten Strahlen, welche von ihr absorbiert werden, zersetzt. Diejenigen Strahlen dagegen, welche die Farbe des gegebenen Photochlorids haben, werden von dessen Oberfläche zerstreut und wirken daher auf dasselbe nicht ein. So kann z. B. im roten Lichte nur die rote Modifikation des Photochlorids bestehen, und bildet sich dieselbe aus den anderen Modifikationen, da sie bei den gegebenen äußeren Bedingungen die größte Stabilität besitzt. Nach neueren Untersuchungen von Weigert (1921) ist die Erklärung von Wiener aber sehr unwahrscheinlich; er führt den Farbenumschlag nicht auf einen chemischen Umsatz, sondern auf physikalische Ursachen zurück, nämlich auf die Veränderung der Teilchengrößen (s. Kapitel XV) und der „optischen Packungsdichte", d. h. auf die Veränderung der mehr oder weniger dichten Lagerung der Einzelmoleküle, welche ein heterogenes Mizell zusammensetzen. Auf diese Arbeiten von Weigert werden wir später zurückkommen.

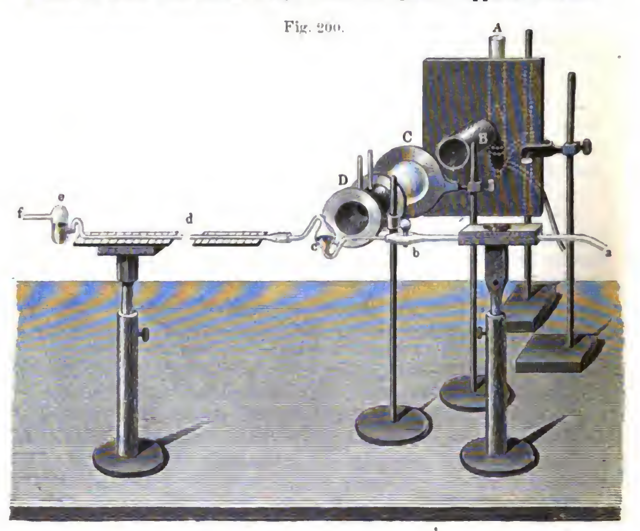
Analoge Eigenschaften wie dem Photochlorid kommen wahrscheinlicherweise auch dem Pigmente der Haut einiger Raupen zu: bei gegebener Beleuchtung bildet sich das Pigment, welches von den einfallenden Strahlen nicht weiter verändert wird (da es diese Strahlen nicht absorbiert, sondern zerstreut). Es bildet sich also ein Pigment, welches die gleiche Farbe wie die einfallenden Strahlen besitzt.

Auf Grund dieser Beobachtungen von O. Wiener haben es viele versucht, Farbstoffe zu entdecken, welche die eben genannten Bedingungen erfüllen. Hierher gehören die Arbeiten von Vallot, Worel, Garbasso u. a. Garbasso fand, daß einige Farbstoffe (Chinolinderivate) die Tendenz zeigen, die Farbe derjenigen Strahlen anzunehmen, von denen sie beleuchtet worden sind. Neuhauss gelang es, um vieles weiter zu kommen, und werden seine Untersuchungen möglicherweise zu einer wirklichen Farbenphotographie führen. Er stellte Mischungen aus Farbstoffen her, welche bei Belichtung durch farbige Gläser hindurch wirklich die Färbung dieser Gläser annehmen. Um Grün zu erhalten, fügte Neuhauss den Mischungen Chlorophyll bei. Um die Entfärbung von Substanzen zu beschleunigen, die eine von den entsprechenden Gläsern verschiedene Farbe besitzen, welche also die durch jene Gläser hindurchgelassenen Strahlen absorbieren, verwendet er Gelatine mit Wasserstoffsuperoxyd. Nach einer fünf Minuten andauernden Belichtung durch verschiedenfarbige Gläser werden auf der die entsprechende Mischung enthaltenden Platte alle Farben erhalten. Zum Fixieren (s. unten) kann eine Kupfersalzlösung dienen.

§ 5. Untersuchungen von Bunsen und Roscoe und anderen über die Vereinigung von Chlor und Wasserstoff bei Belichtung. Gesetz von Einstein. Photochemische Untersuchungen von Warburg. Ionisation der Gase bei Belichtung. Der Apparat, welchen Bunsen

und Roscoe benutzten, um die Einwirkung des Lichts auf ein Gemisch aus Wasserstoff und Chlor zu studieren, ist in Fig. 200 abgebildet. Er besteht aus einer Glasröhre *abcdef*, welche sich in *c* und *e* in kleine, Wasser enthaltende Gefäße erweitert. Ein chemisch reines Gemenge von Chlor und Wasserstoff, durch Elektrolyse von Salzsäure erhalten, wurde zunächst hinreichend lange durch den ganzen Apparat hindurch-

Fig. 200.

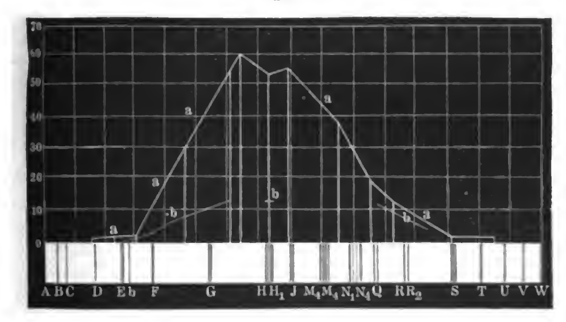


geleitet, so daß sich das Wasser in den Gefäßen *c* und *e* vollkommen mit Chlor und Wasserstoff sättigen konnte. Hierauf wurde das in *c* enthaltene Gemisch der Belichtung ausgesetzt, wobei sich die gebildete Salzsäure im Wasser löste. Das Volumen des hierbei verschwindenden Gases wurde durch die Wassermenge bestimmt, welche von *e* in die Röhre *d* übertrat, an der sich eine Skala befand. Zur Belichtung diente die Lampe *A*, deren Strahlen durch die Röhre *B* zur Bikonvexlinse *C* und hierauf in die Röhre *D* gelangten. Zwischen den Doppelwandungen der letzteren zirkulierte ein ununterbrochener Wasserstrom, um das Gefäß *c* vor unmittelbarer Erwärmung zu schützen.

Bunsen und Roscoe machten vor allem die Beobachtung, daß die photochemische Wirkung einer gegebenen Lichtquelle ihrer Lichtstärke, d. h. ihrer Strahlungsintensität, proportional sei. Verschiedene Quellen liefern aber photochemische Wirkungen, welche ihrer

physiologischen Wirkung, durch welche doch die Lichtstärke bestimmt wird, keineswegs proportional sind. So ist z. B. die Leuchtgasflamme 109 mal heller als eine Kohlenoxydflamme, wie sie Bunsen und Roscoe gewöhnlich zu ihren Versuchen anwandten; die photochemische Wirkung der ersteren ist aber nur 1,962 mal stärker als die der letzteren. Das Sonnenlicht fanden sie 524,7 mal stärker als das einer Magnesiumflamme, während seine chemische Wirkung nur 36,6 mal stärker war. Es hängt dies offenbar mit dem verschiedenen Reichtum der Lichtquellen an den von den Substanzen absorbierbaren und demgemäß chemisch wirksamen Strahlen zusammen. In einer späteren Arbeit untersuchten Bunsen und Roscoe die photochemische Wirkung der einzelnen Teile des Spektrums, das mittels Quarzprismen und Linsen erhalten worden war; die Ordinaten der gebrochenen Linie *aaaa* ... in Fig. 201 zeigen die Größe der photochemischen Wirkung der Strahlen an, während die

Fig. 201.



Abszissen der Lage letzterer im Sonnenspektrum, bezogen auf die Fraunhoferschen Linien, entsprechen.

Bunsen und Roscoe bestimmten auch die Lichtmenge, welche von trockenem Chlor bzw. von einem Gemenge aus Chlor und Wasserstoff absorbiert wird. Den Absorptionskoeffizienten α berechneten sie aus der Formel

$$J = J_0 \cdot 10^{-\alpha h},$$

wo J_0 die Intensität des einfallenden Lichts, J die Intensität des von einer Schicht hindurchgelassenen Lichts ist, dessen Dicke h mm beträgt, vgl. (12), S. 49. Sie fanden für trockenes Chlor bei 760 mm Druck den Wert $\alpha = \frac{1}{173,3}$. Für ein Gemisch aus gleichen Teilen Chlor und einem durchsichtigen Gase (Luft oder Wasserstoff) muß α halb so groß

sein, d. h. $\alpha = \frac{1}{346{,}6}$, dagegen fanden sie aber für ein Gemenge aus gleichen Teilen von Wasserstoff und Chlor $\alpha_1 = \frac{1}{234}$. Die Differenz $\alpha_2 = \alpha_1 - \alpha = \frac{1}{723}$ gibt den Koeffizienten der photochemischen Absorption und bestimmt die Menge der strahlenden Energie, welche für die chemische Reaktion verbraucht worden ist.

Besonders stark erwies sich die photochemische Induktion bei Einwirkung des Lichts auf das Gemenge aus Cl und H. Erfolgte die Belichtung durch zerstreutes Tageslicht, so trat im Laufe der ersten zwei Minuten gar keine Wirkung ein; hierauf wuchs sie neun Minuten lang an und wurde darauf konstant. Auch bei vielen anderen photochemischen Reaktionen treten derartige Erscheinungen auf. Die Erklärung hierfür haben wir bereits S. 420 gegeben.

Pringsheim zeigte, daß die Anwesenheit von Wasserdämpfen einen sehr großen Einfluß auf den photochemischen Prozeß hat, der sich in dem Gemenge von Chlor und Wasserstoff abspielt: sie beeinflußt die photochemische Induktion. Gautier und Helier haben gezeigt, daß sich in vollkommener Dunkelheit ein Gemenge aus trockenem oder feuchtem Cl und H unbegrenzt lange erhält, ohne daß sich in ihm auch nur Spuren von Salzsäure bilden. Endlich haben sie die Geschwindigkeit untersucht, mit welcher sich HCl in einem trockenen Gemenge aus H und Cl bei sehr lange andauernder Belichtung bildet.

Die Anwendung der Quantentheorie auf photochemische Prozesse ergibt, wie Einstein gezeigt hat, die Beziehung

$$N = \frac{Q}{h\nu},$$

wo Q die absorbierte Wärme, ν die Schwingungszahl des absorbierten Lichts, h die Plancksche Konstante und N die Zahl der durch das Licht gespaltenen Moleküle bedeuten. Bei der Anwendung dieser Gleichung müssen die sekundären Dunkelreaktionen streng von den eigentlichen photochemischen Reaktionen geschieden werden. Die eigentliche Lichtreaktion besteht nach Nernst und Warburg wahrscheinlich stets nur in der Spaltung eines Moleküls in zwei oder mehr Komponenten. Bodenstein (1913) fand aber, daß sich ungeheuer viel mehr HCl bildet, als dem Einsteinschen Gesetz entspricht; den Grund hierfür hat Nernst (1918) gegeben. Das durch das Licht gespaltene Chlor (das Chloratom) reagiert nach der Gleichung

$$Cl + H_2 = HCl + H + 25\,000 \text{ cal};$$

das neu gebildete Wasserstoffatom vermag aber auch mit dem Chlormolekül sich umzusetzen nach der Gleichung:

$$H + Cl_2 = HCl + Cl + 19\,000 \text{ cal},$$

d. h. eine sehr kleine Zahl von freien Chloratomen vermag die Bildung einer relativ großen Menge von HCl zu ermöglichen. Natürlich bleibt aber diese Menge beschränkt, weil die freien Cl- und H-Atome durch Bildung von HCl, H_2 und Cl_2 allmählich verschwinden. Auch die große Empfindlichkeit der Reaktion gegen allerlei Verunreinigungen (photochemische Induktion) ist jetzt verständlich, da die freien H- und Cl-Atome sehr reaktionsfähig sind, und jede Substanz, an die sie sich anlegen können, vermag sie außer Kurs zu setzen. Sorgt man dafür, daß diese sekundären Prozesse beseitigt werden, so wird das Einsteinsche Gesetz, wie L. Pusch (1918) und Noddack (1921) gezeigt haben, bestätigt. Umfangreiche quantitative Untersuchungen über die chemische Wirkung des Lichts und der Gültigkeit des Einsteinschen Gesetzes hat Warburg angestellt. Bei HJ und HBr war die zersetzte Menge doppelt so groß, als wie es das Einsteinsche Gesetz verlangt. Es läßt sich dies erklären, wenn man die zulässige Annahme macht, daß die bei der primären Spaltung von HJ und HBr in Freiheit gesetzten H-Atome sekundär nach den Gleichungen

$$H + HJ = H_2 + J,$$
$$H + HBr = H_2 + Br$$

reagieren, so daß die sekundär zersetzten Mengen der primär zerspaltenen gleichkommen. Die Zahl der durch das Licht gespaltenen Moleküle nahm in diesem Fall, wie es das Einsteinsche Gesetz verlangt, mit der Wellenlänge zu. Angenähert bestätigte sich das Gesetz für die Photolyse von O_2 bei kleinen Drucken und für die photochemische Zerstörung von schwachen Ozonmengen in Helium. Bei der Photolyse von NH_3, KNO_3, H_2O_2, bei Umwandlung der Maleinsäure in die isomere Fumarsäure und umgekehrt usw. in wässerigen Lösungen versagt es, was vielleicht von sekundären Einflüssen herrührt. Daß das Gesetz nicht allgemein gültig sein kann, ergibt sich, daß die Zahl der zersetzten Moleküle in vielen Fällen mit wachsender Wellenlänge abnimmt, um schließlich zu verschwinden. Es ist daraus zu schließen, daß die Wellenlänge noch einen anderen Einfluß hat, als den in dem Einsteinschen Gesetz betrachteten. Gegen die Nernst-Warburgsche Auffassung, daß die eigentliche Lichtreaktion in einer Spaltung des Moleküls besteht, haben Stern und Volmer (1920) Einwände erhoben; sie entwickeln eine andere Theorie, auf die hier aber nicht eingegangen werden kann.

Bevor wir die voraufgehende kurze Übersicht über die chemischen Wirkungen der strahlenden Energie abschließen, haben wir noch einige Worte über eine Gruppe von unlängst entdeckten Erscheinungen zu sagen. Bei diesen äußert eine Form der strahlenden Energie, nämlich die ultravioletten Strahlen, eine Wirkung, die ihrem Charakter nach, wenn sie auch mit den chemischen Reaktionen nicht völlig identisch

ist, doch einer derselben, nämlich der Dissoziation, sehr nahe steht. Wir wollen uns hierbei mit einem kurzen Hinweise auf die Ergebnisse der Arbeiten von Lenard und Wilson begnügen. Die Genannten fanden, daß die Luft unter der Einwirkung der ultravioletten Strahlen eine gewisse Änderung erfährt, welche man, wenigstens teilweise, als eine Ionisierung derselben ansehen kann. Es treten nämlich in der Luft elektrisch-aktive, sich bewegende Zentren auf, welche analog jenen Ionen sind, von welchen auf S. 9 wiederholt die Rede war, und die man als Dissoziationsprodukte der Substanz ansieht. Lenard bezeichnet sie als Elektrizitätsträger. Er weist auf vier Erscheinungen hin, die beim Durchgange der ultravioletten Strahlen durch die Luft auftreten: das Auftreten von positiven Elektrizitätsträgern, das Auftreten von negativen Elektrizitätsträgern, die Ozonbildung und die Bildung von Nebelkernen, welche letzteren schon vorher von Lenard und Wilson entdeckt worden waren. Wenden wir uns zunächst den letzteren zu. Strahlen, welche vom Voltabogen oder dem Induktionsfunken ausgehen, ein Quarzfenster durchsetzen und einen durchsichtigen Dampfstrahl treffen, bewirken in letzterem Nebelbildung. Wilson nimmt an, daß Wasserteilchen, in denen sich Wasserstoffsuperoxyd bildet, als Zentren dienen, um die herum sich die Tröpfchen verdichten. Auch Lenard glaubt, daß diese Zentren mit den Elektrizitätsträgern oder Ionen nicht identisch sind. Es gelang Lenard, die Wellenlänge λ der hierbei wirksamen Strahlen zu bestimmen, und zwar fand er $\lambda = 0{,}18\,\mu$, wonach also jene Strahlen zu den äußersten, zuerst von Schumann untersuchten Strahlen gehören, welche von der Luft sehr stark absorbiert werden. Unter Einwirkung eben dieser Strahlen bildet sich in der Luft Ozon.

Endlich entstehen noch in der Luft die erwähnten Elektrizitätsträger, deren Anwesenheit sich insbesondere durch gewisse Wirkungen der Luft auf elektrisierte Körper verrät; letztere verlieren nämlich ihre Ladungen, wenn sie mit Luft in Berührung kommen, durch welche die wirksamen Strahlen hindurchgegangen sind.

In späteren Arbeiten hat Lenard in Verein mit Ramsauer die Verhältnisse weiter aufgeklärt. Danach üben ultraviolette Strahlen in Luft drei verschiedene Wirkungen aus: 1. rein chemische Wirkungen, z. B. Verwandlung von O_2 in O_3; sie werden bereits durch schwach absorbiertes Licht hervorgerufen; 2. Bildung von Nebelkernen, d. h. Kernen, welche eine starke Dampfkondensation hervorzurufen vermögen. Ihre Besonderheit beruht darauf, daß die Endprodukte feste oder flüssige Partikelchen sind. Sie bilden sich z. B. als H_2O_2-Tröpfchen aus Wasserdampf oder als feste Teilchen aus CS_2; 3. Bildung von Elektrizitätsträgern. Dieselbe ist so zu denken, daß ein Elektron aus dem Gasmolekül austritt und der Rest als positiver Träger zurückbleibt, während ein bisher neutrales Molekül durch Absorption des fort-

geschleuderten Elektrons zum negativen Träger wird. Diese Wirkung wird bei Luft lediglich durch das enorm absorbierbare Schumannviolett hervorgerufen.

§ 6. Photographie. In einem Lehrbuche der Physik kann selbst eine kurze Beschreibung dieser wichtigen Kunst, welcher viele Spezialwerke und Zeitschriften gewidmet sind, keine Aufnahme finden. Die physikalisch-chemischen Grundlagen, auf denen die Photographie basiert, sind im § 4 angegeben. Es mögen an dieser Stelle nur einige wenige Notizen hinzugefügt werden.

Daguerreotypie. Am 19. August 1839 teilte Arago in der Sitzung der französischen Akademie der ganzen Welt die Methode von Daguerre mit. Eine versilberte Kupferplatte wird der Wirkung von Joddämpfen ausgesetzt und hierauf in einer Camera obscura derart untergebracht, daß auf ihr das Bild des darzustellenden Gegenstandes entsteht. Auf den belichteten Stellen schlagen sich Quecksilberdämpfe nieder (S. 419); wenn man hierauf die Platte in einer Flüssigkeit badet, welche das Jodsilber auflöst, und sie dann derart betrachtet, daß sich dunkle Gegenstände in ihr spiegeln, so erscheinen die mit Quecksilber bedeckten Teile der Platte hell auf dunklem Grunde, und es hebt sich somit von ihr das Bild des aufgenommenen Gegenstandes ab.

Das Photographieren, wie es sich in der Folgezeit entwickelt hat, besteht aus folgenden Hauptoperationen: Man nimmt eine mit lichtempfindlicher Schicht versehene Platte, welche eines oder mehrere der Silbersalze AgCl, AgBr oder AgJ enthält, und läßt auf dieselbe in der Kamera während einer entsprechenden Dauer das Bild des aufzunehmenden Gegenstandes einwirken (Exposition). Hierauf badet man die Platte in einer Lösung eines der Entwickler, welche an den Stellen, auf die das Licht gewirkt hatte, eine Zersetzung der Silbersalze hervorrufen (Entwicklung). Hierauf badet man die Platte in einer Flüssigkeit, welche die unzersetzten Salze auflöst (Fixierung), denn diese müssen entfernt sein, bevor man die Platte dem Lichte aussetzen darf. Alle genannten Operationen werden bei rotem Lichte vorgenommen und mit ihnen endet im allgemeinen der Negativprozeß, welcher ein Bild liefert, bei dem die hellen Stellen des abzubildenden Gegenstandes dunkel erscheinen und umgekehrt.

Von dem Negativ erhält man das Positiv durch den Prozeß des Kopierens; zu diesem Zwecke bringt man das durchsichtige Negativ in einen sogenannten Kopierrahmen, unter dasselbe eine empfindliche Platte und setzt beide dem Lichte aus. Die Strahlen, welche das Negativ durchsetzt haben, bringen in der zweiten Platte eine Wirkung hervor, welche um so intensiver ist, je heller die entsprechende Stelle des Negativs ist. Je nach der Art dieser zweiten Platte entsteht entweder unmittelbar eine Zersetzung des auf ihr vorhandenen Silbersalzes, oder

es erfolgt dieselbe erst durch Einwirkung eines Entwicklers. Man hat jetzt noch das entstandene Bild zu fixieren, d. h. die unzerlegten Salze von der Platte zu entfernen, und erhält auf diese Weise ein Positiv, in welchem die dunklen und hellen Stellen ebenso verteilt sind, wie beim abgebildeten Objekte, denn unter den helleren Stellen des Negativs hat eine stärkere Lichtwirkung stattgefunden und ist hier auf dem Positiv eine stärkere Schwärzung aufgetreten.

Das Negativ wird meist auf einer mit der lichtempfindlichen Substanz bedeckten Glasplatte erhalten. Letztere präparierte man früher in der Weise, daß man das Glas mit einer Schicht von Collodium überzog, welche Jodkalium enthielt, dasselbe in eine Silbernitratlösung brachte und hierdurch die Bildung einer Jodsilberschicht hervorrief. Als Entwickler wurde Pyrogallussäure gebraucht, und zum Fixieren wurden Lösungen von Cyankalium oder unterschwefligsaurem Natron angewandt, in denen sich das unzersetzte Jodsilber auflöst.

Gegenwärtig sind für den Negativprozeß mit einer Bromgelatineemulsion bedeckte Glasplatten im allgemeinen Gebrauch, sogenannte Bromgelatinetrockenplatten. Die sie bedeckende Emulsion besteht aus einer eingetrockneten Gelatinelösung, in welcher sich Bromsilber in äußerst feiner Verteilung befindet. Die im Handel erhältlichen Trockenplatten enthalten übrigens nicht selten auch eine gewisse Menge Jodsilber. Die Emulsion wird in der Weise zubereitet, daß man eine Silbernitratlösung mit einer Lösung von Bromkalium oder Bromammonium, die etwas Jodkalium und Gelatine enthält, vermengt. Mit dieser Emulsion wird eine reine Glasplatte übergossen und darauf getrocknet. Als Entwickler können u. a. dienen oxalsaures Eisen, Pyrogallussäure, Hydrochinon, Paramidophenol, Methol, Amidol und Glycin. Zum Fixieren dient unterschwefligsaures Natron.

Statt der Glasplatten werden gegenwärtig nicht selten besondere Negativpapiere oder Films für den Negativprozeß verwendet. Es sind dies Häutchen aus Celluloid, einer Substanz von hohem Durchsichtigkeitsgrade und genügender Haltbarkeit. Als Entwickler können die schon genannten Substanzen dienen. Sind der Bromgelatineemulsion optische Sensibilatoren beigemengt, so bezeichnet man die Platten als orthochromatische.

Der hohe Empfindlichkeitsgrad der Bromgelatineplatten hat die sogenannte Momentphotographie ermöglicht, bei welcher die Expositionsdauer, je nach der Lichtstärke, nur geringe Teile einer Sekunde beträgt. Um eine photochemische Wirkung der direkten Sonnenstrahlen zu erhalten, genügt eine Expositionsdauer von nur 0,000 01 Sekunde. In der Praxis dauert die Exposition bei der Momentphotographie gewöhnlich 0,01 bis 0,1 Sekunde. Ermöglicht wird eine so kurze Expositionsdauer der Platten durch besondere Vorrichtungen, sogenannte Momentverschlüsse.

Zum Kopieren, d. h. zur Herstellung des Positivs benutzt man bei der letztbeschriebenen Methode verschiedene lichtempfindliche Papiere oder Platten. Besonders verbreitet ist die Anwendung von Albuminpapier, welches in einer Albuminschicht Chlorsalze enthält. Ein solches Papier bringt man in Silbernitratlösung, wobei sich im Albumin Chlorsilber bildet. Ist das Papier getrocknet, so läßt sich auf demselben das positive Bild direkt ohne Entwickelung erhalten, muß aber fixiert werden (mit unterschwefligsaurem Natron) und erhält in einem Bade aus Chlorgold und anderen Salzen den gewünschten wohlgefälligen Farbenton. Von der Zusammensetzung dieses sogenannten Tonbades hängt Farbe und Haltbarkeit des erhaltenen Bildes ab.

Um Positive auf Papier oder Glas (Diapositive) zu erhalten, benutzt man Chlorcollodiumfilms, ferner Chlorgelatinefilms (Aristotype, Aristonpapier) und endlich das sehr verbreitete Celloidinpapier mit lichtempfindlicher Membran aus Celluloid. Alle genannten Films bedürfen keiner Entwickelung.

Ferner gebraucht man zur Herstellung von Positiven Chlorsilbergelatine- und Bromsilbergelatineemulsionen; in beiden Fällen ist dann die Dauer des Kopierens eine sehr geringe, jedoch muß die Kopie erst entwickelt werden. Die Chlorgelatineemulsion kann auch derart zubereitet werden, daß ein Entwickeln der Kopieen unnötig ist; mit einer solchen Emulsion ist das bereits erwähnte Aristonpapier bedeckt.

Die obigen allgemeinen Hinweise auf die Hauptoperationen und auf die wichtigsten Methoden des Photographierens müssen für unsere Zwecke genügen. Wir haben hierbei eine ganze Reihe verwandter Methoden unbeachtet gelassen, von denen besonders interessant der sogenannte Pigmentdruck ist; dieser beruht darauf, daß Gelatine, welche doppeltchromsaures Kalium gelöst enthält, unter der Einwirkung des Lichts unlöslich wird.

Die gewaltige Bedeutung, welche die Photographie für die gesamte Wissenschaft erlangt hat, kann hier ebenfalls nicht besprochen werden. Erwähnt sei nur die Mikrophotographie, d. h. die Herstellung photographischer Bilder von mikroskopisch vergrößerten Objekten und die Anwendung der Photographie in der Astronomie. Photogramme des Himmels haben z. B. zur Entdeckung von Nebelflecken geführt, welche man selbst mit den besten Fernrohren noch nicht hat wahrnehmen können, sei es, daß die von ihnen zur Erde gelangenden Strahlen zu schwach waren, sei es, daß dieselben überhaupt auf die Netzhaut des Auges nicht wirken. Es ist durch Vereinigung zahlreicher Observatorien eine photographische Darstellung eines Drittels des gesamten Sternenhimmels in Angriff genommen worden, wozu nicht weniger als 2200 Aufnahmen erforderlich sind.

Die Photographie hat das Studium des ultravioletten Spektrums ermöglicht. Unschätzbare Dienste hat sie für die Herstellung von

selbstregistrierenden meteorologischen, magnetischen und vielen anderen Instrumenten geleistet.

Die Momentphotographie hat es ermöglicht, verschiedene Bewegungsarten zu studieren, z. B. den Flug von Geschossen, die Form des Vogelfluges, den Gang von Tieren, die Bewegung fallender Tropfen usw.

Von der Farbenphotographie wird im späteren die Rede sein.

Literatur.

Zu § 2.

J. Herschel: Phil. Trans. 1845, p. 143, 147; Ann. chim. et phys. (3) **38**, 378, 1853.

D. Brewster: Edinb. Trans. 1846, part II, p. 3; Pogg. Ann. **73**, 531, 1848; Ann. chim. et phys. (3) **38**, 376, 1853.

Stokes: Phil. Trans. 1852, part II, p. 403; Pogg. Ann. **87**, 480, 1852; **91**, 158, 1854; Ergänzungsbd. **4**, 177, 1854; **96**, 522, 1855; **123**, 30, 472, 1864.

H. Lehmann: Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 890, 1910; **13**, 1101, 1911.

P. Lewis: Phys. Ztschr. **3**, 498, 1902.

Lommel: Pogg. Ann. **143**, 26, 1871; **159**, 514, 1876; **160**, 75, 1877; Wied. Ann. **3**, 113, 251, 1878; **8**, 244, 634, 1879; **10**, 640, 1880; **19**, 356, 1883; **21**, 422, 1884.

Stenger: Wied. Ann. **28**, 215, 1886; **33**, 577, 1888.

Dickson: Ztschr. f. wiss. Phot. **10**, 166, 1912.

Einstein: Ann. d. Phys. **17**, 144, 1905.

Nichols und Merritt: Phys. Rev. **18**, 403, 535, 1904; **19**, 18, 396, 1904; **30**, 328, 1910; **31**, 381, 500, 1910; **32**, 38, 1911; **33**, 354, 1911; **3**, 457, 1914; **6**, 358, 1914.

Nichols und Howes: Phys. Rev. **14**, 293, 1919; Phys. Ber. **1**, 853, 1920; allda die genaue Literaturangabe über Uranylsalze.

Knoblauch: Wied. Ann. **54**, 193, 1895.

Lépine: Ann. d. Phys. **4**, 207, 1915.

Ramsay und Young: Chem. News **53**, 205, 1886.

E. Wiedemann: Wied. Ann. **41**, 209, 1890; Über Lumineszenz. Erlangen 1901.

E. Wiedemann und G. C. Schmidt: Wied. Ann. **56**, 18, 1895; **57**, 447, 1896.

G. C. Schmidt: Wied. Ann. **58**, 103, 1895; Ann. d. Phys. **65**, 247, 1921.

Morse: Astrophys. Journ. **21**, 83, 1905.

Carter: Phys. Ztschr. **11**, 632, 1910.

Dunoyer: Le Radium **9**, 218, 1912.

Diesfelmeyer: Diss., Münster 1915; Ztschr. f. wiss. Phot. **15**, 18, 32, 1915.

Steubing: Phys. Ztschr. **14**, 887, 1913.

Stark und Steubing: Phys. Ztschr. **8**, 259, 1907; **9**, 85, 481, 661, 1909; s. auch Gelbke: Jahrb. f. Rad. u. Elektr. **10**, 1, 1913.

Goldstein: Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 156, 185, 1904; **12**, 376, 1910; **13**, 379, 1911.

Strutt: Proc. Roy. Soc. **96**, 272, 1919.

Wood: Phil. Mag. **10**, 513, 1905; **12**, 392, 499, 1906; **15**, 581, 1908; **18**, 244, 1909; **21**, 261, 1911; **35**, 236, 1918; Phys. Ztschr. **11**, 1195, 1910.

Wood und Mohler: Phil. Mag. **37**, 456, 1919.

Wood und Dunoyer: Phil. Mag. **27**, 1018, 1914.

Wood und Kimura: Phil. Mag. **35**, 252, 1918.
Wood und Franck: Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 78, 84, 1915; Phil. Mag. **21**, 265, 314, 1911.
Paschen: Ann. d. Phys. **45**, 625, 1914.
Voigt: Arch. Néerl. **6**, 352, 1901.
Baly: Phil. Mag. **27**, 632, 1914; **29**, 223, 1915; **30**, 510, 1915.
Perrin: Ann. d. Phys. **10**, 133, 1918.

Zu § 3.

Becquerel: Ann. chim. et phys. (3) **55**, 5; La lumière, ses causes et ses effets. Paris 1867.
Lenard: Wied. Ann. **46**, 637, 1892.
Bardetscher: Diss., Bern 1889; Beibl. **16**, 742, 1892.
Dewar: Chem. News **70**, 252, 1894; Chem. Centralbl. **1**, 1, 1895; Proc. Chem. Soc. **10**, 171.
A. et L. Lumière: Compt. rend. **128**, 359, 549, 1899.
Trowbridge: Science (2) **10**, 244, 1899.
Micheli: Arch. Sc. phys. (4) **12**, 5, 1901.
Nichols und Merritt: Phys. Rev. **21**, 247, 1905; **22**, 279, 1906; **23**, 37, 1906; **25**, 362, 1907; **27**, 367, 1908.
Le Roux: Compt. rend. **140**, 84, 239, 1905.
H. Becquerel: Compt. rend. **146**, 440, 1908; **151**, 981, 1910.
Becquerel und Kamerlingh Onnes: Ann. chim. et phys. **20**, 145, 1910.
Klatt und Lenard: Wied. Ann. **38**, 90, 1889; Ann. d. Phys. **12**, 439, 1913; **15**, 225, 425, 633, 1914.
E. Wiedemann: Wied. Ann. **34**, 446, 1888; **37**, 222, 1899; Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 37, 1897.
E. Wiedemann und G. C. Schmidt: siehe § 2.
Pictet: Compt. rend. **119**, 527, 1894.
H. Lehmann: Ann. d. Phys. **39**, 53, 1912.
Lenard und Sem Saeland: Ann. d. Phys. **28**, 476, 1909.
Lenard und Hausser: Heidelberg. Ber. 1913.
Lenard: Verh. naturw. Ver. Heidelberg **10**, 7, 1909; Ann. d. Phys. **31**, 641, 1910; Festschrift s. Elster und Geitel 1915, S. 669; Heidelberg. Ber. 1914, 1918.
Pauli: Ann. d. Phys. **38**, 870, 1912.
Kittelmann: Diss., Jena 1918; Ann. d. Phys. **46**, 177, 1915.
Imhof: Phys. Ztschr. **18**, 374, 1917.
Pauli: Über Phosphoreszenz (Bericht), Phys. Ztschr. **13**, 39, 1912.
H. Schmidt: Lenards Arbeiten zur Phosphoreszenz (Bericht), Ztschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **29**, 150, 1916. Neuere Fortschritte in der Theorie der Lumineszenz (Bericht), Die Naturw. **6**, 641, 1918.
F. Schmidt: Ann. d. Phys. **63**, 264, 1920.

Zu § 4 und 5.

H. W. Vogel: Pogg. Ann. **153**, 218, 1874.
Bunsen und Roscoe: Pogg. Ann. **100**, 43, 488, 1857; **101**, 237, 1857; **117**, 536, 1862.
Eder: Die chemischen Wirkungen des Lichts. Halle 1891.
Dewar: Vgl. § 3.
A. et L. Lumière: Vgl. § 3.
Pringsheim: Wied. Ann. **32**, 384, 1887.

Senebier: Mém. phys.-chim. sur l'influence de la lumière solaire pour modifier les êtres des trois règnes de la nature. Genève 1782. Deutsche Übersetzung. Leipzig 1875.
Lemoine: Compt. rend. **120**, 441, 1895; **121**, 522, 1895; Ann. chim. et phys. (7) **6**, 433, 1895.
Hardy und Willcock: Ztschr. f. phys. Chem. **47**, 347, 1904.
Carey Lea: Sill. Journ. **38**, 349, 1887.
Reinders: Ztschr. f. phys. Chem. **77**, 213, 356, 677, 1911.
Trivelli: Jahrb. f. Rad. u. Elektr. **8**, 334, 1911. (Neuere Theorien der photochemischen Vorgänge in den Bromsilbergelatineplatten, Bericht.)
Berthelot und Gaudechon: Compt. rend. **150**, 1169, 1327, 1517, 1690, 1910.
Eva v. Bahr: Ann. d. Phys. **33**, 598, 1910.
v. Aubel: Compt. rend. **150**, 96, 1910.
Warburg: Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 194, 1915.
O. Wiener: Wied. Ann. **55**, 225, 1895.
Weigert: Die Naturw. **9**, 583, 1921.
Garbasso: Nuovo Cim. (4) **8**, 264, 1898.
Neuhauss: Photogr. Rundschau **16**, 1, 1902; Phys. Ztschr. **3**, 223, 1902 (Referat von K. Schaum).
Tyndall: Chem. Ber. 1864, S. 593; 1866, S. 680.
Gautier et Helier: Compt. rend. **124**, 1132, 1267, 1897.
Nernst: Ztschr. f. Elektrochem. **24**, 335, 1918.
Bodenstein: Ztschr. f. Elektrochem. **19**, 836, 1913.
Pusch: Ztschr. f. Elektrochem. **24**, 336, 1918.
Noddack: Ztschr. f. Elektrochem. **27**, 359, 1921.
Einstein: Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905; **37**, 832, 1912.
Warburg: Berl. Ber. 1911, S. 746; 1912, S. 216; 1913, S. 644; 1914, S. 872; 1915, S. 230; 1916, S. 314; 1918, S. 300, 1228; 1919, S. 960; Ztschr. f. Elektrochem. **26**, 54, 1920; Die Naturw. **5**, 489, 1917.
Stern und Volmer: Ztschr. f. wiss. Phot. **19**, 275, 1920.
C. T. R. Wilson: Proc. Roy. Soc. **64**, 127, 1898; Phil. Trans. **192**, 412; **193**, 289, 1899.
Lenard: Drud. Ann. **1**, 486; **2**, 359; **3**, 298, 1900.
Lenard und Ramsauer: Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 899, 1911; Phys. Ztschr. **12**, 997, 1911.

Neuntes Kapitel.

Messung der strahlenden Energie.

§ 1. Aufgaben, welche sich beim Messen der strahlenden Energie darstellen. Terminologie. Das Problem der Messung strahlender Energie zerfällt naturgemäß in drei Aufgaben, welche indessen miteinander in engem Zusammenhange stehen, so daß die gleichen Methoden zu ihrer Lösung dienen. Diese drei Aufgaben sind: 1. die Messung der Strahlenquelle, d. h. die Bestimmung ihrer Fähigkeit, strahlende Energie auszusenden; 2. die Messung des Stromes der strahlenden Energie, d. h. der Menge an Energie E, welche in der Zeiteinheit die Einheit einer zur Strahlrichtung senkrechten Fläche durchsetzt; 3. die Messung der Wirkung, welche die Strahlenquelle auf die Oberfläche des anderen Körpers ausübt; hierher gehören die Fragen

nach der Menge der strahlenden Energie, welche auf die gegebene Fläche auftrifft, und der Menge der von ihr hierauf ausgesandten. In besonderem Falle handelt es sich hierbei um die Beleuchtung und den Helligkeitsgrad der beleuchteten Oberfläche.

In sehr vielen Fällen ist es jedoch erforderlich, statt der vollen Energie der gegebenen Strahlung nur den Teil zu messen, den man als Lichtstärke oder Lichtintensität der Strahlung am gegebenen Orte bezeichnet und den man auch die physiologische oder optische Energie der Strahlung am gegebenen Orte nennen könnte. Wir wollen diese Größe mit i bezeichnen, man definiert sie bisweilen als die „Lichtmenge", welche in der Zeiteinheit die Einheit einer zu den Strahlen senkrechten Ebene durchdringt; jedoch kann eine derartige Definition nicht als wissenschaftlich gelten, da der Begriff „Lichtmenge" kein klarer ist. Die Größe i wird durch Beobachtung des physiologischen Effekts gemessen, welcher von der Energieströmung hervorgerufen wird, sie ist also eine Funktion zweier Größen, der Energie der Strahlung und der Empfindlichkeit des Auges.

Hierbei muß auf einen wichtigen Umstand aufmerksam gemacht werden: Man ist nicht imstande, die physiologischen Effekte von solchen Strahlungen miteinander zu vergleichen, welche ungleich zusammengesetzt sind, ja man kann nicht einmal angeben, ob derartige Effekte untereinander gleich sind oder nicht. Mit anderen Worten heißt das, man ist nicht imstande, anzugeben, ob die Intensitäten zweier Lichtquellen von ungleicher Farbe, etwa einer roten und einer grünen, untereinander gleich sind oder nicht.

Hieraus folgt, daß man die Lichtstärke oder optische Energie nur von Strahlungen mit bestimmter, gegebener Zusammensetzung untereinander vergleichen kann. Die optischen Energien von Strahlungen von verschiedener Zusammensetzung, etwa von verschiedener Farbe, sind inkommensurable Größen, die ein gemeinsames Maß nicht besitzen.

Für eine durch die Wellenlänge λ bestimmte homogene Strahlung ist die optische Energie i zweifellos der mechanischen Energie E proportional. Ist k der Proportionalitätsfaktor, der von der Wahl der Einheit für die Lichtstärke der Strahlung mit der gegebenen Wellenlänge λ abhängt, so ist

$$i = kE \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Für eine zusammengesetzte Strahlung behält die Formel (1) ihre Geltung nur unter der Bedingung, daß eine jede Änderung ihrer Energie E das Ergebnis einer gleichen relativen Änderung der Energien aller ihrer sichtbaren Bestandteile ist. Formel (1) kann experimentell geprüft werden, denn es gibt eine ganze Reihe von Fällen, wo sich die Änderung von E

theoretisch bestimmen, die entsprechende Änderung der Größe i aber unmittelbar messen läßt. So muß beispielsweise die von einer kleinen Energiequelle ausgesandte Energie E umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes von dieser Quelle sein; durch den unmittelbaren Versuch kann man zeigen, daß die Lichtstärke oder die optische Energie der Strahlung ebenfalls umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung von der Strahlungsquelle ist.

Die vollständige Inkommensurabilität der optischen Energien verschiedenfarbiger Strahlungen wird durch folgenden wichtigen Versuch von Purkinje bewiesen: hat man zwei verschiedenfarbige Strahlungen, etwa eine rote und eine blaue, ihrer Lichtintensität nach gleich gemacht und schwächt beide in gleichem Maße, so erscheint die blaue heller als die rote. Dieser Versuch tut zur Genüge dar, wie fruchtlos die Bemühungen sind, die Lichtstärken verschiedenfarbiger Quellen untereinander zu vergleichen.

Unterscheiden sich die Strahlungen nur wenig hinsichtlich ihrer Zusammensetzung aus sichtbaren Strahlen (ihrer Farbe), so ist eine optische Vergleichung derselben wohl noch möglich; doch ist die Genauigkeit bedeutend geringer als für den Fall einer gleichen Zusammensetzung der Strahlungen.

In der Praxis hat man es in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle mit Strahlungen zu tun, deren Farbe sich mehr oder weniger dem Weiß nähert.

Für Strahlungen von gegebener Zusammensetzung, weiße oder farbige, ist der physiologische Effekt unzweifelhaft proportional der Energie E, wo E auf die Flächeneinheit bezogen ist. Man kann demgemäß auch die Größe i, d. h. die Lichtstärke, die physiologische Energie oder Lichtmenge am gegebenen Orte, auf die Flächeneinheit beziehen. Hierbei nimmt man an, daß obige Größe, welche keine rein physikalische Definition zuläßt, die Eigenschaft besitzt, daß die an gegebenem Orte den Querschnitt einer homogenen Strahlung durchsetzende Menge derselben proportional der Zeit und dem Flächeninhalt dieses Querschnitts ist. Die Messung der Größe i werden wir auf Grund der Einheitswahl für die Lichtmenge vornehmen, welche sich auf eine bestimmte Strahlung von derselben Zusammensetzung bezieht; dabei werden wir uns der Formel (1) bedienen, welche uns in den Stand setzt, i in bestimmtem Verhältnisse zu variieren, da ja die Gesetze, nach denen sich E ändert, uns in sehr vielen Fällen genau bekannt sind.

Unter Lichtstärke oder Intensität J einer Lichtquelle werden wir eine durch diejenige Lichtmenge gemessene Größe verstehen, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer Kugel trifft (oder durchsetzt), in deren Mittelpunkt sich die Lichtquelle befindet und deren Radius gleich der Längeneinheit ist. Mit anderen Worten heißt das,

die Lichtstärke J einer Quelle wird durch die Lichtstärke in der Einheit des Abstandes von letzterer gemessen. Ist i die Lichtstärke in der Entfernung r von der Quelle, so ist $J = a i r^2$, wo a ein Proportionalitätsfaktor ist. Man kann $a = 1$ setzen, indem man die Einheiten für die Größen J und i durch die Bedingung in Beziehung setzt, daß die Lichtquelle, deren Helligkeit $J = 1$ ist, in der Entfernung $r = 1$ die physiologische Strahlungsenergie $i = 1$ liefert. In diesem Falle ist

$$\left. \begin{aligned} J &= i r^2 \\ i &= \frac{J}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Unsere Bestimmung der Größe J gilt streng genommen nur für sehr kleine Lichtquellen, für sogenannte „leuchtende Punkte“; wir können sie jedoch auch für jede Lichtquelle gelten lassen, deren Dimensionen klein im Vergleich zu der Entfernung r sind, in welcher wir die Strahlung beobachten.

Die Größe i kann für die verschiedenen Punkte einer mit dem Radius r um die Lichtquelle beschriebenen Kugelfläche verschiedene Werte haben. Es ist dies der Fall, wenn die Strahlenquelle nach verschiedenen Richtungen hin eine ungleiche Intensität besitzt, und man kann dann J als Funktion der Polarkoordinaten φ und ψ ansehen, deren Anfangspunkt sich im Mittelpunkt der Lichtquelle befindet.

Als Totalintensität I der Lichtquelle bezeichnet man die gesamte Lichtmenge, welche von derselben in der Zeiteinheit nach allen Richtungen ausgesandt wird. Ist die Intensität für eine gegebene Lichtquelle von der Richtung unabhängig, so ist

$$I = 4 \pi J = 4 \pi i r^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Im allgemeinen Falle ist dagegen

$$I = \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} J \sin \varphi \, d\varphi \, d\psi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Bei vielen Lichtquellen ist J vom Azimute unabhängig; bei vertikaler Achse der Koordinaten ist

$$I = 2 \pi \int_0^{\pi} J \sin \varphi \, d\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Als mittlere Intensität oder mittlere Lichtstärke der Strahlenquelle bezeichnet man in diesem Falle die Größe

$$J' = \frac{I}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} J \sin \varphi \, d\varphi \, d\psi \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Ist J von ψ unabhängig, so ist, vgl. Formel (5),

$$J' = \frac{1}{2}\int_0^\pi J \sin\varphi \, d\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Zieht man vom Mittelpunkt der Lichtquelle nach allen Richtungen Radienvektoren und trägt auf ihnen Strecken ab, welche den diesen Richtungen zugehörigen Werten von J proportional sind, so ist der geometrische Ort der Endpunkt dieser Radienvektoren eine gewisse Fläche. Die Kurve *BHA* (Fig. 202) stellt die Meridianlinie dieser Fläche für die Flamme einer Carcellampe dar, bei welcher J vom Azimut ψ unabhängig ist. In Fig. 203 ist eine ebensolche Meridionalkurve für eine elektrische Bogenlampe und in Fig. 204 links die Äquatorialkurve, rechts die Meridionalkurve für eine Glühlampe mit einem einfachen bogenförmigen Kohlefaden dargestellt. Liebenthal hat die Lichtverteilung rings um Glühlampen mit verschieden gestalteten Kohlefäden einer sehr genauen Untersuchung unterworfen. Blondel hat eine

Fig. 202.

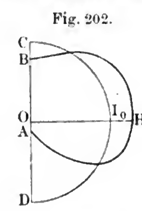
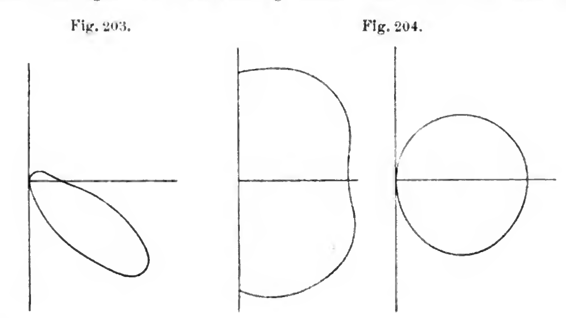


Fig. 203. Fig. 204.



Methode zur unmittelbaren Bestimmung der mittleren Lichtstärke einer Strahlenquelle angegeben.

Darf man die Dimensionen der Lichtquellen nicht außer acht lassen, so hat man deren Oberfläche in Elemente zu zerlegen und jedes der letzteren als Lichtquelle anzusehen, die ihr Licht nach allen Seiten aussendet. Bei festen und flüssigen leuchtenden Körpern hat man hierbei das Strahlungsgesetz (S. 40) in Betracht zu ziehen, das häufig als das Kosinusgesetz bezeichnet wird.

Bei Betrachtung der Oberfläche einer Lichtquelle tritt uns noch eine charakteristische Größe entgegen, nämlich die Helligkeit der Lichtquelle oder genauer deren Oberflächenhelligkeit.

Diese Größe wird bestimmt durch die Lichtmenge, welche von der Oberflächeneinheit in der Zeiteinheit ausgesandt wird. Zwei Lichtquellen können die gleiche Intensität, jedoch verschiedene Helligkeit besitzen, wenn ihre Oberflächen verschieden sind. Offenbar können verschiedene Teile der Oberfläche einer gegebenen Lichtquelle ungleiche Helligkeit haben.

Um keinen neuen Buchstaben einführen zu müssen, wollen wir jetzt mit $J d\sigma$ die Lichtmenge bezeichnen, welche in der Zeiteinheit vom Elemente $d\sigma$ der leuchtenden Oberfläche in der Richtung der an jenes Element gezogenen Normalen ausgesandt wird. Es soll jetzt die Lichtmenge Q berechnet werden, welche von dem Elemente $d\sigma$ innerhalb des Raumwinkels am Scheitel $d\sigma$ des Kegels ausgesandt wird, dessen Achse jene Normale ist, wobei die Seitenlinien des Kegels mit der Achse den Winkel φ einschließen.

Führt man die Polarkoordinaten φ und ψ ein, so ist

$$Q = \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi} J\, d\sigma \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi\, d\psi.$$

Dieses Integral ist gleich

$$Q = \pi J d\sigma \sin^2\varphi \quad \ldots \ldots \quad (7, a)$$

Wir wenden unsere Aufmerksamkeit jetzt der Fläche zu, welche von den Lichtstrahlen getroffen wird. Die Beleuchtung q einer Fläche an einer gegebenen Stelle wird durch die Lichtmenge bestimmt, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit trifft. Ist i die Lichtstärke an der Stelle, an welcher sich der beleuchtete Teil jener Fläche befindet, und α der Winkel, welchen die Normale zur Fläche mit der Richtung der einfallenden Strahlen bildet, so ist die Beleuchtung

$$q = i \cos\alpha \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Die Lichtmenge dq, welche in der Zeiteinheit das Flächenelement ds trifft, ist

$$dq = i \cos\alpha\, ds \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Befindet sich die Lichtquelle (deren Dimensionen als klein gedacht sind und deren Lichtstärke J ist) in der Entfernung r von ds, so ist

$$dq = \frac{J \cos\alpha\, ds}{r^2} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Es sei AB (Fig. 205) die Fläche, auf welche Strahlen der leuchtenden Fläche CD fallen; um die Beleuchtung des Elements ds der ersteren zu bestimmen, denken wir uns letztere (CD) in die Elemente $d\sigma$ geteilt und nehmen wieder an, $J d\sigma$ sei die Lichtmenge, welche eines der Ele-

mente in der Zeiteinheit in senkrechter Richtung aussendet. Es ist dann die Lichtmenge, welche zu ds vom Flächenelement $d\sigma$ hingelangt, gleich

$$\frac{J \cos\alpha \cos\beta \, d\sigma \, ds}{r^2},$$

wo β der Winkel zwischen r und der an $d\sigma$ gezogenen Normalen ist.

Die gesamte Lichtmenge dq, welche auf das Flächenelement ds fällt, ist

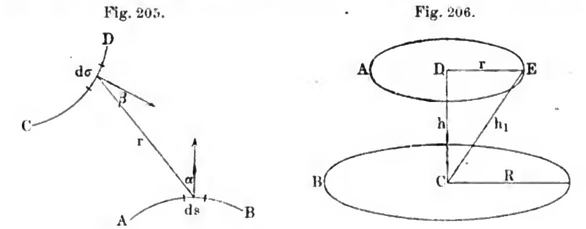
$$dq = ds \int \frac{J \cos\alpha \cos\beta \, d\sigma}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Der Beleuchtungsgrad q der Fläche AB in der Umgebung von ds ist gleich

$$q = \int \frac{J \cos\alpha \cos\beta \, d\sigma}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Die durch diese Gleichung ausgedrückte Gesetzmäßigkeit wird vielfach das zusammengesetzte Lambertsche Grundgesetz genannt.

Fig. 205. Fig. 206.



Endlich erhält man noch für den mittleren Beleuchtungsgrad q' der Fläche AB durch die Fläche CD den Ausdruck

$$q' = \frac{1}{s} \int ds \int \frac{J \cos\alpha \cos\beta \, d\sigma}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

wo s die Größe der Fläche AB ist.

Spezielle Beispiele für die Berechnung von q oder q' findet man unter anderem in den im Literaturverzeichnisse aufgeführten Werken von Lambert, Beer, Günther, Höhl und Liebenthal. Wir beschränken uns darauf, an dieser Stelle nur das Resultat der Berechnungen für einen besonderen Fall anzugeben und überlassen es dem Leser, die Formel daran zu prüfen. Die mittlere Beleuchtung q' einer Kreisscheibe B (Fig. 206) durch eine ihr parallele Kreisscheibe A ist für den Fall, daß ihr senkrechter Abstand $CD = h$ ist,

$$q' = \frac{J}{4R^2}(h_1 - h)^2,$$

wo R der Radius des Kreises B, r der von A und $h_1 = CE = \sqrt{h^2 + r^2}$ ist.

Die Beleuchtung q einer Oberfläche hängt von der sie treffenden Strahlung und von ihrer Lage ab. Die Helligkeit einer beleuchteten Oberfläche hängt von ihrer Beleuchtung und von ihren speziellen Eigenschaften ab: wir wollen die Helligkeit der Oberfläche mit p bezeichnen. Sei dq die Lichtmenge, welche das Flächenelement ds trifft, $\mu\, dq$ der Teil jener Lichtmenge, welchen dasselbe gleichmäßig nach allen Seiten zerstreut, wobei also μ einen echten Bruch darstellt. Wir denken uns ds von einer Halbkugelfläche mit dem Radius 1 umgeben und betrachten das beleuchtete Flächenelement ds als Lichtquelle mit der Helligkeit $p\,ds$. Stellt dann, wie bei Ableitung der Formel (7, a), die Normale zu ds die Achse der Polarkoordinaten φ und ψ dar, so findet man für die gesamte Lichtmenge, welche die Halbkugelfläche durchdringt, folgenden Ausdruck:

$$\int_{\psi=0}^{2\pi}\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} p\, ds \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi\, d\psi = \pi p\, ds.$$

Diese Lichtmenge muß andererseits gleich $\mu\, dq$ sein, woraus sich als Helligkeit der beleuchteten Oberfläche

$$p = \frac{\mu\, dq}{\pi\, ds} = \frac{\mu\, q}{\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

ergibt; dq und q sind durch (9) und (8) gegeben.

Der Bruch μ heißt die Albedo der betrachteten Fläche. Kononowitsch findet für weißes Kartonpapier $\mu = 0{,}852$.

In einigen Körpern tritt eine innere Zerstreuung des Lichts auf, z. B. im Milchglas. Wird eine Milchglasplatte von der einen Seite her beleuchtet, so stellt ihre andere Seite eine Lichtquelle dar, deren Intensität der Beleuchtung proportional ist, welche sie erfährt. Das Kosinusgesetz gilt aber in diesem Falle für die Emission nicht. Ein Flächenelement ds, welches in der Richtung der Normalen die Lichtmenge $J\,ds$ aussendet, sollte nach dem Kosinusgesetz in einer Richtung, welche 60° mit jener Normalen bildet, die Lichtmenge $0{,}5\, J\,ds$ aussenden (da $\cos 60° = 0{,}5$ ist); statt dessen findet man aber nur $0{,}435\, J\,ds$.

Innerhalb des Milchglases pflanzt sich die Beleuchtung von Schicht zu Schicht fast nur in normaler Richtung zu dessen Oberfläche fort, unabhängig vom Einfallswinkel der Strahlen. Legt man mehrere Milchglasplatten derart übereinander, daß eine Platte $ABCD$ (Fig. 207) von 10 mm Dicke entsteht, und lenkt man auf deren mit schwarzem Papier bedeckte Oberfläche AB durch einen runden Ausschnitt ab jenes Papiers ein Strahlenbündel, welches einen Winkel $\beta = 78°$ mit der Normalen bildet, so entsteht in mn ein runder Fleck, dessen Radius sich nicht

merklich von dem des Ausschnitts ab unterscheidet, nur sind die Ränder des Flecks mn nicht ganz scharf. In Fig. 207 stellt L die Lichtquelle, H eine Sammellinse, Fg eine Röhre, SS einen Schirm dar.

Die innere Zerstreuung, die man in Flüssigkeiten beobachtet, wird durch Staubteilchen veranlaßt. Auf S. 132 hatten wir die Arbeiten von Spring, Battelli u. a. kennen gelernt, denen es gelungen ist, „optisch reines“ Wasser und andere Flüssigkeiten darzustellen.

Apparate, welche dazu dienen, zwei Lichtquellen oder zwei Beleuchtungsgrade miteinander zu vergleichen, heißen Photometer.

Wir haben im vorhergehenden die Größen näher betrachtet, mit denen man es zu tun hat, wenn es sich um die Lichteffekte einer Strömung der strahlenden Energie handelt.

Es gibt indes Fälle, wo man die Größe des chemischen Effekts einer Energiestrahlung zu messen hat. In solchen Fällen kann es sich nicht um die Messung irgend einer bestimmten physikalischen Größe handeln, welche die gegebene Strahlung vollkommen charakterisiert. Denn die Größe des chemischen Effekts hängt nicht nur von der Art der Strahlung und von der Energie ihrer verschiedenen Bestandteile ab, sondern auch von der Art der chemischen Reaktion, welche hervorgerufen werden soll. Man erhält daher für das Verhältnis der chemischen Energien zweier Strahlungen von verschiedener Art verschiedene Werte, wenn man diese Energien durch verschiedene chemische Reaktionen mißt. Die chemischen Effekte zweier Strahlungen kann man miteinander vergleichen, wenn man von derselben ganz bestimmten chemischen Reaktion ausgeht, z. B. von der Vereinigung des Chlors mit Wasserstoff (S. 422) oder der Zersetzung der Haloidsalze des Silbers (S. 418). Apparate zu diesem Zwecke nannte man früher Aktinometer, während man heutzutage hierunter einem anderen Zwecke dienende Apparate versteht; wir werden jene zur Messung des chemischen Effekts dienenden Apparate als chemische oder dynamische Aktinometer bezeichnen.

Fig. 207.

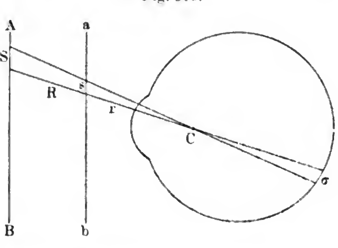
Sowohl der optische, als auch der chemische Effekt einer Strahlung hängt von gewissen Teilen der Gesamtenergie E der zusammengesetzten Strahlung ab. Will man diese Gesamtenergie E messen, so kann man dies nur durch Absorption der strahlenden Energie mittels einer geschwärzten (berußten) Fläche erreichen, wobei die Energie fast vollständig (der wahrscheinliche Energieverlust beträgt 2 Proz.) in Wärmeenergie übergeht. Letztere kann auf verschiedene Weise gemessen werden: hierher gehört die thermoelektrische Methode (S. 17), die Bolo-

metermethode (S. 21), Methoden, welche auf Beobachtung der Temperaturerhöhung, des Schmelzens von Eis usw. beruhen.

Von besonderem Interesse ist die Messung der Energiestrahlung der Sonne. Die Wissenschaft, welche sich mit Messung der Energie der Sonnenstrahlen beschäftigt, heißt Aktinometrie; die zu diesen Messungen dienenden Apparate Aktinometer (für relatives Maß) und Pyrheliometer (für absolutes Maß).

Die Größen, von denen bisher in diesem Paragraphen die Rede war, haben sozusagen einen objektiven Charakter; sie sind gewissermaßen an einem bestimmten Orte des Raumes vorhanden, einerlei ob ein Beobachter da ist oder nicht. Es bleibt uns jedoch noch die Betrachtung gewisser Größen von subjektivem Charakter übrig, welche die Stärke des vom Beobachter gewonnenen Eindrucks messen. Obgleich die Einrichtung unseres Sehorgans, der Bau des Auges, erst in Kapitel XI betrachtet werden soll, ist es doch am Platze, schon hier von jenen angedeuteten Größen zu sprechen.

Fig. 208.



Die Größe des Lichteindrucks, d. h. die gesehene Helligkeit hängt von der Lichtmenge ab, welche in der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit des Auges gelangt oder in der Zeiteinheit zu einem gegebenen Punkte auf der Netzhaut des Auges gelangt. Man hat hierbei zwei Fälle zu unterscheiden.

I. Die Lichtquelle erscheint als ein Punkt, wie dies z. B. bei den Fixsternen der Fall ist. Das Bild auf der Netzhaut wird durch die Lichtmenge hervorgebracht, welche durch die Pupille ins Auge eindringt. Offenbar ist die gesehene Helligkeit des leuchtenden Punktes indirekt proportional dem Quadrate seines Abstandes vom Beobachter und direkt proportional dem Flächeninhalt der Pupille. Hierbei wird die Annahme gemacht, der Diffraktionskreis, welcher das Bild jenes Punktes auf der Netzhaut darstellt, sei so klein, daß der Beobachter eben nur einen Punkt ohne irgend merkliche Dimensionen sieht.

II. Als Lichtquelle dient eine gleichmäßig leuchtende Fläche. Für diesen Fall gilt, wie man sich leicht überzeugen kann, folgender wichtige Satz: Die gesehene Helligkeit einer leuchtenden Fläche hängt nicht von ihrer Entfernung vom Auge des Beobachters ab. Es sei σ (Fig. 208) ein sehr kleiner Teil der

Netzhaut, AB eine leuchtende Fläche, R deren Abstand vom Auge, C der optische Mittelpunkt des Auges (s. unten). Auf σ entsteht das Bild des Teiles S der Ebene AB; die Helligkeit dieses Bildes hängt von der Lichtmenge q ab, welche von S ausgeht, durch die Pupille hindurchgelangt und sich auf der Fläche σ ansammelt. Diese Lichtmenge ist aber gleich

$$q = C \cdot \frac{S \cos \varphi}{R^2},$$

wo C ein Proportionalitätsfaktor, φ der Winkel zwischen der auf S Senkrechten und den Strahlen ist. Verschiebt man AB bis nach ab, d. h. bis in die Entfernung r vom Auge, so wird die Menge q' des sich auf σ ansammelnden Lichts gleich

$$q' = C \cdot \frac{s \cos \varphi}{r^2}.$$

Da jedoch $S : s = R^2 : r^2$ ist, so ist offenbar $q = q'$, dies aber heißt, daß die gesehene Helligkeit einer Fläche von ihrem Abstande vom Auge nicht abhängt.

Man kann zu obigem Resultate auch noch auf einem anderen Wege gelangen: Wenn sich der Teil S einer leuchtenden Fläche bis auf das $k$fache nähert, so vergrößert sich die Menge der Strahlen, welche das Bild im Auge entstehen lassen, um das k^2fache; die Größe des Bildes aber wächst auf das $1/k^2$fache, so daß sich die gesehene Helligkeit nicht ändert.

§ 2. Lichteinheiten. Mechanisches Lichtäquivalent. Als Einheit der Lichtstärke hat man die Lichtstärke einer bestimmten Lichtquelle in der Einheit der Entfernung anzunehmen. Eine solche Lichtquelle muß konstant sein, d. h. ihre Lichtintensität darf sich nicht während des Zeitraums ändern, während dessen die Messungen vorgenommen werden. Außerdem ist erforderlich, daß die zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten angefertigten, als Lichtquellen dienenden Apparate die gleiche Lichtstärke liefern. Die gebräuchlichsten hierzu benutzten Lichtquellen sind die folgenden:

I. Englische Kerze aus Walrat; verbrennt 7,77 g pro Stunde, Dicke derselben 2 cm, mittlere Flammenhöhe 45 mm.

II. Deutsche Kerze, sogenannte Vereinskerze (V.-K.) aus Paraffin, mit 55° Schmelzpunkt, hat genau bestimmte Dimensionen; Flammenhöhe 50 mm. Seltener wird gegenwärtig die aus Stearin bestehende Münchener Kerze verwandt.

III. Alte französische Kerze (de l'Étoile), ist gleich $\frac{1}{7}$ Carcel; neue Kerze (6 auf 500 g) etwa $\frac{1}{8}$ Carcel.

IV. Lampe von Carcel; ihre Dimensionen sind durch Dumas und Regnaults Untersuchungen genau festgestellt; verbrennt stündlich 42 g Rüböl (huile de Colza).

V. Lampe von Hefner-Alteneck, von sehr einfacher Konstruktion, mit rundem Volldocht, mit Amylacetat gespeist. Die offene Flamme (ohne Zylinder) hat eine Höhe von 40 mm und eine Breite von 8 mm. Diese Einheit wird jetzt allgemein gebraucht, und wir werden auf sie sofort zurückkommen.

VI. Die Pentanlampe ist hauptsächlich in England und Amerika im Gebrauch. Sie ist gleich 1,11 Hefnereinheiten.

VII. Viollesche Einheit. Der internationale Elektrotechnikerkongreß zu Paris (1884) setzte auf Vorschlag von Violle als Einheit der Lichtstärke jeglicher Wellenlänge und auch des weißen Lichts diejenige Lichtstärke (von einfarbigem oder weißem Licht) fest, welche von einem Quadratzentimeter der Oberfläche erstarrenden Platins senkrecht zu seiner Oberfläche ausgesandt wird. Ein Zwanzigstel der Violleschen Einheit heißt Dezimalkerze.

Die im vorhergehenden aufgezählten „Kerzen" sind weder ganz konstant, noch besitzen sie eine bestimmte Lichtstärke, vielmehr kommen Schwankungen bis zu 10 Proz. vor, namentlich bei der Carcelschen Lampe. Die praktische Herstellung der Violleschen Einheit begegnet sehr bedeutenden Schwierigkeiten, die man bis jetzt nicht hat überwinden können. Die Versuche von Siemens, das erstarrende Platin durch schmelzendes Platin zu ersetzen, sind ebenfalls nicht von Erfolg gekrönt worden. Die größte Konstanz zeigt noch die Hefner-Alteneck-sche Amylacetatlampe, bei welcher die Schwankungen der Lichtstärke über $\pm$ 1 Proz. nicht hinausgehen; letztere ist daher besonders viel im Gebrauch.

Aus dem Vorhergehenden erhellt, daß das Verhältnis der verschiedenen Einheiten für die Lichtstärke nicht genau bestimmt werden kann. Angenähert gleichsetzen kann man die de l'Étoile und die Vereinskerze, ebenso die englische Kerze und die Hefner-Alteneck sche Lampe.

Das angenäherte Verhältnis der genannten Einheiten der Lichtstärke ist aus folgender Tabelle ersichtlich:

	Viollesche Einheit	Carcelsche Lampe	Hefner-Alteneck sche Lampe
Carcelsche Lampe . . .	2,08	1	0,092
De l'Étoile = V.-K. . . .	16,6	8,0	0,84
Hefner-Alteneck sche Lampe	22,8	10,9	1
Dezimalkerze	20	9,6	0,885
Viollesche Einheit . . .	1	0,48	0,044

Die Angaben für die Hefnerlampe sind den sorgfältigen Messungen von Lummer und Brodhun (1890) und Laporte (1898) entlehnt. Technischen Zwecken genügt am meisten die Hefnerlampe. Sie ist in

Fig. 209 im Durchschnitt dargestellt. Im Behälter *aa* befindet sich Amylacetat; der durch das Röhrchen *g* hindurchführende Docht kann in gewöhnlicher Weise gehoben oder gesenkt werden. Auf der kleinen Säule *b* befindet sich ein Ring *cc*, welcher die Röhre *ddp* umschließt; *l* ist eine Linse, welche auf einer mit Skala versehenen matten Glasscheibe ein Bild der Flammenspitze entwirft; die Skala ist links besonders dargestellt. Durch Verschieben der Röhre *ddp* erhält man ein scharfes Bild der Flamme und durch Änderung der Dochthöhe verleiht man der Flamme die geforderte Höhe von 40 mm.

Die Hefnerlampe ist unter anderem in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (1890, 1893, 1895) sehr sorgfältig untersucht worden.

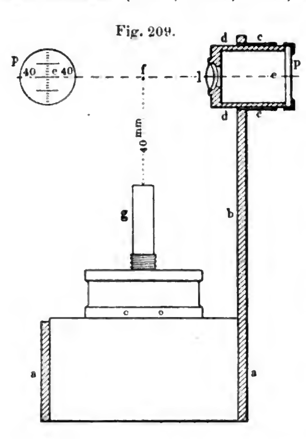


Fig. 209.

Den Einfluß, welchen die Luftfeuchtigkeit, der Luftdruck, sowie der Kohlensäuregehalt der Luft auf die Lichtstärke dieser Lampe ausübt, hat Liebenthal bestimmt. Dabei zeigte sich, daß der Luftdruck nur von geringem Einfluß ist; denn eine Änderung um 40 mm brachte nur eine Änderung der Lichtstärke um 0,4 Proz. hervor. Die Feuchtigkeit wurde durch das in Litern ausgedrückte Volumen v gemessen, welches der auf einen Kubikmeter trockener Luft kommende Dampf eingenommen hätte, wenn er bei der gegebenen Temperatur und Luftdruck den Sättigungsgrad gehabt hätte. Dabei ergab sich, daß sich die Lichtstärke um 0,55 Proz. vermindert, falls jenes Dampfvolumen sich um einen Liter vergrößert. Die Größe v läßt sich nach der Formel

$$v = 1000 \frac{e}{b - e - e_1}$$

berechnen, in welcher e die mittels des Psychrometers (s. Bd. III) bestimmte Dampfspannung bedeutet, e_1 die Spannung der Kohlensäure, welche übrigens vernachlässigt werden kann, b die entsprechende Konstante in der Sprungschen psychrometrischen Formel

$$e = e' - \tfrac{1}{2}(t - t')\frac{b}{755},$$

in welcher e' die Spannung des gesättigten Dampfes bei der Temperatur t' des feuchten Thermometers darstellt.

Als Einheit wird die Lichtstärke der Hefnerlampe für $v = 8{,}6$ m angenommen.

Man hat gefunden, daß sich die Lichtstärke um 0,72 Proz. vermindert, wenn sich das Kohlensäurevolumen in einem Kubikmeter trockener Luft um einen Liter vermehrt.

Resultate neuer Studien über seine Lichteinheit hat Hefner-Alteneck 1902 veröffentlicht. Als geeignetste Flüssigkeit käme Isobutylacetat in Betracht.

Warburg (1917) hat einen bis ins einzelne durchgearbeiteten Plan für die Verwendung der Strahlung eines gleichförmig temperierten Hohlraumes eines absolut schwarzen Körpers als Lichteinheit entwickelt; dabei sind willkürlich festzusetzen nur die Temperatur des schwarzen Körpers und die Größe der Öffnung des Hohlraumes.

Féry hat (1898) vorgeschlagen, eine Acetylenflamme zu benutzen, wobei das Acetylen aus einer Röhre von 0,5 mm Durchmesser ausströmt. Bei einer Flammenhöhe zwischen 10 und 25 mm ist die Lichtstärke der Flammenhöhe proportional. Weitere Untersuchungen führten ihn 1904 zu folgender Konstruktion der Acetylenlampe: Die Flamme schwankt zwischen 32 mm und 28 mm. Mit Hilfe einer Linse wird ein Bild dieser Flamme auf einen vertikalen Schirm projiziert. In diesem befindet sich eine viereckige Öffnung, die den hellsten Teil der Flamme durchläßt. Die Lampe muß in einer Stunde 7 Liter Acetylen verbrauchen. Ihre Lichtstärke beträgt 0,25 Carcel. Endlich gibt es noch eine 10kerzige Pentanlampe von Harcourt, die in England angewandt wird; sie wurde von Liebenthal (1895), Paterson (1904) und Brodhun (1909) untersucht. Es ergab sich, daß die Schwankungen des barometrischen Druckes auf diese Lampe einen sehr beträchtlichen Einfluß haben. Nutting (1908) schlug als Einheit vor, die Lichtstärke einer Geisslerröhre mit Helium unter genau festgesetzten Bedingungen.

Ferner haben Clayton, Sharp und Turnbull eine sorgfältige Vergleichung einiger Lichtstärkeeinheiten unter Anwendung des Bolometers vorgenommen; sie finden

$$\frac{\text{Deutsche Kerze}}{\text{Englische Kerze}} = 1{,}2275; \qquad \frac{\text{Hefnereinheit}}{\text{Englische Kerze}} = 0{,}9415.$$

Wir wenden uns jetzt der Frage zu, in welcher Weise die sichtbare strahlende Energie in gewöhnlichen Energieeinheiten, d. h. in Kalorien oder Ergs, gemessen wird. Die Zahl solcher Energieeinheiten, welche äquivalent sind der strahlenden Energie, welche in der Zeiteinheit in einem als Einheit geltenden Raumwinkel von einer Lichtquelle mit der Einheit der Lichtstärke ausgesandt wird, pflegt man das mechanische Lichtäquivalent zu nennen. Zur Bestimmung dieser Größe, welche wir mit e bezeichnen, hat man die Gesamtenergiemenge E zu kennen, welche von der Quelle ausgesandt wird,

sowie das Verhältnis der sichtbaren Energie c zur Gesamtenergie E, d. h. das Verhältnis

$$c = \frac{c}{E} \quad \text{. . . . . (15)}$$

Der erste Versuch in dieser Richtung ist von J. Thomsen (1865) gemacht worden. Die ersten genauen Messungen hat Tumlirz ausgeführt. Er maß E mit Hilfe eines besonderen Luftthermometers und das Verhältnis c mittels einer Thermosäule, zu welcher die Strahlen zuerst direkt und hierauf nach Durchsetzung einer Wassersäule gelangten.

Für die Amylacetatlampe findet Tumlirz $E = 0{,}1483$ Grammkalorien und $c = \frac{1}{41{,}1}$; die sichtbare Energie stellt somit $\frac{1}{41{,}1}$ der gesamten ausgesandten Energie dar. Kennt man E und c, so findet man

$$e = 0{,}00361 \text{ Grammkalorien} = 151\,500 \text{ Ergs} \quad \text{. . . (16)}$$

Aus dieser Zahl leitet Tumlirz das Resultat ab, daß die Sonne

$$102 \,.\, 10^{25} \text{ H.-A.}$$

Lichteinheiten aussendet, wobei H.-A. (Hefner-Alteneck) die Amylacetateinheit der Lichtstärke bedeutet.

Gleichzeitig mit Tumlirz hat auch E. Wiedemann die Energie, welche von leuchtenden Körpern ausgesandt wird, bestimmt. Er fand unter anderem, daß 1 g Natrium, welches in einer Bunsenflamme verteilt ist, in jeder Sekunde eine Menge gelben Lichts aussendet, die 3210 Grammkalorien äquivalent ist.

K. Ångström hat (1902) eine Neubestimmung der H.-A.-Einheit vorgenommen; seine Zahlenwerte zeigen bedeutende Abweichungen gegen die von Tumlirz. Die Größe E maß er mittels seines Kompensationspyrheliometers, welches weiter unten beschrieben werden soll. Er findet, daß $E = 0{,}215$ Grammkalorien in der Sekunde durch die Einheit des Raumwinkels oder, was dasselbe ist, durch 1 qcm in der Entfernung von 1 cm hindurchgehen. Um das Verhältnis c zu finden, verwendet Ångström zwei Lampen, zerlegt das Licht einer derselben in ein Spektrum, hält die unsichtbaren Strahlen durch zwischengeschaltete Schirme ab und vereinigt die sichtbaren Strahlen mittels einer Linse auf der Oberfläche eines Photometers. Die zweite Lampe wird derart aufgestellt, daß sie das Photometer ebenso stark beleuchtet wie die erste. Hierauf wird das Photometer durch ein Bolometer ersetzt und das Verhältnis der Energien beider Ströme von strahlender Energie bestimmt. Dies Verhältnis, das offenbar gleich c ist, ergab sich gleich

$$c = 0{,}009.$$

Somit beträgt die sichtbare Energie der Hefnerlampe weniger als 1 Proz. der von ihr ausgesandten Gesamtenergie. Als mechanisches

Lichtäquivalent e der sichtbaren strahlenden Energie der Hefnerlampe findet sich

$$e = 0{,}215 . 0{,}009 = 0{,}00194 \text{ Grammkalorien} = 81\,000 \text{ Ergs} \quad (17)$$

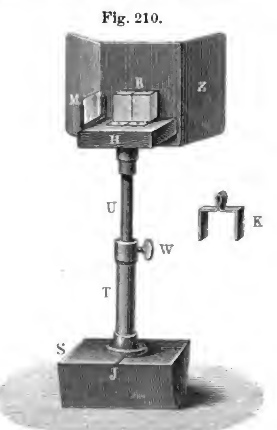
In einem Meter Entfernung von der Lampe gelangen zu 1 qcm in jeder Sekunde 8,1 Ergs. Für die Acetylenflamme findet Ångström

$$c = 0{,}05.$$

Neuere Versuche über diesen Gegenstand stammen von Coblentz und seinen Mitarbeitern und Gerlach (1918). Sie bestätigen die Resultate von Ångström. So findet Gerlach $E = 0{,}225 - 0{,}330$ Grammkalorien in der Sekunde durch 1 qcm in der Entfernung von 1 cm.

§ 3. Photometer von Bouguer, Foucault, Rumford, Ritchie und Joly. Die Photometer dienen dazu, das Verhältnis der Lichtstärken J_1 und J_2 zweier Lichtquellen miteinander zu vergleichen, von denen die eine gleich der gewählten Einheit für die Lichtstärke sein kann.

Fig. 210.



Bei vielen Photometern (Rumford, Ritchie) werden die beiden Lichtquellen in solchen Entfernungen d_1 und d_2 von einer Scheibe aufgestellt, daß beide Hälften der letzteren gleich hell beleuchtet erscheinen. In diesem Falle ist

$$\frac{J_1}{d_1^2} = \frac{J_2}{d_2^2} \quad . \; . \; . \; . \quad (18)$$

oder

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad . \; . \; . \; . \quad (19)$$

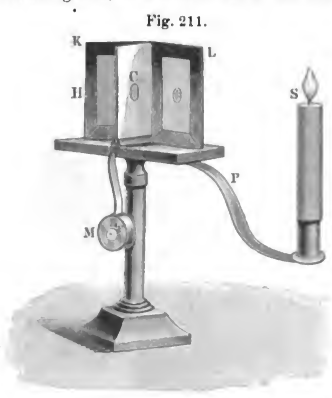
Die Lichtstärken zweier Lichtquellen sind direkt proportional den Quadraten ihrer Abstände von einer durch sie gleich hell beleuchteten Fläche.

In Fig. 210 ist das Photometer von Joly (Diffusionsphotometer) abgebildet. Auf dem Brettchen H befinden sich zwei dicht aneinandergedrückte Stücke Paraffin. In der Blechplatte B ist ein Ausschnitt vorhanden, durch welchen der Beobachter die Trennungslinie beider Paraffinstücke sieht. Der Rahmen M dient zum Einsetzen von farbigen Gläsern. Die zu vergleichenden Lichtquellen werden zu beiden Seiten des Apparates so aufgestellt, daß die erwähnte Trennungslinie ver-

schwindet; Formel (19) gilt auch hier. Zuweilen werden die Paraffinstücke durch dicke Scheiben aus Milchglas ersetzt, zwischen denen sich eine dünne Schicht Zinnfolie befindet.

§ 4. Photometer von Bunsen. Photometer von Hesehus. Der wesentlichste Bestandteil des Bunsenschen Photometers ist ein vertikales weißes Papierblatt mit einem Fettfleck aus Paraffin, Walrat oder Öl. Beleuchtet man ein solches Blatt von beiden Seiten ungleich, so erscheint der Fleck ungleich hell. Ist die Beleuchtung von beiden Seiten gleich, so erscheint auch der Fleck von beiden Seiten gleich hell.

Fig. 211.



Durch Verschiebung einer der Lichtquellen läßt es sich nun immer dahin bringen, daß der Fleck, von einer bestimmten Seite her gesehen, verschwindet, indem er gleich hell erscheint wie seine Umgebung. Hierbei wird der Fleck aber von der anderen Seite her sichtbar sein, d. h. er kann nicht gleichzeitig auf beiden Seiten des Papierschirms verschwinden. Um den Fleck von beiden Seiten her bequem beobachten zu können, bringt man den Papierschirm zwischen zwei Spiegel, welche miteinander einen stumpfen Winkel bilden, wie dies aus Fig. 211 ersichtlich ist, wo K und L die beiden Spiegel, C der Fettfleck ist.

Es gibt mehrere Methoden, nach denen man die Lichtstärken J_1 und J_2 zweier Lichtquellen mit Hilfe des Bunsenschen Photometers vergleichen kann.

I. Methode. Auf der einen Seite des Flecks wird eine beständige Lichtquelle, etwa eine Kerze S, angebracht; auf der anderen Seite stellt man die Lichtquellen J_1 und J_2 nacheinander in solchen Entfernungen d_1 und d_2 auf, daß der Fleck jedesmal auf einer und derselben Seite, etwa auf der Seite von H, verschwindet. Offenbar haben dann beide Lichtquellen die gleiche Beleuchtung von Schirm und Fleck von dieser Seite her hervorgebracht, man kann daher Formel (19) benutzen. Das Bandmaß M dient dazu, die Entfernungen d_1 und d_2 zu messen.

II. Methode. Die zu vergleichenden Lichtquellen stellt man zu beiden Seiten des Papierschirms in solchen Entfernungen d_1 und d_2

von demselben auf, daß der Lichtfleck von beiden Seiten her gleich hell erscheint. Offenbar gilt auch hier die Formel (19), d. h. die Beziehung $J_1 : J_2 = d_1^2 : d_2^2$. Ist eine der Lichtquellen die gewählte Einheit der Lichtstärke, so erhält man direkt die Lichtstärke der anderen in diesen Einheiten ausgedrückt.

N. Hesehus hat in die Konstruktion des Bunsenschen Photometers eine wesentliche Verbesserung eingeführt, wonach es möglich ist, auch die Stärke zweier Lichtquellen miteinander zu vergleichen, deren Färbung nicht ganz die gleiche ist. Zu diesem Zwecke ist der Papierschirm zwar vertikal, jedoch in geneigter Lage gegen die Verbindungsgerade der Lichtquellen angebracht, und es sind auf dem Schirme drei in einer horizontalen Linie befindliche Flecke vorhanden. In Fig. 212 stellt MN den von oben gesehenen Schirm dar; a, b und c sind die drei Flecke, von denen b näher an J_1, c näher an J_2 liegt als der mittlere Fleck a. Die Einstellung der Lichtquellen wird dadurch ermöglicht, daß ein Fleck heller, der andere dunkler als der Papierschirm gemacht wird, während a bei vollkommen gleichfarbigen Lichtquellen verschwindet und eine gewisse mittlere Färbung annimmt, sobald die Lichtquellen nicht die gleiche Farbe haben. Die Einstellung selbst kann viel genauer erfolgen als bei nur einem vorhandenen Fleck.

Fig. 212.

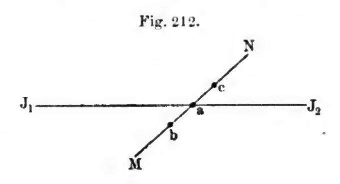
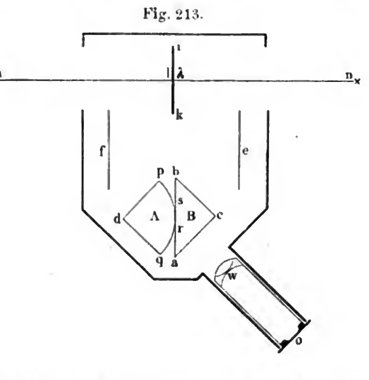


Fig. 213.

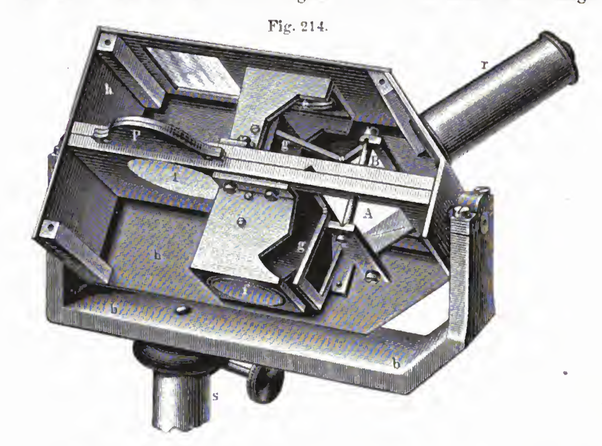


§ 5. Photometer von Lummer und Brodhun.

Lummer und Brodhun haben eine ganze Reihe von Photometern konstruiert, wobei sie an Stelle des Fettflecks im Bunsenschen Photometer zwei gegeneinandergepreßte Glasplatten verwandten. Von den fünf Arten, wie sie ihr Grundprinzip zur Anwendung brachten, wollen wir nur eine in Kürze betrachten, wobei die schematische Fig. 213 zur Veranschaulichung

dienen möge. Zwei rechtwinklige Glasprismen A und B, von denen A eine gekrümmte, bei rs eben geschliffene Hypotenusenfläche besitzt, sind derart aneinandergepreßt, daß sich zwischen ihnen bei rs keine Luft befindet. Die undurchsichtige, auf beiden Seiten l und λ weiß gefärbte Platte ik (eine Gipsplatte oder zwei Papierblätter, zwischen denen sich ein Metallblatt befindet) wird von den Lichtquellen m und n beleuchtet; die Spiegel f und e reflektieren das von den Oberflächen l und λ zerstreute Licht in senkrechter Richtung zu den Kathetenflächen dp und bc. Das in o befindliche Auge des Beobachters erblickt durch eine auf die Fläche ba gerichtete Lupe w auf dieser ganzen Fläche, mit Ausnahme des Teils rs, Licht, das vom Spiegel e ausgeht und an ba total reflektiert wird. Während nun die Helligkeit von ba von dem Beleuchtungs-

Fig. 214.



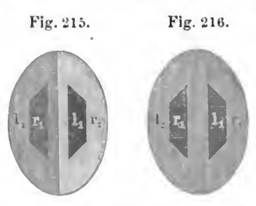
grade der Fläche λ durch die Lichtquelle n abhängt, erscheint rs in dem Lichte, das von f reflektiert und durch rs hindurchgegangen ist; seine Helligkeit hängt somit von dem Beleuchtungsgrade der Fläche l durch die Lichtquelle m ab. Die Lichtquellen hat man in solche Entfernungen von ik zu bringen, daß der Fleck bei rs verschwindet, in welchem Falle die Seiten l und λ von beiden Lichtquellen m und n gleich hell beleuchtet werden.

Die innere Einrichtung des soeben beschriebenen Photometers von Lummer-Brodhun ist aus Fig. 214 ersichtlich. In den Seitenflächen eines länglichen Gehäuses befinden sich zwei viereckige Ausschnitte, von denen in unserer Figur nur der hintere sichtbar ist, da die vordere Wand des Gehäuses fehlt. In einen Schieber P wird die weiße Platte l

(*ik* in Fig. 213) hineingeschoben und von beiden Seiten durch die zu vergleichenden Lichtquellen beleuchtet, deren Licht von den erwähnten Ausschnitten hindurchgelassen wird. Wie in Fig. 213, so sind auch hier mit *f* und *e* die beiden Spiegel, mit *A* und *B* die beiden Prismen bezeichnet; das Mikroskop *r* dient zur Beobachtung der weißen Platte.

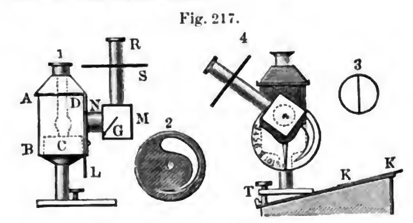
Lummer und Brodhun haben später (1892) ihr Photometer beträchtlich verbessert, indem sie das sogenannte Kontrastprinzip anwandten. Hierbei geschieht die Einstellung nicht derart, daß der Unterschied zwischen einem Teile des Gesichtsfeldes und dem dasselbe umgebenden verschwindet, sondern so, daß zwei Teile des Gesichtsfeldes auf zwei anderen, als Hintergrund dienenden, gleich gesehen werden. Somit besteht hier das Gesichtsfeld aus vier Teilen; in Fig. 215 ist einer der Fälle dargestellt, wo die Einstellung noch nicht vorgenommen ist. Nach erfolgter richtiger Einstellung dagegen erscheint das in Fig. 216 dargestellte Bild. Auf die Einrichtung der Prismen, welche ein solches Gesichtsfeld liefern, soll hier nicht eingegangen werden.

Fig. 215. Fig. 216.



Knott hat darauf aufmerksam gemacht, daß W. Swan bereits im Jahre 1859 ein Photometer konstruiert hat, welches der zugrundeliegenden Idee nach der ursprünglichen Form des Lummer-Brodhunschen Photometers sehr nahe kommt.

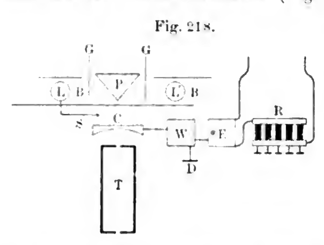
Fig. 217.



§ 6. Photometer von Petruschewski, Rood u. a. Das Photometer von Petruschewski dient zum Vergleichen des Beleuchtungsgrades von Flächen, die sich in verschiedener Lage befinden, z. B. der horizontalen oder geneigten Tischflächen (von Schulbänken) in einem Raume. Die Konstruktion dieses „schulhygienischen" Photometers ist aus Fig. 217 ersichtlich. Es besteht aus der Laterne *AB* (Fig. 217, 1), welche die Petroleumlampe *CD* enthält. Auf der *N* zugekehrten Seite befindet sich vor der Flamme ein eiserner Lichtschirm mit sichelförmigem Ausschnitt, so daß nach *N* nur Strahlen von einem Teile

der Flamme gelangen; die Intensität dieser Strahlen ändert sich nur wenig mit Änderung der Gesamthelligkeit der Lampe. Das Licht der Lampe geht durch zwei matte Glasscheiben hindurch und fällt auf ein Stück weißes Kartonpapier, das im geneigt angebrachten Rahmen *G* innerhalb des würfelförmigen Ansatzes der Röhre *N* befestigt wird. Das Beobachtungsrohr *R* läßt sich zugleich mit *M* und *N* um die Achse von *N* drehen. Zwischen der Lampe und der Röhre *N* befindet sich ein Teil der kreisförmigen Blende *L*, die einen sich allmählich verengernden Spalt hat (Fig. 217, 2). Durch Drehung von *L* läßt sich der Beleuchtungsgrad des Kartons *G* ändern. Um den Beleuchtungsgrad einer gegebenen Fläche zu bestimmen, stellt man das Photometer in der Weise auf, wie dies aus Fig. 217, 4 ersichtlich ist, nachdem man zuvor auf jene Fläche ein blaugraues Papierblatt *KK* gelegt hat, und richtet auf letzteres das Beobachtungsrohr *R*. Man erblickt dann eine Kreisfläche (Fig. 217, 3), deren eine Hälfte dem Karton *G* angehört, der von der Lampe beleuchtet ist, während die andere Hälfte dem Papierblatt *KK* zugehört. Durch Drehung der Blende *L* bringt man es dahin, daß beide Hälften der Kreisfläche möglichst gleich hell erscheinen. Ein unbeweglicher Zeiger weist hierbei auf eine Zahl an der Blendenscheibe hin, welche den gesuchten Beleuchtungsgrad direkt angibt. Als Einheit ist der Beleuchtungsgrad von einer russischen Stearinkerze in 1 m Abstand (1,28 Hefnerkerzen in 1 m Abstand) gewählt.

Fig. 218.



Rood (1893) hat zur Vergleichung der Lichtstärke von verschiedenfarbigen Lichtquellen ein „Flimmerphotometer“ (Flickerphotometer) konstruiert.

Wenn vor dem Auge des Beobachters in sehr schneller Aufeinanderfolge zwei von verschiedenfarbigen Lichtquellen beleuchtete weiße Flächen erscheinen, so kann das Flackern aufhören, und der Beobachter erblickt eine ruhige und gleichmäßige Farbe, welche der Mischung aus beiden Farben der beiden Lichtquellen entspricht. Rood ist der Meinung, daß dies dann eintritt, wenn beide Lichtquellen die gleiche Lichtstärke haben. Hierauf beruht die Einrichtung seines Photometers. *L* und *L'* (Fig. 218) sind die beiden Lichtquellen, von denen die eine verschoben werden kann; *G* und *G* sind verschiedenfarbige Gläser, *P* ein Gipsprisma. In *C* befindet sich eine Zylinderlinse, welche in jeder Sekunde 16 Schwingungen (nach rechts und links) ausführt: sie wird durch den Elektromotor *E* und das Zahnradsystem *W* in Bewegung

versetzt. Der Beobachter erblickt durch das Rohr T abwechselnd die eine und die andere Seite des Prismas P und stellt die Lichtquelle L derart ein, daß das Flackern aufhört. Whithman (1896), Krüss (1905), Ives (1917) u. a. haben Apparate konstruiert, die auf demselben Prinzipe beruhen. Lummer und Pringsheim haben ein Spektralflickerphotometer angegeben. Nach neueren Untersuchungen sind aber auch bei der Flimmerphotometrie die individuellen Unterschiede der einzelnen Beobachter nicht ganz ausgeschaltet.

Bechstein veränderte das Photometer von Rood. Das Flickerphotometer untersuchten Dow und in einer langen Reihe von Aufsätzen (1912 bis 1917) Ives; er kommt zum Ergebnis, daß dieses Photometer vollkommen genaue Resultate ergeben kann, wenn man alle nötigen Vorsichtsmaßregeln trifft.

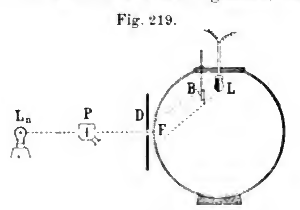
Whithman (1896), Simmance und Abbady (1904), Krüss (1904) und Bechstein (1905) konstruierten ebenfalls Flimmerphotometer. Krüss behandelte in einer Reihe von Arbeiten die Theorie des Flimmerphotometers und untersuchte verschiedene Typen. Lauriol (1904) untersuchte das Photometer von Simmance und Abbady. Bei vielen Photometern (von Pickering, Sabine u. a.) wird das Licht der einen Quelle durch eine absorbierende keilförmige Platte oder eine Blende mit sich verengernder Öffnung, die vor einer Sammellinse angebracht ist (Mascart), abgeschwächt.

Aus der großen Zahl anderer Photometer sei noch das von Lehmann erwähnt; ferner möge noch auf die Methode von Talbot verwiesen werden, welcher das Licht einer der zu vergleichenden Lichtquellen dadurch abschwächt, daß vor ihr eine Scheibe mit sektorförmigen Ausschnitten von solcher Breite rotiert, daß beide Lichtquellen gleich hell erscheinen. Die Konstruktion und genaue Untersuchung eines derartigen rotierenden Sektors haben Lummer und Brodhun (1896), Brodhun (1904) und besonders eingehend A. E. Weber (1914) u. a. beschrieben.

Zur Messung der Intensität von Glüh-, Bogenlampen usw. wird jetzt viel das Ulbrichtsche Kugelphotometer benutzt, das auf folgendem Prinzip beruht. Im Innern einer Hohlkugel befindet sich die beliebige und beliebig gelegene Lichtquelle L (Fig. 219), deren mittlere räumliche Lichtstärke J_s sei. Alsdann wird jedes Element der Innenfläche erstens durch die von L ausgehenden Strahlen, also direkt, und zweitens durch die vielfach an der Innenfläche reflektierten Strahlen, also indirekt, beleuchtet. Wenn diese Innenwand dem Lambertschen Grundgesetz (S. 40) gehorcht und an allen Stellen das gleiche diffuse Reflexionsvermögen besitzt, so läßt sich beweisen, daß die indirekte Wandbeleuchtung an allen Stellen die gleiche ist, und zwar proportional J_s. Das auf diesem Prinzip gebaute Photometer hat folgende Gestalt. Eine starke, innen mattierte Milchglasglocke von mindestens

0,5 m Durchmesser ist bis auf eine kleine seitliche kreisförmige Fläche F innen mit einem weißen, matt geschliffenen Überzug aus Kreide und Wasserglas versehen und außen mit einem gleichfalls die Fläche F freilassenden, geschwärzten Gehäuse umgeben. Der zum Verschluß der oberen Öffnung dienende Deckel und die von demselben ins Innere ragenden stabförmigen Lampen- und Blendenhalter sind ebenfalls mit Kreide und Wasserglas überzogen. Die zu messende Lampe L wird in den oberen Teil der Kugel eingeführt. Die direkten Strahlen von L werden durch die kleine weiße Scheibe B von der Öffnung F ferngehalten, so daß F nur von indirektem Licht beleuchtet wird. Alsdann leuchtet die Außenseite von F in einer Flächenhelle e, welche J_s proportional ist. Vor F wird eine Blende gesetzt, deren kreisförmige

Fig. 219.



Öffnung gleich f sei. In zu f senkrechter Richtung ist die Lichtstärke $J = ef$ und da e proportional J_s ist, so ist umgekehrt

$$J_s = CJ,$$

wo C eine von dem Lichtdurchlässigkeitsvermögen des Milchglases von der Beschaffenheit des weißen Anstriches usw. abhängige Konstante des Apparates ist. Die Lichtstärke J der Öffnung von D wird auf die gewöhnliche Weise im vorliegenden Falle mittels des Photometers P und der Normallampe L_n bestimmt. Weitere Einzelheiten findet man in Liebenthal: Praktische Photometrie, S. 301 u. f. Braunschweig 1907.

§ 7. Polarisationsphotometer und Interferenzphotometer. Es gibt eine ganze Reihe von Photometern, deren Konstruktion auf Polarisation des Lichts bei Reflexion, Brechung und Doppelbrechung beruht. Obgleich die Lehre von diesen Erscheinungen erst später vorgetragen werden soll, folgt die Beschreibung dieser Photometer schon hier, damit alles, was sich auf die Messung der strahlenden Energie bezieht, nach Möglichkeit in einem und demselben Kapitel Aufnahme finde. Dem Leser, welchem die Erscheinungen der Polarisation und Doppelbrechung noch unbekannt sind, kann empfohlen werden, diesen Paragraphen vorläufig auszulassen.

Das Photometer von Babinet-Duboscq ist in Fig. 220 schematisch dargestellt. Es besteht aus den im Innern geschwärzten

Röhren AB und CD; in AB befindet sich der aus Glas bestehende Polarisator P (Glasplattensatz), welcher eine solche Lage hat, daß Strahlen, die in Richtung der Röhre DC einfallen, seine Oberfläche unter dem Winkel der totalen Polarisation treffen und in der Richtung der Achse CB reflektiert werden. Die Enden A und D sind durch matte Glasplatten verschlossen, auf welche Strahlen von zwei Lichtquellen fallen, und muß die von ihnen, welche D beleuchtet, konstant bleiben. Der Platte A gegenüber wird zuerst die eine, hierauf die andere Lichtquelle aufgestellt. Längs der Röhre CB breiten sich die von A und D kommenden Strahlen aus, welche vollständig in zueinander senkrechten Ebenen polarisiert sind; sie gelangen durch das Diaphragma G, die Quarzplatte K und das Prisma N aus isländischem Kalkspat hindurch nach B, wo der Beobachter zwei Kreise erblickt, welche nur dann ungefärbt sind, wenn die Strahlen ACB und DCB die gleiche Helligkeit haben, so daß sie zusammengenommen wie unpolarisiertes Licht wirken. Man hat also die beiden Lichtquellen J_1 und J_2 nacheinander in die Entfernungen d_1

Fig. 220.

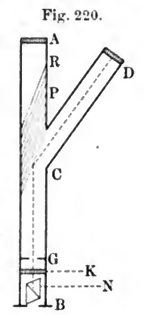
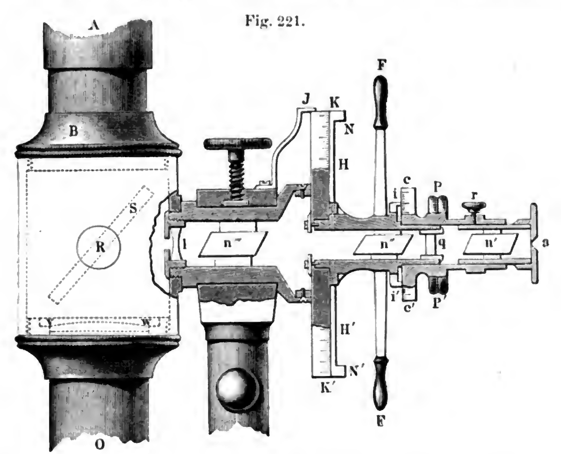


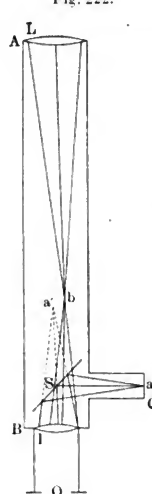
Fig. 221.



und d_2 von A zu bringen, damit jene Kreise ungefärbt erscheinen; in diesem Falle beleuchten beide Lichtquellen die Platte A gleich stark, und es ist $J_1 : J_2 = d_1{}^2 : d_2{}^2$.

Photometer von Zöllner. Dieses Photometer dient zur Helligkeitsmessung von Sternen durch Vergleichung mit einem künstlichen Sterne, dessen Helligkeit willkürlich verändert werden kann. Der Apparat ist in Fig. 221 abgebildet, er wird an einem Fernrohr angebracht, von welchem hier nur der mittlere Teil AO zu sehen ist. Im Innern der Röhre la befinden sich drei Nicolsche Prismen n', n'' und n''' und eine Quarzplatte q. Das System $n' q n''$ liefert vollständig polarisiertes Licht und kann mittels der Handhabe FF um seine Achse gedreht werden, wobei der Drehungswinkel am Zylindermantel KK' mit Zuhilfenahme des Index J abgelesen werden kann. Ebenso kann das Prisma n' durch PP' für sich gedreht werden. Die Strahlen einer der Öffnung a gegenüberstehenden Lampe gehen durch die Prismen n', n'', n''', die Quarzplatte q und die Zerstreuungslinse l hindurch, fallen auf die Glasplatte S und werden von beiden Oberflächen derselben zum Okular des Fernrohrs hin reflektiert. Der Beobachter erblickt zwei Lichtpunkte, von welchen der hellere durch Reflexion der Strahlen an der vorderen Fläche von S entsteht; dieser Lichtpunkt dient als künstlicher Stern, seine Farbe und Helligkeit werden gleich der Farbe und Helligkeit des zu beobachtenden Sternes gemacht, der im Gesichtsfelde neben dem künstlichen Stern erscheint. Die Farbe des letzteren wird vollkommen durch den Winkel bestimmt, um welchen n' allein gedreht ist, er wird von der Lage ab gerechnet, bei welcher die Hauptschnitte der Prismen n' und n'' einander parallel sind. Die Helligkeit des künstlichen Sternes wird durch Drehung des Ansatzes KaK' verändert. Zählt man den Drehungswinkel von der Lage an, bei welcher die Lichtstärke des Sternes gleich Null ist, also die Hauptschnitte der Prismen n'' und n''' zueinander senkrecht sind, und ist die Lichtstärke des künstlichen, also auch des zu messenden Sternes für den Drehungswinkel α gleich J, so ist

Fig. 222.



$$J = J_0 \sin^2 \alpha.$$

Das Verhältnis der Lichtstärken J_1, J_2, ... verschiedener Sterne erhält man demnach aus einem Ausdruck von folgender Form:

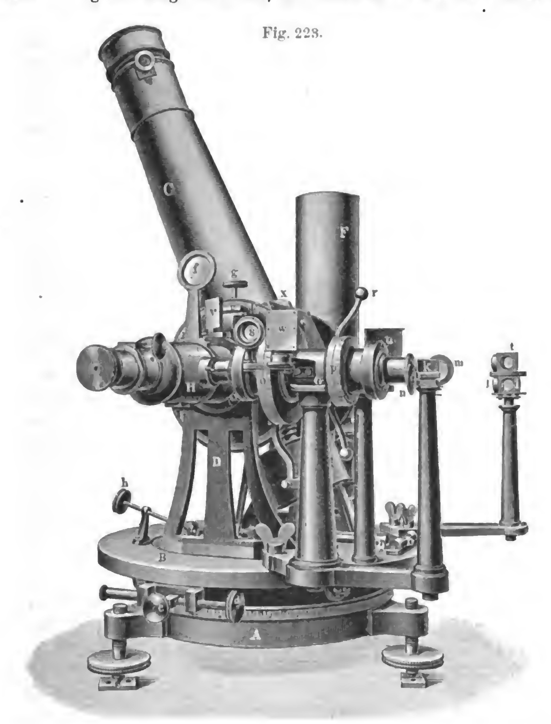
$$J_1 : J_2 : J_3 : \ldots = \sin^2 \alpha_1 : \sin^2 \alpha_2 : \sin^2 \alpha_3 : \ldots$$

In Fig. 222 ist der Strahlengang im Photometer und Fernrohr schematisch dargestellt. Der Lichtpunkt a liefert zwei Bilder hinter der spiegelnden Glasplatte S, von welchen nur das eine in a' dargestellt

ist; in *b* entsteht das Bild des zu beobachtenden Sternes. Man hat die Helligkeiten der Punkte *a'* und *b* einander gleich zu machen.

Das Zöllnersche Photometer läßt sich leicht an jedem beliebigen Fernrohr anbringen. In der Folge hat es wesentliche Verbesserungen erfahren. Fig. 223 zeigt die Form, in welcher es Wanschaff in Berlin

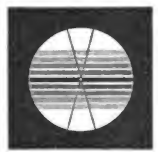
Fig. 223.



für das Potsdamer astrophysikalische Observatorium hergestellt hat. Die unbewegliche Kreisscheibe *A* ruht auf drei Fußschrauben und trägt eine Teilung. Auf ihr dreht sich mit Hilfe von Rollen die Scheibe *B*; die Schrauben *c* und *d* dienen zur genaueren Einstellung im gewünschten Azimute; zur Horizontalstellung dienen zwei Libellen *bb*. Der Okularansatz des Fernrohres *C* befindet sich in horizontaler Lage. Der Höhen-

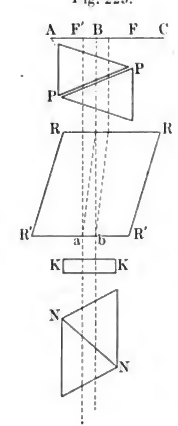
kreis E, der Nonius e, die Lupe f, sowie die Schrauben g und h dienen dazu, das Fernrohr auf den gewünschten Stern einzustellen. Die Lampe zur Erzeugung des künstlichen Sternes ist von dem Mantel F umgeben, in welchem sich eine kleine Öffnung befindet; ihre Strahlen gehen durch die Linsen m und l, sowie zwei reflektierende Prismen i (rechts von l) und k (links von m) hindurch, so daß bei n ein heller Lichtpunkt entsteht. Die mit Teilung versehenen Kreise o und p entsprechen cc' und KK' in Fig. 221. Das Reflexionsprisma t, auf welches ebenfalls einiges Licht von der Lampe auffällt, sowie die Spiegel u, v und w beleuchten die Nonien, welche zur Ablesung der Kreise E, p und o dienen.

Fig. 224.



Photometer von Wild. Wild hat zwei Photometer konstruiert, in welchen er die Eigenschaften der sogenannten Savartschen Platte zur Anwendung brachte; letztere besteht aus zwei unter 45° zur Kristallachse herausgeschnittenen Quarzplatten, die derart aufeinander geklebt sind, daß ihre Hauptschnitte zueinander senkrecht sind. Eine solche Platte nebst einem Nicolschen Prisma geben das Savartsche Polariskop, einen Apparat, welcher dazu dient, Spuren von Polarisation in einem Lichte nachzuweisen, welches Platte und Prisma durchsetzt hat. Ist das Licht polarisiert oder besteht es aus Strahlenbündeln, welche in zwei zueinander senkrechten Ebenen polarisiert sind und ungleiche Helligkeit haben, so erscheint im Gesichtsfelde eine Reihe dunkler Streifen, wie sie in Fig. 224 abgebildet sind. Diese Streifen verschwinden, sobald die beiden Lichtbündel gleiche Lichtstärke haben.

Fig. 225.



Die Anordnung der wesentlichsten Teile bei einem der Wildschen Photometer ist in Fig. 225 dargestellt. Die beiden zu vergleichenden Lichtquellen beleuchten zwei nebeneinander liegende Flächen BF und BF'. Die von diesen Flächen ausgesandten Strahlen gehen durch das Nicolsche Prisma PP hindurch und treffen hierauf den großen Kristall aus isländischem Kalkspat RR'; in diesem teilt sich jeder Strahl in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl. Von ab gehen der z. B. von BF ausgegangene ordentliche Strahl E_0 und der von BF' kommende außerordentliche Strahl E_e' vereint weiter; sie sind in zueinander senkrechten Ebenen polarisiert. Man kann ihre Intensität dadurch ändern, daß man RR'

oder PP um den Winkel α dreht, welcher von der Lage an gerechnet wird, bei welcher die Hauptschnitte des Kristalls RR' und des Prismas PP einander parallel sind. Ferner ist KK eine Savartsche Platte, NN ein Nicolsches Prisma, so daß diese beiden Teile zusammengenommen ein Savartsches Polariskop darstellen. Ist der Drehungswinkel des Kristalls RR' oder des Prismas PP gleich α, so sind die Lichtstärken der aus ab austretenden Lichtbündel gleich

$$J_1 \sin^2 \alpha \quad \text{und} \quad J_2 \cos^2 \alpha;$$

verschwinden bei dieser Lage die Streifen im Gesichtsfelde, so ist

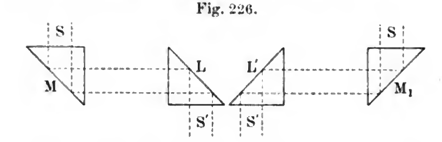
$$J_1 \sin^2 \alpha = J_2 \cos^2 \alpha \quad \text{oder} \quad J_2 : J_1 = tg^2 \alpha.$$

Nach Wild hat man indes die Formel

$$J_2 : J_1 = C\, tg^2 \alpha$$

anzuwenden. Hier ist C ein von Eins nur wenig verschiedener Faktor, der für jeden speziellen Apparat seinen konstanten Wert hat; er tritt

Fig. 226.



auf, weil die Absorptionen, welche die ordentlichen und die außerordentlichen Strahlen im Apparate erleiden, einander nicht ganz gleich sind.

Fig. 226 läßt erkennen, in welcher Weise man zwei nebeneinanderliegende Lichtbündel $S'S'$ erhält, wenn diese vorher die Richtungen SS hatten und von den zu vergleichenden Lichtquellen oder zwei von diesen beleuchteten Milchglasplatten ausgingen.

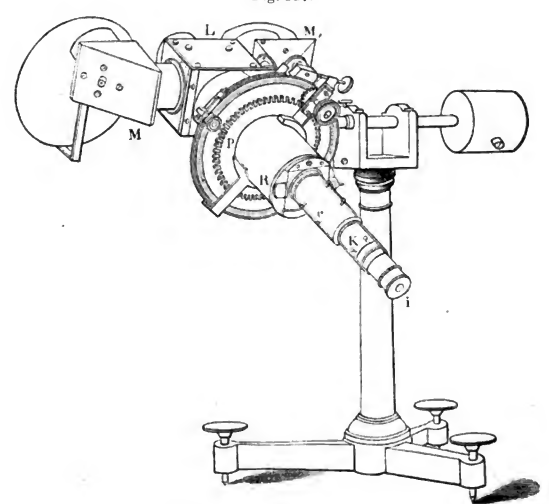
Fig. 227 zeigt das ganze Wildsche Photometer. M, M_1 und L haben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 226. Der Polarisator befindet sich in der mit dem Zahnrad P verbundenen Röhre, der doppelbrechende Kristall ($RRR'R'$ in Fig. 225) innerhalb des Zylinders R. Die Röhre cKi ist ein Savartsches Polariskop. Der Drehungswinkel des Polarisators wird an einem geteilten Kreise abgelesen.

Die Beschreibung des anderen von Wild konstruierten Photometers übergehen wir hier und verweisen weiter unten in der Literaturübersicht auf die betreffende Originalbeschreibung.

Von den zahlreichen sonstigen Polarisationsphotometern erwähnen wir die von L. Weber, Chacornac (zum Vergleichen der Lichtstärke zweier Sterne), Pickering (von demselben stammt eine ganze Reihe verschiedener zu astrophysikalischen Beobachtungen dienender Apparate), Martens usw.

Lummer hat (1901) ein **Interferenzphotometer** konstruiert, auf welches wir später noch zurückkommen werden. In der Lehre von der Interferenz des Lichts werden wir die sogenannten Streifen gleicher Neigung (**Haidinger-Mascart-Lummer**sche Interferenzstreifen) näher kennen lernen; auf Beobachtung derselben beruht die Konstruktion des genannten Photometers. Es besteht aus zwei rechtwinkligen Glasprismen ABD und DBC (Fig. 228), zwischen denen sich eine vollkommen planparallele Luftschicht befindet. S_1 und S_2 sind zwei Mattglasplatten, die von den Lichtquellen L_2 und L_1 beleuchtet werden; eine der letzteren, L_1, kann

Fig. 227.



verschoben werden. Die Beobachtung erfolgt an einem auf **Unendlich** eingestellten Fernrohr. Jedes der beiden von L_1 und L_2 (oder S_1, S_2) ausgehenden Strahlenbündel liefert in der Fokalebene des Fernrohrobjektivs ein System von dunkeln Streifen infolge von Interferenz der Strahlen, welche von den Hypotenusen der beiden Prismen reflektiert sind. Zwei Systeme von Streifen sind, wie wir sehen werden, einander „komplementär“, d. h. dort, wo die durchgehenden Strahlen von L_1 einen dunkeln Streifen geben, liefern die von S_2 kommenden reflektierten Strahlen einen hellen Streifen und umgekehrt. **Sind S_1 und S_2 gleich hell beleuchtet, so verschwinden die Streifen**; hieraus geht her-

vor, in welcher Weise der Apparat dazu dienen kann, die Lichtstärke zweier Lichtquellen miteinander zu vergleichen.

Dieser Apparat ist sehr geeignet zum Vergleichen der Beleuchtungshelligkeit verschiedener Oberflächen. Nehmen wir an, L_1 und L_2 seien zwei beleuchtete Flächen, S_1 und S_2 seien aus dem Photometer entfernt. Bei gleich heller Beleuchtung verschwinden die Streifen. Hat man eine große beleuchtete Fläche vor sich, so kann man die Helligkeiten ihrer verschiedenen Teile miteinander vergleichen.

Zu den Polarisationsphotometern kann man auch das Mikrophotometer von Königsberger (1901) rechnen, welches z. B. zum Messen der Lichtabsorption in sehr kleinen Platten (von etwa 0,5 qmm Größe) gedient hat.

Fig. 228.

§ 8. Spektrophotometer.

Als Spektrophotometer kann man zunächst die Apparate bezeichnen, welche zum Vergleichen der Helligkeit einzelner Teile eines gegebenen Spektrums dienen (soweit eine solche Vergleichung nach dem auf S. 434 Gesagten überhaupt zulässig ist); ferner auch die Apparate, bei denen die Vergleichung der Lichtstärke zweier Lichtquellen darin besteht, daß man die einzelnen Teile zweier Spektren, welche durch Zerlegung des Lichts jener Quellen erhalten worden sind, miteinander vergleicht.

Fraunhofer hat zuerst die relative Helligkeit der verschiedenen Teile des Sonnenspektrums zu bestimmen gesucht. Der von ihm hierbei benutzte Apparat ist in Fig. 229 schematisch dargestellt. Auf das

Objektiv eines Fernrohres fallen die einem Teil des Spektrums angehörenden Strahlen; die undurchsichtige spiegelnde Fläche *m* verdeckt einen Teil des Gesichtsfeldes und sendet dem Okular die Strahlen der Lampe *S* zu. Für jede Strahlenart wird die Entfernung der Lampe von *m* aufgesucht, bei welcher die Trennungslinie beider Hälften des Gesichtsfeldes sich möglichst wenig wahrnehmen läßt. Es wird angenommen, die Helligkeit der beobachteten Strahlen sei dem Quadrate der Entfernung zwischen *S* und *m* umgekehrt proportional.

Vierordt, Draper, Crova und Lagarde, Macé de Lépinay und Nicati, König u. a. haben sich mit derselben Aufgabe beschäftigt. Abney hat die Fraunhofersche Methode in sinnreicher Weise abgeändert, indem er die Schatten miteinander verglich, welche von weißem Licht, das in bestimmtem Verhältnis abgeschwächt war, und von einem gegebenen Teile seines Spektrums erhalten wurden. Die Resultate, zu welchen die verschiedenen Beobachter bei ihren Messungen gelangten, weichen voneinander, wie zu erwarten, ganz bedeutend ab.

Fig. 229.

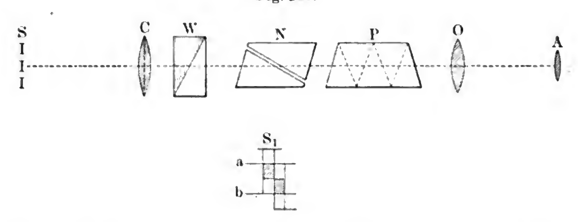
Govi scheint zuerst vorgeschlagen zu haben, verschiedenfarbige Lichtquellen derart miteinander zu vergleichen, daß man das Licht einer jeden von ihnen prismatisch zerlegt und die Helligkeiten der entsprechenden Spektralteile vergleicht. Sind die Spektren jedoch nicht kontinuierlich und die in ihnen fehlenden Teile verschieden, so versagt auch diese Methode.

Beim Spektrophotometer von Crova liefert ein Spalt zwei parallele Spektren von zwei Lichtquellen; das Licht der einen von ihnen durchsetzt zwei Nicolsche Prismen und kann eine bestimmte Anzahl von Malen dadurch, daß man eines der Prismen um einen meßbaren Winkel dreht, abgeschwächt werden. Verwickelter ist der Apparat von Violle, mit welchem sich jedoch äußerst genaue Messungen ausführen lassen.

Zum Schluß betrachten wir noch das Spektrophotometer von Glan; dasselbe ist in Fig. 230 schematisch im vertikalen Durchschnitt dargestellt. Der Spalt *S* ist durch einen 4 mm breiten Streifen in zwei gleiche Hälften von je 4 mm Länge geteilt. Aus der Linse *C*, in deren Brennebene sich der Spalt befindet, treten zwei parallele Lichtbündel aus, welche von den zu vergleichenden Lichtquellen herkommen. Diese

Strahlenbündel treten in ein Wollastonsches Prisma ein, welches, wie im Kapitel von den Polarisatoren gezeigt wird, jeden Strahl in zwei Strahlen zerlegt, die in zueinander senkrechten Ebenen polarisiert sind, und von denen das eine Bündel nach oben, das andere nach unten verschoben ist. Der Beobachter sieht im Fernrohr OA zwei Bilder der beiden Spalthälften, welche um so viel gegeneinander verschoben sind, daß die obere Hälfte des einen genau auf der unteren Hälfte des anderen zu liegen kommt. Bei S_1 sind die beiden Bilder nebeneinander dargestellt, welche sich zwischen a und b in Wirklichkeit überdecken; dieser Teil allein ist im Fernrohr AO sichtbar. Das Prismensystem P zerlegt die Strahlen der beiden zu vergleichenden Lichtquellen in zwei parallele, einander berührende Spektren, deren einzelne Teile mit Hilfe eines verschiebbaren Spalts, der sich in der Fokalebene von AO befindet, beobachtet werden. Diese beiden Spektren waren in zueinander senkrechten Ebenen polarisiert vor Eintritt in das Nicolsche Prisma,

Fig. 230.



durch welches ein Teil des Lichts hindurchgeht, der von dem Winkel α zwischen den Hauptschnitten des Prismas N und eines der Prismen des Polarisators W abhängt. Durch Drehung von N kann man die gleichfarbigen Teile beider Spektren gleich hell machen. Bezeichnen wir mit J_1 und J_2 die Helligkeit dieser beiden Teile in dem auf beide Spalthälften fallenden Lichte der zu vergleichenden Lichtquellen, mit c_1 und c_2 die Durchlässigkeitskoeffizienten der Teile des Photometers für gleichgefärbte, aber verschieden polarisierte Strahlen, dann ist die Helligkeit der Streifen, welche man im Fernrohr OA wahrnimmt, gleich

$$J_1 c_1 \cos^2\alpha \quad \text{und} \quad J_2 c_2 \sin^2\alpha.$$

Ist N derart eingestellt, daß

$$J_1 c_1 \cos^2\alpha = J_2 c_2 \sin^2\alpha$$

ist, so findet man

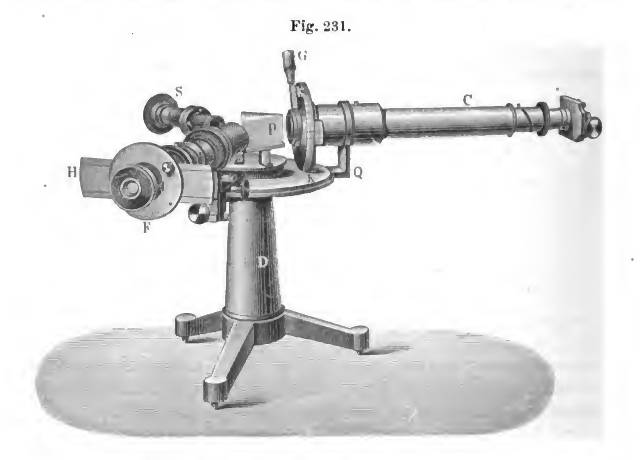
$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{c_1}{c_2} \operatorname{cotg}^2\alpha.$$

Das Verhältnis $c_1 : c_2$ erhält man dadurch, daß man den ganzen Spalt auf eine gleichmäßig erhellte Fläche richtet; es ist dann $J_1 = J_2$. Erscheinen für $\alpha = \alpha_0$ die Bilder gleich hell, so ist offenbar

$$\frac{c_2}{c_1} = cotg^2 \alpha_0.$$

In Fig. 231 ist ein Gesamtbild des Glanschen Spektrophotometers gegeben. Von dem in Fig. 230 dargestellten Schema weicht seine Einrichtung dadurch ab, daß das Prismensystem hier durch ein einziges Prisma *P* ersetzt ist. Der Spalt befindet sich am rechten Ende der Röhre *C*, welche ein Wollastonsches und ein Nicolsches Prisma ent-

Fig. 231.



hält, deren Drehung an *G* vorgenommen wird. Das Skalenfernrohr *S* liefert im Gesichtsfelde eine horizontale Skala (wie z. B. *C* in Fig. 113 auf S. 260).

Verschiedene andere Formen von Spektrophotometern haben Hüfner, Lummer und Brodhun, Krüss, Brace, Martens, Trannin, Wild u. a. konstruiert. Ein Mikrospektrophotometer hat Engelmann angegeben.

Lummer und Gehrcke (1906) konstruierten ein Spektrophotometer, das auf dem Prinzip des Flimmerphotometers von Rood beruht, und das zum Vergleich der Lichtstärken verschiedener Teile eines gegebenen Spektrums dient. Ein doppelter Spalt ermöglicht es, zwei schmale Teile des Spektrums aufeinanderzubringen. Ein sich drehender Zylinder

ruft das Flimmern hervor, das verschwindet, wenn die Breiten der beiden Teile der Spalte in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen. Diesen Apparat hat Thürmel (1910) auf das genaueste untersucht und hat mit seiner Hilfe die Empfindlichkeit des Auges für Strahlen verschiedener Wellenlängen bestimmt, wobei er das Spektrum eines schwarzen Körpers benutzte, in dem ja die Verteilung der Energie genau bekannt ist (Formel von Planck).

Lummer und Brodhun (1892) konstruierten ein Spektrophotometer, dessen Grundgedanke im wesentlichen analog ist dem ihres gewöhnlichen Photometers, das schon beschrieben wurde. Neu hinzu kam hier ein Prisma zwischen dem Doppelprisma *AB* und dem Fernrohr. Eine weite Verbreitung hat der Apparat von König und Martens gefunden, den König zuerst konstruierte (1894) und Martens veränderte (1899). In diesem Apparat befindet sich das Auge, im Sinne Maxwells, an der Stelle, wo das Spektrum entsteht; der Beobachter sieht dann das Objektiv gleichmäßig beleuchtet, wobei die Farbe durch diejenigen Strahlen bestimmt wird, die durch eine Blende oder durch einen schmalen vor dem Auge angebrachten Spalt ins Auge fallen. Beim Apparat von König-Martens treten die Strahlen zweier Lichtquellen durch zwei einander parallele Spalten in den Apparat ein. Ohne uns auf eine weitere Beschreibung der komplizierten Einrichtung einzulassen, erwähnen wir nur, daß das Auge die beiden Hälften des Gesichtsfeldes von gleichartigen Strahlen gefärbt sieht, die aber zu den beiden Spektren der zu vergleichenden Lichtquellen gehören. Diese Strahlen sind in zwei aufeinander senkrechten Ebenen polarisiert und werden durch Drehung eines Nicols, der sich beim Okular des Fernrohrs befindet, gleichhell gemacht.

§ 9. Chemische, photographische und lichtelektrische Photometer. Die chemischen Photometer kann man in zwei Gruppen einteilen:

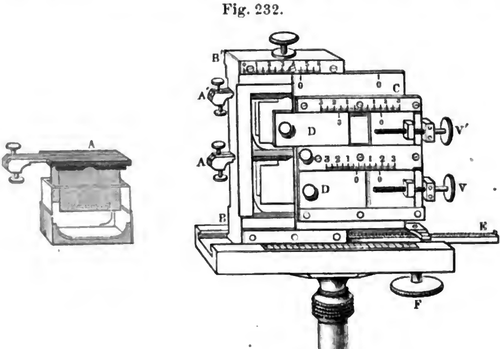
Die elektrochemischen Photometer beruhen auf dem Auftreten einer elektromotorischen Kraft bei Belichtung einer von zwei gleich lichtempfindlichen Platten, welche in eine schwache wässerige Lösung einer Säure, Lauge oder eines Salzes getaucht sind. Ein photoelektrisches Element dieser Art ist zuerst von E. Becquerel (1839) konstruiert worden.

In Fig. 232 ist das elektrochemische Differentialphotometer von N. Jegorow abgebildet, welches aus zwei photoelektrischen Elementen besteht; eines derselben ist bei *A* gesondert zu sehen, es besteht aus zwei jodierten Silberplatten, welche sich in einer schwachen Schwefelsäurelösung befinden. Die Gefäßwandung besteht aus Quarz, um den Verlust an ultravioletten Strahlen zu vermindern. Die Ver-

suche haben gezeigt, daß die elektromotorische Kraft des Elementes nahezu proportional der Intensität des Lichts ist, welches auf eine der Platten fällt.

Das Differentialphotometer, welches aus zwei mit den entgegengesetzten Polen verbundenen Elementen besteht, diente zur Vergleichung der Absorption von Strahlen, die auf jodiertes Silber in verschiedenen Medien einwirken. Hierbei wurde die Breite der Spalte, welche das durch zwei Medien hindurchgegangene Licht eintreten ließen, so lange geändert, bis die Stromstärke der beiden Elemente gleich wurde, die

Fig. 232.



chemische Wirkung der Strahlen in ihnen also die gleiche wurde. Eine eingehende Untersuchung der elektrochemischen Photometer hat Rigollot (1897) ausgeführt.

Zu den rein chemischen Photometern kann man den Apparat von Bunsen und Roscoe rechnen, welcher in Fig. 200 auf S. 422 abgebildet und dortselbst beschrieben war. Wie alle chemischen Photometer mißt er nur die Fähigkeit der gegebenen Strahlen, eine bestimmte chemische Reaktion hervorzurufen; im gegebenen Falle die Vereinigung von Chlor und Wasserstoff.

Es gibt eine große Zahl von Photometern, welche auf andere chemische Prozesse zurückgehen. Hierher gehören die Photometer von Witwer (Chlorwasser), Marchand (aus einer Lösung von oxalsaurem Eisenoxyd scheidet sich CO_2 aus), Eder (eine Mischung aus Lösungen von Sublimat und oxalsaurem Ammonium scheidet Hg_2Cl_2 aus) und eine ganze Reihe von Photometern, bei welchen der Einfluß des Lichts auf lichtempfindliche photographische Papiere beobachtet wird, wie z. B. die Apparate von Roscoe, Stelling, Abney u. a.

Will man die molekularen Änderungen, welche aller Wahrscheinlichkeit nach die Wirkung des Lichts auf das Selen begleiten, zu den chemischen Wirkungen rechnen, so kann man an dieser Stelle auch noch das Siemenssche Selenphotometer namhaft machen, welches darauf beruht, daß man die Verminderung des elektrischen Widerstandes durch die Belichtung beobachtet.

Pfund (1912) untersuchte das Selenphotometer und gab die Bedingungen seiner Anwendbarkeit an. Stebbins und Brown benutzten es für atmosphärische Zwecke. Eine Zusammenstellung diesbezüglicher Arbeiten gab Muraschkinski (Journ. d. russ. phys. Ges. 1911, II, S. 226).

Eine besondere Gruppe bilden die photographischen Photometer, welche in letzter Zeit bedeutend verbessert worden sind. Die Anwendung der Photographie zur Photometrie der Gestirne ist schon recht alt. Fizeau und Foucault (1844), sowie Roscoe haben die Photographie dazu angewandt, die Lichtstärke der Sonne zu bestimmen; Bond und Warren de la Rue haben sich ihrer zur Photometrie des Mondes und der Sterne bedient. Ferner haben sich Janssen, Scheiner, Charlier, Pickering u. a. mit der weiteren Vervollkommnung dieser Methode befaßt.

Hartmann (1899) hat einen Apparat zum Vergleichen zweier photographischer Platten, also auch der Lichtquellen, welche auf jene eingewirkt hatten, konstruiert. H. Th. Simon (1896) hat eine neue Methode des photographischen Photometrierens angegeben, welche uns unter anderem in den Stand setzt, die Intensitäten der ultravioletten Teile zweier Ströme von strahlender Energie untereinander zu vergleichen. Sein Apparat hat die Gestalt eines einfachen Spektroskops; das Fernrohrokular ist hier durch eine photographische Platte ersetzt, welche sich in horizontaler Richtung am Spalt vorbeibewegt, in welchen Strahlen der gewünschten Wellenlänge hineingelangen. Durch die obere Hälfte des Kollimatorspalts treten Strahlen der einen Strahlenquelle, durch die untere die der anderen Strahlenquelle ein. An der unteren Hälfte bewegt sich der obere Rand eines mit ungleich breiten Sektoren versehenen Rades vorbei, so daß die Breite jener Sektoren während der Bewegung der photographischen Platte allmählich wechselt. Auf letzterer entstehen nebeneinander zwei Streifen, von welchem der eine überall gleich stark geschwärzt ist, während der andere stellenweise dunkler, stellenweise weniger dunkel gefärbt ist. Eine besondere Vorrichtung dient dazu, die Stelle zu bestimmen, an welcher beide Streifen gleich stark geschwärzt sind. Der Apparat setzt uns demnach in den Stand, die Sektorenbreite für den Augenblick zu bestimmen, welchem gleiche Einwirkungen auf die photographische Platte entsprechen. Hieraus läßt sich dann leicht das Intensitätsverhältnis der beiden Strahlenbündel von der gewählten Wellenlänge ermitteln. Mit Hilfe des soeben beschriebenen

Apparats hat Simon zuerst eine quantitative Messung der Absorption von ultravioletten Strahlen (in einer Lösung von KNO_3) ausgeführt.

Königsberger (1901), Nutting (1903), Schell (1911) u. a. haben die Photometrie im Gebiet der ultravioletten Strahlen in hohem Grade vervollkommnet.

A. Weber (1914) wendet den rotierenden Sektor in ähnlicher Weise wie H. Th. Simon zur photographischen Photometrie an. P. P. Koch (1909) hat eine photographische Methode ausgearbeitet, um die Intensitätsverteilung in Spektrallinien zu messen (vgl. S. 289).

Die photographisch-photometrische Bestimmung zweier Strahlungsintensitäten beruhen auf der Annahme, daß die chemische Wirkung durch die Menge der Substanz gemessen wird, welche sich in gegebener Zeit vereinigt oder zerlegt hat (S. 423). Zur Messung der beiden Strahlungsintensitäten stehen somit zwei Wege offen: 1. entweder man wählt die Expositionszeiten für beide so, daß sie auf einer photographischen Platte dieselbe Schwärzung hervorrufen und schließt von den Expositionszeiten auf die Intensitäten, oder 2. man mißt die Schwärzungen, welche die Intensitäten bei gleichen Expositionszeiten auf der Platte hervorrufen und schließt von diesen Schwärzungen auf die Intensitäten. Bezeichnet man mit i_1 und i_2 die beiden Strahlungsintensitäten und mit t_1 und t_2 die Zeiten in denen gleiche Schwärzung hervorgerufen wurde, so setzte man früher: $i_1 t_1 = i_2 t_2$. Nach Schwarzschild (1899) ist dagegen die Schwärzung eine Funktion des Produkts $i t^\vartheta$, wo ϑ eine für die Plattensorte charakteristische Konstante ist. Falls aber die beiden Strahlungsintensitäten i_1 und i_2 die gleiche Schwärzung bewirken, so gilt

$$S' = \varphi\,(i_1 \cdot t_1^\vartheta) = \varphi\,(i_2 \cdot t_2^\vartheta)$$

oder

$$\frac{i_1}{i_2} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^\vartheta$$

Bei genannten photometrischen Messungen wird ausschließlich jetzt von diesen Formeln Gebrauch gemacht.

Bei der ersten der oben angegebenen Methoden benutzt man die zweite Formel; bei der zweiten ist die Kenntnis der Funktion φ notwendig, man muß also die Abhängigkeit der Schwärzung von der Strahlungsintensität und Belichtungszeit untersuchen. Durch Vorversuche legt man sie fest und stellt dann die Abhängigkeit gewöhnlich graphisch dar, oder durch Formeln von der Gestalt: $S = C + A \log t + B \log i$, wo A, B, C Konstante sind. Das genaue anzuwendende rechnerische Verfahren ist von P. P. Koch, Schell u. a. angegeben worden. Aus vielen Versuchen geht hervor, daß ϑ für eine gegebene Plattensorte eine Konstante und nahezu unabhängig von der Wellenlänge ist.

Das photographische Verfahren ist in letzter Zeit, namentlich im kurzwelligen Gebiet, immer mehr durch das photoelektrische verdrängt worden. Auf die Theorie desselben werden wir ausführlich in Bd. V zu sprechen kommen, hier soll nur die Meßmethode kurz skizziert werden. Sie beruht auf der Eigenschaft der Strahlen, vornehmlich der kurzwelligen, negative Elektrizität zu zerstreuen, infolgedessen ein negativ geladener Körper, z. B. ein Metall, Kupferoxyd, Silberchlorid usw., seine Ladung verliert, während die positive Ladung nur äußerst langsam entweicht. Die Erscheinung wird Hallwachs- oder lichtelektrischer Effekt genannt. Bei genügendem Fernhalten störender Einflüsse herrscht strenge Proportionalität zwischen wirksamer Lichtintensität und ausgelöstem Photostrom. Am lichtempfindlichsten sind die Alkalimetalle, noch viel empfindlicher werden die Zellen, wenn sie ein Alkalihydrid, das durch Einwirkung des Glimmstroms auf das Alkalimetall in verdünntem Wasserstoff gewonnen wird, enthalten. Die einfachsten derartigen Apparate bestehen aus hochevakuierten, kugelförmigen Glasgefäßen aus Uviolglas, das die ultravioletten Strahlen besonders gut hindurchläßt. Auf einer Halbkugeloberfläche des Glasgefäßes wird die niedergeschlagene Metallschicht der Bestrahlung ausgesetzt, während aus einer Akkumulatorenbatterie ein negatives Potential an sie angelegt ist. Im Licht geht dann zu der von einem dünnen Platinring gebildeten Anode ein Photostrom der Größenordnung 10^{-6} Amp. über, welcher mit Hilfe eines Galvanometers gemessen werden kann. Um geringere Intensitäten zu messen, macht man die Zellen empfindlicher, indem man sie mit den verdünnten Edelgasen, Helium oder Argon füllt. In diesen treffen die durch den Photostrom ausgelösten Elektronen auf die Gasmoleküle, setzen aus ihnen infolge Stoßionisation Ionen in Freiheit (s. Bd. V) und erhöhen dadurch die Empfindlichkeit bis auf 10^{-11} Amp. Bei noch kleineren Intensitäten muß man an Stelle des Galvanometers ein Elektrometer nehmen und die Aufladung messen, welche dasselbe durch die ihm zuströmenden Elektronen und Ionen in der Zeiteinheit erfährt, woraus sich die Stromstärke leicht berechnen läßt. Auf diese Weise werden Ströme von der Größenordnung 10^{-14} Amp. und Lichtstärken von ungefähr ein Millionstel einer Hefnerkerze bestimmt. Selbst noch kleinere Intensitäten bis zu ein Milliardstel einer Hefnerkerze sind meßbar durch Auszählung der Anzahl der Stöße des Elektrometers pro Zeiteinheit, denn bei kleinsten Intensitäten erfolgt die Aufladung nicht mehr kontinuierlich, sondern sprungweise derart, daß die Anzahl der Sprünge proportional der Lichtintensität ist. Die Ausarbeitung dieses lichtelektrischen Verfahrens verdanken wir hauptsächlich Elster und Geitel (1910 bis 1916). Die Empfindlichkeit der photoelektrischen Methode ist der des menschlichen Auges überlegen, und wird sie daher in der Astromonie und Physik mit immer steigendem Erfolg benutzt.

Mit Hilfe derartiger Zellen haben Guthnick und Prager u. a. die Helligkeit vieler Sterne gemessen; auch die veränderliche Lichtintensität von Doppelsternen (β-Cephei) ist von Guthnick auf diese Weise bestimmt worden. Lenard, Pospielow (1914) u. a. haben diese Instrumente benutzt, um das Abklingen der Phosphore zu messen. P. P. Koch (1912) hat ein auf der Benutzung lichtelektrischer Zellen beruhendes, registrierendes Mikrophotometer konstruiert. Neuere Arbeiten über Photozellen stammen von Kunz und Stebbings, Ives Dushmann und Karrer (1916), Matthaei (1920) u. a.

§ 10. Aktinometrie. Zur Messung der Gesamtmenge der strahlenden Energie dienen die Methoden, von welchen auf S. 16 bis 24 die Rede war. Alle diese Methoden beruhen auf der Umwandlung von strahlender Energie in Wärmeenergie durch Absorption derselben von einer geschwärzten Fläche eines Körpers und Messung der hierbei auftretenden Temperatursteigerung [thermoelektrischen Spannung (S. 17) oder Widerstandsänderung (S. 20)].

Von besonderem Interesse ist die Messung der Energie der Sonnenstrahlen, d. h. die Bestimmung jener Anzahl q von Grammkalorien, in welche sich die Strömung strahlender Energie der Sonne verwandelt, welche auf 1 qcm bei senkrechter Strahlung in jeder Minute auftrifft. Der Teil der Meteorologie, welcher sich mit diesen Messungen beschäftigt, wird Aktinometrie genannt. Eine eingehende kritische Behandlung der aktinometrischen Methoden findet man in meinem Werke „Über den gegenwärtigen Zustand der Aktinometrie“, die Beschreibung und Theorie zweier neuer Instrumente in dem Werke „Aktinometrische Untersuchungen. Konstruktion eines Aktinometers und Pyrheliometers“. Endlich findet man eine Übersicht über die hierher gehörigen Arbeiten in meiner Abhandlung „Aktinometrische Untersuchungen, ausgeführt im Konstantin-Observatorium zu Pawlowsk in den Jahren 1891 und 1892“ (russ.).

Als Sonnenkonstante A bezeichnet man den speziellen Wert von q, welchen man erhielte, falls die Messungen außerhalb der Grenzen unserer Atmosphäre vorgenommen würden. Alle Versuche zur Bestimmung von A beruhen auf Extrapolation: man bestimmt q für verschiedene Sonnenhöhen oder möglichst gleichzeitig an Orten, welche verschiedene Meereshöhe haben, d. h. überhaupt für verschiedene Werte der Weglänge s, welche von den Strahlen innerhalb der Erdatmosphäre zurückgelegt ist. Die Größen q und s werden durch eine mehr oder weniger empirische Formel in Zusammenhang gebracht und derjenige Wert von q bestimmt, welcher dem Werte $s = 0$ entspricht und die Sonnenkonstante darstellt. Als Mittelwert aus vielen hundert Messungen hat sich der Wert $A = 1{,}925 \left(\frac{\text{gcal}}{\text{min. cm}^2}\right)$ ergeben; in Wirklichkeit

schwanken die Werte um einige Prozent in Abhängigkeit von der Sonnentätigkeit, derart, daß eine Zunahme der Sonnenfleckenzahlen um 100 eine Vermehrung der Solarkonstante von 0,07 Cal bewirkt. Außerdem hängt sie noch ab von den Veränderungen der Helligkeitsverteilung über die ganze Sonnenscheibe.

§ 11. Pyrheliometer und Aktinometer. Das Pyrheliometer von Pouillet ist in Fig. 233 abgebildet. Es besteht aus einer runden Metalldose A, deren Deckel geschwärzt ist; auf diesen letzteren fallen die Sonnenstrahlen senkrecht. Die Dose ist mit Wasser gefüllt und aus der Temperaturerhöhung des letzteren erhält man ein Maß für q, falls der Flächeninhalt des geschwärzten Bodens und die Wärmekapazität des Apparats gegeben sind und wenn man eine Korrektion wegen Wärmeverlust durch Strahlung während der Erwärmung anbringt. Die Temperaturänderung des Wassers wird mit Hilfe eines Thermometers gemessen. Auf Einzelheiten wollen wir bei diesem Apparate nicht eingehen, da durch die Untersuchungen vieler feststeht, daß er zuverlässige Resultate nicht zu liefern vermag. Crova hat die Wasserfüllung durch Quecksilber ersetzt, welches in eine Dose aus Eisen eingeschlossen wird.

Fig. 233.

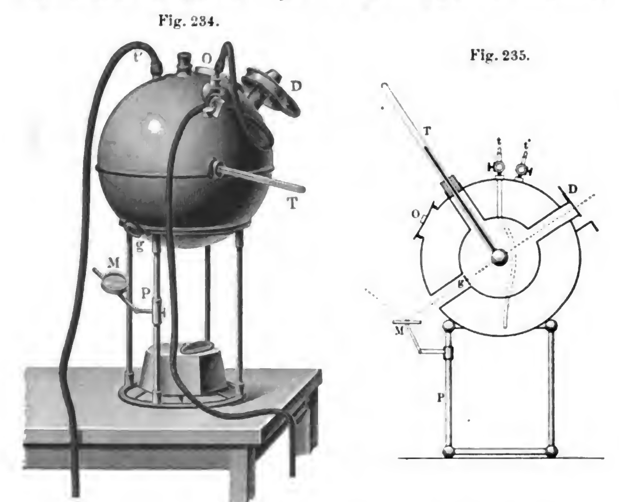


Das Pyrheliometer von Violle ist in Fig. 234 abgebildet; ein Querschnitt in Fig. 235. Der Körper, welcher hier den Sonnenstrahlen zur Erwärmung ausgesetzt wird, ist sehr klein, es ist nämlich die geschwärzte Kugel eines gewöhnlichen Thermometers T. Letztere befindet sich im Innern einer größeren Kugelhülle, welche ununterbrochen von Wasser durchströmt wird, um auf möglichst konstanter Temperatur erhalten zu werden. Die Sonnenstrahlen gelangen zur Thermometerkugel durch eine Röhre, welche von einem Diaphragma D mit verschieden großen Öffnungen verschlossen wird. Im Verlaufe von 20 Minuten wird die Erwärmung jener Thermometerkugel und dann während eines gleichen Zeitraums ihre Erkaltung, nachdem die Röhrenöffnung geschlossen ist,

beobachtet. Auf Grund dieser Beobachtungen kann man q berechnen, wenn der Querschnitt der Blendenöffnung und die Wärmekapazität der Thermometerkugel bekannt sind. Langley hat die Beobachtungsmethode mit dem Violleschen Apparate abgeändert; die von ihm erhaltenen Ergebnisse aber haben gezeigt, daß auch dieser Apparat zuverlässige Resultate nicht zu geben vermag.

Das Pyrheliometer von K. Ångström beruht auf folgendem: Gegeben seien zwei gleiche Körper, die in einem gegebenen Augenblicke

Fig. 234. Fig. 235.



die Temperaturdifferenz Θ haben. Es werde nun der wärmere Körper beschattet, der kältere den Sonnenstrahlen ausgesetzt und die Zeit t gemessen, welche erforderlich ist, damit sich die Temperaturdifferenz Θ beider Körper in $-\Theta$ verwandle, also ihr Vorzeichen wechsle. In diesem Falle ist angenähert

$$q = \frac{2c\Theta}{st},$$

wo s den Querschnitt des Bündels Sonnenstrahlen oder eines anderen strahlenden Körpers bedeutet, welcher die Erwärmung bewirkt, und c die Wärmekapazität eines der Körper ist.

In Fig. 236 ist das Pyrheliometer abgebildet, welches ich in Pawlowsk auf Grund dieses Prinzips konstruiert habe. Die beiden

gleichen Körper sind hier zwei runde geschwärzte Messingplatten *a a*, welche miteinander durch den Neusilberdraht *d* und mit einem Galvanometer durch die Drähte *f g i i* verbunden sind. Zur wechselweisen Erwärmung und Abkühlung der Platten werden die dreifachen Schirme *M M* benutzt, deren Auswechslung durch ein System von Schnüren von dem Pavillon aus vorgenommen wird, in welchem man die Galvanometerangaben abliest; aus letzteren wird die Temperaturdifferenz Θ ermittelt.

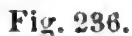
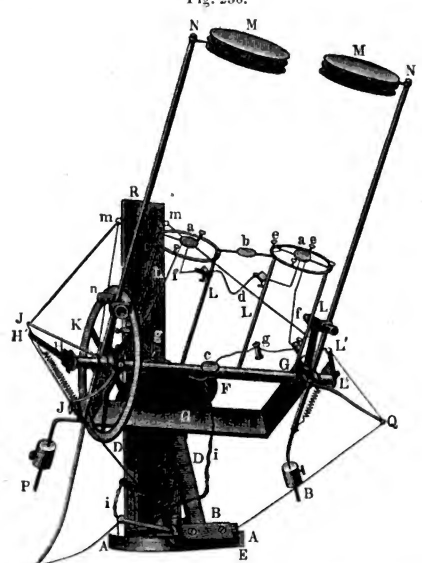


Fig. 236.



Michelson (in Moskau) hat ein Pyrheliometer konstruiert, das auf demselben Prinzip beruht wie das Eiskalorimeter von Bunsen (s. Bd. III); dieser Apparat kann zweifellos sehr genaue Resultate liefern.

Besonders bemerkenswert ist das Kompensations-Pyrheliometer von K. Ångström. Sein Hauptbestandteil besteht aus zwei dünnen und schmalen, möglichst gleichen Metallstreifen, die auf einer Seite geschwärzt sind. Auf eine dieser Lamellen fallen Sonnenstrahlen oder Strahlen einer anderen Quelle strahlender Energie in senkrechter Richtung ein; durch die andere Lamelle wird ein elektrischer Strom von solcher Stärke hindurchgesandt, daß sich beide

Lamellen nach eingetretenem Gleichgewicht der Strahlung auf gleicher Temperatur befinden. Letztere wird in der Weise ermittelt, daß die beiden Lötstellen eines Thermoelements an die dünnen Glimmerplättchen herangedrückt werden, welche die nicht geschwärzten Rückseiten der Lamellen bedecken. Die zweite Lamelle ist vor der Einwirkung der Strahlen geschützt. Im stationären Zustande verlieren die beiden auf gleicher Temperatur befindlichen Lamellen durch Ausstrahlung die gleiche Wärmemenge, sie erhalten also auch in der Zeiteinheit die gleiche Wärmemenge, die wir mit Q bezeichnen wollen.

Es sei b die Breite, l die Länge jeder der Lamellen in Zentimetern; es ist dann offenbar für die erste Lamelle $Q = lbq$ Grammkalorien. Sei ferner r der Widerstand, in Ohm ausgedrückt, i die Stromstärke, in Ampère, so ist $Q = \frac{r\,i^2}{4{,}2}$ Grammkalorien (vgl. Bd. III und IV). Durch Gleichsetzen der beiden Werte für Q ergibt sich

$$q = \frac{r\,i^2}{4{,}2\,b\,l} \text{ Grammkalorien.}$$

Ångström hat auf zwei Modifikationen obiger Methode hingewiesen.

Pyrheliometer von C. G. Abbot. Abbot hat unter Verwendung des absolut schwarzen Körpers ein Normalinstrument konstruiert und auf dasselbe eine pyrheliometrische Normalskala gegründet, welche nunmehr als vollkommen gesichert und als Standardskala für die Welt anzusehen ist. Bei diesem „Waterflow-Pyrheliometer“ fallen die Sonnenstrahlen in eine geschwärzte, tiefe, konisch verlaufende Kammer, welche von fließendem Wasser umspült wird, dessen Temperatur durch Thermometer bestimmt wird. Zur Kontrolle kann die Kammer elektrisch geheizt und die dazu erforderliche Stromstärke gemessen werden. Zum Schutze gegen äußere Einflüsse dient ein Dewarsches Vakuum. Das Instrument gibt nach Abbot die Strahlungsenergie bis auf 0,5 Proz. genau an. Neben diesem Standardinstrument hat Abbot noch ein zweites auf dem Kalorimeterprinzip beruhendes „Water-stir Pyrheliometer“ konstruiert, und, da beide Instrumente gegen Transport sensibel sind, ein sehr dauerhaftes, aber nur relative Messungen angebendes „Silver-disk Pyrheliometer“, welches durch Eichung an die absoluten Instrumente angeschlossen werden kann. Das Prinzip desselben ist die Aufnahme der zu messenden Strahlung durch eine geschwärzte Silberscheibe und die Bestimmung der Temperaturerhöhung dieser Scheibe, vermehrt um eine Abkühlungskorrektur gegen die Umgebung; zu seiner schließlichen Verwendung bedarf es nur der Ablesung sehr empfindlicher Thermometer. Vermittelst des Silver-disk Pyrheliometers sind die Ångströmschen Instrumente jetzt wohl allgemein auf die Abbotschen abgestimmt.

Das **Aktinometer** von Arago-Davy, Fig. 237, besteht aus zwei Thermometern, welche in luftleer gemachten Glashüllen eingeschlossen sind und derart befestigt werden, daß hierbei ihre Resorvoire nach oben gekehrt sind. Eine der Thermometerkugeln ist geschwärzt, die andere blank gelassen. Die Temperaturdifferenz beider Thermometer hat als Maß für die Intensität der Sonnenstrahlung zu dienen. Sowohl die Theorie als auch die Praxis zeigen indes, daß dieser leider sehr verbreitete Apparat durchaus untauglich ist. Sehr verbreitet ist auch das Aktinometer von Crova.

In Fig. 238 ist das von mir konstruierte Aktinometer abgebildet, welches für die laufenden Beobachtungen in den russischen Observatorien gebraucht wird. *MM* sind Messingdosen, in denen

Fig. 237.

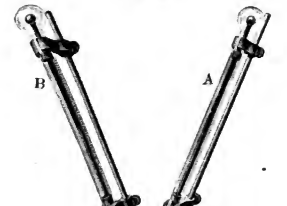
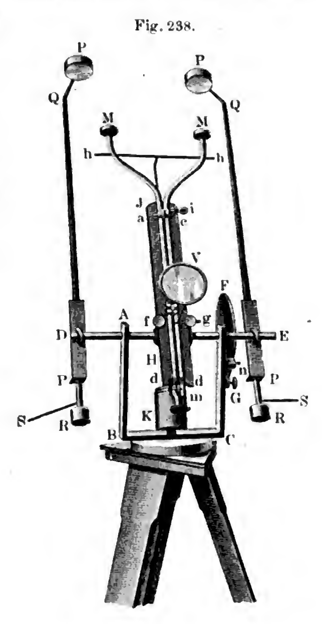


Fig. 238.



sich die spiralförmigen Reservoire zweier Thermometer befinden, deren Skalen nahe beieinander liegen. Die Schirme *PP* dienen dazu, jene Thermometer abwechselnd zu erwärmen. Eine besondere Vorrichtung, welche nicht beschrieben werden soll, ermöglicht die Bestimmung der Temperaturdifferenzen Θ_1, Θ_2, Θ_3 in den gleich weit abstehenden Zeitpunkten 0, t und $2t$; innerhalb des Zeitintervalls $2t$ muß die Temperaturdifferenz jedenfalls ihr Vorzeichen gewechselt haben. Die Größe

$$\Omega = \frac{1}{t} \frac{\Theta_1 \Theta_3 + \Theta_2^2}{\Theta_1 + \Theta_3}$$

dient als Maß für die Sonnenstrahlung. Nach meiner Methode hat G. Rizzo in Italien seine Beobachtungen angestellt, sowie Stankiewicz auf dem Pamir.

Viele Forscher haben die strahlende Energie zu bestimmen gesucht, welche, vom Monde, den Planeten und Fixsternen ausgehend, die Erdoberfläche erreicht, so z. B. Huggins, Stone, Lord Rosse, Minchin, Abney u. a.

Das überaus empfindliche Radio-Mikrometer von Boys haben wir bereits S. 20 erwähnt. Nichols (1901) hat einen Apparat konstruiert, dessen Empfindlichkeit noch 12 mal größer ist. Eine Ablenkung um einen Skalenteil wird durch einen Energiestrom hervorgerufen, welcher $49 \cdot 10^6$ mal schwächer ist als der einer Kerze in 1 m Entfernung. Mit Hilfe dieses Apparates fand Nichols für das Verhältnis der strahlenden Energien von vier Sternen folgende Werte:

$$\text{Wega} : \text{Arktur} : \text{Jupiter} : \text{Saturn} = 1 : 2{,}2 : 4{,}7 : 0{,}74.$$

Die Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung ist eingehend behandelt in dem Buche von C. Dorno: Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung (Braunschweig 1919).

Literatur.

Zu § 1.

Purkinje: Zur Physiologie der Sinne II, S. 109. Prag 1823.
Liebenthal: Instr. **19**, 194, 225, 1899.
Blondel: Compt. rend. **120**, 550, 1895.
Lambert: Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae. Augsburg 1760.
Beer: Grundriß des photometrischen Kalküls. Braunschweig 1854.
Günther: Studien zur theoretischen Photometrie. Erlangen 1872.
Steinheil: Elemente der Helligkeitsmessungen am Sternhimmel. München 1836.
Zöllner: Photometrische Untersuchungen. Leipzig 1865.
Palaz: Traité de photométrie industrielle.
G. Müller: Photometrie der Gestirne. Leipzig 1897.
Höhl: Studien über Probleme der theoretischen Photometrie. Progr. des Königl. Realgymn. München 1891.
Liebenthal: Praktische Photometrie. Braunschweig 1907.
Kononowitsch: Von der Lambertschen Berechnung, unabhängige Bestimmung der Albedo von weißem Kartonpapier (russ.). Separatabdr. Ohne Jahr.
Chwolson: Photometrische Untersuchungen über die innere Diffusion des Lichts (Milchglas). Mél. phys. et chim. T. XII, p. 475. St. Petersburg 1886.

Zu § 2.

Dumas et Regnault: Ann. chim. et phys. (3) **65**, 486, 1862.
Hefner-Alteneck: Elektrotechn. Ztschr. **5**, 20, 1884.
Violle: Ann. chim. et phys. (5) **3**, 373, 1884; Journ. de phys. (2) **3**, 241, 1884.

Siemens: Elektrotechn. Ztschr., Juni 1884.
Laporte: L'éclairage électr. **15**, 295, 1898.
Lummer und **Brodhun**: Instr. **10**, 119, 1890.
Liebenthal: Instr. **15**, 157, 1895.
Offizielle Beschr. d. **Hefner-Alteneck**schen Lampe (Ber. d. Reichsanstalt): Instr. **13**, 257, 1893.
Hefner-Alteneck: Berl. Ber. 1902, S. 980.
Lummer und **Kurlbaum**: Berl. Ber. 1894, S. 229.
Harcourt: Rep. of Brit. Assoc. for the adv. of sc. 1885, p. 426.
Blondel: Journ. de phys. (3) **6**, 187, 1897; L'éclairage électr. **8**, 341, 1896.
Féry: Compt. rend. **126**, 1192, 1898.
Warburg: Verh. d. D. Phys. Ges. **19**, 3, 1917.
Brodhun: Elektrotechn. Ztschr. **30**, 579, 1909.
Clayton, **Sharp** and **Turnbull**: Phys. Rev. **2**, 1, 1894.
J. **Thomsen**: Pogg. Ann. **125**, 348, 1865.
Tumlirz und **Krug**: Wien. Ber. **97**, 1521, 1888.
Tumlirz: Wien. Ber. **97**, 1625, 1888; **98**, 826, 1122, 1889; Wied. Ann. **38**, 640, 1889.
E. **Wiedemann**: Wied. Ann. **37**, 205, 1889.
K. **Ångström**: Wied. Ann. **67**, 633, 1899; Phys. Ztschr. **3**, 257, 1902; Astrophys. Journ. **15**, 223, 1903.
Coblentz and **Emerson**: Phys. Rev. **9**, 569, 1917.
Ives, **Coblentz** and **Kingsbury**: Phys. Rev. **5**, 269, 1915.
Gerlach: Jahrb. f. Rad. u. Elektr. **15**, 157, 1918.

Zu § 3.

Rumford: Phil. Trans. **84**, 67, 1794.
Ritchie: Edinb. Journ. of science **5**, 139, 1826.

Zu §. 4.

Krüss: Elektrotechn. Photometrie. Wien 1886.
Hesehus: Journ. de phys. (2) **8**, 539, 1888; Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **24**, 165, 1892; **29**, 118, 1897.

Zu § 5.

Lummer und **Brodhun**: Wied. Ann. **31**, 676, 1887; Instr. **9**, 23, 41, 461, 1889; **12**, 41, 1892.
W. **Swan**: Trans. Edinb. Soc. **22**, 1859.
Knott: Phil. Mag. (5) **49**, 118, 1900.

Zu § 6.

Petruschewski: Schulhygienisches Photometer (russ.); Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **16**, 295, 1884.
L. **Weber**: Wied. Ann. **20**, 326, 1883; Elektrotechn. Ztschr., S. 166, 1884; S. 55, 1885.
Lehmann: Wied. Ann. **49**, 672, 1893.
Talbot: Pogg. Ann. **35**, 457; Phil. Mag. (3) **5**, 327, 1834.
Lummer und **Brodhun**: Ztschr. f. Instr. **16**, 299, 1896.
Brodhun: Ztschr. f. Instr. **24**, 313, 1904.
A. E. **Weber**: Ann. d. Phys. **45**, 801, 1914.
Pickering: Amer. Acad. of arts and sciences, Mai 1882.
Sabine: Phil. Mag. (5) **15**, 1883.
Mascart: Bull. de la soc. internation. des électriciens **5**, 103, 1886.

Rood: Amer. Journ. of Science (13) **46**, 173, 1893; (4) **8**, 194, 258, 1899.
Whithman: Phys. Rev. **16**, 241, 1896.
Krüss: Ztschr. f. Instr. **25**, 98, 1905.
Ives: Phil. Mag. **24**, 144, 352, 744, 845, 853, 1912; **33**, 360, 1917; **34**, 99, 1917.
Ives und Kingsbury: Phil. Mag. **28**, 708, 1914; **31**, 290, 1916; Phys. Rev. **5**, 230, 1915; **6**, 319, 1915; **7**, 149, 1916.
Dow: Phil. Mag. **12**, 120; **14**, 644, 1907; **19**, 58, 1910; Instr. **1907**, 288; **1908**, 160.
Ulbricht: Elektrotechn. Ztschr. **21**, 595, 1900; **26**, 512, 1905; Das Kugelphotometer. München 1920.

Zu § 7.

Babinet: Compt. rend. **37**, 774, 1853.
Zöllner: Grundzüge einer allgemeinen Photometrie des Himmels. Berlin 1861.
Wild: Pogg. Ann. **99**, 235, 1856; Mél. phys. et chim. **12**, 755, 1887; Wied. Ann. **20**, 452, 1883; Journ. de phys. (2) **3**, 142, 1884.
L. Weber: Schriften d. naturw. Vereins für Schleswig-Holstein **8**, Heft 2, 1891.
Chacornac: Compt. rend. **58**, 657, 1864.
Pickering: Astrophys. Journ. **2**, 89; Annals of the Astr. Obs. of Harvard College **11**, II, 195; **14**, I, 1 (s. Müller, Photometrie der Gestirne, S. 259).
Martens: Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 204, 1899; **5**, 149, 1903; Phys. Ztschr. **1**, 299, 1900; Martens und Micheli: Arch. Sc. phys. (4) **11**, 472, 1901.
Lummer: Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 131, 1901; Phys. Ztschr. **3**, 219, 1902.
Königsberger: Instr. **21**, 59, 129, 1901.

Zu § 8.

Fraunhofer: Schumachers astr. Abhandl. **2**, 36, 1823.
Vierordt: Pogg. Ann. **137**, 200, 1869; **138**, 172, 1870. Die Anwendung des Spektralapparats zur Messung usw. Tübingen 1871.
H. und P. Krüss: Ztschr. f. Instr. **1908**, 296.
Draper: Phil. Mag. (5) **8**, 75, 1879.
Crova et Lagarde: Compt. rend. **93**, 959, 1881; Journ. de phys. (2) **1**, 162, 1882.
Macé de Lépinay et Nicati: Ann. chim. et phys. (5) **24**, 289, 1881; **30**, 145, 1882.
A. König: Wied. Ann. **53**, 785, 1894.
Govi: Compt. rend. **50**, 156, 1860.
Crova: Journ. de phys. (1) **8**, 85, 1879; Ann. chim. et phys. (5) **19**, 533, 1880; **29**, 556, 1883.
Glan: Wied. Ann. **1**, 351, 1877.
Hüfner: Ztschr. f. phys. Chem. **3**, 562.
Lummer und Brodhun: Instr. **12**, 132, 1892.
Krüss: Instr. **18**, 12, 1898.
Brace: Phil. Mag. (5) **48**, 420, 1899.
Martens: Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 280, 1899.
Traunin: Compt. rend **77**, 1495, 1873; Journ. de phys. **5**, 297, 1876.
Wild: Wied. Ann. **20**, 452, 1883; Rep. d. Phys. **19**, 512, 1883.
Engelmann: Ztschr. f. wiss. Mikroskopie **5**, 289, 1888.
Thürmel: Ann. d. Phys. **33**, 1139, 1910. Diss., Breslau 1910 (Lummer-Pringsheimsche Spektralflickerphotometer).
Bender: Ann. d. Phys. **45**, 105, 1914. Diss., Breslau 1913 (Lummer-Pringsheimsche Spektralflickerphotometer).

Zu § 9.

Becquerel: La lumière, ses causes et ses effets.
Jegorow: Elektrisches Photometer (russ.). St. Petersburg 1877.
Rigollot: Journ. d. phys. (3) **6**, 520, 1897; Thèses. Lyon 1897.
Bunsen und Roscoe: Pogg. Ann. **100**, 43, 1857; **101**, 237, 1857 usw. (s. Lit. zu Kap. VIII, S. 431).
Fizeau et Foucault: Compt. rend. **18**, 746, 860, 1844.
Roscoe: Proc. Roy. Soc. **12**, 648, 1863.
Bond: Astr. Nachr. **47**, Nr. 1105; **48**, Nr. 1129; **49**, Nr. 1158, 1159.
Janssen: Compt. rend. **92**, 321, 1881.
Scheiner: Astr. Nachr. **121**, Nr. 2884; **124**, Nr. 2969; **128**, Nr. 3054.
Charlier: Publ. d. Astr. Ges., Nr. 19.
Pickering: Mem. of the Amer. Acad. **11**, 179; Annals of the Astr. Obs. of Harward College **18**, 119; **26**, I; **32**, I.
Hartmann: Berl. Ber. 1899, S. 677; Instr. **19**, 97, 1899; Phys. Ztschr. **1**, 205, 1899 (Aufs. von Ambronn).
H. Th. Simon: Wied. Ann. **59**, 91, 1896; Instr. **18**, 26, 1898; Habilitationsschrift, Erlangen 1896.
Königsberger: Instr. **21**, 129, 1901; **22**, 87, 1902; Phys. Ztschr. **4**, 345, 1903.
Nutting: Phys. Ztschr. **4**, 201, 1903.
A. E. Weber: Ann. d. Phys. **45**, 801, 1914.
P. P. Koch: Ann. d. Phys. **30**, 841, 1909; **34**, 377, 1911; **39**, 705, 1912; **42**, 1, 1913.
Schwarzschild: Publik. der v. Kuffnerschen Sternwarte Wien V, 1900; Photogr. Korresp. **1899**, 109, 171, 398.
C. Schell: Ann. d. Phys. **35**, 694, 1911.
Elster und Geitel: Phys. Ztschr. **13**, 468, 1912; **14**, 741, 1913; **17**, 268, 1916; **21**, 361, 1920.
Kunz and Stebbings: Phys. Rev. **7**, 62, 282, 1916.
Ives, Dushmann und Karrer: Astr. Journ. **43**, 9, 1916.
Johanna Matthaei: Ztschr. f. Beleuchtungsw. **26**, 17, 32, 45, 66, 1920.
Guthnick: Astr. Nachr. **196**, Nr. 4701, 1913.
Lenard: Heidelb. Ber., Abt. 5, 1912.
Pospielow: Ann. d. Phys. **45**, 1039, 1914.

Zu § 10.

Ausführliche Literaturnachweise über die Aktinometrie findet man in folgenden Werken:

Remeis: Strahlung der Sonne, S. 4.
Crova: Ann. chim. et phys. (5) **1**, 467, 1877.
Violle: Ann. chim. et phys. (5) **10**, 291, 1877; **17**, 401, 1879; (7) **22**, 329, 1901.
Winkelmann: Handbuch der Physik II, **2**, 257—262, 1896.
Chwolson: Der gegenwärtige Stand der Aktinometrie. Beilage zum 69. Bd. der „Sapiski" der Kaiserl. Akad. d. Wiss. zu St. Petersburg, Nr. 4 (russ.); Repert. für Meteorologie **15**, Nr. 1, 1892 (deutsch).
Langley: Researches on solar heat. Washington 1884.

Zu § 11.

Pouillet: Compt. rend. **7**, 24, 1838; Pogg. Ann. **45**, 26, 1838.
Violle: Compt. rend. **78**, 1425, 1816, 1874; **82**, 729, 896, 1876; **86**, 818, 1878; Ann. chim. et phys. (5) **10**, 303, 1877; **17**, 422, 1879.
Langley (s. oben).

K. Ångström: Nova Acta Reg. soc. scient. Upsala (3) **13**, 1, 1887.
Chwolson: Aktinometrische Untersuchungen zur Konstruktion eines Aktinometers und Pyrheliometers. Beilage zum 72. Band der „Sapiski" der Kaiserl. Akad. d. Wiss. zu St. Petersburg, Nr. 13 (russ.); Repert. für Meteorologie **16**, Nr. 5, 1893 (deutsch).
G. Rizzo: Mesure assolute del calore solare. Mem. d. soc. d. spettroscopisti Ital. **26**, 1897; Mem. d. Roy. Acad. di Torino (2) **48**, 319, 1898.
F. Very: The Solar Constant. U. S. Depart. of Agricult. Weather Bureau, Nr. 254. Washington 1901.
K. Ångström: Nova Acta Reg. soc. scient. Upsala (3), Juni 1893; Phys. Rev. **1**, 365, 1893; Wied. Ann. **67**, 633, 1899; Astrophys. Journ. **9**, 334, 1899; Meteor. Ztschr. **18**, 174, 185, 1901; Nova Acta Roy. soc. scient. Upsala **1**, No. 7, 1907.
Gerlach: (Pyrheliometer) Ann. d. Phys. **38**, 1, 1912; **42**, 1163, 1913.
Abbot: Ann. of the astrophys. Observ. of the Smithsonian Inst. III, 52; Smithsonian Misc. Collect. Washington **60**, No. 18, 1913; **65**, 1, 1915.
Stone: Proc. Roy. Soc. **18**, 159, 1869.
Huggins: Proc. Roy. Soc. **17**, 309, 1869.
Lord Rosse: Proc. Roy. Soc. **17**, 436, 1869.
Boys: Phil. Trans. **180**, A., 159, 1888; Proc. Roy. Soc. **47**, 480, 1890.
Minchin: Proc. Roy. Soc. **58**, 142, 1895.
Abney: Proc. Roy. Soc. **59**, 314, 1895.

Zehntes Kapitel.

Optische Instrumente.

§ 1. Allgemeine Bemerkungen. Vergrößerungen. Als optische Instrumente im allgemeinsten Sinne des Wortes kann man alle die Instrumente bezeichnen, deren Konstruktion im wesentlichen auf den Erscheinungen der Reflexion, Brechung, Farbenzerlegung, Polarisation, Interferenz usw. des Lichts beruht. Hierher kann man eine große Zahl von Instrumenten rechnen, mit denen wir uns zum Teil schon früher bekannt gemacht haben, wie Spektroskope, Goniometer, Photometer und andere Instrumente, die wir zum Teil noch kennen lernen werden. Im engeren Sinne des Wortes bezeichnet man als optische Instrumente solche Apparate, die dem Sehen zugute kommen, zur genaueren Betrachtung von Gegenständen dienen, als dies mit „unbewaffnetem" Auge möglich ist; hierher gehören Lupe, Mikroskop, Fernrohr. Auch die Projektionslaterne und das Stereoskop können hierher gerechnet werden.

Wir wenden uns zunächst den optischen Instrumenten im engeren Sinne des Wortes zu, d. h. denen, die zur „Bewaffnung des Auges" dienen. Auf sie bezieht sich eine Reihe von allgemeinen Bemerkungen. Sie stellen zunächst (mit wenigen Ausnahmen) ein System von Medien dar, welche durch sphärische Flächen getrennt sind, deren Mittelpunkte auf einer Geraden liegen, so daß man auf sie das anwenden kann, was

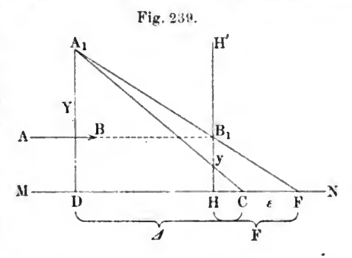
wir als Eigenschaft eines „zentrierten" Systems gefunden hatten (S. 162). Fast in allen Fällen hat man es mit einer Anzahl optischer Linsen von verschiedenem Brechungsvermögen, zwischen welchen sich Luft befindet, zu tun.

Das erste und das letzte Medium sind sehr oft einander gleich (Luft); in diesem Falle fallen die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammen, und die Brennweiten, welche von den Hauptpunkten aus gerechnet werden, sind einander gleich.

Auf S. 160 bis 162 hatten wir die drei Vergrößerungen G, G_1 und G_2 kennen gelernt, welche ein zentriertes System von Medien liefert. Diese Vergrößerungen beziehen sich auf die Bilder; die Lage des Beobachters kommt für ihre Bestimmung nicht in Betracht. In der Lehre von den optischen Apparaten sind dagegen einige andere Größen von besonderem Interesse, und diesen wollen wir uns jetzt zuwenden.

Es sei MN (Fig. 239) die optische Hauptachse des Systems, H der zweite Hauptpunkt, HH' die entsprechende Hauptebene, F der zweite Brennpunkt, so daß $HF = F$ die Hauptbrennweite ist. Es sei ferner AB ein achsenparalleler Strahl, welcher von irgend einem Punkte A des Gegenstandes ausgeht. Wie wir wissen, entspricht diesem Strahl im letzten Medium ein Strahl, welcher durch den Punkt B_1, wo die Verlängerung von AB die Hauptebene HH' schneidet und durch den Hauptbrennpunkt F geht. Hieraus folgt, daß das Bild des Punktes A auf der nach der einen oder anderen Seite verlängerten Geraden B_1F liegt, etwa in A_1. In diesem Falle kann $A_1D = Y$ als Bild des Gegenstandes angesehen werden, dessen Größe y gleich der Entfernung des Punktes A von der Achse ist, d. h. $y = B_1H$.

Fig. 239.



Der Mittelpunkt des Beobachterauges befinde sich in C und seine Entfernungen betragen vom Bilde $CD = \Delta$ und vom Hauptbrennpunkte $CF = \varepsilon$, wo ε positiv gerechnet wird, falls sich das Augenzentrum vor dem Hauptbrennpunkte befindet (wie in unserer Figur).

Mit Δ_0 wollen wir die Entfernung des Augenmittelpunktes vom Gegenstande **unter den Verhältnissen** bezeichnen, **unter welchen man den Gegenstand betrachtet.** Die soeben gemachte Einschränkung hat den folgenden Sinn. Bezeichnen wir mit φ die Entfernung für das **deutlichste Sehen**, in welche wir unser Auge bringen, wenn wir einen Gegenstand betrachten, etwa, wenn wir ein Buch lesen wollen. Für normale Augen ist φ angenähert gleich

25 cm. Befindet sich das Objekt in großer Entfernung, so ist Δ_0 seine wahre Entfernung D vom Auge; ist dagegen ein kleines Objekt gegeben, das wir aus der Nähe betrachten können, so hat man unter Δ_0 nicht die wahre Entfernung D des Auges vom Objekte zu verstehen, da diese für die direkte Beobachtung zu gering sein kann, sondern die Entfernung φ. Somit ist in gewissen Fällen $\Delta_0 = D$, in anderen $\Delta_0 = \varphi$.

Drei Größen sind für uns von besonderer Bedeutung, und diese wollen wir nacheinander betrachten.

I. Die geometrische Vergrößerung G. Sie ist gleich dem Verhältnis der linearen Dimensionen des Bildes zu denen des Objektes. Wir wollen hierbei bemerken, daß Y in Fig. 239 eine negative Größe ist, denn y und Y werden nach entgegengesetzten Seiten positiv gerechnet; ebenso ist die Entfernung des Bildes $A_1 D$ vom Hauptbrennpunkte F' negativ. Aus der Figur folgt

$$G = \frac{Y}{y} = \frac{FD}{FH} = \frac{\Delta + \varepsilon}{F}.$$

Somit haben wir also

$$G = \frac{Y}{y} = \frac{\Delta + \varepsilon}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

II. Die optische Kraft oder die absolute Vergrößerung P. Nach der von Verdet gegebenen Definition ist diese Größe gleich dem Winkel, unter welchem der Beobachter das Bild der Längeneinheit auf dem Objekt sieht. Bezeichnet man den Winkel $A_1 CD$ mit Θ, so kann man sagen, P sei gleich Θ, falls $y = 1$ ist. Unter der Voraussetzung, daß der Winkel Θ sehr klein ist, kann man $tg\,\Theta$ anstatt Θ setzen und findet

$$P = (tg\,\Theta)_{y=1} = \left(\frac{A_1 D}{DC}\right)_{y=1} = \left(\frac{y}{\Delta}\right)_{y=1}.$$

Setzt man hier an Stelle von Y seinen Wert aus Formel (1), so ist

$$P = \left[\frac{(\Delta + \varepsilon)\,y}{F\Delta}\right]_{y=1} = \frac{\Delta + \varepsilon}{\Delta F}$$

oder

$$P = \frac{1}{F}\left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Befindet sich das Auge vor dem Brennpunkte ($\varepsilon > 0$), so wächst die optische Kraft mit Zunahme von ε; in diesem Falle hat man das Auge vom Hauptbrennpunkte möglichst weit zu entfernen, d. h. in die Nähe der letzten Linse des Systems zu bringen. Befindet sich der Augenmittelpunkt im Hauptbrennpunkte ($\varepsilon = 0$), so ist

$$P = \frac{1}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

und es hängt alsdann die optische Kraft von Δ nicht ab.

Befindet sich der Mittelpunkt des Auges hinter dem Hauptbrennpunkte ($\varepsilon < 0$), so wächst P bei Abnahme von ε, und man hat daher das Auge dem Brennpunkte möglichst nahe zu bringen.

III. Relative (wahre) Vergrößerung W. Sie ist gleich dem Verhältnis des Winkels Θ, unter welchem der Beobachter das Bild des Gegenstandes sieht, zum Winkel Θ_0, unter welchem ihm das Objekt selbst erscheint, wenn er es direkt betrachtet (d. h. falls es sich in der vorher erwähnten Entfernung Δ_0 befindet). Sonach ist $W = \Theta : \Theta_0$. Ersetzt man die Winkel durch ihre Tangenten, so ist $W = tg\,\Theta : tg\,\Theta_0$. Es ist aber $tg\,\Theta = A_1 D : D C = Y : \Delta$; $tg\,\Theta_0 = y : \Delta_0$, folglich

$$W = \frac{Y}{y} \cdot \frac{\Delta_0}{\Delta}.$$

Setzt man $Y : y$ aus Formel (1) in diesen Ausdruck ein, so wird

$$W = \frac{\Delta_0 (\Delta + \varepsilon)}{F \Delta}$$

oder

$$W = \frac{\Delta_0}{F} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Dieses ist die allgemeinste Form für die von einem optischen Instrument gelieferte Vergrößerung. Vergleicht man (2) und (4) miteinander, so findet man

$$W = P \Delta_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4,a)$$

Ist $\Delta_0 = \varphi$, wie z. B. bei den Mikroskopen, so ist

$$W = P \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4,b)$$

§ 2. Blenden (Pupillen). Die Lichtmengen, welche von den verschiedenen Punkten eines Objektes ausgehen, ein optisches System durchsetzen und ein Bild liefern können, sind durch den Bau des Systems selbst bestimmt, d. h. durch diejenigen seiner Teile, welche die Breite der hier durchgelassenen Strahlenbündel rein physikalisch begrenzen. Man bezeichnet jene Teile als Blenden (Diaphragmen). Als Blenden können sowohl besondere undurchsichtige, mit runden Öffnungen versehene Platten dienen, die in den Weg der Strahlen eingeschaltet sind, als auch die Linsen selbst oder, genauer gesagt, die Fassungen, in welchen jene Linsen befestigt sind.

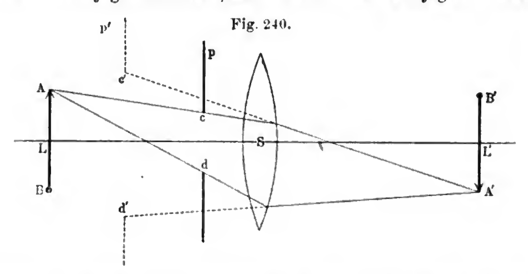
Durch die Größe und Anordnung der Blenden werden zwei wichtige Größen bestimmt: 1. die Menge des durch das System hindurchdringenden Lichtes, also auch die Helligkeit des Bildes; 2. die Größe des Gesichtsfeldes, von welcher die Größe desjenigen Teiles des Gegenstandes abhängt, der auf einmal übersehen werden kann.

Im allgemeinen erreichen nicht alle vom Punkt A des Objekts ausgehenden Strahlen den ihm konjugierten Punkt A' des Bildes. Die

Gesamtheit der von A nach A' gehenden Strahlen bildet am Punkt A das eintretende Bündel, am Punkt A' aber das austretende.

Es stelle S (Fig. 240) das optische System dar, AB den Gegenstand, p das Diaphragma, welches sich vor jenem System befinde. Das Bild p' des Diaphragmas wollen wir als Austrittspupille oder als die zweite Pupille des Systems bezeichnen. Es kann dieses Bild entweder imaginär (wie in Fig. 240) oder reell sein. A und A', sowie c und c' sind konjugierte Punkte, mithin Ac und $A'c'$ konjugierte Strahlen.

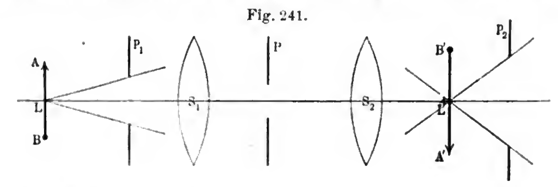
Fig. 240.



Die Austrittspupille bildet somit die Grundfläche der austretenden Strahlenbündel.

Besteht das System aus den Teilen S_1 und S_2 (Fig. 241), zwischen denen sich die Blende P befindet, und sind p_1 und p_2 die Bilder der letzteren, welche durch S_1 und S_2 erzeugt werden, dann wird p_1 die Eintrittspupille oder erste Pupille genannt. Offenbar stellt

Fig. 241.



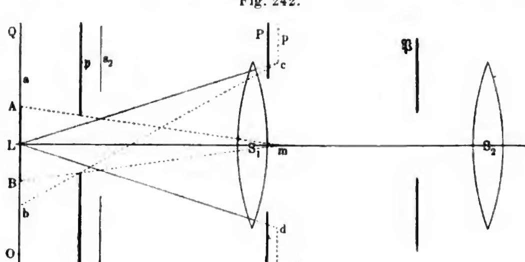
jede der Pupillen p_1 und p_2 das Bild der anderen dar, das vom gesamten System $S_1 + S_2$ geliefert wird. Man sieht leicht ein, daß alle Strahlen, welche die Blende P passiert haben, im ersten Medium durch p_1 gehen müssen; hieraus folgt, daß durch p_2, also auch durch das ganze System die Strahlen hindurchgelangen, welche vom Gegenstande zur ersten Pupille p_1 gehen; letztere dient als Grundfläche des austretenden Bündels. Man erhält folglich den Satz: Die Größe des eintretenden Strahlenbündels wird durch die erste Pupille, die des austretenden durch die zweite Pupille bestimmt.

Enthält das Linsensystem mehrere Blenden (wobei als solche die Fassungen der Linsen gelten), so wird die erste Pupille durch dasjenige Bild bestimmt, welches von den Punkten des Gegenstandes aus unter dem kleinsten Winkel erscheint.

Aus dem Obigen erhellt die Bedeutung der Pupillen, also auch der Blenden für die Lichtmenge, welche ein optisches System durchdringt.

Wir gehen nunmehr zur Frage nach der Größe des Gesichtsfeldes über, wobei wir uns den Gegenstand so groß denken, daß nur ein Teil desselben durch das optische System abgebildet wird. Die Größe des Gesichtsfeldes wird ebenfalls durch eine gewisse Blende bestimmt, die man als die wirksame Gesichtsfeldblende bezeichnet. Sei $S_1 + S_2$ (Fig. 242) das optische System, P und $\mathfrak{P}$ zwei Blenden, p, $\mathfrak{p}$ und s_2 die Bilder von P, $\mathfrak{P}$ und der Linse S_2, die von der Linse (oder dem Linsensystem) S_1 geliefert sind. Unter dem kleinsten Winkel

Fig. 242.



erscheint von L aus das Bild p, welches die Eintrittspupille darstellt. Durch $\mathfrak{P}$ und S_2 gehen nur die Strahlen hindurch, welche durch $\mathfrak{p}$ und s_2 hindurchgelangt sind. Möge als Gegenstand die Ebene Q dienen; offenbar gelangt vom Punkt O aus kein einziger Strahl durch das System hindurch, obgleich man von O aus Strahlen an die erste Pupille p ziehen kann. Es sei m der Mittelpunkt der ersten Pupille.

Das Bild der Blende, welches vom Punkt m aus unter dem kleinsten Winkel erscheint, bestimmt seinerseits die Hauptblende; im gegebenen Falle ist $\mathfrak{P}$ die Hauptblende. Der Winkel AmB heißt der Gesichtsfeldwinkel.

Fällt $\mathfrak{p}$ mit Q nicht zusammen, so liefern die verschiedenen Punkte eine verschiedene Anzahl von Strahlen, welche durch das System $S_1 + S_2$ hindurchgelangen. Die Punkte A und B liefern die Hälfte derjenigen Anzahl von Strahlen, welche der Punkt L liefert, denn von A gehen nur die Strahlen aus, welche in der Richtung zur Hälfte (md) der ersten Pupille hin verlaufen. Von den Punkten zwischen B und b aus gehen

noch weniger Strahlen hindurch. Infolgedessen erscheint das Gesichtsfeld undeutlich und ungleichmäßig beleuchtet.

Wenn jedoch das Bild $\mathfrak{p}$ der Hauptblende mit der Ebene Q zusammenfällt, so erscheint das Gesichtsfeld AB scharf begrenzt und überall gleich hell, denn es gelangen von allen auf AB gelegenen Punkten durch das System $S_1 + S_2$ gleiche Lichtmengen hindurch, die durch die Öffnung cd der ersten Pupille bestimmt sind.

Aus obigem Grunde bringt man die Hauptblende an die Stelle, an welcher das System S_1 das Bild des betrachteten Gegenstandes entwirft, z. B. beim Fernrohr in die Fokalebene des Objektivs.

§ 3. Apertur. Bildhelligkeit. Wir wollen mit α_1 den Winkel bezeichnen, welchen die Achse des eintretenden Strahlenkegels mit den Seitenlinien jenes Kegels bildet und mit α_2 den analogen Winkel für das austretende Strahlenbündel. Ferner seien n_1 und n_2 die Brechungsquotienten des ersten und letzten Mediums, in denen sich der Gegenstand und sein Bild befinden. Die Größe

$$a = n_1 \sin \alpha_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

heißt dann die numerische Apertur oder einfach Apertur. Diese Größe ist von hervorragender Bedeutung für die Beurteilung eines optischen Apparates. Ist unser optisches System aplanatisch (S. 200), dann gilt die Formel (85) auf S. 199, d. h.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} G \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wo G die vom optischen System gelieferte laterale Vergrößerung bedeutet. Entsteht das Bild innerhalb der Luft ($n_2 = 1$) und ist der Winkel α_2 sehr klein, wie dies z. B. bei Mikroskopen wirklich der Fall ist, dann kann man $\sin \alpha_2 = \alpha_2$ setzen und außerdem annehmen, daß die gesamte Lichtmenge q, die sich in einem Punkte des Bildes sammelt, dem Winkel α_2 proportional ist, somit ist dann

$$q = c\alpha_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6,a)$$

Formel (6) ergibt

$$\alpha_2 = \frac{1}{G} n_1 \sin \alpha_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6,b)$$

Aus den beiden letzten Formeln und aus (5) erhält man

$$q = C n_1 \sin \alpha_1 = Ca \quad \ldots \ldots \quad (6,c)$$

Die Lichtmenge, welche von einem optischen System in einem Punkte geliefert wird, ist proportional der Apertur dieses Systems.

Abbe hat gezeigt, in welcher Weise sich die Apertur eines Systems auf praktischem Wege finden läßt; er hat zu diesem Zwecke einen besonderen Apparat konstruiert, den er Apertometer nannte.

Für einige optische Systeme, wie z. B. für das Mikroskop, findet man, daß sich der zweite Hauptbrennpunkt F_2 (Fig. 243) nahe der Ebene der zweiten Pupille befindet. B sei einer der Bildpunkte und $F_2B = \lambda_2$. Ist α_2 sehr klein, so kann man

$$\alpha_2 = \frac{p}{\lambda_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

setzen.

Unsere Formel (6, b) lautete

$$\alpha_2 = \frac{1}{G} n_1 \sin \alpha_1 ;$$

ferner hatten wir in Kapitel V, § 4 auf S. 162 die Formel (29, b) gefunden

$$G = \frac{\lambda_2}{F_2},$$

in welcher das Vorzeichen fortgelassen werden möge; hieraus erhält man

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{\lambda_2} n_1 \sin \alpha_1 = \frac{F_2}{\lambda_2} a.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit (7), so findet man

$$a = \frac{p}{F_2} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Fig. 243.

Befindet sich der zweite Hauptbrennpunkt F_2 in der Ebene der zweiten Pupille oder in der Nähe derselben (Mikroskop), so ist die Apertur gleich dem Verhältnis des Radius der zweiten Pupille zur zweiten Hauptbrennweite.

Wir wenden uns nunmehr der Frage nach der Helligkeit des von einem optischen System gelieferten Bildes zu. Sei J_1 die Helligkeit eines kleinen Teiles s_1 des Gegenstandes, J_2 die Helligkeit desselben Teiles des Bildes s_2. Wendet man nun die Formel (7, a) des vorhergehenden Kapitels (S. 437) auf s_1 und s_2 an, so erhält man für die ihnen entsprechenden Lichtmengen Q_1 und Q_2 folgende Ausdrücke:

$$Q_1 = \pi J_1 s_1 \sin^2 \alpha_1$$
$$Q_2 = \pi J_2 s_2 \sin^2 \alpha_2.$$

Sieht man von den Reflexionen und Absorptionen ab, welche die Strahlen im optischen System erleiden, so erhält man $Q_1 = Q_2$, und hieraus folgt

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{s_2}{s_1} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_1} = G^2 \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_1},$$

da $\frac{s_2}{s_1} = G^2$ ist. Die Formeln (6) und (8, a) ergeben den Ausdruck

$$J_2 = J_1 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

In der Praxis ist gewöhnlich $n_1 = n_2 = 1$; in diesem Falle ist die Helligkeit des Bildes gleich der Helligkeit des Gegenstandes. Man kann sagen, daß immer $n_2 = 1$ und

$$J_2 = \frac{J_1}{n_1^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9, a)$$

ist.

Bei Mikroskopen mit Immersionssystemen (s. unten) ist $n_1 > 1$, also $J_2 < J_1$. Demnach gelangt man zu folgendem Satze:

Ein optisches System vermag kein Bild zu geben, dessen Helligkeit (S. 437) größer als die Helligkeit des Gegenstandes selbst ist.

Die Pupille des menschlichen Auges ist nichts anderes als eine Blende. Das Bild dieser Blende, welches von den vor der Pupille gelegenen Teilen des Auges geliefert wird, stellt die Eintrittspupille für das Auge dar; wir sehen dieselbe, wenn wir das Auge von außen betrachten. Es sei r der Radius dieser Augenpupille. Blickt man z. B. durch ein Mikroskop, so kann man die Annahme gelten lassen, daß die Ebene der Augenpupille mit der Ebene der Austrittspupille des optischen Systems zusammenfällt. Den Radius der Austrittspupille wollen wir wieder mit p bezeichnen und die Annahme machen, daß $n_2 = n_1$, also $J_2 = J_1$ ist. Ist r gleich oder kleiner als p, so ist die scheinbare Helligkeit des Bildes $J = J_2 = J_1$. Ist jedoch $r > p$, so ist offenbar

$$J = J_1 \frac{p^2}{r^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

d. h. die scheinbare Helligkeit des Bildes ist geringer als die Helligkeit des Bildes, das man mit unbewaffnetem Auge betrachtet, falls der Radius p der Austrittspupille des optischen Systems kleiner ist als der Radius r der Augenpupille. Bemerkt sei hierbei noch, daß r etwa gleich 2 mm ist.

Wir wenden uns abermals den Instrumenten zu, auf welche, wie z. B. die Mikroskope, Formel (8) anwendbar ist. Führt man p aus (8) in Formel (10) ein, so erhält man den Ausdruck

$$J = J_1 \frac{a^2 F_2^2}{r^2}.$$

Auf Grund der Formeln (3) und (4, b) erhält man

$$\left.\begin{aligned} J &= J_1 \frac{a^2}{r^2} \cdot \frac{1}{P^2} \\ J &= J_1 \frac{a^2}{r^2} \cdot \frac{\varphi^2}{W^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

wo P die absolute, W die wahre Vergrößerung und φ die deutliche Sehweite ist. Diese Formeln ergeben den Zusammenhang zwischen der Bildhelligkeit, der Apertur und der Vergrößerung. Als normale Vergrößerung wollen wir eine solche Vergrößerung P_0 oder W_0 bezeichnen, für welche $J = J_1$ ist. Die Formeln geben für eine solche normale Vergrößerung

$$\left.\begin{aligned} P_0 &= \frac{a}{r} \\ W_0 &= \frac{a}{r}\,\varphi \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Führt man P_0 und W_0 in Formel (11) ein, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} J &= J_1\,\frac{P_0^2}{P^2} \\ J &= J_1\,\frac{W_0^2}{W^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

P^2 und W^2 kann man als Maß für die Oberflächenvergrößerung gelten lassen. Die Formeln (11) und (13) sprechen folgende Lehrsätze aus:

Bei konstanter Apertur (P_0 und W_0 sind konstant) ist bei Instrumenten, für welche, wie dies bei den Mikroskopen der Fall ist, die Formel (8) Geltung hat, die Bildhelligkeit umgekehrt proportional der Oberflächenvergrößerung.

Bei gegebener Vergrößerung (P oder W) ist die Bildhelligkeit in denselben Instrumenten proportional dem Quadrat der Apertur.

Die Bedeutung der Apertur beschränkt sich indes nicht auf das, was bisher in bezug auf diese auseinandergesetzt worden ist. Von ihr hängt auch die Auflösungskraft eines optischen Instruments ab, d. h. dessen Fähigkeit, deutlich gesonderte Bilder zweier einander naher Teile des betrachteten Gegenstandes zu liefern. Ist d der Abstand zweier solcher Teile, λ die Wellenlänge der Strahlen, welche den Gegenstand beleuchten, und a die Apertur, so ist, wie sich zeigen läßt,

$$d = \frac{\lambda}{2a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

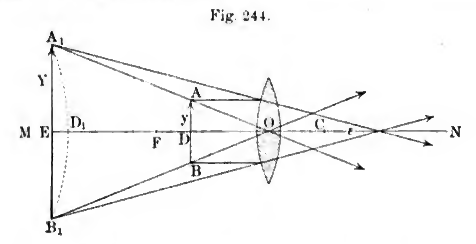
Die Apertur $a = n \sin \varphi$ in der Luft ($n = 1$) kann offenbar nicht größer als Eins sein. Bringt man jedoch den Gegenstand in eine Flüssigkeit, für welche n einen großen Wert hat, so kann $a > 1$ sein, und man kann gegenwärtig bis zum Werte $a = 1{,}6$ gelangen (siehe unten das auf Immersionssysteme Bezügliche). Ist für grüne Strahlen $\lambda = 0{,}000\,52$, so ergibt sich für die kleinsten im Mikroskop sichtbaren Objekte der Wert

$$d = \frac{1}{6000}\ \text{mm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Da es wohl kaum möglich sein wird, die Apertur a noch mehr zu erhöhen, so kam Koehler (Phys. Ztschr. **5**, 666, 1905; Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 270, 1904) auf den Gedanken, die auflösende Kraft des Mikroskops zu erhöhen, d. h. d zu verkleinern durch Verkleinerung von λ. Dieses wird erreicht durch Beleuchtung des Objekts mit ultraviolettem Licht. Dabei benutzte Koehler die sehr helle Magnesiumlinie $\lambda = 2800$ oder die Cadmiumlinie $\lambda = 2750$. Im ersten Falle wurde beobachtet mit Hilfe eines fluoreszierenden Okulars und auf photographischem Wege; im zweiten Falle nur photographisch. Im Verein mit Rohr konstruierte und beschrieb Koehler einen besonderen mikrophotographischen Apparat (Instr. **42**, 341, 1904). Bei $\lambda = 2750$ und der Apertur $a = 1{,}25$ erhält man dasselbe Resultat, das man bei Sonnenlicht ($\lambda = 5500$) und einer Apertur 2,5 erhalten würde.

Aus dem Vorstehenden ist ersichtlich, welche außerordentlich große Bedeutung der Apertur zukommt.

Fig. 244.



§ 4. Lupe oder einfaches Mikroskop. Als Lupe, Vergrößerungsglas oder einfaches Mikroskop bezeichnet man eine zur Betrachtung von Gegenständen dienende Bikonvexlinse. Das zu betrachtende Objekt AB (Fig. 244) wird zwischen die Lupe und den ersten Hauptbrennpunkt F gebracht. Hierbei entsteht ein aufrechtes, virtuelles, vergrößertes Bild A_1B_1; der Mittelpunkt C des Auges befindet sich in der Entfernung ε vom zweiten Brennpunkte.

Man hat hierbei in Formel (4) die Entfernung Δ_0 zwischen Auge und Gegenstand nicht gleich CD zu setzen, da man in der Entfernung CD den Gegenstand nicht (ohne Lupe) sehen kann; vielmehr ist $\Delta_0 = \varphi$ zu setzen. Die Formeln (1) und (2) für die geometrische Vergrößerung G und die optische Kraft P bleiben in Geltung; in Formel (3) hat man zu $\Delta_0 = \varphi$ zu setzen, so daß die wahre Vergrößerung gleich

$$W = \frac{\varphi}{F} + \frac{\varepsilon\varphi}{F\Delta}$$

wird, wo $\Delta = C\varepsilon$ die Entfernung des Augenmittelpunktes vom Bilde des Gegenstandes bedeutet. In der Praxis gebraucht man die Lupe

derart, daß Δ gleich der deutlichen Sehweite φ wird. In diesem Falle ist

$$G = \frac{\varphi}{F} + \frac{\varepsilon}{F}$$

$$P = \frac{1}{F} + \frac{\varepsilon}{F\varphi}$$

$$W = \frac{\varphi}{F} + \frac{\varepsilon}{F} = G,$$

d. h. es ist die wahre Vergrößerung gleich der geometrischen Vergrößerung.

Die stärkste Vergrößerung wird erhalten bei $\varepsilon = F$, d. h. wenn der Augenmittelpunkt mit dem optischen Mittelpunkt der Lupe zusammenfällt (bei Lagenänderung des Auges muß die Bedingung $\Delta = \varphi$ bestehen bleiben), was praktisch unausführbar ist. Ist jedoch F nicht sehr klein, so kann man $\varepsilon = F$ setzen, wenn man das Auge hart an das Glas heranbringt. Dann erhält man für beide Vergrößerungen G und W

$$G = W = \frac{\varphi}{F} + 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (16)$$

und für die optische Kraft

$$P = \frac{1}{F} + \frac{1}{\varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

Ist F klein im Vergleich zu φ und befindet sich die Lupe unmittelbar am Auge, so ist auch ε klein im Vergleich zu φ (denn es ist $\varepsilon < F$), und man kann folgende Beziehungen gelten lassen

$$\left.\begin{aligned} G = W &= \frac{\varphi}{F} \\ P &= \frac{1}{F} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (18)$$

Die Vergrößerungen sind gleich dem Verhältnis der deutlichen Sehweite φ (25 cm) zur Brennweite F; die optische Kraft P ist umgekehrt proportional der Brennweite F. Formel (16) kann man auch unmittelbar ableiten. Aus unserer Figur folgt $G = \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{EO}{DO}$. Aus Formel (43) auf S. 170 $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$ folgt $f_1 = OD$, $f_2 = -OE$; folglich ist $G = -\frac{f_2}{f_1}$.

Dieselbe Formel gibt

$$f_1 = \frac{F f_2}{f_2 - F} = \frac{F\varphi}{\varphi + F},$$

denn es ist $f_2 = OE = -\varphi$; folglich ist

$$G = -\frac{f_2}{f_1} = \frac{\varphi}{f_1} = \frac{\varphi + F}{F} = \frac{\varphi}{F} + 1.$$

Anstatt einer Linse verwendet man bisweilen ein System aus zwei oder drei Linsen, welches alsdann eine **zusammengesetzte Lupe** bildet. Wir sahen, vgl. (77, b) auf S. 189, daß zwei Linsen, deren Brennweiten F' und F'' sind, und um die Strecke δ voneinander entfernt sind, einer einzigen Linse mit der Brennweite F äquivalent sind, wobei zwischen F, F', F'' und δ folgende Beziehung besteht

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{\delta}{F'F''}.$$

In Fig. 245 ist die von Fraunhofer konstruierte Lupe abgebildet; Wilson, Ploessl, Wollaston u. a. haben ebenfalls zusammengesetzte Lupen konstruiert. Der Hauptzweck, welchem die zusammengesetzten Lupen zu dienen haben, ist eine starke Vergrößerung bei möglichst geringer sphärischer und chromatischer Aberration.

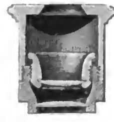


Fig. 245.



Fig. 246.

Sehr verbreitet ist die Zylinderlupe, deren Querschnitt aus Fig. 246 ersichtlich ist; sie besteht aus einem kleinen Glaszylinder, dessen Grundflächen konvex sind und ungleiche Krümmung haben. Auf die weniger konvexe, bisweilen auch ebene Fläche wird der zu betrachtende Gegenstand gelegt (z. B. das Mikrophotogramm einer Landschaft), die andere ans Auge gebracht. Es ist leicht einzusehen, daß diese Lupe ebenfalls vergrößerte, aufrechte Bilder gibt.

§ 5. Zusammengesetzte Okulare. Bei den Mikroskopen und Fernrohren gibt das Objektiv reelle Bilder der Gegenstände; diese Bilder

Fig. 247.

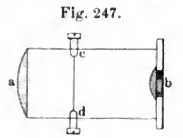
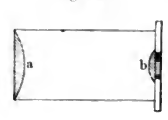


Fig. 248.



werden durchs Okular betrachtet, das hier als Lupe dient. Das Okular kann entweder einfach oder zusammengesetzt sein, d. h. aus einer oder mehreren Linsen bestehen. Am gebräuchlichsten sind das Huygenssche (oder Campanische) und das Ramsdensche Okular.

Das Huygenssche (Campanische) Okular ist in Fig. 247 abgebildet; es besteht aus zwei plankonvexen Linsen a und b, deren konvexe Flächen dem Objektiv zugekehrt sind. Die Linse a hat man, streng genommen, zum Objektiv zu zählen, da das Bild des Gegenstandes zwischen b und a in cd entsteht, wo sich auch die Fäden des Okular-

mikrometers befinden. Das Bild wird durch die Linse b betrachtet. Zwischen der Brennweite F' der Linse a, dem Linsenabstand D und der Brennweite F'' von b besteht folgende Beziehung

$$F' : D : F'' = 3 : 2 : 1,$$

woraus

$$F' = \frac{3}{2} D, \quad F'' = \frac{1}{2} D$$

folgt. Die Formeln (75) und (77, a) auf S. 188 und 189 geben für die Brennweite F des ganzen Systems und die Entfernungen h_1 und h_2 der Hauptebenen von den Linsen (deren Dicke hierbei als sehr gering angesehen wird)

$$F = \frac{3}{4} D = \frac{1}{2} F' = \frac{3}{2} F''$$

$$h_1 = 3\,h_2 = \frac{3}{2} D = F' = 3\,F''.$$

Die Entfernung δ der Hauptebenen voneinander ist gleich

$$\delta = \pm (D - h_1 - h_2).$$

In unserem Falle ist

$$\delta = D = \frac{2}{3} F = F''.$$

Das Huygenssche Okular wird auch bisweilen als negatives Okular bezeichnet. Das Ramsdensche Okular ist in Fig. 248 abgebildet, es besteht aus zwei plankonvexen Linsen, welche mit ihren konvexen Flächen einander zugekehrt sind; sie bilden zusammengenommen eine zusammengesetzte Lupe, mit welcher man das vom Objektiv entworfene Bild betrachtet. Für dieses Okular besteht die Beziehung

$$F' : D : F'' = 3 : 2 : 3,$$

woraus man

$$F' = F'' = \frac{3}{2} D$$

findet. Wie früher erhält man

$$F = \frac{9}{8} D = \frac{3}{4} F' = \frac{3}{4} F''$$

$$h_1 = h_2 = \frac{3}{4} D = \frac{1}{2} F' = \frac{1}{2} F''$$

$$\delta = \frac{1}{2} D = \frac{1}{3} F' = \frac{1}{3} F''.$$

Das Ramsdensche Okular wird auch bisweilen als positives Okular bezeichnet. Beide obige Okulare besitzen nur eine geringe chromatische und sphärische Aberration. Wir begnügen uns mit einem

Hinweis auf das Zustandekommen der Achromasie beim Ramsdenschen Okular. Es gehöre der Punkt *o* (Fig. 249) dem achromatischen Bilde des Gegenstandes an, welches, vom Objektiv entworfen, in der Faden-

Fig. 249.

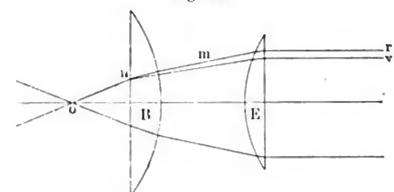
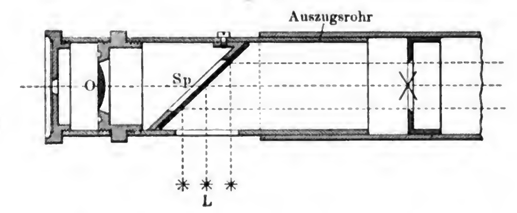
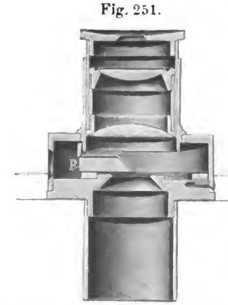


Fig. 250.



ebene des Okularmikrometers liegt. Der Strahl *on* wird bei seinem Durchgang durch die erste Linse *B* in seine Bestandteile zerlegt, wobei sich der rote Strahl *m* in größerer Entfernung von der optischen Achse der Linsen befindet als der violette. Bei seinem Durchgang durch die zweite Linse *E* wird der rote Strahl stärker gebrochen, als wenn er die Richtung des violetten Strahles *v* hätte, da er dem Rande von *E* näher liegt. Infolge dieses Umstandes werden der rote und violette Strahl auf ihrem weiteren Wege nahezu parallel, und hieraus ergibt sich die Achromasie des Ramsdenschen Okulars.

Fig. 251.

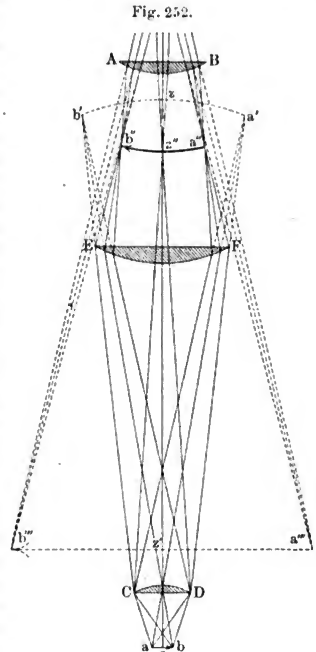


In Fig. 250 ist ein Okular von Gauß abgebildet, in dem ein Glasplättchen *Sp* befestigt ist, auf das durch eine Seitenöffnung im Rohr die Strahlen der Lichtquelle *L* fallen; sie dient zur Beleuchtung der Fäden. Lamont und Abbe ersetzten das Glasplättchen durch ein Prisma mit vollkommener innerer Reflexion. In Fig. 251

ist ein von **Martens** konstruiertes Okular abgebildet; hier ist p ein Prisma, welches die von links kommenden Strahlen nach den Fäden hin reflektiert.

§ 6. Mikroskope. Die theoretischen und praktischen Regeln für die Konstruktion der Mikroskope haben in letzter Zeit einen solchen Umfang erlangt, daß ihnen zahlreiche Spezialwerke gewidmet sind. Für den Zweck des vorliegenden Buches müssen wir uns auf einige allgemeine Bemerkungen beschränken.

Fig. 252.



Das Mikroskop besteht aus einem Objektiv von geringer Brennweite — das Objekt muß sich jenseits des Brennpunktes, möglichst nahe demselben befinden — und dem Okular (meist einem Huygensschen), das zum Betrachten des vom Objektiv entworfenen umgekehrten, vergrößerten, reellen Bildes dient.

Der Strahlengang ist aus Fig. 252 zu erkennen. Der Gegenstand ab befindet sich ganz nahe beim Objektiv CD, welches hier als einfache Linse skizziert ist, während es in Wirklichkeit ein Linsensystem darstellt. Ein einfaches Objektiv, wie es heutzutage nicht mehr im Gebrauch ist, würde das gegen das Okular konvexe Bild $a'b'$ geben, da sich der Punkt c dem Mittelpunkt des Objektivs näher befindet als die Punkte a und b. Die allgemeine Beziehung zwischen der Entfernung f_1 eines Punktes und derjenigen f_2 seines Bildes, nämlich

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F},$$

gibt uns

$$f_2 = \frac{F}{1 - \frac{F}{f_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Hieraus folgt, daß bei positivem $f_1 > F$, was unserem Falle entspricht, f_2 wächst, wenn f_1 abnimmt. Die erste Linse EF des zusammengesetzten Okulars verlegt gewissermaßen das Bild $a'b'$ nach $a''b''$, und ist das letztere gegenüber dem Auge konkav. Man kann $a'b'$ als virtuelles Objekt ansehen, dessen Entfernung f_1 von der Linse EF negativ ist. Formel (8) zeigt uns, daß bei negativem f_1 die Entfernung f_2 zunimmt für einen wachsenden absoluten Wert von f_1. Daher müßte $a''b''$ nach AB hin stark konkav sein, falls $a'b'$ eben wäre. Die Konvexität von $a'b'$ wird also nicht nur aufgehoben, sondern $a''b''$ wird sogar schwach konkav gegen AB. Die letztgenannte Linse AB gibt von $a''b''$ ein vergrößertes, virtuelles aufrechtes Bild $a'''b'''$. Wäre $a''b''$ eben, so wäre $a'''b'''$ gegen AB konvex, vgl. Fig. 244 auf S. 490. Der Punkt z'' ist aber von AB etwas weiter entfernt als a'' und b'', und dieser Umstand bewirkt, daß sein Bildpunkt der Linse AB etwas näher liegt, da ja nach Formel (8) bei $f_1 < F$ die absoluten Werte von f_1 und f_2 sich im selben Sinne ändern. Hieraus folgt aber, daß das Bild $a'''b'''$ kein konvexes ist, sondern ein ebenes, worin einer der Vorzüge des betrachteten Okulars liegt.

Fig. 253.

Ferner muß das Okular zusammen mit dem Objektiv ein achromatisches System bilden. Bisweilen ist keines derselben, für sich genommen, achromatisch, sondern das erste korrigiert nur die Chromasie des anderen. Aus Fig. 253 läßt sich erkennen, in welcher Weise dies erreicht wird. Die roten Strahlen sind hier durch ausgezogene Linien, die violetten durch punktierte angedeutet. Das nicht achromatische Objektiv liefert eine unzählige Menge von Bildpunkten, von denen der violette Punkt a und der rote b die äußersten sind; die Linse CD verlegt dieselben nach c und d. In AB werden die violetten Strahlen stärker gebrochen als die roten, da aber der violette Punkt c näher zu AB liegt als der rote d und die auf AB auffallenden violetten Strahlen daher ein stärker divergierendes Bündel bilden als die roten, so treten diese und jene schließlich in paralleler Richtung aus, und es entsteht durch sie ein achromatisches Bild. Man macht indes neuerdings sowohl das Objektiv als auch das Okular achromatisch.

Die vergrößernde Kraft P des Mikroskops ist gleich $\frac{1}{F}$, wo F die Brennweite des ganzen Linsensystems ist, denn in Formel (2) auf S. 482

ist ε immer klein gegen $\varDelta$ (der zweite Hauptbrennpunkt des ganzen Systems fällt mit dem zweiten Brennpunkt des Okulars fast zusammen). Sind F' und F'' die Brennweiten von Objektiv und Okular, D der Abstand letzterer, so kann man in der allgemeinen Formel (77,b) auf S. 189

$$P = \frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F'F''} = \frac{F' + F'' - D}{F'F''} \quad \ldots \quad (20)$$

die Größen F' und F'' gegenüber D vernachlässigen, so daß man für die vergrößernde Kraft des Mikroskops folgenden Ausdruck erhält

$$P = -\frac{D}{F'F''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Das Minuszeichen deutet darauf hin, daß das entstehende Bild ein umgekehrtes ist. Die geometrische Vergrößerung G ist hier gleich der wahren W (S. 483 und 491); denn man hat, wie bei der Lupe in Formel (1) und (4), $\varDelta = \varDelta_0 = \varphi$ zu setzen; das betrachtete Bild muß, wie der Gegenstand bei unmittelbarer Betrachtung, sich in der deutlichen Sehweite befinden. Vernachlässigt man wiederum die Größe ε gegenüber $\varDelta = \varphi$, so wird

$$W = G = \frac{\varphi}{F}.$$

Derselbe Ausdruck wird auch aus (4,a) erhalten, wenn man (20) und $\varDelta_0 = \varphi$ substituiert.

Setzt man hier F aus Formel (20) ein und vernachlässigt wiederum die Größen F' und F'' gegenüber D, so erhält man als wahre Vergrößerung des Mikroskops

$$W = \frac{D\varphi}{F'F''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Diese Formel läßt sich auch unmittelbar herleiten. Die Vergrößerung W ist gleich $W_1 W_2$, wo W_1 die Vergrößerung des Objektivs, W_2 die des Okulars ist. Ferner ist $W_1 = \frac{f_2}{f_1}$, wo f_1 die Entfernung des Gegenstandes, f_2 die Entfernung des (reellen) Bildes vom Objektiv ist; es unterscheiden sich aber f_1 und f_2 nur wenig von F' und D, daher ist $W_1 = \frac{D}{F'}$. Nach Formel (18) ist ferner $W_2 = \frac{\varphi}{F''}$, also ist

$$W = W_1 W_2 = \frac{D\varphi}{F'F''}.$$

Die Objektive in den neueren Mikroskopen müssen einer ganzen Reihe von Bedingungen genügen: die sphärische und chromatische Aberration müssen möglichst gering sein; die Brennweite F' muß klein sein bei relativ großem Abstand des Gegenstandes von der Vorderfläche der äußersten Linse; das Gesichtsfeld muß groß sein. Allen

diesen Bedingungen kann nur dadurch genügt werden, daß man das Objektiv aus mehreren Linsen zusammensetzt.

Früher war jede der Objektivlinsen doppelt, jedoch meist nicht chromatisch.

Ein zusammengesetztes Objektiv zeigt die Fig. 254; es besteht aus vier Linsen, von denen die beiden unteren durch Drehung um einen Ring einzeln gehoben oder gesenkt werden können. Dies geschieht zur Verminderung der Aberration, welche durch das Deckgläschen über dem Objekt wegen seiner Dicke hervorgebracht wird.

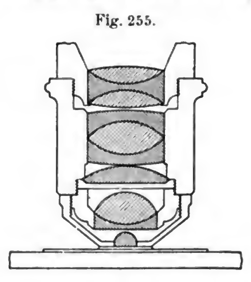
Die Entstehung dieser Aberration ist analog der sphärischen Aberration in Linsen.

Von sehr großem Nutzen erweist es sich, eine Flüssigkeit, etwa einen Wassertropfen, zwischen Deckgläschen und Objekt zu bringen; man erhält auf diese Weise ein sogenanntes Immersionssystem.

Fig. 254.



Fig. 255.

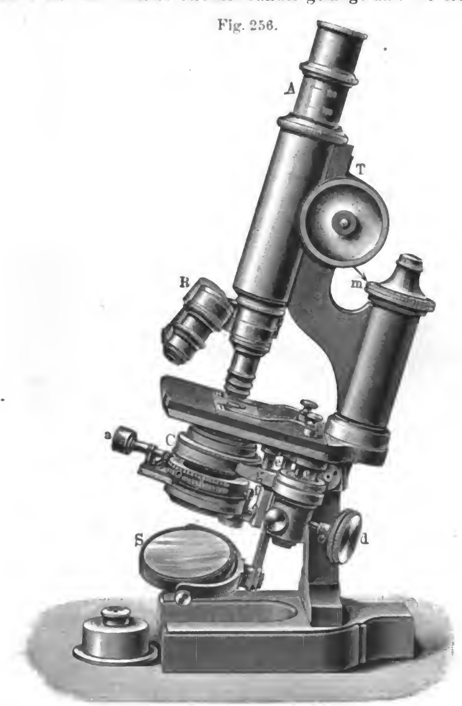


Zuerst wurde ein Immersionssystem vorgeschlagen von Amici (1840), hierauf wurde dies System von E. Hartnack (1855) verbessert, und endlich führte Abbe (1878) das sogenannte homogene Immersionssystem ein, bei welchem das Deckgläschen, die Immersionsflüssigkeit und die erste Objektivlinse nahezu gleiche Brechungsquotienten haben, so daß sich die von irgend einem Punkte des Objekts ausgehenden Strahlen fast geradlinig bis zum Verlassen der ersten Objektivlinse ausbreiten. Als Immersionsflüssigkeit dient gewöhnlich Zedernholzöl, welches den Brechungsquotienten $n_D = 1{,}515$ hat. Welche Bedeutung den Immersionssystemen durch die Vergrößerung der Apertur zukommt, ist in § 3 bereits auseinandergesetzt worden.

Auf S. 192 war auf den bemerkenswerten Fall vollständigen Fehlens der sphärischen Aberration für Strahlen hingewiesen worden, welche von einem Punkte S innerhalb einer Kugel vom Radius R ausgehen, dessen Abstand vom Kugelmittelpunkt gleich $a = R : n$ ist (wo n den Brechungsquotienten bedeutet). Diesen Fall realisierte zuerst Amici, indem er Objektivsysteme herstellte, bei welchen die erste Linse die

Form einer Halbkugel hatte. Der betrachtete Punkt des Objekts fällt hier mit dem außerhalb der Linse, etwa in der Luft, befindlichen Punkte S (Fig. 81) zusammen. Wendet man ein Immersionssystem an, namentlich ein Abbesches homogenes System, so erreicht man hierdurch, daß ins Objektiv ein sehr breites Strahlenbündel gelangt und die erste Linse

Fig. 256.



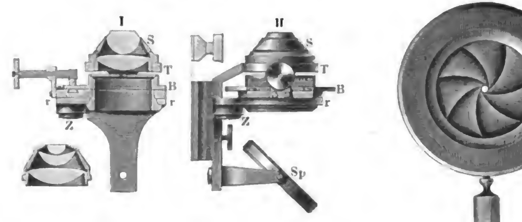
ohne sphärische Aberration durchdringt. Auf diesem Prinzip beruhen die Verbesserungen, welche Zeiss nach den Angaben von Abbe in der Konstruktion von Objektiven erreicht hat. Seine Apochromate sind Objektivsysteme, welche einen hohen Grad von Achromasie und Aplanatismus besitzen. In Fig. 255 ist die Einrichtung eines Apochromats dargestellt: es besteht aus fünf Linsen, worunter eine doppelte und zwei dreifache Linsen sind; die äußerste Linse hat die Form einer Halbkugel.

Die Montierung der Mikroskope ist je nach der Werkstätte, aus welcher sie stammen, eine sehr verschiedene.

In Fig. 256 ist eines der neueren Mikroskope abgebildet. Der ganze auf dem Fuße ruhende Apparat läßt sich um eine horizontale Achse drehen, so daß man die Beobachtungsröhre in jede beliebige Lage zwischen der vertikalen und horizontalen bringen kann. Die Röhrenlänge läßt sich durch Einstellung an der Skala *A* regulieren. Drei Objektive *R* (Revolversystem) lassen sich schnell gegeneinander auswechseln. Die Schraube *T* dient zur groben, *m* zur feinen Einstellung. Unterhalb des Objekttischchens befindet sich das Abbesche Beleuchtungssystem, welches aus dem Spiegel *S*, der Blende *J* und einem System von Linsen (Kondensor) besteht. In Fig. 257 sind bei I und II die aus zwei und drei Linsen bestehenden Kondensoren abgebildet. In Fig. 258 ist eine sogenannte Irisblende mit runder



Fig. 257. Fig. 258.



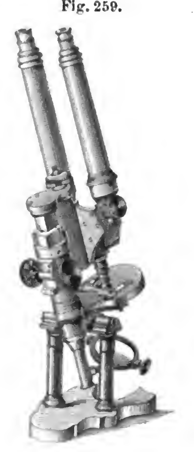
Öffnung dargestellt, welche vergrößert oder verkleinert wird, wenn man eine Schraube in Drehung versetzt, deren Kopf in Fig. 256 bei *a* sichtbar ist.

Gegenwärtig ist ein Beleuchtungssystem in Gebrauch gekommen, bei dem das Licht schräg auf den Objektträger fällt. Diese Strahlen beleuchten das Objekt, aber fallen nicht unmittelbar in das Objektiv des Mikroskops. Daher bleibt das Gesichtsfeld dunkel, und das Objekt tritt hell auf dem dunklen Hintergrunde hervor. Solche „Kondensoren" haben z. B. Ignatowski (Ztschr. f. Mikroskopie **25**, 64, 434, 1908) und Jentzsch (Phys. Ztschr. **11**, 993, 1910) konstruiert.

Zur experimentellen Bestimmung der Mikroskopvergrößerung visiert man durchs Mikroskop nach einer Glasplatte hin, auf welcher feine Linien, etwa im Abstande von 0,01 mm, aufgetragen sind, und vergleicht mit Hilfe eines sogenannten Zeichenapparats (von Nochet, Nobert u. a.) die Größe der im Mikroskop erscheinenden Teilungen mit der gleichzeitig direkt sichtbaren einer auf das Objektivtischchen gelegten Skala.

Als Prüfstein für die Leistungsfähigkeit eines Mikroskops dient sein Vermögen, kleine Striche auf zu diesem Zwecke hergestellten Glasplättchen sichtbar zu machen. Solche Glasplättchen sind zuerst von Nobert hergestellt worden; der Abstand der auf ihnen aufgetragenen Linien schwankt zwischen $\frac{1}{1000}$ und $\frac{1}{20000}$ Pariser Linien. Als natürliche Objekte zur Prüfung dienen die Schüppchen auf den Flügeln eines Falters, Hipparchia Janira, und — für die stärksten Mikroskope — die Diatomeen Novicula und Pleurosigma, auf welchen feinste Streifen oder Linien sichtbar sind.

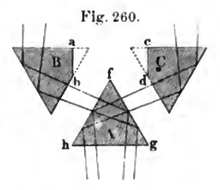
Fig. 259.



Es gibt Mikroskope mit zwei, drei und vier Beobachtungsröhren, welche es ermöglichen, daß mehrere Beobachter zu gleicher Zeit dasselbe Objekt betrachten können. Apparate dieser Art haben außer dem sonstigen Zubehör Spiegel oder total reflektierende Prismen.

Außerdem gibt es auch Mikroskope mit zwei Röhren, für binokulares Sehen bestimmt. Obgleich hierbei die von beiden Augen betrachteten Bilder einander gleich sind, so kommt dennoch körperliches Sehen (vgl. Kapitel XI) zustande, da beide Bilder ungleiche Helligkeit haben. Nochet, Riddel, Wenham und Jentzsch haben solche binokulare Mikroskope konstruiert. Fig. 259 zeigt das Mikroskop von Nochet, Fig. 260 seine innere Einrichtung; es beruht auf der Anwendung mehrerer Prismen mit totaler Reflexion.

Fig. 260.



Wir wenden uns nun zu einer sehr wichtigen Arbeit von Siedentopf und Zsigmondy (1903), welche eine Methode ausgearbeitet haben, ultramikroskopische Teilchen sichtbar oder, genauer ausgedrückt, einzeln bemerkbar zu machen. Wie wir S. 489 gesehen haben, befindet sich die Grenze der Auflösungskraft eines Mikroskops etwa bei $\frac{1}{6000}$ mm, d. h. zwei Punkte, die sich in geringerem als in diesem Abstande befinden, können nicht mehr getrennt sichtbare Abbildungen besitzen.

Leuchtende Punkte ergeben, wie wir sahen, kleine Diffraktionsscheiben, welche eben nicht mehr als Abbildungen dieser Punkte gelten können; aus solchen Diffraktionsscheiben kann auch kein Bild eines Gegenstandes, welcher kleiner als $\frac{1}{6000}$ mm ist, erzeugt werden; es kann

ein solcher Gegenstand also auch nicht im Mikroskop gesehen, d. h. in seinen Teilen betrachtet werden.

Aus obigem folgt aber noch nicht, daß wir die Existenz eines Körpers von kleineren Dimensionen nicht dennoch mit dem Auge bemerken können. Ein Körper wird für uns optisch bemerkbar, wenn die von ihm ausgehenden Strahlen auf der Netzhaut unseres Auges einen Reiz von genügender Stärke erzeugen. Es ist also nicht notwendig, daß eine Abbildung des Körpers entstehe; es ist nur notwendig, daß die Diffraktionsscheibe eine genügende Intensität besitze. Kürzer gesagt: auch der kleinste Punkt wird sichtbar, d. h. bemerkbar, wenn die Intensität seiner Strahlung eine genügende ist. Wir sprechen z. B. von „sichtbaren“ Sternen. Die Sterne sind aber in Wirklichkeit viel zu weit entfernt, um für uns sichtbar zu

Fig. 261.

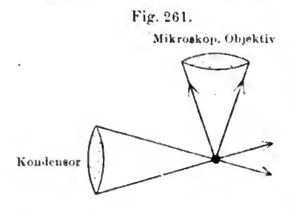
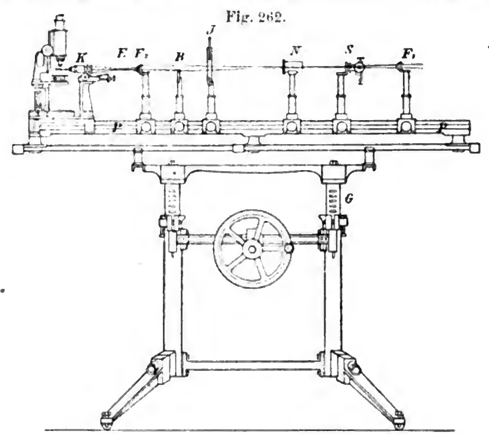


Fig. 262.



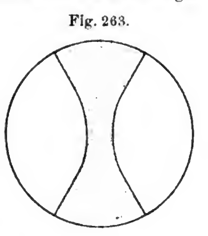
sein, d. h. um als Körper gesehen werden zu können. Wir bemerken aber die Anwesenheit der Sterne, da das von einem Sterne in unser Auge eindringende Licht genügt, um einen merkbaren optischen Reiz hervorzurufen. Wird auf einer versilberten Glasplatte ein Spalt von 0,1 μ Breite erzeugt und genügend hell erleuchtet, so sehen wir ihn, obwohl ein Bild auf der Netzhaut nicht entstehen kann.

Hierauf beruht die von Siedentopf und Zsigmondy ausgearbeitete Methode, ultramikroskopische Teilchen, z. B. die im Rubinglas verteilten, äußerst kleinen Goldteilchen sichtbar zu machen. Es ist dazu nur notwendig, diese Teilchen genügend intensiv zu beleuchten und dann durch ein Mikroskop zu betrachten. Falls die Entfernung der Teilchen voneinander eine genügende, d. h. keine ultramikroskopische ist, müssen die von den einzelnen Teilchen erzeugten Diffraktionskreise einzeln bemerkbar sein.

Zur intensiven Beleuchtung dient der Kondensor. Damit die beleuchtenden Strahlen nicht stören, muß ihre Richtung senkrecht stehen zur Achse des Mikroskops, wie dies in Fig. 261 schematisch angedeutet ist.

Um eine möglichst intensive Beleuchtung eines sehr kleinen Volumens hervorzurufen, wurde die in Fig. 262 angegebene Aufstellung benutzt. Die von einer Bogenlampe ausgehenden Strahlen treten durch eine Irisblende (Fig. 258, S. 500) in den verdunkelten Beobachtungsraum, in welchem sich das verstellbare Gestell G einer optischen Bank mit Metallprisma P befindet. Die Lichtstrahlen treffen zuerst das Fernrohrobjektiv F_1 (etwa 100 mm Brennweite), welches in der Ebene des horizontalen Spaltes S ein etwa 1 mm großes Bild der Sonne entwirft. Die Breite des Spaltes variiert je nach Bedarf von 0,05 bis 0,5 mm; die horizontale Länge von 0,1 bis 2 mm. N ist ein für gewisse Untersuchungen notwendiger Polarisator (s. weiter unten); J ist eine Irisblende, B eine stemmeisenförmige Blende, durch welche die untere Hälfte der Strahlen abgeblendet werden kann. Das zweite Fernrohrobjektiv F_2 von 80 mm Brennweite erzeugt in der Bildebene E des Kondensors K ein vierfach verkleinertes Bild des Spaltes E. Dieses Bild E wird nun durch das als Kondensor benutzte Mikroskopobjektiv in etwa neunfacher weiterer Verkleinerung inmitten des zu untersuchenden Körpers abgebildet. Dieser Körper wird an das Objektiv des zur Beobachtung dienenden Mikroskops befestigt; es kann dies ein fester Körper (Rubinglas) oder ein spezielles Gefäß mit Flüssigkeit sein.

Fig. 263.



Im Mikroskop sieht man das in Fig. 263 dargestellte Bild: innerhalb des kreisrunden Sehfeldes sieht man den sich zuerst verengenden und dann wieder ausbreitenden Lichtkegel. Die schmalste Stelle entspricht dem durch den Kondensor erzeugten Bilde des Spaltes S, und zwar entspricht die Breite des Kegels der Länge des Spaltes; die Tiefe des Lichtstreifens, die nur durch Änderung der Mikroskopeinstellung zu erkennen ist, entspricht der Breite des Spaltes.

Innerhalb des Kegels erblickt man nun die Diffraktionsscheibchen, welche von den ultramikroskopischen Teilchen erzeugt werden. Nach einer Berechnung von Siedentopf wäre 36 $(\mu\mu)^2$ die kleinste nach dieser Methode für das Auge sichtbar zu machende Flächengröße; dies entspricht der linearen Dimension 6 $\mu\mu$, also etwa dem Zehnfachen der Größenordnung mittlerer Moleküle (0,6 $\mu\mu$).

Siedentopf und Zsigmondy versuchten auch die Größe der im Rubinglase befindlichen Goldteilchen zu bestimmen, und zwar durch Auszählen der in einem gewissen Volumen enthaltenen Teilchen, deren Gesamtmasse aus dem Goldgehalte des Glases bestimmt wurde. Erwähnt möge noch werden, daß man die Teilchen, wenn sie sich mit dem Ultramikroskop sichtbar machen lassen, submikroskopische nennt; wenn sie sich dagegen nicht sichtbar machen lassen, so bezeichnet man sie als amikroskopisch.

Das Ultramikroskop ist im Laufe der Jahre von Siedentopf, v. Ignatowsky, Jentzsch u. a. vervollkommnet worden. Jentzsch (1910) hat auch einen Ultrakondensor konstruiert, der dazu dienen soll, ein gewöhnliches Mikroskop für ultramikroskopische Untersuchungen brauchbar zu machen. Er erzielt den hierbei nötigen zur Mikroskopachse senkrechten Beleuchtungskegel durch zwei an Glaskörper angeschliffene spiegelnde Kugelflächen. Theoretisch hat die Beugungserscheinung im Ultramikroskop Potzger (1909) untersucht.

Die Methode von Siedentopf und Zsigmondy wurde bedeutend vereinfacht von Cotton und Mouton (Compt. rend. **136**, 1657, 1903 und **138**, 1584, 1692, 1904). Der Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit wird mit einem Deckgläschen bedeckt, und der Lichtkegel wird unter dem Winkel in die Flüssigkeit gerichtet, daß die Strahlen an der Oberfläche des Deckgläschens eine vollständige innere Reflexion erleiden und nicht in das Objektiv fallen.

Wir wollen nicht auf weitere Einzelheiten eingehen und nur noch auf einige Schriften über Ultramikroskopie hinweisen:

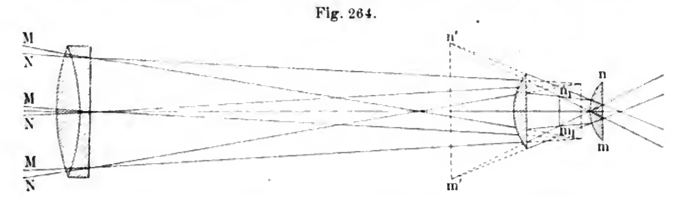
Siedentopf: Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 209, 1903; **7**, 268, 1905; **11**, 415, 574, 1909; **12**, 6, 1910; Phys. Ztschr. **6**, 855, 1905. Cotton et Mouton: Les Ultramicroscopes, Paris 1906. Raehlmann: Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 330, 1903. Raman: Phil. Mag. (6) **17**, 495, 1909. Potzger: Ann. d. Phys. (4) **30**, 185, 1908. Reichert: Photogr. Korrespondenz, April 1908. Jentzsch: Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 992, 1910. Zsigmondy: Phys. Ztschr. 1913, S. 975.

Die hier beschriebene Methode hat eine große Bedeutung erhalten beim Studium trüber Medien, kolloidaler Lösungen, der Brownschen Bewegung, chemischer Prozesse usw. An geeigneten Stellen wird hierüber, soweit die Arbeiten physikalische sind, berichtet werden. Hier sei nur kurz noch das Folgende mitgeteilt. Läßt man den Lichtstrahl durch weißen Phosphor hindurchgehen, so beobachtet man direkt die Umwandlung in roten Phosphor. Die große Lichtstärke im Fokus

ruft in dem vorher infolge des optisch leeren weißen Phosphors dunklen Sehfelde weiße submikroskopische Pünktchen hervor, die sich in rote umwandeln. Ebenso läßt sich eine große Anzahl von chemischen Reaktionen, Oxydationen, Reduktionen und Zersetzungen verfolgen. Eine Untersuchung der Brownschen Molekularbewegung (Bd. I, Abt. 2, S. 145) bei Silber- und Goldlösungen ergab bei kleinen Teilchen das Überwiegen der translatorischen, bei gröberen und konzentrierten Lösungen das Überwiegen der oszillatorischen Bewegung usw.

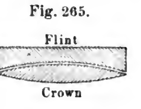
§ 7. Astronomische Refraktoren. Apparate, welche zur „Bewaffnung des Auges" bei Betrachtung mehr oder weniger entfernter Objekte dienen, heißen allgemein Fernrohre. Fernrohre zu astronomischen Zwecken werden meist als Teleskope bezeichnet. Man unter-

Fig. 264.



scheidet zwischen Refraktoren und Reflektoren: bei ersteren wird das durchs Okular betrachtete Bild durch eine Linse, das Objektiv, entworfen, bei letzteren durch einen Hohlspiegel. Bei den Refraktoren müssen Objektiv und Okular möglichst geringe sphärische und chromatische Aberration besitzen. Der allgemeine Strahlengang in einem Refraktor ist aus Fig. 264 ersichtlich; die Strahlen M gehen hier vom oberen, die Strahlen N vom unteren Rande des entfernten Gegenstandes aus. Die erste Linse des Huygensschen Okulars befindet sich zwischen dem Objektiv und dessen Brennpunkt und liefert das Bild $n_1 m_1$, welches sodann durch die zweite Linse $n m$ zum Bilde $n' m'$ vergrößert wird. Das entstehende Bild ist daher ein umgekehrtes.

Fig. 265.



Ein achromatisches Objektiv ist in Fig. 265 dargestellt; es besteht aus einer bikonvexen Crownglaslinse und einer fast plankonvexen Flintglaslinse, welche dem Okular zugekehrt ist. Die einander zugekehrten Linsenflächen besitzen nahezu die gleiche Krümmung. Die Linsen, falls ihr Durchmesser beispielsweise nicht größer als 4 Zoll ist, werden mit Kanadabalsam aufeinandergeklebt, wodurch unter anderem eine Verminderung des Lichtverlustes durch Reflexion erreicht wird. Linsen von größeren Dimensionen werden voneinander dadurch getrennt, daß

man an ihren Rändern drei gleich starke Stückchen Stanniolpapier dazwischen bringt.

Die wahre Vergrößerung W ist gleich dem Verhältnisse des Winkels Θ, unter welchem das Auge des Beobachters das Bild des Objekts sieht, zum Winkel Θ_0, unter welchem er das Objekt selbst sieht. Da diese beiden Winkel sehr klein sind, kann man ihr Verhältnis gleich dem ihrer Tangenten setzen und erhält

$$W = \frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{tg\,\Theta}{tg\,\Theta_0}.$$

Es sei α die Größe des reellen Bildes, welches vom Objektiv entworfen wird; nimmt man an, der Gegenstand befinde sich in sehr großem Abstande vom Fernrohr, so kann man Θ_0 gleich seiner Winkelgröße setzen, welche vom Mittelpunkte des Objektivs aus gerechnet wird; letztere ist auch gleich der Winkelgröße des Bildes, ebenfalls vom Objektivmittelpunkt aus gerechnet, d. h. es ist $tg\,\Theta_0 = \alpha : F_1$, wo F_1 die Brennweite des Objektivs ist. Nimmt man ferner an, das Auge befinde sich dem Okular sehr nahe, so kann man den Scheitel des Winkels Θ im Okularmittelpunkt annehmen; hieraus folgt, daß Θ gleich dem Winkel ist, unter welchem das reelle Bild vom Mittelpunkte des als **einfache** Linse angenommenen Okulars aus sichtbar ist. Da sich das reelle Bild dem Brennpunkte des Okulars sehr nahe befindet, kann man $tg\,Q = \alpha : F_2$ setzen, wo F_2 die Brennweite des Okulars bedeutet. Es ist also

$$W = \frac{\alpha}{F_2} : \frac{\alpha}{F_1} = \frac{F_1}{F_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Die Vergrößerung eines astronomischen Refraktors ist der Brennweite des Objektivs direkt, der Brennweite des Okulars umgekehrt proportional.

Es gibt eine ganze Reihe von Methoden zur experimentellen Bestimmung der Vergrößerung W. Wir wollen hier nur eine derselben angeben. Man stellt das Fernrohr „auf unendliche Entfernung" ein und richtet es auf eine helle Stelle am Himmel; darauf mißt man den Radius r des hellen Kreises, welcher an der engsten Stelle des Strahlenbündels, das vom Okular ausgeht, entsteht. Es sei d die Entfernung des Okulars von diesem Kreise, der nichts anderes als das vom Okular gelieferte Bild des beleuchteten Objektivs ist. Bezeichnet R den Radius des Objektivs, D seinen Abstand vom Okular, so ist

$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d}.$$

Es besteht aber zwischen D, d und F_2 die Beziehung

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_2},$$

woraus sich, da $D = F_1 + F_2$ ist, die Formel

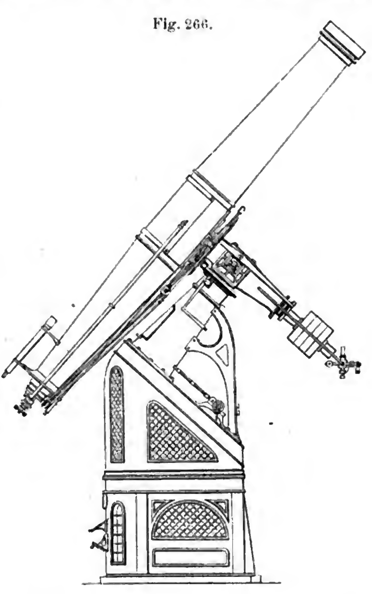
$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = \frac{D - F_2}{F_2} = \frac{F_1}{F_2}$$

ergibt. Vergleicht man diese mit Formel (12), so findet man

$$W = \frac{R}{r},$$

d. h. die gesuchte Vergrößerung des Refraktors ist gleich dem Verhältnisse des Objektivradius zum Radius des kleinsten hellen Kreises, welchen man unter den obengenannten Bedingungen jenseits des Okulars erhält.

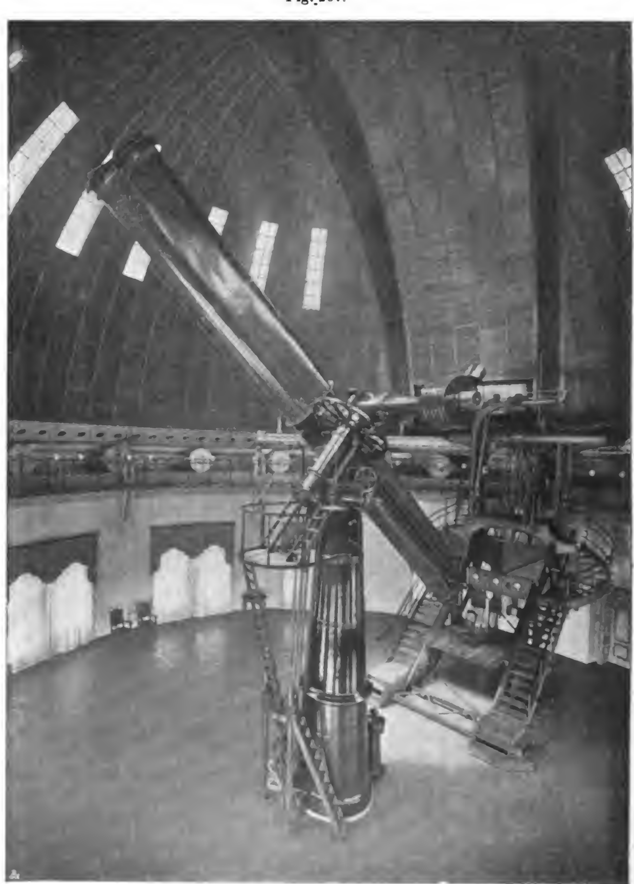
Fig. 266.



Die Größe des Gesichtsfeldes, welche hauptsächlich vom Okular abhängt, kann durch Messung der Zeit bestimmt werden, innerhalb welcher irgend ein Stern den Durchmesser des sichtbaren Feldes passiert.

Die Montierung der Refraktore ist je nach ihrer Bestimmung eine sehr verschiedene. Da diese Fragen jedoch eigentlich in die praktische Astronomie hineingehören, so sollen sie hier übergangen werden und bloß einige Abbildungen eine gewisse Vorstellung erwecken. Fig. 266 stellt den Refraktor des Wiener Observatoriums in $\frac{1}{68}$ Größe dar, Fig. 267 den neuen Refraktor der Potsdamer Sternwarte. Es ist dies ein Doppelrefraktor, d. h. er hat zwei Objektive, welche eine Brennweite von 12 m besitzen; das eine besitzt eine Öffnung von 80 cm und ist für die chemisch wirksamsten Strahlen achromatisiert; die Öffnung des anderen Objektivs, welches für die sichtbaren Strahlen achromatisiert ist, ist gleich 50 cm. Eine besondere Korrektionslinse, die in 2 m Abstand vom ersten Objektiv

Fig. 267.



angebracht wird, ermöglicht auch für dieses eine Vereinigung der sichtbaren Strahlen im Brennpunkte. Ohne diese Linse werden die Strahlen 400 und 450 $\mu\mu$ vereinigt.

Das Rohr hat einen ovalen Querschnitt und ist oben durch eine ovale Stahlplatte (142 cm Länge und 85 cm größte Breite) geschlossen, in der sich die zwei Öffnungen für die Objektive befinden.

Der bewegliche Teil desselben wiegt 7000 kg, das ganze Instrument 20 000 kg. Die Kuppel mit dem an ihr hängenden Beobachtungsstuhl wiegt 200 000 kg; die auf elektrischem Wege erfolgende Umdrehung der Kuppel dauert fünf Minuten. Das Material der Objektive stammt von Schott in Jena (Flint O. 430, Crown O. 203); die Berechnung und der Schliff des 80 cm-Objektivs wurde von Steinheil in München ausgeführt.

§ 8. Erdfernrohr. Zur Beobachtung irdischer Objekte ist es erforderlich, daß die erhaltenen Bilder aufrechte sind, nicht umgekehrte, wie beim astronomischen Fernrohr. Bei den terrestrischen oder Erdfernrohren ist daher ein zusammengesetztes Okular angebracht, welches aus vier Linsen besteht und schließlich ein aufrechtes Bild gibt. Der Strahlengang in einem solchen Okular, dem sogenannten orthoskopischen Okular von Kellner, ist in Fig. 268 angegeben. Hier

Fig. 268.

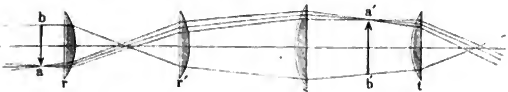


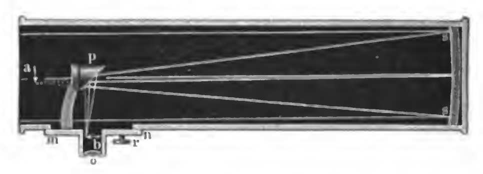
Fig. 269.

stellt ba das reelle umgekehrte Bild dar, welches von dem in der Zeichnung fortgelassenen Objektiv entworfen ist. Die Linsen r, r' und s liefern das Bild $a'b'$, welches im Vergleich zu ba umgekehrt, also in Wirklichkeit aufrecht ist; es wird durch die als Lupe dienende vierte Linse betrachtet.

Zu den terrestrischen Fernrohren gehört auch das Galileische; es besteht aus der achromatischen Sammellinse oo (Fig. 269) und dem bikonkaven Okular vv. Der Strahlengang wird aus der Figur ersichtlich: die Linse oo würde für sich allein ein Bild ab des entfernten Gegenstandes AB entwerfen, aber die beispielsweise im Punkt a konvergierenden Strahlen werden divergent gemacht und geben ein virtuelles Bild des Punktes A in a', so daß ein aufrechtes Bild $a'b'$ des Gegenstandes AB entsteht. Bezeichnet man mit α die Größe des Bildes ab,

so sieht man, daß die Winkelgröße Θ des Bildes $a'b'$ für ein am Okular vv befindliches Auge gleich $\alpha:d$ ist, wenn d die Entfernung zwischen ab und vv bedeutet, welche von der Brennweite F_2 sich nur wenig unterscheidet, da die Strahlen vv mit geringer Divergenz verlassen. Somit ist $\Theta = \alpha:F_2$. Ferner ist die Winkelgröße Θ_0 des Gegenstandes AB offenbar gleich $\alpha:D$, wenn sich D, die Entfernung

Fig. 270.



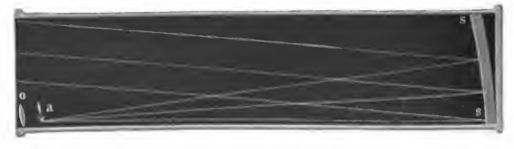
von ab und oo nur wenig von der Brennweite F_1 des Objektivs unterscheidet. Hieraus erhält man für die Vergrößerung

$$W = \frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{\alpha}{F_2} : \frac{\alpha}{F_1} = \frac{F_1}{F_2},$$

also genau denselben Ausdruck, wie für die Vergrößerung eines astronomischen Refraktors (S. 506).

Eine richtige Theorie des Gesichtsfeldes beim Galileischen Fernrohr ist zuerst von N. Ljubimow gegeben worden (Pogg. Ann. **148**, 405, 1873). Das sogenannte Binocle ist nichts anderes als eine Vereinigung von zwei Galileischen Fernrohren.

Fig. 271.



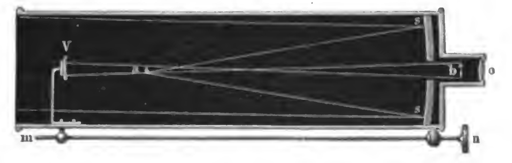
§ 9. Spiegelteleskope, Reflektoren oder katoptrische Fernrohre. Bei diesen Fernrohren tritt an Stelle des Objektivs ein Hohlspiegel. Man unterscheidet drei Hauptsysteme von Spiegelfernrohren, das Newtonsche, Herschelsche und Gregorysche; eine Abänderung des letzteren ist das Cassegrainsche.

Die Einrichtung des Newtonschen Reflektors ist in Fig. 270 schematisch dargestellt. Der Hohlspiegel ss entwirft das Bild eines entfernten Punktes bei a, welches das ebene Spiegelchen p zur Seite ablenkt, wo es mittels des Okulars o betrachtet wird.

Herschel hat die zweimalige Reflexion der Strahlen dadurch beseitigt, daß er den Hohlspiegel *ss* (Fig. 271) in etwas geneigter Lage anbrachte, so daß das Bild *a* mit Hilfe des Okulars *o* betrachtet werden kann.

Fig. 272 zeigt die Einrichtung und den Strahlengang beim Gregoryschen Reflektor. Der Hohlspiegel *ss* entwirft vom Gegenstand

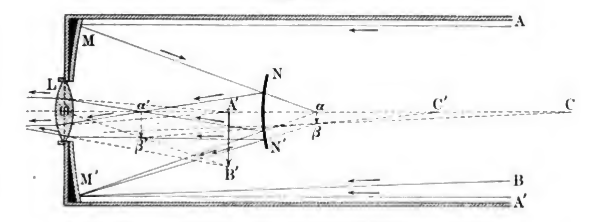
Fig. 272.



ein Bild *a*, welches innerhalb der Brennweite des Hohlspiegels *V* liegt; es wird hierdurch ein zweites Bild *b* erzeugt und letzteres durch das Okular *o* betrachtet, das sich im Mittelpunkt des ersten Hohlspiegels befindet; das auf diese Weise entstehende Bild liegt zwischen *b* und *a*.

Der Cassegrainsche Reflektor (Fig. 273) unterscheidet sich von dem vorhergehenden dadurch, daß der zweite Hohlspiegel hier durch einen Konvexspiegel NN' ersetzt ist; die Entfernung desselben vom Bilde $\alpha\beta$ ist etwas kleiner als die Brennweite des zweiten Spiegels,

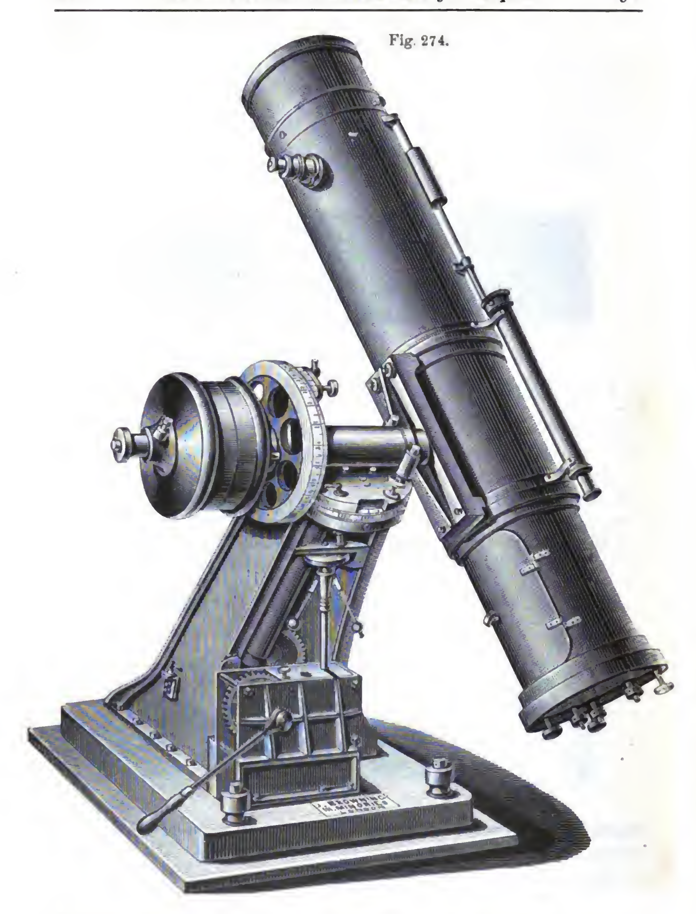
Fig. 273.



weshalb die konvergierenden Strahlen konvergent bleiben und das durchs Okular *L* betrachtete neue Bild $\alpha'\beta'$ entwerfen.

Die Spiegelteleskope hatten große Bedeutung, bevor man achromatische Objektive kannte, denn die Bilder, welche von einem Spiegel geliefert werden, sind selbstverständlich frei von Chromasie. Die Spiegel selbst fertigte man früher ausschließlich aus Metall an, in letzterer Zeit konstruiert man jedoch Reflektoren mit versilberten Glasspiegeln. Einen solchen versilberten Glasspiegel hat auch der große Pariser Reflektor (Fig. 276) und der Reflektor der Sternwarte zu Ealing in England; der

Fig. 274.



Spiegeldurchmesser des ersteren beträgt 120 cm, der des letzteren 153 cm; beides sind Herschelsche Teleskope.

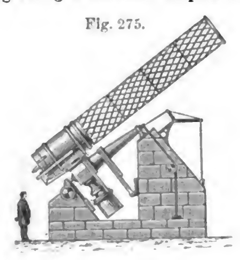
Man kann sich leicht davon überzeugen, daß die Vergrößerung beim Newtonschen Teleskop gleich $F_1 : F_2$ ist, wo F_1 die Brennweite

des Spiegels, F_2 die des Okulars bedeutet; bei dem Gregoryschen und Cassegrainschen Reflektor ist die Vergrößerung gleich $F_1 g : F_2$, wo g die vom Spiegel NN' allein gegebene Vergrößerung ist.

In Fig. 274 ist ein kleiner Browning-Reflektor abgebildet, er ist nach dem Newtonschen Prinzip konstruiert und in England sehr verbreitet.

Fig. 275 und 275 a stellen den berühmten, im Jahre 1870 von Grubb erbauten Reflektor der Melbourner Sternwarte dar, der nach dem Prinzip von Cassegrain konstruiert ist. Der Durchmesser des aus einer Legierung von 4 Tln. Kupfer und 1 Tl.

Fig. 275.



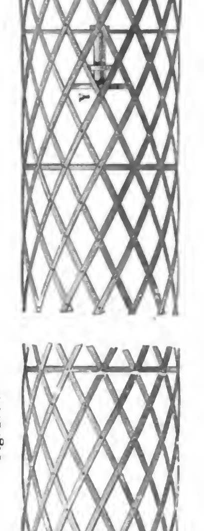
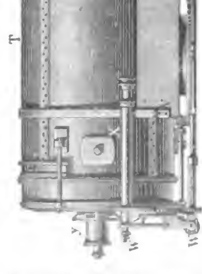


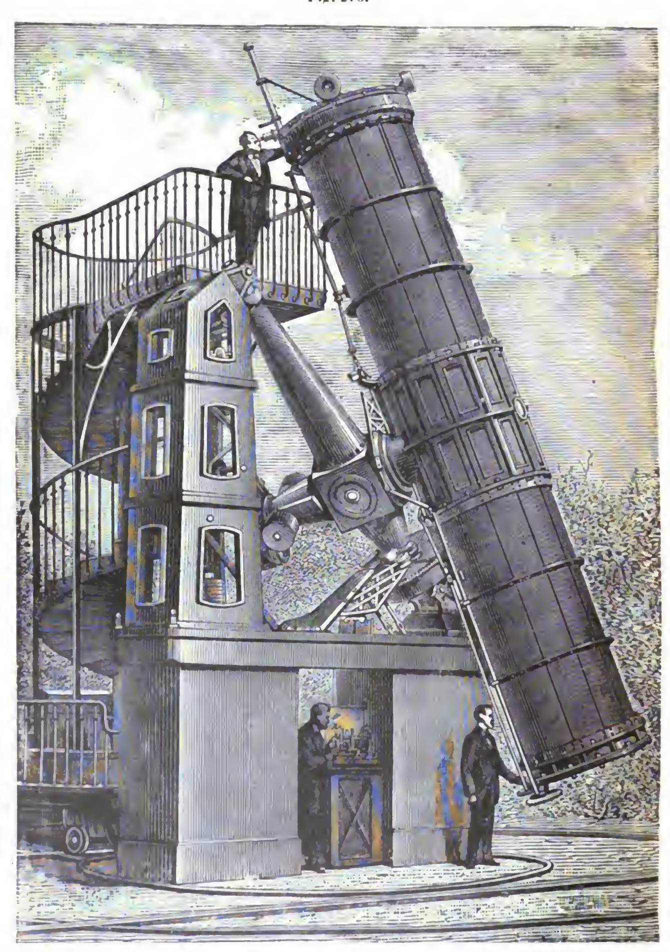
Fig. 275 a.



Zinn hergestellten Spiegels beträgt 122 cm (4 Fuß), seine Brennweite 9,3 m, die Öffnung des kleinen Spiegels 20 cm, seine Brennweite 1,9 m. Die Gesamtlänge dieses Teleskops ist gleich 8,2 m; ein Satz von Okularen ist beigegeben, welche 220- bis 1000fache Vergrößerungen liefern. Obgleich das Gewicht der beweglichen Teile gegen 8000 kg beträgt, werden sie doch durch ein Uhrwerk in Bewegung versetzt. Unsere Figur läßt den Konvexspiegel Y und das Okular y erkennen. Fig. 276 stellt, wie oben erwähnt, den Reflektor der Pariser Sternwarte dar.

Der größte Reflektor wurde 1845 von Lord Rosse für seine Privatsternwarte in Irland erbaut. Sein Spiegeldurchmesser beträgt 183 cm (6 Fuß), seine Brennweite 17 m (55 Fuß); es ist ein Newtonscher Reflektor. Weitere

Fig. 276.



Verbesserungen in der Konstruktion der katoptrischen Fernrohre sind von Ritchey (Astrophys. Journ. **14**, 217, 1901 u. a.) vorgeschlagen worden.

Einen sehr interessanten Aufsatz über katoptrische Teleskope hat Vogel veröffentlicht (Sitzungsber. Berl. Akad. 1906, S. 332; Astrophys. Journ. **23**, 370, 1906).

Von den neuen Machschen Legierungen zur Anfertigung von Spiegeln war bereits in Kapitel IV, § 8 die Rede.

§ 10. Projektionsapparate. Hierher kann man alle Apparate rechnen, welche auf einer Ebene, gewöhnlich auf der Oberfläche eines vertikalen Schirmes, das Bild eines Gegenstandes entwerfen: die Projektionslaternen, photographische Kamera usw.

Die Projektionslaterne dient dazu, auf einem Schirm vergrößerte Bilder von Zeichnungen, Glasphotogrammen oder kleinen Gegenständen zu entwerfen.

Fig. 277.

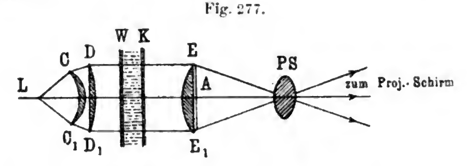


Fig. 277 zeigt eine Skizze der Dubosqschen Projektionslaterne. In L befindet sich eine intensive Lichtquelle, ein Kalklichtbrenner oder eine elektrische Bogenlampe. Die Linsen CC', DD' und EE' bilden den sogenannten Kondensor, welcher dazu dient, die divergierenden Strahlen auf die Oberfläche von A zu werfen. Die achromatische Linse PS bildet das Objektiv, welches von dem etwas außerhalb der Brennweite befindlichen Gegenstand A ein umgekehrtes vergrößertes Bild auf einem Schirm entwirft. Wünscht man kleine Gegenstände zu projizieren, so entfernt man das Objektiv, bringt den Gegenstand so vor den Kondensor, daß er möglichst intensiv beleuchtet wird, und entwirft ein Bild des Gegenstandes mittels einer besonderen Linse oder desselben Objektivs.

Die photographische Kamera (Camera obscura) besteht aus einem Kasten, in dessen einer Wandfläche ein achromatisches Objektiv angebracht ist; dieses entwirft auf der gegenüberliegenden Wand, wo sich eine lichtempfindliche Platte befindet, das Bild des „aufzunehmenden" Gegenstandes. Das photographische Objektiv muß helle, bis zum Rande deutliche und richtige Bilder entwerfen, so daß z. B. gerade Linien des Objektes im Bilde keinerlei Krümmung zeigen; das Feld muß gleichmäßig erhellt und die Achromasie eine derartige sein, daß die optisch

und chemisch wirksamsten Strahlen einen gemeinsamen Brennpunkt haben. Eine möglichst vollständige Erfüllung dieser Bedingungen wird durch zusammengesetzte Objektive erzielt, deren Konstruktion übrigens eine sehr verschiedenartige ist. Man unterscheidet symmetrische und unsymmetrische Objektivsysteme. Fig. 278 zeigt das Äußere, sowie die Linsenanordnung eines älteren photographischen Objektivs, welches aus zwei achromatischen Kombinationen von je zwei Linsen besteht.

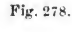
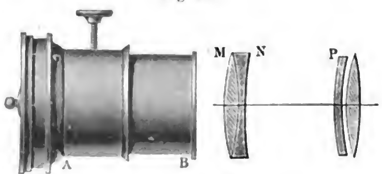


Fig. 278.



Zu den symmetrischen Objektiven gehören das Steinheilsche Aplanat und die sogenannten geradlinigen Objektive von Dallmeier. Zu den unsymmetrischen Objektiven gehören die Petzvalschen Objektive und die Anastigmate von Miethe, Goerz und Zeiss. Fig. 279 zeigt ein Zeisssches Anastigmat.

Fig. 279.

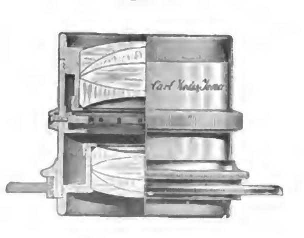
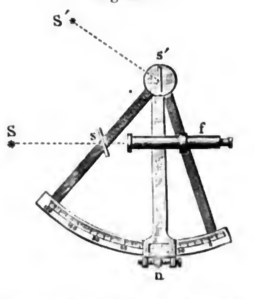


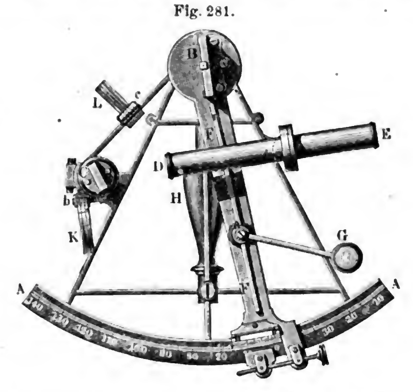
Fig. 280.



§ 11. Sextant. Zu den optischen Instrumenten gehört auch der Sextant, welcher dazu dient, den Winkelabstand zweier entfernter Punkte, etwa zweier Sterne, zu messen. Ein gewöhnlicher Sextant ist in Fig. 280 abgebildet, er besteht aus einem Kreisbogen, welcher etwa $\frac{1}{6}$ des Kreisumfanges umfaßt und mit Teilung versehen ist. An den Speichen, welche ihn stützen, befindet sich das Fernrohr *f* und das Spiegelchen *s*, welches nur in seiner unteren Hälfte mit Amalgam belegt ist; letzteres wird in solche Lage gebracht, daß ein Strahl, welcher auf dasselbe in der Richtung der festen Speiche fällt, nach Reflexion an

ihm ins Fernrohr f gelangt. Ein zweites Spiegelchen s' ist an einer beweglichen Speiche befestigt, deren Lage mit Hilfe des Nonius n an

Fig. 281.



der Teilung des Bogens abgelesen werden kann. Befindet sich der Nonius am Nullpunkt der Teilung, so sind die Spiegelchen s und s' einander parallel. Um den Winkelabstand zweier Punkte S und S' zu finden, sieht man durchs Fernrohr und die unbelegte Hälfte von s nach einem derselben (S) und dreht die bewegliche Speiche nebst dem Spiegelchen s' so lange, bis S und S' (nach zweimaliger Reflexion) im Fernrohr auf einer zur Ebene des Sextanten senkrechten Geraden erscheinen. Befindet sich der Nonius n am nullten Teilstrich, so sind die Spiegelchen s und s' einander parallel, und in f erscheinen zwei Bilder des Punktes S. Wie man leicht einsieht, ist der Winkelabstand der Punkte S und S' gleich dem doppelten Winkel, um welchen man die bewegliche Speiche und das Spiegelchen s' zu drehen hat, man hätte also jedesmal den abgelesenen Winkel zu verdoppeln, um den gesuchten Winkelabstand zu finden. Der größeren Bequemlichkeit halber werden den einzelnen Teilstrichen der Skala direkt die verdoppelten Werte der zugehörigen Winkel beigefügt.

Fig. 282.

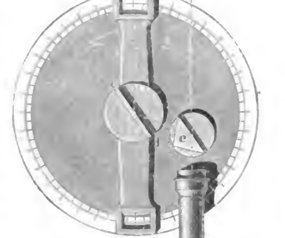


Fig. 281 zeigt einen vollkommenen Sextanten; hier ist *ED* das Fernrohr, *B* und *C* die Spiegel, *G* die Lupe zum Ablesen des Nonius, *H* der Griff zum Halten des Apparates, *L* und *K* dunkle Gläser, welche man bei eventueller Beobachtung der Sonne vorklappt.

Der Reflexionskreis von Pistor, Fig. 282, unterscheidet sich vom Sextanten erstlich dadurch, daß hier anstatt eines Sektors ein Vollkreis vorhanden ist, ferner dadurch, daß die Ablesungen an zwei Nonien vorgenommen werden, und endlich, daß der feste Spiegel hier durch ein total reflektierendes Prisma *c* ersetzt ist, welches nur die eine Hälfte des Objektivs von *f* verdeckt. Einer der Punkte *S* ist mithin im Fernrohr unmittelbar sichtbar, der andere, *S'*, nach zweimaliger Reflexion der von ihm ausgehenden Strahlen.

Eine genaue Theorie des Sextanten hat Weineck (1903) gegeben, Pulfrich (1909) hat ihn verbessert.

Literatur.

Zu § 6.

Siedentopf und Zsigmondy: Ann. d. Phys. **10**, 1, 1903.
Siedentopf: Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 6, 1910.
Jentzsch: Phys. Unterr. **11**, 993, 1910; Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 975, 1910; Ztschr. wiss. Mikrosk. **30**, 299, 1913; Phys. Ztschr. **15**, 56, 1914.
Jentzsch: (Ultrakondensor) Phys. Ztschr. **11**, 1001, 1910; Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 992, 1913.
Potzger: Ann. d. Phys. **30**, 185, 1909.

Zu § 11.

Weineck: Wien. Ber. **111**, 1310, 1903.
Pulfrich: Ztschr. f. Instrkde. **39**, 201, 1919.

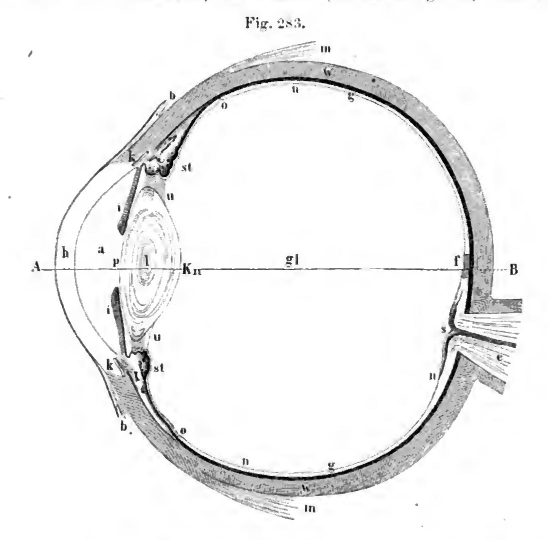
Elftes Kapitel.

Einiges aus der physiologischen Optik.

§ 1. Bau des menschlichen Auges. Die physiologische Optik ist — nach Helmholtz — die Wissenschaft von den Wahrnehmungen vermittelst des Sehorgans. Sie zerfällt in drei Teile: den physikophysiologischen, welcher sich mit dem Bau des Auges und der Ausbreitung der Lichtstrahlen innerhalb desselben beschäftigt; den rein physiologischen, welcher von den Empfindungen handelt, welche durch die Einwirkung des Lichtes auf die empfänglichen Elemente des Auges hervorgerufen werden, und endlich den psychologischen Teil, welcher der Frage nach den bestimmten Vorstellungen gewidmet ist, die man sich von den Objekten der Außenwelt auf Grund jener Empfindungen bildet.

Wir betrachten zunächst den Bau des menschlichen Auges; einen horizontalen Durchschnitt durch dasselbe in 2,5 facher Vergrößerung zeigt Fig. 283. Der Augapfel besteht aus einer dreifachen Hülle, welche das Augeninnere umgibt; letzteres besteht aus der wässerigen Flüssigkeit (humor aquaeus) in der vorderen Kammer *a*, der Kristallinse *plK* und dem Glaskörper oder der Glasfeuchtigkeit (humor vitreus), welche den übrigen Teil des Auges bildet. Die äußerste Schicht *wkhkw*, welche das Auge umgibt, besteht aus einer hornigen Substanz von weißer Farbe und heißt die Sehnenhaut, harte Haut (tunica albuginea, sclerotica).

Fig. 283.



Der vordere, stärker gekrümmte Teil (*h*) ist durchsichtig und bildet die Hornhaut (cornea). Durch die Sehnenhaut führen der Sehnerv *e* (nervus opticus) und kleine Blutgefäße (arteria und vena centralis retinae) hindurch. Innerhalb der Sehnenhaut befindet sich die Aderhaut oder Gefäßhaut (chorioidea), welche in unserer Figur durch eine breite schwarze Linie angedeutet ist und aus Verästelungen der Blutgefäße besteht; im vorderen Teil geht sie in einen verdickten Teil über, welcher einen besonderen ringförmigen Muskel (tensor chorioideae, musculus Brueckianus) enthält, und ferner in die Regenbogenhaut *ii* (iris), welche bei verschiedenen Personen von verschiedener Färbung ist und in ihrer Mitte eine kreisrunde Öffnung *p*, die Pupille (pupilla), hat. Die Aderhaut

und die Regenbogenhaut bilden die mittlere Schicht (uvea) der Augenhülle. Noch weiter nach innen liegt die Netzhaut (retina), welche vornehmlich aus Verzweigungen des Augennervs besteht. Die Hornhaut hat angenähert die Form eines Rotationsellipsoids, der Krümmungsradius ihres vorderen Teiles beträgt ungefähr 8 mm; die Brechungsquotienten der Hornhaut und der wässerigen Flüssigkeit sind voneinander nur wenig verschieden.

Die Netzhaut hat ihre größte Dicke (0,22 mm) in ihrem hinteren, der Pupille gegenüberliegenden Teile. Hier befindet sich der sogenannte gelbe Fleck f (macula lutea retinae), in welchem sich die Mehrzahl der feinsten Nervenendigungen vereinigt. In der Netzhaut finden sich mikroskopische Stäbchen (bacilli) und Zäpfchen (coni) und eine der Aderhaut anliegende Schicht aus Zellen, welche ein schwarzes Pigment in sich schließen. Auf der Netzhaut befindet sich außerdem der sogenannte Sehpurpur, eine noch wenig studierte Substanz, welche sich unter der Einwirkung des Lichtes zerlegt und im Dunkeln wieder herstellt.

Der mittlere, etwas vertiefte Teil des gelben Fleckes, die Netzhautgrube (fovea centralis), enthält gar keine Stäbchen.

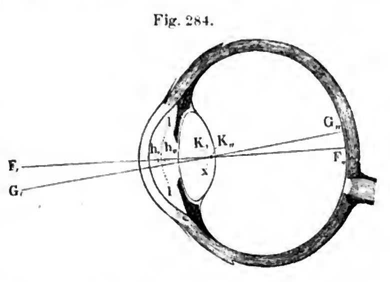
Die Kristallinse ist ein durchsichtiger, bikonvexer, farbloser Körper, dessen Vorderfläche weniger gekrümmt ist als die Hinterfläche. Sie besteht aus mehreren Schichten von verschiedener Dichte: die äußerste Schicht ist weich, fast gallertartig, die mittelste härter und völlig elastisch. Jede einzelne Schicht ist von faseriger Struktur. Der Brechungsquotient der äußersten Linsenschicht beträgt 1,405, der der mittleren ungefähr — 1,429, der mittelsten — 1,454. Der Glaskörper hat nahezu den gleichen Brechungsquotienten wie die wässerige Flüssigkeit.

Aus obiger kurzen Beschreibung geht hervor, daß das Auge ein System von Medien darstellt, deren Grenzflächen man als zentrierte sphärische Flächen ansehen kann, deren Mittelpunkte also auf derselben Geraden liegen; hierbei sind das erste in Betracht zu ziehende Medium — das freilich dem Auge selbst nicht angehört — die Luft und das letzte Medium der Glaskörper einander nicht gleich. Auf S. 162 bis 170 hatten wir die Ausbreitung des Lichtes in einer Reihe solcher Medien betrachtet und gesehen, daß die Hauptpunkte und die Knotenpunkte nicht zusammenfallen. Aus den gegebenen Krümmungen der Trennungsflächen und den Brechungsquotienten der einzelnen Medien läßt sich die Lage der sechs Hauptpunkte im menschlichen Auge berechnen. Die optischen Elemente des Auges sind bei verschiedenen Personen verschieden, so daß sich die Berechnungen nur auf ein bestimmtes, gewissermaßen mittleres, Auge beziehen können. Außerdem ändern sich, wie später gezeigt wird, jene Elemente in einem gegebenen Auge je nach dem Abstande des von ihm fixierten Gegenstandes.

Aus Fig. 284 erkennt man die Lage der sechs Kardinalpunkte nach Listing. Der erste Brennpunkt F_1 befindet sich vor dem Auge

in etwa 12,8 mm Abstand von der Hornhaut; der zweite Brennpunkt $F_{,,}$ liegt auf der Netzhaut, falls das Auge auf die Ferne eingestellt ist. Die Hauptpunkte $h_,$ und $h_{,,}$ befinden sich in der vorderen Augenkammer in einem gegenseitigen Abstande von weniger als 0,4 mm; die Knotenpunkte $K_,$ und $K_{,,}$ befinden sich innerhalb der Kristallinse ebenfalls in etwa 0,4 mm Abstand voneinander. Die Nähe der Punkte $h_,$ und $h_{,,}$, $K_,$ und $K_{,,}$ hat Listing zur Konstruktion eines „reduzierten" Auges geführt, welches aus homogener Substanz besteht, nämlich nur aus der wässerigen Flüssigkeit oder einfach aus Wasser und vorn durch eine sphärische Fläche ll begrenzt ist, welche zwischen $h_,$ und $h_{,,}$ hindurchgeht und ihren Mittelpunkt x zwischen $K_,$ und $K_{,,}$ hat. Der Krümmungsradius dieser Fläche beträgt 5,125 mm, ihre Brennpunkte liegen in $F_,$ und $F_{,,}$.

Fig. 284.



Die optische Achse $F_,F_{,,}$ fällt mit der Richtung des zur Mitte des gelben Flecks gelangenden Strahles nicht zusammen. In der Figur ist dieser Strahl im ersten Medium von $G_,$ nach $K_,$, im letzten von $K_{,,}$ nach $G_{,,}$ gerichtet; entsprechend den Eigenschaften der Hauptpunkte ist $G_,K_, \parallel G_{,,}K_{,,}$. Die Fig. 284 stellt einen Horizontalschnitt des rechten Auges dar.

§ 2. Bedingungen für die deutliche Sichtbarkeit eines Objekts.

Damit ein Gegenstand deutlich sichtbar wird, muß sein Bild auf die Mitte des gelben Flecks zu liegen kommen. Zwei Punkte sind getrennt sichtbar, wenn ihr Winkelabstand nicht weniger als 1′ beträgt, also der Abstand ihrer Bilder auf der Netzhaut nicht weniger als 0,005 mm. Dies hängt damit zusammen, daß die Größe der lichtempfindlichen Elemente, die sogenannten Zapfen (S. 80), etwa 0,005 mm beträgt. Damit zwei leuchtende Punkte gesehen werden, ist es nötig, daß mindestens zwei Netzhautelemente getroffen werden. Ein nicht hell beleuchteter Gegenstand ist sichtbar, wenn seine Winkelgröße gleich 30″ ist; helle, leuchtende Punkte aber bei sehr viel geringerer Größe.

Die Randpartien der Netzhaut vermitteln nur eine unklare Vorstellung von der Gestalt, Farbe usw. der betreffenden Gegenstände. Die Stelle im Innern des Auges, an welcher der Sehnerv e (Fig. 283) in dasselbe eintritt, ist gegen Lichteindrücke unempfindlich und heißt der blinde Fleck (punctum caecum). Bereits Mariotte hat gezeigt,

wie man sich von seinem Vorhandensein überzeugen kann. In Fig. 285 befinden sich auf dunklem Grunde ein weißer Kreis und ein kleines Kreuz. Sieht man mit dem rechten Auge nach dem Kreise in einer zur Papierebene Senkrechten, so bleibt das Kreuz so lange sichtbar, bis die Entfernung des Auges vom Papier etwa 30 cm beträgt; dann verschwindet es, da sein Bild auf den blinden Fleck zu liegen kommt, um bei größerer Entfernung wieder zu erscheinen. Die Winkelgröße des verschwindenden Gegenstandes kann bis zu 7^0 gehen (elf nebeneinander befindliche Vollmonde oder das Gesicht eines Menschen in 2 m Abstand).

Damit die Bilder naher, wie entfernter Gegenstände auf die Netzhaut zu liegen kommen, muß sich das optische System des Auges bei jeder Änderung der Entfernung des Gegenstandes vom Auge verändern.

Fig. 285.



Diese inneren Änderungen bezeichnet man als Akkommodation; das Auge paßt sich den verschiedenen Entfernungen an. Kepler, Descartes, Buffon, Langenbeck und Cramer haben verschiedene Erklärungen für den mechanischen Vorgang gegeben, der die Akkommodation bewirkt. Eine bemerkenswerte, hierher gehörige Untersuchung, die der berühmte Th. Young 1801 ausgeführt hat, ist nur wenig bekannt geworden.

Nach den Untersuchungen von Helmholtz besteht das Wesen der Akkommodation in folgenden physiologischen Veränderungen, die beim Übergange zu näher befindlichen Objekten auftreten, wobei deren Bild bei unterbleibender Akkommodation geometrisch hinter der Netzhaut entstehen würde:

1. Der Radius der Pupille verkleinert sich.
2. Der Innenrand der Regenbogenhaut und die Vorderfläche der Kristallinse schieben sich nach vorn.
3. Die Vorderfläche der Linse wird stärker konvex.
4. Die Hinterfläche der Linse wird ebenfalls etwas stärker konvex, ohne jedoch ihre Lage zu ändern.

Helmholtz hat für die beiden extremen Akkommodationszustände des Auges folgende Messungsresultate gefunden:

Bestimmungsstücke des akkommodierten Auges	Einstellung auf die	
	Nähe mm	Ferne mm
Krümmungsradius der Vorderfläche der Linse . . .	10,0	6,0
Krümmungsradius der Rückfläche der Linse . . .	6,0	5,5
Entfernung der Vorderfläche der Linse von der Hornhaut	3,6	3,2
Brennweite der Linse	50,617	39,073
Entfernung des zweiten Augenbrennpunktes von der Hornhaut	22,819	20,955

Die mehr konvexe Linse besitzt ein stärkeres Brechungsvermögen, wodurch das Bild eines näheren Gegenstandes auf die Netzhaut gebracht werden kann. Die Änderung der Konvexität der Linse kann man nach Helmholtz beobachten, wenn man die Bilder einer Flamme im Auge einer anderen Person beobachtet. Es sei S (Fig. 286) eine Lampe, welche durch eine Blendenöffnung das nach AD blickende Auge A beleuchtet, B das Auge des Beobachters, welcher die Bilder der Lampenflamme im Auge A betrachtet. Es treten drei solche Bilder auf (Fig. 287), ein helles, aufrechtes Bild a, entstehend an der Vorderfläche der Hornhaut, ein schwaches, aufrechtes, b, von der Vorderfläche,

Fig. 286.

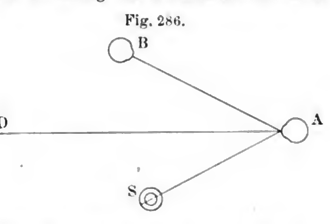


Fig. 287.

a b c

Fig. 288.

a. a b c

b. a b c

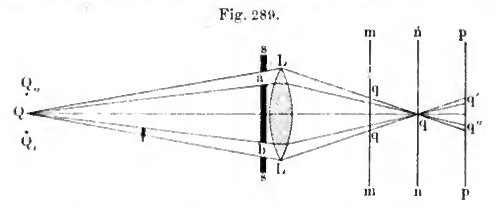
und ein sehr schwaches, umgekehrtes, c, von der Rückfläche der Linse. War das Auge auf einen fernen Gegenstand eingestellt und akkommodiert es sich der Nähe, so verkürzt sich das zweite Bild bedeutend, das dritte ein wenig, wodurch die Existenz der erwähnten Formenänderungen der Linse erwiesen wird. Besonders deutlich lassen sich die Änderungen jener Bilder beobachten, wenn die Lampenblende zwei Öffnungen

von viereckiger Gestalt hat. Sieht das Auge (*A*, in Fig. 286) in die Ferne, so haben die Bilder die Form von Fig. 288 a; bei Einstellung für die Nähe erhält man die Form von Fig. 288 b.

Hinsichtlich der Frage, wie die Krümmungsänderung der Kristalllinse erfolgt, gehen die Meinungen auseinander. Helmholtz war der Meinung, daß der die Kristallinse umgebende und an ihr befestigte Muskel im normalen Zustande, d. h. beim Sehen in die Ferne, gespannt sei; bei Akkommodation für nahe Entfernung lasse die Spannung des Muskels nach und werde die Linse infolgedessen stärker gekrümmt. Die Untersuchungen von Tscherning u. a. haben indes gezeigt, daß die Linse bei radialer Streckung an Dicke zunimmt, was sich auch durch die eigentümlichen Strukturverhältnisse der Linse erklären läßt. Nach der Ansicht von Tscherning bewirkt der erwähnte Ringmuskel bei Akkommodation für die Nähe eine radiale Streckung der Kristalllinse.

Als deutliche Sehweite φ bezeichnet man die Entfernung der Gegenstände vom Auge, bei welcher man am leichtesten, d. h. mit der

Fig. 289.



geringsten Anstrengung, ihre Einzelheiten deutlich wahrnimmt; es ist dies z. B. die Entfernung, in welcher man ein Buch hält, um es bequem lesen zu können; für das normale Auge ist φ ungefähr gleich 25 cm. Man kann jene Entfernung φ durch den sogenannten Scheinerschen Versuch finden. Sticht man in ein Papierblatt *ss* (Fig. 289) zwei kleine Löcher *a* und *b*, deren Entfernungen geringer als der Durchmesser der Pupille ist und blickt durch sie nach einer Nadelspitze *Q*, welche sich innerhalb der deutlichen Sehweite befindet, so erscheint die Spitze verdoppelt. Die von *Q* ausgehenden Strahlen konvergieren nach Durchgang durch *a* und *b* und Brechung im Auge nach dem Punkte *q*, welcher sich hinter der Netzhaut *mm* befindet; auf letztere gelangen die Strahlen zu zwei Punkten *q* und *q*, weshalb man von den Löchern zwei Bilder empfängt und die Nadelspitze in $Q_{,}$ und $Q_{,,}$, also doppelt, sieht. Verdeckt man das obere Löchlein, so verschwindet das untere Bild $Q_{,}$. Befindet sich *Q* in größerer Entfernung, während das Auge für die Nähe eingestellt ist, so entspricht der Netzhaut die Linie *pp*, man erhält wiederum zwei Bilder, jedoch verschwindet dieses Mal das

obere von ihnen, nämlich $Q_{,,}$, wenn man a verdeckt. Beide Bilder vereinigen sich, und die Nadelspitze erscheint einfach, wenn sich Q in der deutlichen Sehweite befindet, wo dann nn der Netzhaut entspricht.

Die auf der Netzhaut entstehenden Bilder sind umgekehrt. Wir sehen aber dennoch die Gegenstände in aufrechter Lage, was sich durch den psychologischen Vorgang erklärt, auf welchem das Wesen der Erkenntnis der äußeren Welt durch das Gesichtsorgan beruht. Auf S. 1 von Bd. I war bereits auseinandergesetzt worden, daß wir zu einem Urteil über die Außenwelt dadurch gelangen, daß wir unsere Empfindungen zu begründen und richtig zu objektivieren lernen. Ein kleines Kind empfängt bereits in seiner ersten Lebensperiode Lichtreize, weiß aber, wenn man sich so ausdrücken darf, nichts mit ihnen anzufangen, begreift ihre Bedeutung nicht. Allmählich lernt es die Empfindungen zu objektivieren, d. h. auf Grund eines empfangenen Reizes auf das Vorhandensein von außerhalb ihm befindlichen bestimmten Gegenständen zu schließen. Hierbei lernt es zugleich diese Schlüsse in richtiger Weise zu ziehen, also die Gegenstände in der Lage zu sehen, in welcher sie sich wirklich befinden.

§ 3. Anomalien eines normalen Auges. Das Auge stellt keinen mathematisch idealen, optischen Apparat dar; es zeigt vielmehr mancherlei Anomalien, auf welche wir hier eingehen wollen.

Die sphärische Aberration. Das Auge ist kein vollkommen aplanatisches System; die von irgend einem Punkte durch die Mitte der Kristallinse gehenden Strahlen haben einen anderen Brennpunkt als die Randstrahlen. Hiervon kann man sich leicht überzeugen durch folgenden Versuch: Bringt man Druckschrift dem Auge so nahe innerhalb der deutlichen Sehweite, daß man sie nicht mehr zu lesen vermag, und hält darauf ein Papierblatt mit einer sehr kleinen Öffnung unmittelbar vor das Auge, so wird die Schrift lesbar. Dies läßt sich, wenigstens zum Teil, dadurch erklären, daß die Zentralstrahlen eine geringere Brennweite haben als die Randstrahlen.

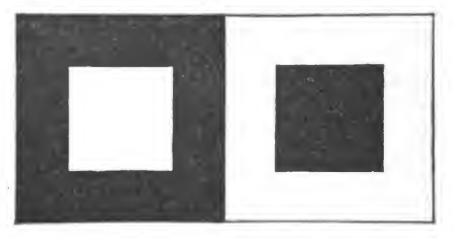
Astigmatismus. Die Grenzflächen der verschiedenen Augenmedien sind keine genauen Rotationsflächen; eine vertikale und eine horizontale Fläche, welche durch die Augenachse gezogen sind, geben keine gleichen Schnittkurven. Die Asymmetrie des Auges heißt Astigmatismus, und Helmholtz hat eine ganze Reihe von Erscheinungen nachgewiesen, welche hierdurch erklärt werden. Um zuerst eine horizontale und hierauf eine vertikale Gerade vollkommen deutlich sehen zu können, hat man die Akkommodation des Auges zu ändern. Die deutliche Sehweite ist im zweiten Falle kleiner als im ersten.

Der Astigmatismus eines normalen Auges ist sehr gering. Sehr oft versteht man jedoch unter Astigmatismus die bedeutenderen Mängel eines anomalen Auges, die infolge der Unregelmäßigkeit der Form der

brechenden Flächen auftreten. Die Äußerungen eines solchen Astigmatismus können sehr verschiedenartig sein.

Chromatische Aberration. Das Auge stellt kein achromatisches System dar; der Brennpunkt der violetten Strahlen liegt der Linse um etwa 0,43 mm näher als der der roten, wenn das Auge auf unendliche Entfernung eingestellt ist. Folgender Versuch bestätigt dies; sieht man durch dunkles Kobaltglas, welches nur blaue und rote Strahlen durchläßt, nach einer kleinen, in größerer Entfernung befindlichen Flamme, so fällt der Brennpunkt der roten Strahlen auf die Netzhaut, während der der blauen vor ihr zu liegen kommt, und man sieht daher eine blau umränderte rote Flamme. Sieht man dagegen nach einer in der Nähe befindlichen Flamme, so fällt der Brennpunkt der blauen Strahlen auf die Netzhaut, und man erblickt eine rot umränderte blaue Flamme. Im ersten Falle wird die Umrandung von blauen Strahlen

Fig. 290.



gebildet, welche jenseits des Brennpunkts divergieren, im zweiten Falle von roten Strahlen, welche ihren Vereinigungspunkt noch nicht erreicht haben.

Irradiation. Ein leuchtender Punkt erscheint auf der Netzhaut infolge der Aberration als kleiner Kreis. Bezieht man dies auf die am Rande einer hellen Fläche gelegenen Punkte, so sieht man, daß das ganze Bild einer Fläche, welches auf der Netzhaut entsteht, größer ist als das durch die zentralen Strahlen allein hervorgerufene. Die ganze Fläche muß daher vergrößert erscheinen, gleich als ob sie über ihre dunkle Umgrenzung hinausragt. Durch diesen Umstand läßt sich eine ganze Reihe von Erscheinungen erklären, welche man als Irradiationserscheinungen bezeichnet; alle kommen sie auf die scheinbare Vergrößerung von hellen Flächen zurück. Als Beispiel mag Fig. 290 dienen; das weiße Quadrat auf schwarzem Grunde ist ebenso groß wie das nebenan befindliche schwarze Quadrat auf weißem Grunde. Es erscheint aber das weiße Quadrat größer, da erstlich seine Grenzen in den dunklen Rand überzugreifen scheinen, andererseits aber der weiße Rand in das

dunkle Quadrat hineinzuragen scheint und daher das letztere gewissermaßen verkleinert.

Erscheint der Mond als schmale Sichel, während der übrige Teil der Mondscheibe im schwachen Erdlicht sichtbar ist, so scheint es, als ob der äußere Mondrand einem Kreise von größerem Radius angehört als der übrige Teil der Mondscheibe.

Verdeckt man mit einem horizontalen, ebenen Brettchen die untere Hälfte einer hellen Flamme, so scheint sie ein wenig über den Rand des Brettchens hinüberzugreifen, und letzteres erscheint nicht mehr als eben, sondern mit einer kleinen Vertiefung an der Stelle, wo die Flamme auftritt (Fig. 291).

Plateau glaubte die Irradiation dadurch erklären zu können, daß sich die Reizung eines bestimmten Punktes der Netzhaut den benachbarten Punkten mitteile, doch ist diese Hypothese aufgegeben worden. Eine völlig einwandfreie Erklärung der Erscheinung ist bis jetzt nicht bekannt.

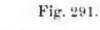


Fig. 291.



Entoptische Erscheinungen. Verschiedene sehr kleine im Innern der Augenflüssigkeiten schwimmende Körperchen, im Auge befindliche Blutgefäße usw. können Schatten auf der Netzhaut hervorrufen oder auf die Form der auf ihr entstehenden Bilder einwirken und auf diese Weise ihr Vorhandensein verraten. Alle hierbei auftretenden rein subjektiven Erscheinungen werden als entoptische bezeichnet. Viele derselben lassen sich leicht beobachten, wenn man das Auge auf eine gleichmäßig und genügend hell beleuchtete Stelle des Himmels richtet.

§ 4. Dauer eines Lichteindruckes. Beurteilung der Größe und Entfernung der Gegenstände. Jede Reizung der Netzhaut, wie kurzdauernd sie auch gewesen sein mag, verschwindet nicht zugleich mit der Ursache, sondern dauert etwa 0,1 Sek. lang nach. Daher liefert eine Reihe von Reizungen, welche in Intervallen von nicht mehr als 0,1 Sek. erfolgen, miteinander verschmelzende Eindrücke. Hierauf beruht die Konstruktion einer ganzen Reihe sehr verbreiteter Vorrichtungen und Apparate, welche indes der Mehrzahl nach eher zur Unterhaltung als zu wissenschaftlichen Zwecken dienen (Thaumatrop, Stroboskop, Kinematograph usw).

Zahlreiche Untersuchungen, insbesondere die von Allen (1901), haben gezeigt, daß die Dauer des Lichteindruckes für die verschiedenfarbigen Strahlen eine verschiedene ist. Am geringsten ist sie für gelbe Strahlen (um die D-Linie herum) und wächst sowohl nach den roten als auch nach den violetten Strahlen hin.

Betrachtet man einen Gegenstand mit beiden Augen, so entsteht auf der Netzhaut jeden Auges ein Bild dieses Gegenstandes. Dennoch sieht man die Gegenstände einfach, wenn jene Bilder auf einander entsprechende Teile der Netzhäute (identische Netzhautpunkte) fallen; in diesem Falle verschmelzen zwei Eindrücke zu einem einzigen und werden an einer Stelle des Raumes objektiviert. Heftet man aber den Blick auf irgend ein Objekt (etwa einen Finger), so sieht man alle übrigen Gegenstände, welche näher oder weiter entfernt sind, verdoppelt; ihre Bilder gelangen auf Stellen der Netzhäute, welche einander nicht entsprechen. Wie Helmholtz nachgewiesen hat, gibt es bei einer gegebenen Lage der Augen eine unendliche Anzahl von Punkten, welche nicht verdoppelt erscheinen; ihren geometrischen Ort nannte er Horopter.

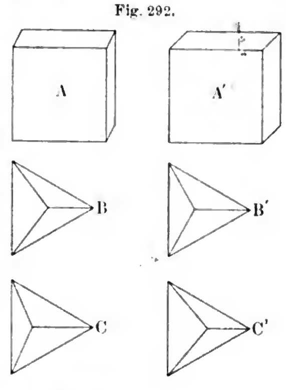
Die relative Größe der Gegenstände, welche sich in nahezu gleicher Entfernung von uns befinden, beurteilt man nach ihrer scheinbaren Winkelgröße, welche ihrerseits von der Größe ihrer Netzhautbilder abhängt. In derselben Weise beurteilt man die absolute Größe der Gegenstände, wenn man Anhaltspunkte für die Beurteilung ihrer Entfernung hat.

Über die Entfernung weit entfernter Gegenstände bildet man sich umgekehrt nicht selten ein Urteil nach ihrer scheinbaren Größe, d. h. ihrer Winkelgröße, falls uns diese Gegenstände wohlbekannt sind (Mensch, Pferd usw.). Ferner kann die Zahl, Art und Anordnung der zwischen uns und dem betrachteten Objekte befindlichen Gegenstände einen Anhaltspunkt für die Beurteilung der Entfernung, in welcher jenes sich befindet, abgeben. Endlich kann demselben Zwecke die sogenannte Luftperspektive dienen, d. h. der Deutlichkeitsgrad, mit welchem wir die Einzelheiten entfernter Gegenstände durch die dazwischenliegende Luftschicht hindurch wahrnehmen.

Bei Bestimmung der Entfernung naher Gegenstände lassen wir uns wahrscheinlich zum Teil durch die Größe der Akkommodation leiten, welche wir als eine gewisse Anstrengung empfinden; zweifellos spielt aber hierbei eine Hauptrolle, und zwar eine zweifache Rolle, das binokulare Sehen. Erstens konvergieren die Augenachsen, deren Verlängerungen am betrachteten Gegenstande zusammentreffen, um so mehr. weichen um so stärker von der Parallelität ab, je näher sich jener Gegenstand befindet. Diese Konvergenz kommt uns zum Bewußtsein, und man beurteilt die Entfernung nach der Größe der Konvergenz. Zweitens geben die Augen, da sie sich an verschiedenen Stellen des Raumes befinden, ungleiche Bilder der uns umgebenden Gegenstände: der Unterschied derselben bezieht sich auf ihre gegenseitige Lage und die Form der einzelnen Gegenstände, da mit jedem Auge andere Teile ihrer Oberfläche überschaut werden. Der Grad jener Ungleichheit beider Netzhautbilder, welche einen Gesamteindruck hervorrufen, liefert

eine klare Vorstellung von der perspektivischen Anordnung der näher befindlichen Gegenstände und Teile eines Gegenstandes. Stellt man verschiedene Gegenstände vor sich hin, schließt die Augen, verändert die Lage des Kopfes (um das soeben Gesehene zu verändern) und öffnet darauf ein Auge, während man den Kopf nicht bewegt, so scheint jede Perspektivität verschwunden, alle Gegenstände erscheinen flach und in einer und derselben Ebene liegend, und es gelingt nur schwer, einen Gegenstand durch schnelles Greifen zu erfassen. Besonders überraschend aber wirkt das plötzliche Hervortreten der Perspektivität, wenn man auch das andere, bisher geschlossene Auge öffnet. In Fig. 292 stellen A, B, C die dem linken, A', B', C' die dem rechten Auge entsprechenden Bilder eines Parallelepipedons, sowie eines mit der Spitze nach oben bzw. mit der Spitze nach unten gekehrten Tetraeders dar.

Fig. 292.



Blickt man mit dem linken Auge nach A, B oder C, mit dem rechten nach A', B' oder C', so verschmelzen die Doppelbilder und tritt räumliches Sehen auf. Auf diesem Umstande beruht die Einrichtung des **Stereoskops**; dasselbe ist in Fig. 293 schematisch dargestellt. Man verfertigt zwei Photogramme AB und $A'B'$ desselben Gegenstandes, derselben Person, Gegend usw., von zwei Punkten aus angesehen, die gewissermaßen dem linken und rechten Auge entsprechen. Diese Bilder werden nebeneinander auf den Boden eines Kästchens gelegt, in dessen Deckel sich zwei Röhren E und E' befinden; jede Röhre enthält eine Sammellinse und ein Prisma (oder eine Linsenhälfte), so daß die zwei

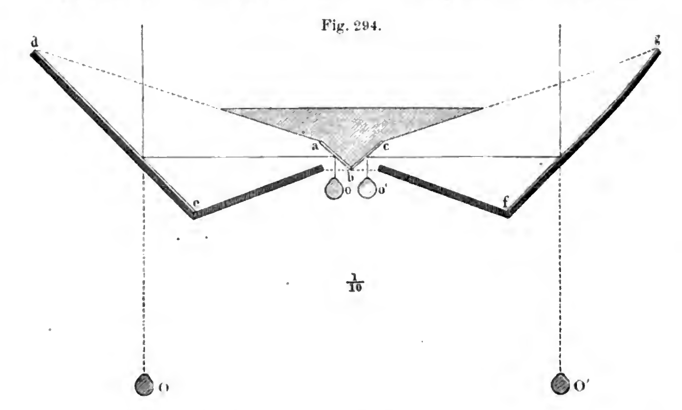
Fig. 293.

Bilder sich miteinander vereinigen und in ab zusammenfallen. Blickt man mit beiden Augen gleichzeitig in den Apparat, so sieht das rechte Auge das Photogramm AB in ab, das linke das Photogramm $A'B'$ an derselben Stelle. Beide Bilder rufen ein körperliches Bild hervor.

Das einfache Stereoskop kann sich von Nutzen erweisen, wo es sich darum handelt, Körper von komplizierterem Bau kennen zu lernen, wie z. B. Kristalle, Maschinen usw. Ferner kann es dazu benutzt werden, zu erfahren, ob zwei Bilder von demselben Klischee stammen. Auf diese Weise läßt sich auch bisweilen ermitteln, ob Geldscheine echt oder gefälscht sind.

Helmholtz hat einen als Telestereoskop bezeichneten Apparat konstruiert, der in Fig. 294 schematisch dargestellt ist. Eine innen

Fig. 294.



geschwärzte Röhre enthält zwei Spiegel (oder Reflexionsprismen) de und fg. Die Strahlen werden zunächst von de und fg und darauf an zwei weiteren Spiegeln (oder Prismen) ab und cb reflektiert und gelangen hierauf ins Auge. Entfernte Gegenstände, welche man mit diesem Apparat beobachtet, wie Bäume oder Menschen, erscheinen voneinander deutlicher getrennt, eine Landschaft deutlicher körperlich. Die Wirkung des Apparats ist eine derartige, als ob die wahre Augenentfernung oo' durch die Entfernung OO' ersetzt wäre.

Auf obigem Prinzip beruhen die von Zeiss in Jena konstruierten Feld-Relieffernrohre und Doppelfernrohre, bei denen die Entfernung D der beiden Objektive größer als die Entfernung d der Okulare ist. In Fig. 295 ist ein solches Relieffernrohr abgebildet, bei welchem $D = 1{,}75\,d$ ist; Fig. 296 zeigt den Strahlengang im Innern der

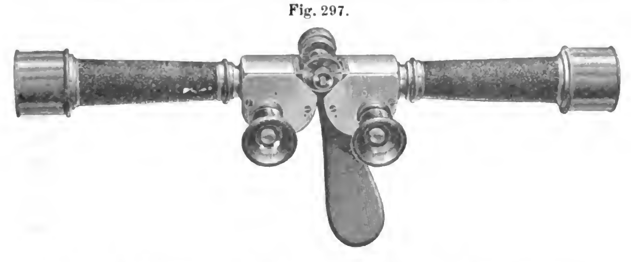
linken Hälfte des Apparats. Fig. 297 stellt ein Zeissches Doppelfernrohr dar. Die Öffnungen für die Objektive befinden sich an den Enden der Röhren, die den abgebildeten entgegengesetzt sind. Hier ist $D = 7\,d$; da die Fernrohre eine zehnfache Annäherung bewirken, so wird die stereoskopische Wirkung gegenüber der mit bloßem Auge erhaltenen auf das 70fache verstärkt.



Fig. 295. Fig. 296.

Pulfrich, Mitarbeiter der Firma C. Zeiss in Jena, hat unter Benutzung einer Idee von de Grousilliers einen stereoskopischen Entfernungsmesser (Stereo-Telemeter) konstruiert. Er besteht aus zwei ebensolchen Rohren, wie sie Fig. 297 zeigt; in den Fokalebenen der Objektive befinden sich Glasplättchen, die eine Reihe mit Zahlen

Fig. 297.

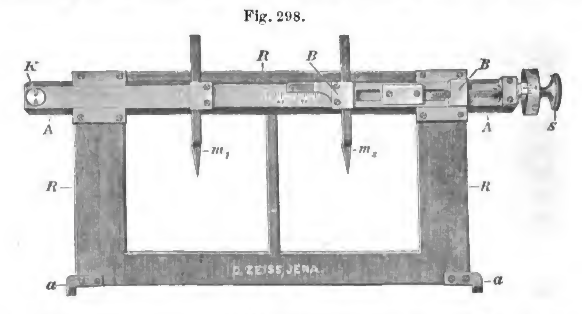


versehener, keilförmiger Zeichen tragen. Diese Zeichen stellen die stereoskopischen Bilder einer Reihe von Zeichen dar, die sich im Raume in verschiedenen Entfernungen vom Beobachter befinden. Blickt man in den Apparat, so erscheinen jene Bilder räumlich angeordnet, sie scheinen in der Luft zu schweben, und zwar in Entfernungen, welche durch die beigeschriebenen Zahlen angegeben werden. Die Zeichen sind in drei Reihen angeordnet. In der ersten Reihe betragen die Entfernungen der Zeichen 100, 200, ... 900 und 1000 m, in der zweiten

Reihe 1100, 1200, ... 1900 und 2000 m, in der dritten 2000, 2200, 2400, ... 3000, 3500, 4000, 5000 und 10 000 m. Vergleicht man die Lage des betrachteten Gegenstandes mit der Lage des nächsten, gewissermaßen über ihm schwebenden Zeichens, so findet man hierdurch die Entfernung, in der sich ersterer von uns befindet. Das diesem Bande beigelegte Stereoskopbild I zeigt das Gesichtsfeld des auf eine Landschaft eingestellten Entfernungsmessers. Bringt man dieses Bild ins Stereoskop, so erscheint die Landschaft plastisch und über ihr, gleichsam in der Luft schwebend, drei Reihen von Zeichen, die sich allmählich von uns entfernen.

Ein wahrhaft großartiger Aufschwung der Stereoskopie begann im Jahre 1901 dank den Arbeiten von Pulfrich, und zwar hauptsächlich dank der Konstruktion des Stereo-Komparators. Um die Bedeutung dieses Apparates zu erkennen, müssen wir uns zuvor mit

Fig. 298.



dem Prinzip der wandernden Marke im Gesichtsfelde eines binokularen optischen Apparates bekannt machen. Zwei Fernrohre mit genau parallelen Achsen nebeneinander aufgestellt, werden die Bilder unendlich entfernter Punkte an genau gleichliegenden Stellen der beiden Gesichtsfelder entstehen lassen. In endlicher Entfernung liegende Punkte geben dagegen Bilder an nicht identischen Stellen der beiden Felder. Der Unterschied s in der Lage der beiden Bilder wird um so größer sein, je näher sich der betrachtete Punkt befindet, je weiter die Objektive der Fernrohre voneinander entfernt sind und je größer die Fokaldistanz der Objektive ist. Diese letztere Entfernung kann ziemlich groß sein (1 bis 2 m), während sich die Okulare nebeneinander befinden, wie es bei dem Doppelfernrohr (Fig. 297) der Fall ist.

Wir denken uns nun umgekehrt in den Bildebenen der beiden Fernrohre je eine Marke, z. B. in Form eines vertikalen Striches. Eine der Marken kann seitwärts verschoben werden. Befinden sich die Marken an genau gleichliegenden Stellen der Bildebenen (Nullage

der Marken), so erblickt der Beobachter bei binokularem Sehen die Marke in scheinbar unendlicher Entfernung. Wird aber die eine Marke um ein meßbares Stück s seitwärts verschoben, so erscheint sie in endlicher Entfernung S, die sich aus der leicht zu findenden Formel $S = RF : s$ berechnet. Hier ist R die Entfernung der Objektivmittelpunkte voneinander, F die Fokaldistanz der Objektive. Je größer die Verschiebung s der einen Marke ist, um so geringer ist S, um so näher erscheint dem Beobachter die im Raume schwebende Marke.

Zur Demonstration dieses Prinzips dient das Stereo-Mikrometer (Fig. 298); es besteht aus einem Rahmen RR, welcher zwei Metallspitzen m_1 und m_2 trägt, von denen m_2 vermittelst der Mikrometerschraube S seitwärts verschoben werden kann. Dieser Rahmen wird in ein gewöhnliches Stereoskop so hineingesetzt, daß sich die beiden Spitzen möglichst nahe der Ebene der beiden Stereoskopbilder befinden. Man sieht dann innerhalb des plastisch erscheinenden Stereoskopbildes die im Raume schwebende Spitze. Durch Drehen der Schraube S kann diese Spitze genähert und entfernt werden. Auf diese Weise wäre theoretisch eine Tiefenausmessung des Bildes möglich, wenn die Spitzen mit der Ebene der Stereoskopbilder zusammenfielen, was aber praktisch nicht ausführbar ist.

Allen Anforderungen entspricht nun der Stereo-Komparator (Fig. 299). Er besteht aus dem geneigten Rahmen E, auf welchen die beiden Stereoskopplatten P_1 und P_2 aufgelegt werden. Jede der Platten kann gedreht und in zwei zueinander senkrechte Richtungen verschoben werden. Außerdem können beide Platten zusammen seitwärts und nach oben oder unten bewegt werden. Zur Beobachtung dient das binokulare Mikroskop $K_1 K_2 O_1 O_2$, welches dem Doppelfernrohr (Fig. 297) analog gebaut ist. O_1 und O_2 sind die Okulare; die Objektive befinden sich bei K_1 und K_2 auf der den Platten P_1 und P_2 zugekehrten Seite. Durch Drehen und Verschieben werden die Platten so eingestellt, daß genau entsprechende Teile der Betrachtung unterliegen.

In den beiden Fokalebenen befinden sich nun die zur Tiefenausmessung dienenden Marken: je ein vertikaler Strich auf einer kleinen Glasplatte. Die Marke rechts kann durch die Mikrometerschraube m um ein meßbares Stück verschoben werden. Statt dessen kann aber auch die Platte P_2 seitwärts bewegt werden, denn auch in diesem Falle scheint es, als ob die Marke ihren Ort nach der Tiefe zu dem scheinbar feststehenden Raumbild verändert.

SS sind zwei Spiegel, die zur Beleuchtung durchscheinender Platten (Diapositive) dienen.

Wir müssen uns mit einer ganz kurzen Übersicht der Anwendungen dieses Instrumentes begnügen. Erstens dient es zur Entdeckung von Veränderungen, die in einem photographierten Objekte vorgegangen

sind; zweitens zur faktischen Tiefenausmessung, also rein topographischen Zwecken.

Sind P_1 und P_2 stereoskopische Bilder einer Landschaft, so gibt die bewegliche Marke die Möglichkeit, den Unterschied der Ent-

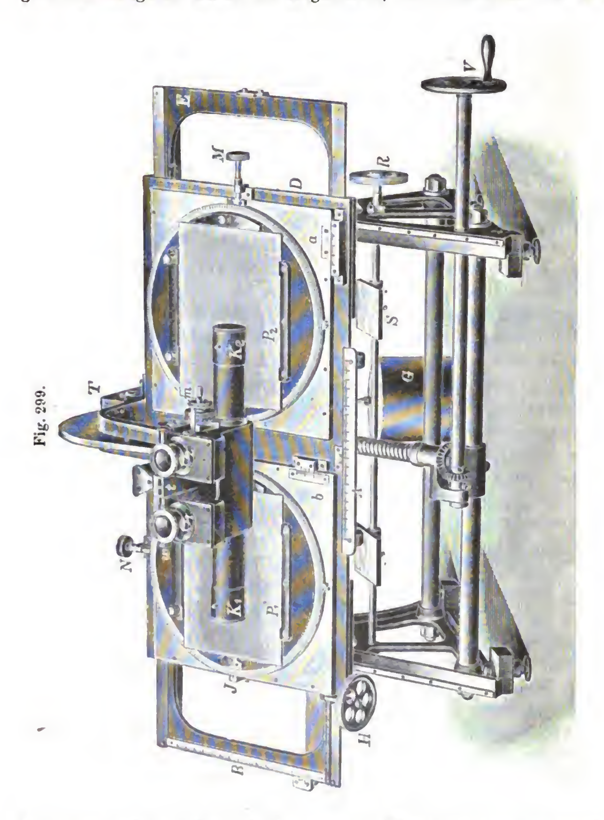


Fig. 299.

fernungen zweier beliebiger Punkte vom Beobachter zu bestimmen. Sind $P_1{}'$ und P_2 identische, aber zu verschiedenen Zeiten aufgenommene Photographien einer Gegend, so können allmählich entstandene Änderungen, Bodensenkungen, Verschiebungen an Gebäuden usw.

sofort entdeckt werden, da die betreffenden Stellen aus der Ebene, in welcher die ganze Landschaft zu liegen scheint, hervortreten.

Die großartigste, in ihren Folgen unabsehbare Bedeutung hat der Stereo-Komparator für die Astronomie.

Das diesem Buche beigelegte Stereoskopbild II stellt zwei Aufnahmen des Mondes dar, die einer Libration von 14° entsprechen. Es entspricht dies einer Standlinie (Augendistanz) von 95 000 km. Im Stereoskop erscheint die Oberfläche des Mondes plastisch. Mit dem Stereo-Komparator kann nun ein vollständiges Nivellement der Mondoberfläche ausgeführt werden, und ist es Pulfrich in der Tat gelungen, die Wallhöhen und die Tiefen einzelner Krater direkt auszumessen.

Noch wichtiger ist aber die Anwendung des Stereo-Komparators zur Entdeckung von Planeten, von veränderlichen Fixsternen und von solchen, die eine größere Eigenbewegung besitzen. Um Veränderungen am Himmel zu entdecken, mußten bisher zwei photographische Platten, die zu verschiedenen Zeiten aufgenommen waren, einer äußerst mühsamen und zeitraubenden vergleichenden Ausmessung unterworfen werden. Vermittelst des Stereo-Komparators übersieht man mit einem Blick sofort alle Veränderungen. Bei jeder stattgefundenen Verschiebung erscheint das betreffende Objekt außerhalb der Ebene des Fixsternhimmels, gleichsam frei im Raume schwebend. Aber auch Änderungen in der Helligkeit machen sich sofort bemerkbar, indem das betreffende Objekt durch mangelnde Schärfe und Unbeständigkeit des Aussehens auffällt. Während man also bisher die interessanten Objekte mühsam aus der großen Masse der Sterne heraussuchen mußte, wobei einzelne leicht übersehen wurden, lenken diese Objekte bei der neuen Methode sofort die Aufmerksamkeit auf sich.

Auf dem diesem Buche beigelegten Stereoskopbild III befinden sich zwei Aufnahmen des Saturn im Sternbild des Schlangenträgers, nach Aufnahmen von Prof. Wolf in Heidelberg. Diese Aufnahmen wurden in zwei aufeinanderfolgenden Nächten gemacht. Legt man das Bild in ein Stereoskop, so sieht man den Saturn mit zwei Monden frei im Raume schwebend, weit vor dem flach erscheinenden Sternenhimmel. Aus der bekannten Entfernung der Erde von der Sonne (149 Mill. Kilometer) und den Umlaufszeiten der Erde (365 Tage) und des Saturn (10 759 Erdentage) berechnet sich die Länge der Standlinie zu 2 478 000 km. Durch Ausmessung vermittelst der beweglichen Marke (Verschiebung 1,12 mm) berechnete Pulfrich hieraus die Entfernung des Saturn von der Erde gleich 1259 Mill. Kilometer, während die wahre Entfernung 1269 Mill. Kilometer betrug.

Gleich bei den ersten Durchmusterungen von Sternaufnahmen gelang es Pulfrich (1902), einen neuen kleinen Planeten zu entdecken,

der bei dem früheren Studium jener Platten übersehen worden war. Seitdem sind zahlreiche neue Planetoiden und viele neue veränderliche Sterne entdeckt worden.

1904 schlug Pulfrich eine neue Methode vor, um leicht die geringsten Unterschiede zwischen zwei Objekten zu finden, z. B. zwei Photographien des Sternhimmels. Die Bilder beider Photographien werden in ein Okular zusammengeführt und in rascher Abwechslung beleuchtet. Die nicht kongruierenden oder nicht identischen Objekte machen dabei einen unruhigen, flimmernden Eindruck, auf den sich die Aufmerksamkeit des Beobachters richtet. Diese Methode kann auch von denen angewandt werden, die nicht auf die gewöhnliche Art, d. h. mit zwei Augen, stereoskopische Bilder sehen können.

Einen interessanten Versuch hat d'Almeida angestellt. Man druckt auf Papier übereinander zwei stereoskopische Bilder desselben Gegenstandes, das eine in blauer, das andere in roter Farbe. Betrachtet man hierauf das so entstandene Bild durch eine Brille, welche ein blaues und ein rotes Glas enthält, so erhält man den Eindruck eines körperlichen Bildes.

Berthier (1896) und Ives (1904) haben eine Methode erdacht, bei der die Betrachtung eines Bildes einen stereoskopischen Eindruck hervorruft; Chauveau (1908) hat sich ebenfalls mit diesem Problem beschäftigt.

§ 5. Theorien von Young und Helmholtz über die Farbenempfindungen. Das Auge ist imstande, qualitative Verschiedenheiten des Lichtes wahrzunehmen, nämlich seine Farbe. Die Farbenempfindung hängt von der Wellenlänge λ des Lichtes oder seiner Bestandteile ab, wird jedoch durch λ nicht eindeutig bestimmt. Erstens bringt homogenes oder zusammengesetztes Licht verschiedene Farbenempfindungen hervor, je nach seiner Intensität. So nehmen z. B. violette Strahlen bei geringer Intensität einen rötlichen Ton, bei großer Intensität eine graue Färbung an.

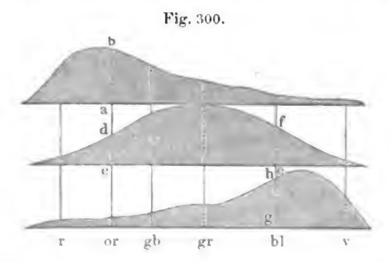
Bei sehr geringer Intensität erscheinen alle Körper farblos. Umgekehrt gehen bei sehr großer Intensität alle Farben, mit Ausnahme des Rot, in Weiß über; Rot erscheint dagegen bei der höchsten Intensität als Gelb.

Das Auge ist gegen schwaches grünes und blaues Licht empfindlicher als gegen schwaches gelbes oder rotes Licht. Macht man die genannten vier Farben zunächst gleich hell und schwächt sie darauf in gleichem Maße ab, so erscheint das Grün und Blau heller als Rot und Gelb; man nennt diese Erscheinung das Purkinjesche Phänomen. Genaue Untersuchungen über die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Auges von der Wellenlänge λ eines Strahles haben Aubert (1876), Ebert (1888) und Pflüger (1902) ausgeführt. Ebert findet, daß

die größte Empfindlichkeit ungefähr dem grünen Strahle $\lambda = 0{,}530\,\mu$ entspricht. Pflüger findet die größte Empfindlichkeit in dem Bereiche zwischen $\lambda = 0{,}495$ bis $\lambda = 0{,}525\,\mu$; für $\lambda = 0{,}717\,\mu$ ist sie 33 000 mal und für $\lambda = 0{,}413\,\mu$ 60 mal geringer als für grüne Strahlen. Natürlich sind obige Zahlen für verschiedene Personen nicht die gleichen.

Andererseits kann zusammengesetztes Licht bei sehr verschiedenem Bestande eine und dieselbe Farbenempfindung wachrufen. Helmholtz hat, wie bereits erwähnt (S. 375 bis 376), die Frage der Farbenmischung genau untersucht; es war das die Frage nach der Farbenempfindung, welche entsteht, wenn auf die Netzhaut gleichzeitig zwei oder mehr verschiedenfarbige Strahlen einwirken. Wie wir sahen, ist das Resultat einer solchen Farbenmischung ganz anders als das, welches bei Mischung verschiedenfarbiger Pigmente entsteht; das Weiß entsteht nicht nur bei Mischung sämtlicher Spektralfarben, sondern auch bei Mischung von

Fig. 300.



nur zwei Farben, und jedem Spektralstrahl entspricht ein komplementärer, welcher mit ihm zusammen Weiß ergibt. Die Untersuchung der Farbenmischung, sowie die Beobachtungen an Personen, welche an Farbenblindheit (Daltonismus) leiden, haben Helmholtz zu der Überzeugung geführt, daß die Youngsche Theorie der Farbenempfindung richtig ist. Sie heißt gegenwärtig die Young-Helmholtzsche Theorie und besteht im folgenden:

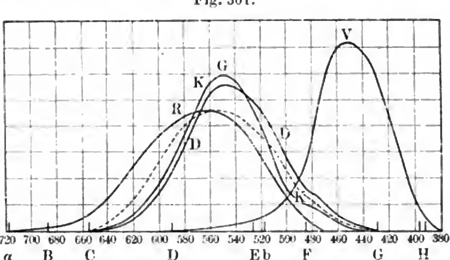
1. In jedem Netzhautelement des normalen Auges enden drei verschiedene Nervenfasern. Die Reizung der ersten ruft die Empfindung von rotem Licht hervor, die der zweiten von grünem, der dritten von violettem (nach Young von blauem).

2. Ein (physikalisch) homogenes Licht übt immer Reize auf alle drei Arten von Nerven aus, jedoch in ungleichem Maße. Der Grad der Reizung ist in Fig. 300 graphisch dargestellt, wo die Abszissen der drei Kurven den Spektralfarben entsprechen, die Ordinaten dem Grade der Reizung, welche jede der verschiedenen Arten von Nervenenden erfährt.

3. Eine gleich starke gleichzeitige Reizung aller drei Nerven bringt den Eindruck von weißem Licht hervor. Mischt man z. B. orange und blaue Strahlen, so ist angenähert $ba = dc + fe = hg$, woraus folgt, daß alle drei Nerven in gleicher Weise gereizt werden, daß also der Eindruck von weißem Licht empfangen wird.

König und Dieterici haben die Form obiger drei Kurven genauer festzustellen gesucht. Ihre Resultate sind in Fig. 301 wiedergegeben. Auf der Abszissenachse sind die Wellenlängen abgetragen, ausgedrückt in 10^{-6} mm, die ihnen beigeschriebenen Buchstaben entsprechen den Fraunhoferschen Linien. Die Kurven R und V, welche die Reizung der Nervenenden erster und dritter Art darstellen, fallen bei beiden Forschern zusammen. Die Kurven KK und DD geben die Reizung der Nervenenden zweiter Art nach König bzw. Dieterici wieder; die punktierte Kurve entspricht gewissen unnormalen Augen, wie sie jedoch recht oft vorkommen.

Fig. 301.



Von anderen Theorien der Farbenempfindung ist besonders bekannt die Heringsche.

Hering geht von der Annahme aus, daß sich die Farbenempfindungen aus sechs Komponenten zusammensetzen, dem Weiß, Schwarz, Urgelb, Urblau, Urrot und Urgrün. Jede Farbenempfindung, außer den vier letztgenannten, enthält außer dem farbigen auch noch ein farbloses, d. h. weißes oder graues Element. Ferner sind alle Farbenempfindungen Übergänge (mit Beimischung von Farblos) von Urrot zu Urgelb, von Urgelb zu Urgrün, von Urgrün zu Urblau und von Urblau zu Urrot. Keine Übergangsempfindungen gibt es von Urrot zu Urgrün und von Urgelb zu Urblau.

Den Lichtempfindungen entsprechen bestimmte chemische Vorgänge in der Substanz der Nerven und des Gehirns. Diese Vorgänge sind von zweierlei Art: drei verschiedene Abbau-Prozesse, D-Prozesse (D = Dissimilation), welche die Empfindungen des Schwarz, Urrot

und Urgelb hervorrufen, und drei Aufbau-Prozesse, A-Prozesse (A = Assimilation), welche die Empfindung des Weiß, Urgrün und Urblau ergeben. Der D-Prozeß, welcher dem Schwarz entspricht, geht beständig von selbst vor sich; die übrigen fünf Prozesse werden durch Lichtstrahlen bewirkt. Wir können hier nicht näher darauf eingehen, in welcher Weise sich Hering die verschiedenen Farbenerscheinungen erklärt. In Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik, 9. Aufl., Bd. II, 1 (1897) auf S. 656 findet man eine kurze, von Hering selbst verfaßte Darlegung dieser Theorie. Gegen Hering hat sich in letzter Zeit auf Grund von Versuchen Exner (1918) ausgesprochen.

Von den zahlreichen Forschern, welche mehr oder weniger selbständige Theorien der Farbenempfindungen aufgestellt haben, mögen hier Chauveau, Preyer, Ebbinghaus, Preobrashenski, Charpentier und Parinaud u. a. genannt sein. Eine vortreffliche Übersicht der verschiedenen Theorien hat Estel gegeben.

Bei Erwähnung der Ansichten von Lummer über das Drapersche Gesetz haben wir bereits (S. 80) erwähnt, daß nach Kries die Zapfen zur Vermittelung der Farbenempfindungen, die Stäbchen zur Vermittelung der Lichtempfindungen dienen.

§ 6. Nicht normale Augen. In § 1 dieses Kapitels hatten wir bei Beschreibung des Auges die Dimensionen und optischen Verhältnisse angegeben, wie sie sich auf ein normales Auge beziehen, das sich Entfernungen von unendlich bis zu etwa 15 cm leicht akkommodiert. Ein solches normales Auge wird auch als emmetropisches Auge bezeichnet. Sehr häufig kommen indes Abnormitäten verschiedener Art vor, von denen hier die wesentlichsten erwähnt sein mögen.

1. Myopie oder Kurzsichtigkeit ist ein Mangel der im Auge erfolgenden Brechung; diese ist zu stark, der Brennpunkt liegt vor der Netzhaut. Entfernte Gegenstände geben keine Bilder auf der Netzhaut, können daher nicht anders als bei Zuhilfenahme von Brillen mit Zerstreuungslinsen gesehen werden. Die deutliche Sehweite ist geringer als beim normalen Auge; nahe Gegenstände sind ohne Brille deutlich sichtbar.

2. Hypermetropie oder Fernsichtigkeit ist ebenfalls ein Mangel der Brechung, jedoch ist diese hier zu gering. Der Konvergenzpunkt der Strahlen liegt hinter der Netzhaut, so daß ein Gegenstand deutlich sichtbar wird, auch wenn die ins Auge gelangenden Strahlen konvergent sind. Entfernten Gegenständen paßt sich das Auge ohne besondere Anstrengung an, sie werden deutlich gesehen. Dagegen ist die deutliche Sehweite φ vergrößert, es ist daher das Betrachten kleiner Gegenstände, z. B. beim Lesen eines Buches, erschwert, da dieselben aus größerer Entfernung betrachtet werden müssen. Man hat zur Korrektion dieser Anomalie Brillen mit Sammellinsen anzuwenden.

3. **Presbyopie** oder Übersichtigkeit tritt im Alter infolge von Verringerung des Akkommodationsvermögens ein; sie ist dadurch bedingt, daß der Muskel erschlafft, welcher die Kristallinse abflacht. Das Brechungsvermögen ist hier ein völlig normales; ferne Gegenstände sind deutlich sichtbar, nahe dagegen nicht; die deutliche Sehweite ist größer als beim emmetropischen Auge. Beim Schreiben und Lesen sind Bikonvexlinsen anzuwenden.

Die Brennweite x einer Brille, welche für ein Auge mit der deutlichen Sehweite φ_1 zur Korrektion erforderlich ist, läßt sich unter der Annahme, daß man die brechenden Medien des Auges durch eine einzige Linse von der Brennweite F ersetzen kann, in folgender Weise finden. Ist d die Entfernung der Hornhaut von der Netzhaut, so ist

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{d}.$$

Ist F_1 die Brennweite des Systems, welches das Auge nebst der Brille bildet, das also die normale deutliche Sehweite φ anstatt φ_1 gibt, so ist

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{d}.$$

Hieraus folgt

$$\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F} = \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi_1}.$$

Nach Formel (74) auf S. 187 ist

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{F} + \frac{1}{x};$$

mithin ist

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi_1}$$

oder

$$x = \frac{\varphi\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi}.$$

Für $\varphi = \varphi_1$ ist $x = \infty$; für $\varphi_1 < \varphi$ ist $x < 0$; für $\varphi_1 > \varphi$ ist umgekehrt $x > 0$. Der erste Fall entspricht dem kurzsichtigen, der zweite dem weitsichtigen Auge.

Lange Zeit hat man als Brillengläser einfach bikonvexe oder bikonkave Gläser, sogenannte achsensymmetrische Gläser von elliptischer Form, gebraucht. Sie haben den Nachteil, daß sie nur dann deutliche Bilder liefern, wenn lediglich die zentralen Teile zum Blicken benutzt werden. In Wirklichkeit ist das aber nicht der Fall: Das Auge macht stets Drehbewegungen um einen bestimmten, im Innern des Glaskörpers gelegenen Punkt, den Augendrehpunkt; man benutzt also außer den zentralen auch die peripheren Teile eines Brillenglases. Bei der Beobachtung seitlicher Objekte erleiden aber die durch den

Seitenteil des Brillenglases schief einfallenden Strahlenbüschel eine Deformation, infolgedessen die Objekte dem Brillenträger nach dem Rande des Glases zu immer verschwommener erscheinen. Man wird also mit einem gewöhnlichen Brillenglas nur dann gut sehen, wenn man dauernd die Kopfbewegung an Stelle der Augenbewegung treten läßt, also nur den zentralen Teil der Brille ausnutzt. Ein großes Brillenglas hat aber nur dann einen Zweck, wenn es auch mit seinen peripheren Teilen ein gutes Bild liefert. H. Gullstrand nannte ein Brillenglas, das diesen Anforderungen genügt, ein punktuell abbildendes Glas, weil jedem Ojektpunkt im Objektraum dann auch immer ein Objektpunkt im Bildraum entspricht. Bereits 1804 wies Wollaston darauf hin, daß durch entsprechende Wahl der Radien der beiden Krümmungsflächen punktuell abbildende Brillengläser konstruiert werden können. Nachdem neuerdings Ostwalt und Tscherning das Problem eingehend behandelt und Gullstrand auf die große Bedeutung des Augendrehpunktes hingewiesen, hat M. v. Rohr die Linse berechnet. Derartige Gläser wurden dann von der Firma Zeiss in Jena hergestellt und als Punktalgläser in den Handel gebracht.

§ 7. Optische Täuschungen. In allen Fällen, wo der von uns objektivierte Gegenstand nach seinen Eigenschaften dem wirklich existierenden nicht gleicht, spricht man von einer optischen Täuschung oder einem fehlerhaften Sehen. Wie wir wissen, zerfällt der Prozeß des Sehens in drei Teile: 1. die vom Objekte kommenden Strahlen müssen bis zum Auge gelangen; 2. auf der Netzhaut muß durch das auf ihr entstehende Bild eine Reizung erfolgen, welche von den Dimensionen dieses Bildes, der Intensität und Färbung seiner Teile abhängt, und 3. auf Grund der empfangenen Wahrnehmung erfolgt eine Objektivierung derselben. Entsprechend diesen drei Teilen kann man sämtliche optische Täuschungen in drei Gruppen einteilen, je nachdem sich die Ursache außerhalb uns, in unserem Auge oder in dem psychologischen Vorgange der Objektivierung befindet. Wir wollen uns hier nur auf einige wenige Beispiele aus diesem umfangreichen und interessanten Erscheinungsgebiete beschränken. Wer sich näher mit ihm bekannt machen will, sei auf die entsprechenden Arbeiten von Burmester, Bencke und Wundt verwiesen; in der Literaturübersicht sind außerdem noch weitere hierher gehörige Werke genannt.

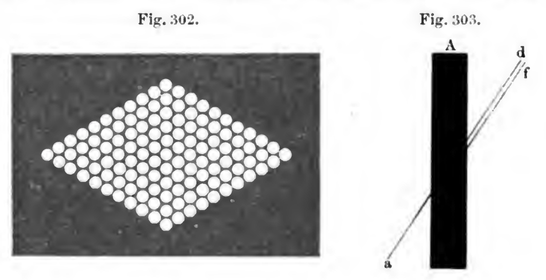
I. Die Täuschungsursache liegt außerhalb uns. Hierher kann man alle die Fälle rechnen, wo wir infolge von Reflexion oder Brechung der Strahlen die Gegenstände nicht in der Richtung sehen, in welcher sie sich wirklich befinden. Spiegel, Linsen und Prismen bieten einfache Beispiele hierfür dar; die astronomische Strahlenbrechung und verschiedene Erscheinungen in der Atmosphäre (z. B. Fata morgana) sind verwickeltere, hierher gehörige Vorgänge. In allen diesen

Fällen spielt aber auch das psychische Element (siehe unten) eine gewisse Rolle.

II. Die Täuschungsursache ist eine physiologische. Die Mängel des Auges, wie sie in § 3 betrachtet wurden, können zu Quellen für verschiedenartige optische Täuschungen werden. Viele von letzteren werden durch Irradiation hervorgerufen. Wir hatten bereits von den Täuschungen gesprochen, welche sich auf die Größe von hellen Gegenständen auf dunklem Grunde und umgekehrt (Fig. 285 auf S. 522) bezogen, sowie auf die relative Größe des Radius der hellen Mondsichel und der schwach beleuchteten Mondscheibe. Klebt man auf dunklen Grund eine Anzahl naher kleiner weißer Kreise (etwa aus Papier), so erscheinen sie, von weitem betrachtet, als regelmäßige Sechsecke (Fig. 302).

Auf Irradiation beruht wahrscheinlich, wenigstens zum Teil, eine Reihe von optischen Täuschungen, welche darin bestehen, daß helle

Fig. 302. Fig. 303.



Winkel zwischen dunklen Linien, von denen die eine breit ist, uns vergrößert erscheinen. In Fig. 303 scheint die Gerade *f* die Verlängerung von *a* zu bilden, während in Wirklichkeit *da* eine Gerade ist. Die spitzen Winkel (*d*, *A*) und (*a*, *A*) scheinen vergrößert und daher die Enden der schmalen Linien *d* und *a* verschoben, erstere nach oben, letztere nach unten.

Auf der Dauer der Lichteindrücke beruhen die optischen Täuschungen, welche man beim Stroboskop, Thaumatrop, Phenakistoskop, Kinematographen usw. beobachten kann.

Eine andauernde Reizung des Auges durch Strahlen von bestimmter Farbe ruft eine Ermüdung hervor und macht es gegen Strahlen dieser Art unempfindlich. Blickt man lange unverwandt nach einem farbigen Flecke und hierauf auf eine weiße Papierfläche, so erscheint auf letzterer ein Fleck in der Komplementärfarbe. War der Fleck rot gefärbt, so wirken auf das Auge die im weißen Licht enthaltenen roten Strahlen nur in geringem Grade, und auf der weißen Fläche erscheint daher ein

grünlicher Fleck. Legt man auf eine helle rote Fläche einen grauen Papierstreifen, so erscheint er grünlich; umgekehrt erscheint derselbe Papierstreifen auf einer hellen grünen Fläche rötlich.

Noch schärfer tritt diese Erscheinung auf, wenn man mitten auf eine hell gefärbte Fläche einen schwarzen Papierstreifen klebt und beide mit einem sehr dünnen weißen Papierblatte bedeckt; der dunkle Fleck inmitten der Fläche erscheint dann stark gefärbt, und zwar in der Komplementärfärbung des Hintergrundes. Hierher gehört auch die Erscheinung der gefärbten Schatten, welche man beobachtet, wenn der Schatten durch eine gefärbte Lichtquelle bei Anwesenheit einer anderen hervorgerufen wird. So erscheinen z. B. die Schatten von einer Petroleumflamme (gelbe Lichtquelle) in der Dämmerung bläulich.

Das Abstumpfen der Empfänglichkeit kann sich auch auf weißes Licht erstrecken; eine Beleuchtung von mittlerer Helligkeit erscheint uns als dunkel nach oder im direkten Vergleich mit einer intensiveren Beleuchtung. Sind in einem Zimmer Fenster und Türen geschlossen, das Zimmer von Gasflammen so beleuchtet, daß man seine Beleuchtung nachts als „taghell" bezeichnen würde, und tritt man tags direkt aus dem Freien in dies Zimmer, so erscheint es uns so stockdunkel, daß man anfänglich „nicht die Hand vor Augen" sehen kann. Die Sonnenflecken erscheinen uns schwarz, obgleich sie in Wirklichkeit sehr intensives Licht aussenden.

III. Die Täuschungsursache ist eine psychologische. Hierher gehört die Mehrzahl der optischen Täuschungen und die interessantesten unter ihnen.

Die Objektivierung beruht auf der empfangenen Reizung, daher erscheint uns bei vollkommener Identität zweier Reizungen auch das Objektivierte, d. h. das Gesehene, als identisch, wenn auch die Ursachen der Reizungen in beiden Fällen durchaus verschiedene sind. Wir „sehen" die virtuellen und reellen Bilder der Gegenstände, gleich als ob sich letztere an der Stelle jener Bilder befänden. Wir sehen z. B. Gegenstände im ebenen Spiegel, obgleich es uns tatsächlich bekannt ist, daß sie sich nicht hinter dem Spiegel befinden. Wir können uns durch keinerlei Willensanstrengung von dieser optischen Täuschung befreien und es dahin bringen, daß wir die Objektivierung der empfangenen Reizung nicht vollziehen.

Auf S. 528 war erwähnt worden, daß wir die Entfernung eines Gegenstandes zum Teil nach der Luftperspektive, dem Deutlichkeitsgrade beurteilen, mit welchem wir die Einzelheiten der Gegenstände sehen; die scheinbare Größe der Gegenstände bei gegebener Winkelgröße derselben hängt ihrerseits von ihrem scheinbaren Abstande ab. Daher kommt es, daß uns eine Bergkette sehr entfernt und deshalb sehr hoch erscheint, wenn die Luft einen geringen Grad der Durch-

sichtigkeit hat; dieselbe Bergkette erscheint uns nahe und relativ niedrig, wenn die Luft besonders klar ist, wie etwa nach einem Regen.

Allbekannt ist, daß Mond und Sonne uns bei Auf- und Untergang viel größer erscheinen als bei beträchtlicher Höhe über dem Horizonte. Sehr viele Gelehrte, u. a. Ptolemäus, Descartes, Alhazen, Malebranche, Gassendi, Gauß, Witte (1919), Baschin (1919), Zweisel (1919), Jaeckel (1920), A. Müller (1920) u. a. haben sich mit dieser Erscheinung beschäftigt und sie zu erklären versucht. Gewöhnlich wird sie dadurch erklärt, daß bei niedrigem Stande des Gestirns die von seinen Strahlen durchsetzte Luftschicht relativ große Ausdehnung hat, das Gestirn weniger hell erscheint und wir es uns weiter entfernt denken als bei hohem Stande am Himmel. Der Umstand, daß sich im ersten Falle zwischen uns und dem Gestirne eine große Anzahl von Gegenständen befindet, begünstigt unser Urteil über die vergrößerte Entfernung; da aber die Winkelgröße dieselbe geblieben ist, kommen wir zu der Vorstellung, die Dimensionen des Gestirns hätten an Größe zugenommen.

Ptolemäus, sowie in späterer Zeit Gauß haben den Gedanken ausgesprochen, die Hauptursache der Erscheinung läge darin, daß die Augenstellung eine andere sei, wenn sich z. B. der Mond einmal am Horizonte, das andere Mal in der Nähe des Zenits befindet. Im ersten Falle sieht man geradeaus, im zweiten mit (stirnwärts) erhobenem Blicke. Ist uns der Abstand eines Gegenstandes unbekannt, so erscheint er uns entfernter und kleiner, wenn wir ihn mit erhobenem Blicke betrachten, er erscheint uns näher und größer bei (in bezug auf den Kopf) gewöhnlicher Stellung der Augen. Filehne und insbesondere Zoth haben diese Erklärung durch eine Reihe von Versuchen gestützt. Besonders wichtig ist folgende Beobachtung von Zoth: er fand, daß die vorliegende optische Täuschung nicht verschwindet, wenn man den Mond durch ein schwach berußtes oder durch ein dunkles Glas betrachtet, durch welches man außer der Mondscheibe keine anderen Gegenstände sehen kann; die Umstände, durch welche man die Täuschung bisher erklärte, fallen hier offenbar vollkommen fort. Zoth hat eine große Zahl von Beobachtungen angestellt, welche zugunsten der neuen Erklärung sprechen. Die einfachsten hiervon sind die folgenden: befindet sich der Mond am Horizonte, so erscheint er uns nicht vergrößert, wenn man nach ihm mit gesenktem Kopfe und aufwärts gerichteten Augen blickt; umgekehrt erscheint uns der hochstehende Mond vergrößert, wenn man nach ihm, auf dem Rücken liegend, schaut.

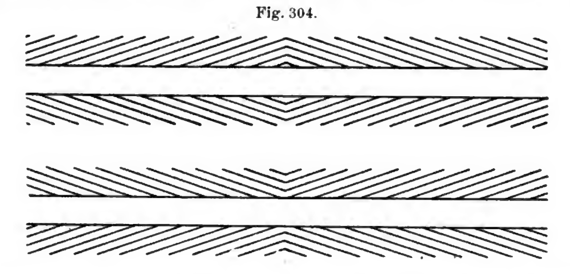
Gegen einige dieser Versuche haben sich Dember und Uibe (1920) gewandt. Die neueren Arbeiten über diesen Gegenstand haben noch zu keiner Klärung geführt, weswegen wir auf die Originalarbeiten in der Literaturübersicht verweisen müssen.

Die Frage nach der scheinbaren Gestalt des Himmelsgewölbes, die mit der soeben behandelten im Zusammenhange steht, soll im folgenden Kapitel berührt werden.

Auf falscher Beurteilung der Entfernung beruht auch folgende Erscheinung. Sieht man eine Zeitlang nach einem auf dem Dache eines Gebäudes in Drehung befindlichen Schalenkreuze eines Anemometers, so will es uns bisweilen scheinen, als drehten sich die Flügel in entgegengesetzter Richtung, und zwar in einer so stark geneigten Ebene, daß sie die Erdoberfläche zwischen uns und jenem Gebäude schneidet.

Wir sehen bei gegebener fester Lage der Augen nur solche Körper vollkommen deutlich, welche eine sehr geringe Winkelgröße haben. Heftet man den Blick auf ein kurzes Wort auf einer Druckseite, so können wir das folgende nur mit Mühe lesen. Das Sehen

Fig. 304.



besteht somit in einem Überblicken; der Blick gleitet beständig an dem Gegenstande entlang, welchen wir betrachten. Hieraus entstehen zahlreiche optische Täuschungen. Je mehr Stellen der Blick beim Überschauen eines Gegenstandes findet, welche die Aufmerksamkeit auf sich lenken, um so länger erscheint der Gegenstand in dieser Richtung. Zieht man eine Reihe von parallelen Geraden von gleicher Länge, welche ein Quadrat (ohne die anliegenden Seiten) ausfüllen, so entsteht eine Figur, welche man für ein Rechteck zu halten geneigt ist, und zwar für ein solches, dessen längere Seiten senkrecht zu jenen Geraden liegen. Teilt man eine Gerade in zwei gleiche Hälften und eine derselben durch kurze Striche in kleinere Teile, so erscheint diese Hälfte länger als die andere. (Analoge Erscheinungen auf anderem Gebiete: eine ganze Stunde vergeht schnell, zehn Minuten erscheinen einem wie eine Ewigkeit, wenn man mit der Uhr in der Hand die Bewegung des Sekundenzeigers unablässig verfolgt; ein Weg, den man zum ersten Male geht, erscheint einem lang, jedoch um so kürzer, je öfter man ihn gegangen ist.)

In Fig. 304 und 305 sind die berühmten Zeichnungen von Hering und Zöllner wiedergegeben. In der ersten sind die vier Horizontalen gerade parallele Linien, es erscheint aber das untere Linienpaar nach den Enden hin konvergierend, während beim oberen sich die Linien in der Mitte zu nähern scheinen. Während das Auge über dem unteren Linienpaar von der Mitte nach den Enden hingleitet, sieht es eine beständige Divergenz von Linien, der gegenüber die Parallelität als Konvergenz erscheint. In Fig. 305 sind die breiten schwarzen Geraden einander vollkommen parallel; ihre scheinbare Abweichung von der Parallelität nimmt noch zu, wenn man die Zeichnung um 45° dreht. Beleuchtet man im Dunkeln die Fig. 305 mittels eines elektrischen Funkens, so erscheinen die breiten Linien als vollkommen parallel. Die kurze Belichtungsdauer erlaubt es dem Auge nicht, über die Zeichnung dahinzugleiten, und das richtige Bild der Zeichnung, welches daher auf der Netzhaut entsteht, ruft auch eine richtige Vorstellung von ihrer Form hervor. In Fig. 306 ist ein genauer Kreis gezeichnet,

Fig. 305.

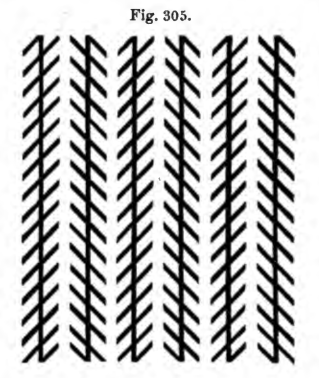




Fig. 306.

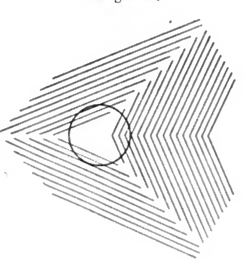
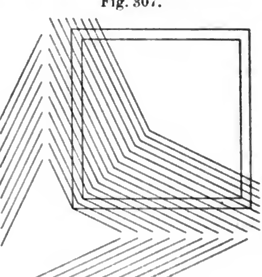


Fig. 307.



der jedoch links eingedrückt, rechts ausgezogen erscheint. Das Viereck in Fig. 307 ist ein genaues Quadrat, sein links unten befindlicher Winkel aber erscheint spitz.

Hierher gehört auch die bekannte Täuschung, welche entsteht, wenn man längere Zeit hindurch einen Gegenstand fixiert, der sich

ununterbrochen in derselben Richtung fortbewegt, wenn man z. B. aus einem Waggonfenster die durchfahrene Gegend, vom Schiffe aus das Wasser fixiert oder wenn man eine Figur betrachtet, die sich ununterbrochen vom Mittelpunkt nach der Peripherie hin ausbreitet, wie solche mittels einer Zauberlaterne auf einem Schirme in bekannter Weise erhalten werden. Blickt man hierauf nach einem unbeweglichen Gegenstande (oder unterbricht man z. B. jene Bewegung auf dem Schirme), so scheint sich der Gegenstand in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen.

Literatur.

Grundlegend für die physiologische Optik ist das folgende Werk:

H. Helmholtz: Handbuch der physiologischen Optik. 3. Aufl. Hamburg und Leipzig 1910. Am Ende befindet sich eine Übersicht über die Literatur der physiologischen Optik. Die erste Auflage wurde 1856 bis 1867 gedruckt, die zweite 1886 bis 1896.

Ferner mögen noch genannt sein:

E. und R. Pauli: Physiologische Optik. Jena 1918; hier findet man auch viele Angaben über die hierher gehörige Literatur.

Hans Schulz: Das Sehen. Eine Einführung in die physiologische Optik. Stuttgart 1920.

Zu § 1.

Listing: Dioptrik des Auges. Wagners Handbuch der Physiologie **4**, 451, 1851.

Zu § 2.

Mariotte: Oeuvres, p. 496, 1668; Mém. d. l'Acad. de Paris 1669 und 1682; Phil. Trans. **2**, 668, 1668; Acta Eruditorum 1683, p. 68.

Thomas Young: On the mecanism of the eye. Phil. Trans. **1**, 23, 1801.

Tscherning: Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique. Paris 1900, **3**, 547.

Kepler: Dioptrice. Propos. **26**, 1611.

Cartesius: Dioptrice. Lugd. Batav. 1637.

Helmholtz: Handbuch der Optik, S. 140.

Zu § 3.

Plateau: Arch. de biol. **1**, 61, 1880.

Zu § 4.

F. Allen: Phys. Rev. **11**, 257, 1901.

Becker: Reliefffernrohre und Entfernungsmesser von Carl Zeiss. Frauenfeld 1900.

Krüss: Phys. Ztschr. **3**, 361, 1902.

Pulfrich: Instr. **21**, 221, 249, 1901; **22**, 65, 192, 229, 1902; **23**, 43, 1903; Phys. Ztschr. **1**, 98, 1899; Vierteljahrsschr. der Astron. Ges. **37**, 211, 1902; Astron. Nachr., Nr. 3797, 3805, 1902; Neue stereoskopische Methoden und Apparate, 1. Lief. Berlin 1903.

Wolf: Astron. Nachr., Nr. 3749, 1901.

D'Almeida: Compt. rend. **47**, 61, 1858.

W. L. Rosenberg: Über einige Erscheinungen des monokularen und binokularen Sehens (russ.). Päd. Sbornik wojenno-utschebn. sawed. 1897, Nr. **2**, 593. Bedingungen für die Größenbestimmung mittels des Auges. Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **125**, 1897.

Zu § 5.

Aubert: Handbuch der Augenheilkunde von Graefe-Sämisch **2**, 485, 1876.
Ebert: Wied. Ann. **33**, 136, 1888.
Pflüger: Ann. d. Phys. **9**, 185, 1902.
Th. Young: Lectures on natural philosophy. London 1807.
König und Dieterici: Wied. Ann. **22**, 579, 1884; Graefes Archiv (2) **30**, 171, 1884.
Hering: Wien. Ber. (3) **69**, 85, 179; **70**, 169, 1874; Lotos **1**, 1880; **7**, 177, 1889.
Exner: Wien. Ber. **127**, 1830, 1918.
Wundt: Philos. Studien **4**, 311; Physiol. Psychologie, 4. Aufl. 455 S., 1893.
Chauveau: Compt. rend. **113**, 358, 394, 1891; **115**, 908, 1892.
Preyer: Pflügers Archiv **25**, 31.
Ebbinghaus: Ztschr. f. Psych. u. Physiol. d. Sinnesorgane **5**, 145.
P. Preobrashenski: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **21**, 249, 1889; Journ. de phys. **9**, 538, 1890.
Charpentier: Compt. rend. **91**, 240, 995, 1075, 1880; **92**, 92, 1881; **96**, 858, 1079, 1883; **97**, 1431, 1883; **98**, 1290, 1884; **99**, 87, 1884; **100**, 361, 1885; **101**, 182, 1885; **114**, 1423, 1892.
Parinaud: Compt. rend. **99**, 241, 1884; **101**, 821, 1885.
Estel: Zur Geschichte der Farbenlehre. Programm des Gymnasiums zu Chemnitz, 1901.
Kries: Bericht der Freiburger Naturforschergesellschaft **9**, 61, 1894; Ztschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorgane **9**, 81, 1895—1896; **12**, 81, 1896; **13**, 241, 1897; **15**, 247, 1897.
Lummer: Wied. Ann. **62**, 19, 1897.

Zu § 7.

Burmester: Beiträge zur experimentellen Bestimmung geometrisch-optischer Täuschungen. Dissertation. München 1896 (L. Voss, Hamburg).
Bencke: Optische Täuschungen. Programm des Königstädtischen Gymnasiums zu Berlin, 1900.
Wundt: Geometrisch-optische Täuschungen. Abh. d. königl. sächs. Ges. d. Wiss. **24**, Nr. 2. Leipzig 1898.
Kundt: Pogg. Ann. **120**, 118, 1863.
Scheffler: Pogg. Ann. **127**, 105, 1866.
Thiéry: Philosoph. Studien (Wundt) **11**, 307, 603, 1895; **12**, 67, 1896.
Delboeuf: Rev. Sc. **51**, 237, 1893.
Oppel: Jahresber. d. phys. Ver. zu Frankfurt a. M. 1854—1855, S. 37; 1856—1857, S 47; 1860—1861, S 26; Pogg. Ann. **99**, 466.
Schröder: Pogg. Ann. **105**, 298, 1858.
Helmholtz: Physiol. Optik 1896, S. 704.
Dember und Uibe: Ann. d Phys. **61**, 354, 1920.
Witte: Phys. Ztschr. **19**, 142, 1918; **20**, 61, 114, 126, 368, 389, 439, 470, 1919.
Baschin: Die Naturw. **7**, 510, 1919.
Zweisel: Die Naturw. **7**, 937, 1919.
Jaeckel: Phys Ztschr. **21**, 262, 1920.
Geipel: Phys. Ztschr. **21**, 169, 1920.
A Müller: Phys. Ztschr. **21**, 497, 1920.
Zoth: Arch. f. d. ges. Physiologie **78**, 375.

Ptolemäus: L'Ottica di Cl. Tolomeo, Ed Gilb. Govi 1885; Sermo tertius, p. 77.
Gauß: Briefwechsel zwischen Gauß und Bessel, S. 498, 1880.
Filehne: Archiv f. d. ges. Physiologie **59**, 291; Archiv f. Anat. u. Phys., Jahrgang 1917, S. 197.
Reimann: Programm des königl. Gymnasiums zu Hirschfeld 1901.
Zöllner: Pogg. Ann. **110**, 500, 1860; **114**, 587, 1861.

Zwölftes Kapitel.

Optische Erscheinungen in der Atmosphäre.

§ 1. Scheinbare Gestalt des Himmelsgewölbes. Astronomische und terrestrische Strahlenbrechung. Das Studium der optischen Vorgänge, die sich in unserer Atmosphäre abspielen, bildet den Gegenstand der meteorologischen Optik. Pernter, der beste Kenner dieses Teiles der Meteorologie, teilt in seiner „Meteorologischen Optik" die optischen Erscheinungen der Atmosphäre in drei Gruppen ein:

1. Erscheinungen, welche nur von den gasigen Bestandteilen der Atmosphäre abhängen und durch die ungleiche Dichte der letzteren in ihren verschiedenen Punkten hervorgerufen werden;
2. Erscheinungen, welche durch Anwesenheit großer Mengen von relativ nicht sehr kleinen Körperchen bedingt werden, etwa durch Wassertröpfchen oder Eiskristalle; hierher gehört auch der Fall von ungewöhnlich bedeutender Ansammlung fester Teilchen (Staub);
3. Erscheinungen, welche durch kleinste, jedoch nicht gasige Teilchen verursacht werden, wie sie sich stets in der Luft vorfinden.

Gesondert behandelt Pernter die Frage nach der scheinbaren Gestalt des Himmelsgewölbes.

Wir müssen uns in diesem Buche auf eine ganz oberflächliche Betrachtung einiger hierher gehöriger Erscheinungen beschränken.

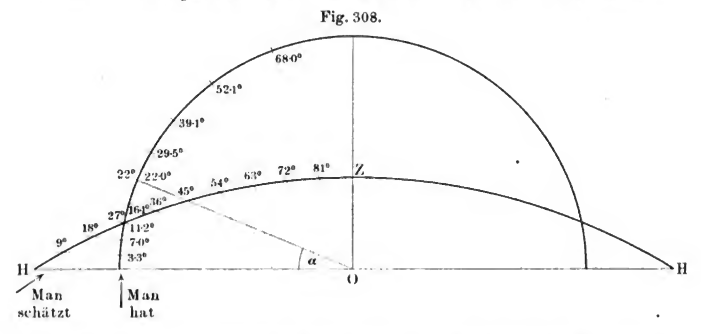
Zunächst mögen einige Worte über die scheinbare Gestalt des Himmelsgewölbes gesagt werden.

Das Himmelsgewölbe erscheint uns stark abgeplattet; die Teile des Himmels, welche am Horizonte liegen, scheinen viel weiter von uns entfernt zu sein als die Teile, die sich über unserem Haupte, nahe dem Zenit, befinden. Halbiert man nach Augenmaß den Bogen, welcher das Zenit mit dem Horizonte verbindet, so müßte der Winkel α zwischen der Geraden, welche vom Beobachter zum Halbierungspunkte gezogen ist, und der Horizontalebene dann $= 45^0$ sein. In Wirklichkeit jedoch findet man durch Messungen, wie solche namentlich von Reimann u. a. ausgeführt worden sind, $\alpha = 22^0$; man hat sich somit bei der Schätzung

um mehr als den doppelten Betrag geirrt. Ein unmittelbar vom Horizonte ausgehender Bogen von 3,3° erscheint uns gleich einem Zehntel des Bogens zwischen Horizont und Zenit, also gleich 9°; hier schätzt man also den Bogen fast dreimal so groß, als er in der Tat ist. In Fig. 308 stellt *HZH* die scheinbare Gestalt des Himmelsgewölbes nach Pernter vor; sie wäre demnach eine Kugelhaube. Der Bogen *HZ* ist in zehn Teile geteilt, die uns gleichgroß erscheinen und gleichen Winkeln eines Höhenkreises zu entsprechen scheinen. Auf dem Halbkreise sind die wahren Winkel aufgetragen: eine Höhe von 3,3° erscheint uns gleich 9°, eine Höhe von 11,2° gleich 27°, eine Höhe von 22° gleich 45°, eine Höhe von 68° gleich 81° usw.

Nach Gauß hat man es hier mit einer optischen Täuschung zu tun, deren Hauptursache darin besteht, daß man über eine vollkommen

Fig. 308.



unbekannte Entfernung der Gegenstände in ungleicher Weise ein Urteil fällt, je nach der Richtung und der Stellung der Augen, in welchen man jene Gegenstände erblickt; es handelt sich hier also um den Fall, der bereits auf S. 514 erwähnt war.

Hängt man mit dem Kopfe nach unten und blickt in dieser Lage zum Himmel, so erscheint uns das Himmelsgewölbe, wie Filehne gefunden hat, in der Gestalt einer Halbkugelfläche. Einen ähnlichen Erfolg erzielte Zoth, wenn er sich horizontal auf den Rücken legte, so daß die normale Blickrichtung zum Zenit gerichtet war.

Interessante weitere Betrachtungen über die scheinbare Form des Himmelsgewölbes findet man in dem Werk von Zehnder, „Über optische Täuschungen mit besonderer Berücksichtigung der Täuschung über die Form des Himmelsgewölbes usw.“. Leipzig 1902.

Ferner mögen hier noch erwähnt werden: v. Sterneck, Der Sehraum auf Grund der Erfahrung, Leipzig 1907 und Alois Müller, Die Referenzflächen des Himmels und der Gestirne. Braunschweig 1918.

In letzter Zeit ist von seiten der Psychologen und Physiker viel über diesen Gegenstand gearbeitet worden. Gegen die eben dargelegte Blickrichtungstheorie haben sich Dember und Uibe (1918) gewandt. Sie weisen darauf hin, daß die scheinbare Höhe des Himmelsgewölbes in den Subtropen größer ist als in Deutschland und ferner, daß in mondscheinlosen, ganz klaren Nächten das Himmelsgewölbe Halbkugelform annimmt. Auf Grund zahlreicher Messungen zeigen sie, daß die sichtbare Form des Himmelsgewölbes wesentlich durch atmosphärisch-optische Umstände bedingt wird, und zwar durch die nach verschiedenen Richtungen von der Himmelshelligkeit abhängige verschiedene Sichtweite, welche bewirkt, daß wir am Tage im Abstande der Sichtweite eine unterschiedslose Grenze sehen, die gebildet wird von den leuchtenden Molekeln der Luft. Zwischen den Sichtweiten und den Himmelshelligkeiten besteht eine einfache Beziehung, die es ermöglicht, die Himmelsform mit Hilfe photometrischer Helligkeitsmessungen geometrisch darzustellen. Die Richtigkeit dieser Schlüsse werden von Pohl (1919) und Frl. Stücklen (1919) bestritten. Die letztere zeigt, daß die Täuschung wegfällt, wenn ein geeigneter Anhalt für die vertikale Richtung vorhanden ist. Winkelmessungen am Fuße hoher Türme von funkentelegraphischen Großstationen ergaben annähernd richtige Schätzungen für die Größe des Halbierungswinkels zwischen Horizont und Zenit, während ohne diese Hilfsmittel der Winkel, den die Richtung nach irgend einen Punkt des Himmels mit der Ebene des Horizonts bildet, ganz falsch geschätzt wurde. Pohl betont, daß diese Versuche stark dafür sprechen, daß es sich bei der Gestalt des Himmelsgewölbes um ein psychologisches Problem handele, das keiner physikalischen Lösung fähig sei.

Zur ersten der eingangs genannten drei Erscheinungsgruppen gehören vor allem die Erscheinungen der astronomischen und terrestrischen Strahlenbrechung. Sie sind bekanntlich dadurch bedingt, daß die Dichte der Luft eine Punktfunktion ist, also an verschiedenen Punkten verschiedene Werte besitzt. Die Niveauflächen dieser Funktion kann man in erster Annäherung als mit der Erdoberfläche konzentrische Kugelflächen ansehen; sie teilen die ganze Atmosphäre in Schichten von gleicher Dichte. Ein Lichtstrahl, welcher diese Schichten nicht in radialer Richtung durchdringt, erleidet kontinuierliche Brechungen, und seine „Trajektorie" ist daher innerhalb der Atmosphäre keine Gerade, sondern eine gewisse Kurve. Befindet sich die Lichtquelle außerhalb der Atmosphäre, so wird der vorher geradlinige Strahl in einen krummlinigen umgewandelt, dessen konkave Seite der Erdoberfläche zugekehrt ist. Der Beobachter sieht das Gestirn von der Erdoberfläche aus in der Richtung der Tangente, welche an den Endpunkt jener Kurve gezogen ist. Der Winkel zwischen dieser Tangente und der Richtung des Strahles außerhalb der Atmosphäre bestimmt die Größe der astro-

nomischen Refraktion; die Theorie derselben gehört in die Astronomie, sie ist von Bouguer (weiter entwickelt von Simpson und Bradley), Bessel, Laplace und Ivory abgeleitet worden.

Die terrestrische Refraktion bedingt die Änderung der Geradlinigkeit eines Strahles, der sich zwischen zwei in verschiedener Höhe befindlichen Punkten ausbreitet. Diese Erscheinung ist von großer Bedeutung für die Geodäsie; eine wichtige Rolle spielt sie bei der Höhenmessung. Die Theorie der terrestrischen Refraktion ist u. a. von Jordan entwickelt worden.

Nimmt man an, die an die oben erwähnten Niveauflächen (Dichte $d = Const.$) gezogenen Tangentialebenen seien überall horizontal, so folgt daraus, daß der Refraktionswinkel in einer Vertikalebene liegt, daß also die Refraktion nur die Höhe eines beobachteten Punktes ändert. In Wirklichkeit sind aber jene Tangentialebenen nicht immer horizontal, so daß die durch die Normale zur Niveaufläche $d = Const.$ und die Tangente an den Strahl gelegte Ebene auch keine Vertikalebene zu sein braucht. In diesem Falle aber ändert sich nicht nur die Höhe, sondern auch das Azimut des beobachteten Punktes und es tritt seitliche Refraktion auf. Näheres hierüber findet man in den Lehrbüchern der Astronomie und Geodäsie.

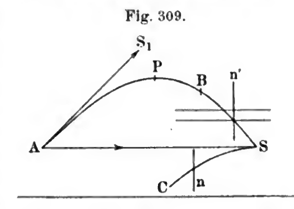
§ 2. Erscheinungen der unregelmäßigen Refraktion. Fata morgana. An der Erdoberfläche beobachtet man bisweilen, und zwar unter mehr oder weniger ausnahmsweisen Verhältnissen, einige seltsame Erscheinungen. Im wesentlichen bestehen sie im Auftreten einfacher, bisweilen auch vielfacher Spiegelbilder von Gegenständen an Orten, welche sich von jenen Gegenständen in großem Winkelabstande befinden, während doch bei der astronomischen Strahlenbrechung, die mit der Zenitdistanz z anwächst, die scheinbare Ortsveränderung eines Gestirns bei $z = 45^0$ angenähert 1′, bei $z = 80^0$ etwa 5,25′ und sogar bei $z = 90^0$ nur ungefähr 35′, bei entsprechend günstigem Zustande der Atmosphäre, beträgt.

Die bemerkenswerteste Erscheinung der unregelmäßigen Brechung — die sogenannte Fata morgana — besteht im folgenden: Gegenstände unterhalb des Horizonts oder durch Berge verdeckte Objekte werden sichtbar; umgekehrt verschwinden solche Objekte, die geometrisch sichtbar sein sollten und unter normalen Verhältnissen auch in Wirklichkeit sichtbar sind; die Gegenstände erscheinen merklich gehoben oder gesenkt, vergrößert oder verkleinert und — in seltenen Fällen — seitlich verschoben; anstatt eines Bildes des Gegenstandes sieht man deren zwei, drei und, in sehr seltenen Fällen, noch mehr, wobei einige dieser Bilder in aufrechter, andere in umgekehrter Lage erscheinen. Von der Insel Malta aus sah man einst eine neue Insel und wollte von derselben Besitz ergreifen, hierbei fand man aber, daß die vermeintliche

Insel nichts anderes als ein verzerrtes Bild des Ätna gewesen war. Besonders häufig tritt die Fata morgana in der Wüste auf. Die französische Armee, bei der sich Monge befand, erblickte in Ägypten beim Marsch in die Wüste das Meer in Form einer gewaltigen Meerenge vor sich, welche sich in dem Maße zurückzog, als man sich ihr näherte.

Die erste Erklärung dieser Erscheinungen stammt von Wollaston, die erste mathematische Theorie hat Biot entwickelt. Ferner haben sich mit diesem Gegenstande insbesondere Gergonne und Tait beschäftigt. Alle Erklärungen betrachten die Trajektorie des Strahles, welche durch Luftschichten mit einer Dichte d hindurchgeht, die sich nach irgend einem Gesetz nur in Abhängigkeit von der Höhe z über der Erdoberfläche ändert. Es wird also allen jenen Erklärungen die Annahme zugrunde gelegt, daß die Flächen gleicher Dichte horizontal verlaufen. Bei normaler Dichteverteilung, wo d sich mit Zunahme von z verringert, ist es leicht, die Form der Trajektorie für einen Strahl zu finden, welcher von irgend einem Punkt S (Fig. 309) ausgeht. Ein nach unten gerichteter Strahl geht ununterbrochen aus Schichten mit geringerer in solche mit größerer Dichte über; er muß sich der vertikalen Senkrechten n nähern, und daher ist seine Trajektorie SC gegen die Erdoberfläche hin konkav. Ein geneigt nach oben gerichteter Strahl muß sich in jedem Punkte von der Senkrechten n' entfernen, es ist daher seine Trajektorie SP ebenfalls gegen die Erdoberfläche konkav. Demgemäß läßt sich die Differentialgleichung der Trajektorie des Strahles ganz allgemein für die Abhängigkeit des Brechungsquotienten μ von der Höhe z aufstellen. Es sei die x-Achse des Koordinatensystems horizontal und φ der Winkel zwischen der Tangente zum Strahl und der Vertikallinie und die Werte von μ und φ in zwei benachbarten Schichten μ_1, φ_1 und μ_2, φ_2. Nach dem Brechungsgesetze ist $\sin\varphi_1 : \sin\varphi_2 = \mu_2 : \mu_1$, also $\mu_1 \sin\varphi_1 = \mu_2 \sin\varphi_2$. Geht man von einer Schicht zur anderen über, so findet man, daß an der ganzen Trajektorie des Strahles entlang

Fig. 309.



$$\mu \sin\varphi = c \quad \text{. . . . .} \quad (1)$$

ist, wo c eine Konstante darstellt. Andererseits ist

$$tg\,\varphi = \frac{dx}{dz}$$

oder

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2\varphi}}.$$

Setzt man hier $sin\,\varphi$ aus Formel (1) ein, so erhält man als Differentialgleichung für die Trajektorie

$$\mu^2 = c^2\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

Entsprechen μ_0 und φ_0 dem Ausgangspunkte S des Strahles, so ist $c^2 = \mu_0{}^2 \, sin^2 \varphi_0$. Formel (2) gibt

$$\mu^2 - c^2 = c^2\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \quad \text{oder} \quad c\frac{dz}{dx} = \sqrt{\mu^2 - c^2}.$$

Hat der Punkt S die Koordinaten $x = 0$ und $z = \zeta$, so erhält man hieraus

$$x = c\int_{\zeta}^{z} \frac{dz}{\sqrt{\mu^2 - c^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

Weitergehen kann man nur, wenn man eine bestimmte Voraussetzung über die Form der Funktion

$$\mu = f(z) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

macht.

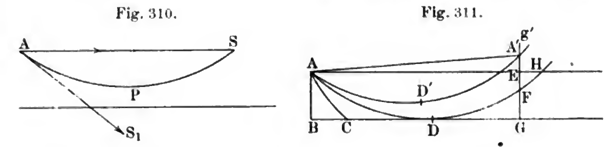
Die Krümmung der Kurven SC und SP ist unter normalen Verhältnissen nur gering, unter abnormen kann sie sehr bedeutend werden, und der aus dichteren Schichten in weniger dichte übergehende Strahl kann horizontal werden, hierauf wieder in dichtere Schichten gelangen und dabei eine aus zwei Ästen bestehende Kurve mit einem Scheitelpunkt bilden. Die Erklärung für die Umkehr jener Kurve stieß anfangs auf Schwierigkeiten, die man dadurch zu beseitigen suchte, daß man annahm, in einer der Schichten erfolge totale Reflexion. Später zeigte Bravais, daß man, unter Heranziehung der Wellenflächen statt der geometrischen Strahlen, ebenfalls zu dem Ergebnis kommt, daß der Strahl, nachdem er horizontal geworden, einen zweiten Kurvenast bildet, welcher dem ersten symmetrisch ist.

Je kleiner der Winkel ist, welchen die Anfangsrichtung des Strahles im Punkte S mit dem Horizonte bildet, um so eher kann die Trajektorie des Strahles die Form SPA annehmen, wobei das in A befindliche Auge das Bild des Punktes S in der Richtung AS_1 sieht. Hierdurch erklärt sich die Erscheinung, daß unterhalb des Horizonts liegende Gegenstände sichtbar werden. In den Polarregionen tritt bisweilen bei sehr starker Abkühlung der unteren Luftschichten eine sehr schnelle Dichteabnahme in aufsteigender Richtung ein. In diesem Falle kann eine Trajektorie von der Form SPA auch bei starker anfänglicher Neigung des Strahles entstehen, und der Beobachter in A kann zwei Bilder sehen, das eine unmittelbar in der Richtung AS, das andere in der Richtung der Tangente AS_1. Das zweite Bild kann aufrecht oder umgekehrt sein; wovon dies abhängt, wird im folgenden erläutert werden.

Die wichtigsten Fälle der abnormen Strahlenbrechung entstehen infolge überaus starker Erwärmung des Erdbodens und der untersten Luftschichten, deren Dichte dann geringer wird als die der darüberliegenden Schichten, so daß labiles Gleichgewicht eintritt. In diesem Falle wird die von S (Fig. 309, SC) nach unten gehende Trajektorie konvex gegen die Erdoberfläche und kann, wenn sie einen Scheitelpunkt besitzt, die Form der Kurve SPA (Fig. 310) annehmen. Auch in diesem Falle sieht der Beobachter in A zwei Bilder in den Richtungen AS und AS_1.

Ohne auf Einzelheiten einzugehen, wollen wir im folgenden zeigen, auf welche Überlegungen Tait seine Theorie der verschiedenen Fälle von Luftspiegelung gestützt hat. Damit das Auge A den Punkt S sehen kann, muß sich der Strahl von A nach S ausbreiten, man kann daher die Frage, was man sieht und in welcher Richtung, in der Weise angreifen, daß man untersucht, welche Strahlen bei einer gegebenen Verteilung der Luftschichten von verschiedener Dichte bei einer gegebenen Form der Funktion $\mu = f(z)$ ins Auge gelangen können. Diese Frage

Fig. 310. Fig. 311.

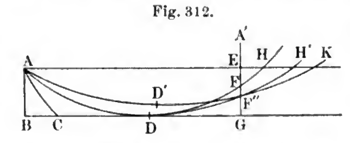


aber kann man derart lösen, daß man umgekehrt den Weg aller vom Auge ausgehenden Strahlen verfolgt, die ja mit den ins Auge eintretenden identisch sind. Wenn μ nur von z abhängt, so treten alle Erscheinungen in allen Vertikalebenen in gleicher Weise auf, und genügt es daher, die Strahlen zu betrachten, welche in einer dieser Ebenen liegen, die man als Zeichenebene annimmt. Die Zahl und Lage der Bilder hängt von der gegenseitigen Anordnung dieser Strahlen ab und das Auftreten von umgekehrten Bildern davon, ob sich die benachbarten Strahlen schneiden oder nicht. Dies wird aus den beifolgenden Figuren ersichtlich; wir nehmen zunächst an, daß sich die benachbarten Strahlen nicht schneiden. Es sei A (Fig. 311) die Lage des Auges, AC, $ADFH$, $AD'A'$, AA' vom Auge ausgehende oder dasselbe erreichende Strahlen, Gg' stelle den Gegenstand dar, welcher unter normalen Verhältnissen in seiner ganzen Größe sichtbar sein würde. Endlich nehmen wir an, daß der Strahl $ADFH$ in D, an der durch BG dargestellten Erdoberfläche seinen Scheitelpunkt habe. Die Gerade AEH verläuft horizontal. Zunächst ist klar, daß der Teil FG des Gegenstandes überhaupt unsichtbar ist; der Teil EF wird sichtbar, und zwar einfach in sehr niedriger Lage und dabei aufrecht; der

Teil EA' erscheint verdoppelt (da EA und AA' ebenfalls Strahlen darstellen), beide Bilder sind aufrecht, denn jeder von einem seiner Punkte ausgehende Strahl bleibt oberhalb des von einem niedrigeren Punkte ausgehenden Strahles. Es ist dies eine direkte Folge der Voraussetzung, daß sich die benachbarten Strahlen nicht schneiden. Bei Annäherung des Gegenstandes an das Auge verkleinern sich die unsichtbaren und verdoppelt erscheinenden Teile desselben; entfernt sich der Gegenstand bis nach H, so verkleinert sich und verschwindet schließlich der einfach erscheinende Teil.

Wir machen jetzt die Annahme, daß sich die benachbarten Strahlen schneiden und daß ADH (Fig. 312) ein Strahl ist, dessen Scheitelpunkt D sich an der Erdoberfläche befindet. Der ihm benachbarte höher gelegene Strahl hat seinen Scheitelpunkt rechts von D, er schneidet daher ADH in einem Punkte, welcher ebenfalls weiter nach rechts und ein wenig höher als D liegt. Sei $DF''K$ der geometrische Ort der Durchschnittspunkte der benachbarten Strahlen, d. h. die Umhüllende dieser Strahlen; GA' der Gegenstand. Zieht man nun den horizontalen Strahl AEH und den Strahl $AD'F''H'$ durch den Durchschnittspunkt der Umhüllenden $DF''K$ mit dem Objekt GA', so sieht man, daß der Teil GF'' des Objekts überhaupt unsichtbar bleibt.

Fig. 312.



Ferner ist der Teil FF'' doppelt sichtbar, und zwar ist eines seiner Bilder ein aufrechtes, das andere ein umgekehrtes, da, weil sich die Strahlen schneiden, der höher gelegene Punkt F tiefer erscheint als F''. Der Teil FA' ist nur einfach zu sehen, und zwar in aufrechter Lage. Nähert sich der Gegenstand dem Punkte A, so wird der unsichtbare, sowie der doppelt sichtbare Teil kleiner; entfernt er sich bis H, so wird der einfach gesehene Teil kleiner und verschwindet schließlich.

Es sei hier nur noch bemerkt, daß Tait auch verwickeltere Fälle untersucht hat, wo die Zahl der entstehenden Bilder drei und mehr beträgt. Unter anderem untersuchte er die Erscheinungen, welche auftreten müssen, wenn die Formen der Funktion $\mu = f(z)$ an der Erdoberfläche die folgenden sind: $\mu^2 = \mu_0^2 + az^2$ oder $\mu^2 = a^2 + g^2 \cos \frac{\pi z}{b}$; diese Werte wurden in die Formel (3), S. 554, eingesetzt.

Eine ausführliche Besprechung der normalen und anomalen Refraktionserscheinungen in der Atmosphäre findet man in dem Werke von Pernter, „Meteorologische Optik", S. 55 bis 158.

Wood hat (1899) auf künstlichem Wege einige der vorhin beschriebenen Erscheinungen hervorgerufen, indem er eine horizontale

Metallplatte (von unten her) erwärmte und längs der Oberfläche dieser Platte nach kleinen, entsprechend aufgestellten Gegenständen blickte.

Eine allgemeine Theorie der Strahlenbrechung in der Atmosphäre eines Planeten stammt von Kummer. Aus derselben ist ersichtlich, daß äußerst merkwürdige optische Erscheinungen an der Oberfläche eines Planeten auftreten müssen, dessen Radius R größer als $2\lambda\left(1+\frac{1}{k}\right)$ ist, wo λ die Höhe der Atmosphäre unter der Annahme ist, daß ihre Dichte überall denselben Wert wie an der Erdoberfläche hat, während $k = \frac{n^2-1}{d}$ das Brechungsvermögen (S. 223) der Oberflächenschicht darstellt.

Für einen solchen Planeten ist der Krümmungsradius r des Strahles, welcher in die horizontale Richtung übergegangen ist, gleich oder kleiner als der Radius R. Infolgedessen werden die Strahlen, welche von einem an der Planetenoberfläche gelegenen Punkte ausgegangen sind, je nach ihrer ursprünglichen Richtung abermals zur Oberfläche zurückkehren, oder ohne Ende um den Planeten herumlaufen, oder endlich aus der Atmosphäre jenes Planeten in den äußeren Raum hinaustreten. Für die Erde ist R kleiner als der genannte Wert; an ihrer Oberfläche ist $r = 7\,R$.

Eine bemerkenswerte Anwendung der Kummerschen Theorie hat A. Schmidt in seiner Theorie des Baues der Sonne gemacht. Er hält sie für eine Kugel, deren Masse gasförmig ist und deren Dichte allmählich und ununterbrochen bis zum Werte Null abnimmt. Von einem inneren Kerne, den wir als scharf begrenzte Kugel sehen, und von bestimmten Oberflächenschichten kann somit keine Rede sein. Innerhalb der Kugel hat n einen großen Wert und ist r kleiner als R; daher treten die Strahlen nicht nach außen. Der Radius der sichtbaren Sonnenscheibe wird durch den Wert von R bestimmt, für welchen $R = r$ ist, d. h. durch diejenige innere Oberfläche, von deren Punkten die Strahlen die Kugel verlassen und zur Erde gelangen können. Auf S. 332 war bereits darauf hingewiesen worden, daß Julius sich zum Teil auf die Theorie von A. Schmidt stützt.

§ 3. Flimmern der Sterne. Die allbekannte Erscheinung des Flimmerns (Szintillierens) der Sterne besteht in schnell aufeinanderfolgenden Helligkeitsänderungen der Fixsterne. Bei Sternen, welche sich nahe dem Horizonte befinden, tritt hierzu noch ein ununterbrochenes Funkeln, ein Spiel der Farben. Die Ursache für diese Erscheinung ist vollständig aufgeklärt; sie ist analog dem scheinbaren Zittern der Gegenstände, welches man an heißen Sommertagen beobachtet, wenn der Erdboden von Sonnenstrahlen stark erhitzt ist. Dieses Zittern entsteht dadurch, daß die von einem gegebenen Gegenstande ausgehenden Strahlen

Schichten durchdringen, deren Brechungsvermögen infolge verschiedener Temperatur ein verschiedenes ist. Infolgedessen erfahren diese Strahlen häufige, nach Größe und Richtung wechselnde Ablenkung.

Viele Forscher, wie Aristoteles, Kepler, Newton, Biot, Montigny, Arago und Babinet, haben das Flimmern der Sterne studiert und die Ursachen dieser Erscheinung zu finden gesucht. Die wichtigsten neueren Untersuchungen stammen von K. Exner, welcher auch eine historische Übersicht über die betreffende Frage (1901) gegeben hat. Im folgenden halten wir uns an eine seiner Abhandlungen.

Ein Lichtstrahl erfährt beim Durchgange durch die Atmosphäre häufige Brechungen, da er auf seinem Wege Luftströmungen trifft, deren Dichte sich von der der benachbarten unterscheidet. Betrachtet man eine ebene Wellenfläche, so kann man sagen, daß sich auf ihr gewissermaßen Unebenheiten, erhabene und vertiefte Stellen bilden. Die mittlere Größe einer solchen Unebenheit ist ungefähr gleich einem Quadratdezimeter, der Krümmungsradius derselben nicht unter 1800 m, die Erhebung oder Vertiefung erreicht noch nicht 0,001 mm, ist also von der Größenordnung der Wellenlänge. Die Schwankungen der Strahlrichtung übersteigen nicht einige Sekunden, so daß sie vom Auge nicht wahrgenommen werden. Dagegen können die Schwankungen der scheinbaren Lichtstärke sehr beträchtlich sein, denn jeder Erhabenheit der Wellenfläche entsprechen divergierende Strahlen, jeder Vertiefung konvergierende. Haben sich z. B. auf einer ebenen Wellenfläche nebeneinander eine Erhebung und eine Vertiefung gebildet, deren Krümmungsradien + 6000 m und — 6000 m betragen, so verhalten sich die Lichtstärken der von diesen Stellen ausgehenden Lichtbündel in 1000 m Entfernung bereits wie 1 : 2.

Stellen wir uns ein Strahlenbündel von etwas größerer Querschnittsfläche vor, so ist die „Strahlendichte", d. h. die Lichtstärke in verschiedenen Punkten dieses Querschnittes eine verschiedene, und ihre Verteilung im Querschnitte unterliegt beständig unregelmäßigen Schwankungen, da die Luftströmungen, durch welche das Strahlenbündel seinen Weg nimmt, ihre Lage fortwährend ändern. Im Augenblicke, wo die Sonne aufgeht oder vor Eintritt der Totalität einer Sonnenfinsternis, wenn von der Sonne nur ein heller Punkt sichtbar ist, erscheinen auf einer weißen Wand die sogenannten fliegenden Schatten; es sind dies Orte der Strahlverdünnungen, welche ihre Lage schnell ändern.

Schiebt man das Okular eines Fernrohres so weit hinein, daß man anstatt des Bildes von einem Stern den Querschnitt seines konvergierenden Strahlenbündels zu sehen bekommt, so erblickt man einen Kreis, dessen einzelne Teile ungleich hell sind, wobei sich die Verteilung des Lichtes in ihm ununterbrochen ändert. Die Pupille des menschlichen Auges ist so klein, daß in jedem gegebenen Augenblicke in diese entweder ein verdichtetes oder ein verdünntes Strahlenbündel eintritt,

daher unterliegt auch die Helligkeit des Sternes fortwährenden, und zwar sehr bedeutenden Änderungen, und hierauf beruht die Szintillation.

Die Farbenänderungen eines Sternes in der Nähe des Horizonts erklären sich durch Dispersion der Strahlen in der Atmosphäre. Verfolgt man den Weg eines roten und violetten Strahles, welche bei ihrem Eintritt ins Auge dieselbe Richtung haben, so findet man, daß sie in großer Entfernung vom Auge voneinander einen gewissen Abstand hatten. Der Abstand eines roten und violetten Strahles an der Grenze der Erdatmosphäre ist für einen im Zenit befindlichen Stern gleich Null und geht bis zu 10 m, wenn der Stern nahe am Horizont ist. Infolgedessen gelangen die erwähnten Strahlen zu uns von verschiedenen Punkten der Wellenoberfläche, deren konkave oder konvexe Krümmung sehr verschieden sein kann. Mit Verstärkung des roten Lichtes kann im gegebenen Augenblicke eine Schwächung des violetten Lichtes zusammenfallen und umgekehrt, wodurch sich auch der Farbenwechsel der niedrig stehenden Sterne erklärt. Betrachtet man einen solchen niedrig stehenden Stern, nachdem man das Fernrohrokular in der oben angegebenen Weise hineingeschraubt hat, so beobachtet man an den verschiedenen Stellen des Scheibchens nicht nur Änderungen der Lichtstärke, sondern auch ununterbrochen sich ändernde Farbenwechsel.

Die Planeten zeigen keine Szintillation, da sie nicht als Punkte, sondern als kleine Scheiben erscheinen, deren einzelne Punkte gewissermaßen unabhängig voneinander szintillieren. Die mittlere Lichtstärke muß hierbei fast unverändert bleiben. Je größer das Objektiv eines Fernrohres ist, um so schwächer flimmern die Bilder der Sterne in ihm, da ein großes Objektiv die einfallenden verdichteten und verdünnten Strahlenbündel in ein einziges sehr schmales vereinigt.

Es gibt eine ganze Reihe von Instrumenten zur Beobachtung oder zur Messung des Flimmerns der Sterne, sie heißen Szintilloskope oder Szintillometer; auf ihre Beschreibung wollen wir nicht eingehen, sondern nur erwähnen, daß Marius, Nicolson, Montigny und Arago Apparate dieser Art konstruiert haben. Eine ausführliche Besprechung der Szintillation findet man bei Pernter, „Meteorologische Optik", S. 158 bis 211.

§ 4. Regenbogen. Zu den allbekannten Erscheinungen gehört die des Regenbogens; befindet sich eine Regenwolke auf der Seite, welche der Sonne gegenüberliegt, und wird unbehindert von den Sonnenstrahlen beschienen, so erscheint auf derselben ein Kreisbogen in den „Regenbogenfarben", d. h. den Spektralfarben. Der Mittelpunkt dieses Bogens liegt auf einer Geraden, welche durch den Mittelpunkt der Sonnenscheibe und das Auge des Beobachters hindurchgeht, befindet sich daher im allgemeinen unterhalb des Horizontes. Aus diesem Grunde ist der sichtbare Teil des Bogens kleiner als ein Halbkreis, wenn sich

der Beobachter an der Erdoberfläche und die Sonne über dem Horizonte befindet. Nur im Augenblicke des Sonnenaufganges oder -unterganges erreicht er die Form eines Halbkreises. Befindet sich jedoch der Beobachter auf einem Berggipfel oder im Luftballon, so kann der Regenbogen auch mehr als einen Halbkreis umfassen und sogar einen Vollkreis darstellen. Der äußere Rand des Regenbogens ist gewöhnlich rot, der innere violett. Die Winkelgröße des Halbmessers ist für den Regenbogen angenähert gleich 41°.

Außer diesem ersten Bogen beobachtet man sehr oft noch einen zweiten, mit ihm konzentrischen, welcher viel schwächer ist und höher liegt; die Winkelgröße des Radius dieses zweiten Bogens ist gleich 52°. Die Reihenfolge seiner Farben ist die umgekehrte, sein Innenrand ist rot, sein Außenrand violett gefärbt. Der Teil der Wolken, welcher innerhalb des ersten Regenbogens liegt, ist verhältnismäßig sehr hell beleuchtet; schwächer beleuchtet erscheinen die Wolken, welche außerhalb des zweiten Bogens liegen, und die im Zwischenraume zwischen beiden Bogen befindlichen Wolken erscheinen sehr dunkel.

Betrachtet man die Regenbogen aufmerksamer, so findet man, daß diese Erscheinung durchaus nicht etwas ganz Bestimmtes darstellt und in allen Einzelheiten immer die gleiche ist. Man findet im Gegenteil, daß die Regenbogen sich voneinander in sehr wesentlichen Stücken unterscheiden können. Die folgenden Beschreibungen entlehnen wir Pernter.

In bezug auf Reihenfolge, relative Breite und Helligkeit können die einzelnen verschiedenfarbigen Streifen sehr verschieden sein. Sehr oft kommt es vor, daß die blaue Farbe fehlt; in anderen Fällen ist das Rot kaum wahrzunehmen. Bisweilen ist der gelbe Streifen sehr schmal, der grüne und violette breit, bisweilen ist der gelbe und grüne Streifen von beträchtlicher Breite, der rote und violette kaum sichtbar. Am hellsten und stärksten hervortretend ist bald die eine Farbe, bald die andere. Nicht selten ist der mittlere Streifen des Regenbogens fast weiß gefärbt; die Breite dieses Streifens ist verschieden. In einigen Fällen ist die Breite des weißen Streifens fast gleich der des Regenbogens selbst, so daß letzterer als weißer Streifen mit kaum merklichen farbigen Säumen erscheint; ein solcher weißer oder Nebelbogen wird vor Nebeln beobachtet, welche die Sonne bescheint. Die Gesamtbreite des Regenbogens ist ebenfalls bedeutenden Schwankungen unterworfen.

Von ganz besonderem Interesse ist das Auftreten von sekundären Bogen, welche unterhalb des ersten oder dann und wann oberhalb des zweiten Regenbogens sich zeigen. Solcher sekundären Bogen hat man gleichzeitig bis zu sechs an Zahl beobachtet. Sie schließen sich bisweilen dem Hauptregenbogen unmittelbar an, bisweilen sind sie von ihm durch einen dunklen oder richtiger farblosen Zwischenraum getrennt. Bei den sekundären Bogen beobachtet man sehr verschiedenartige und

verschieden angeordnete Färbungen. Am häufigsten ist nur Grün und Rosa vorhanden; bisweilen tritt jedoch Gelb, Grün und Purpur oder sogar Gelb, Grün, Blau und Rosa auf. Die Reihenfolge der Farben ist der des Hauptbogens nicht selten entgegengesetzt.

Descartes hat (1637) eine Theorie der Entstehung des Regenbogens aufgestellt, die bis auf den heutigen Tag die bekannteste ist. Diese Descartessche Theorie ist jedoch falsch: ausgehend von unrichtigen Voraussetzungen führt sie zu einem Resultat, welches den in Wirklichkeit beobachteten Erscheinungen nicht entspricht. Wäre die Ursache für das Zustandekommen des Regenbogens wirklich die der Descartesschen Theorie zugrunde gelegte, so müßte der Regenbogen immer das gleiche Aussehen haben, sowohl was die Reihenfolge der Farben, als auch was die relative Helligkeit und Breite der einzelnen Farbenstreifen anlangt, die zusammengenommen dem gewöhnlichen kontinuierlichen, unreinen Spektrum entsprechen würden, wie man es mit dem Spektroskop bei weiter Spaltöffnung beobachtet.

Pernter wundert sich mit Recht darüber, daß sich die Descartessche Theorie so lange hat halten können, obgleich doch niemand jemals einen Regenbogen in der Gestalt gesehen hat, welche er nach obiger Theorie haben müßte. Die oberflächlichste Beobachtung dieser so gewöhnlichen Erscheinung lehrt schon, daß ihre Form eine variable ist, im Gegensatze zu jener Theorie, die übrigens für die sekundären Bogen, die doch bei den meisten Regenbogen mit auftreten, eine Erklärung zu geben nicht imstande ist. Insbesondere hat man sich über die lange Herrschaft der Descartesschen Theorie zu wundern, wenn man bedenkt, daß bereits Young (1801) ihre Unrichtigkeit dargetan, und daß Airy im Jahre 1837 eine richtige und vollständige Erklärung für das Entstehen der Regenbogen gegeben hat, die von Stokes (1850) vervollständigt worden ist. Im Laufe des ganzen vorigen Jahrhunderts hat man sich wenig mit der Theorie von Airy beschäftigt. In Frankreich Raillard (1857 und 1865), Delsaux (1882) und besonders Mascart, der diese Theorie in seinem Traité d'optique (Bd. I, S. 382 bis 405 und Bd. III, S. 430 bis 461) verarbeitete. In Deutschland bestätigte Pulfrich (1888) die Theorie von Airy durch Experimente mit gläsernen Zylindern.

Das große Verdienst Pernters (1897 bis 1900) besteht darin, daß er die Airysche Theorie nicht nur weiter ausbildete, sondern auch in einer ganzen Reihe von Artikeln immer wieder darauf hingewiesen hat, daß die Descartessche Theorie falsch ist. Zugleich suchte er die Airysche Theorie dem allgemeinen Verständnis durch Popularisierung näher zu bringen. Weitergeführt haben die Theorie dann Ch. Wiener (1900), Möbius u. a.

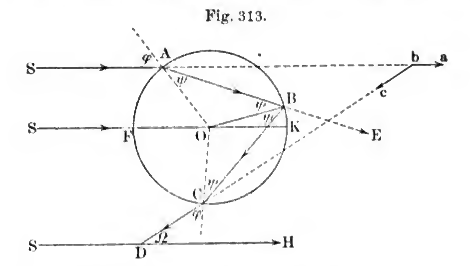
Ungeachtet alles dessen halten wir es jedoch für unerläßlich, an dieser Stelle die Descartessche Theorie anzuführen, sowohl wegen ihrer

historischen Bedeutung, als auch aus dem Grunde, weil wir dadurch die Möglichkeit gewinnen, nachzuweisen, weshalb sie unhaltbar ist.

I. Die (unrichtige) Theorie von Descartes. Descartes sieht mit Recht die Grundursache für das Zustandekommen des Regenbogens in den Brechungen und Spiegelungen, welche die Sonnenstrahlen an Wassertropfen erfahren.

Die von der Sonne ausgehenden parallelen Strahlen sollen einen kugelförmigen Wassertropfen, dessen Mittelpunkt sich in O (Fig. 313) befindet, treffen; die Sonnenstrahlen seien der Geraden SO parallel. Ein beliebiger Strahl SA, dessen Einfallswinkel φ ist, wird beim Eintritt in den Tropfen gebrochen, erfährt im Innern desselben eine, zwei oder mehrere Reflexionen (in Fig. 313 ist eine, in Fig. 314 sind zwei solche innere Reflexionen dargestellt) und tritt darauf nach mehrmaliger Brechung in der Richtung CD aus dem Tropfen. Da der Strahl fortwährend in einer Ebene verbleibt, welche durch seine ursprüngliche

Fig. 313.



Richtung und den Mittelpunkt O geht, so kann der austretende Strahl CD nur dann ins Auge des Beobachters gelangen, wenn der Strahl selbst in einer Ebene liegt, welche durch den Mittelpunkt der Sonne, das Auge des Beobachters und den Mittelpunkt des Tropfens geht. Diese Ebene schneidet den Tropfen in einem größten Kreise; wählt man sie als Zeichenebene, so hat man sich auf Betrachtung der Strahlen zu beschränken, welche in dieser Ebene liegen. Damit der Strahl CD zum Beobachter gelangen kann, ist ferner erforderlich, daß er nach unten gerichtet ist und — bei der gewöhnlichen Stellung des Beobachters — einen spitzen Winkel mit der Richtung OS bildet, welche der Strahlrichtung SO entgegengesetzt ist.

Wir bezeichnen mit ω die totale Ablenkung des Strahles, d. h. den Winkel $\omega = \angle abc$, wo $SAba$ und $bcCD$ gerade Linien sind. Die Größe dieses Winkels läßt sich leicht finden: die Ablenkung ω setzt sich aus zwei Ablenkungen beim Ein- und Austritt des Strahles und k Ablenkungen bei den totalen Reflexionen zusammen, wenn deren Zahl

gleich k ist. Bezeichnet man den Brechungswinkel mit ψ, so erhält man den Ausdruck

$$\omega = 2(\varphi - \psi) + k(\pi - 2\psi) \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

denn bei jeder der beiden Brechungen dreht sich der Strahl, wie man leicht mit Hilfe der Figur finden kann, um den Winkel $\varphi - \psi$, bei jeder der k totalen Reflexionen um den Winkel $EBC = \pi - 2\psi$. Der Winkel ψ ist mit φ durch die Gleichung

$$\sin\varphi = n \sin\psi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

verknüpft, wo n der Brechungsquotient des Wassers ist, und es hängt somit die totale Ablenkung ω vom Winkel φ ab, d. h. vom Winkelabstande der Punkte A und F. Hieraus folgt auch, daß ein paralleles Strahlenbündel, welches den Tropfen trifft, nach seinem Austritt ein divergierendes Bündel bildet, welches zur Richtung SO symmetrisch ist.

Eine genauere Betrachtung lehrt, daß bei Zunahme des Winkels ω von 0 bis 90° der Ablenkungswinkel ω zunächst abnimmt, bei einem gewissen Werte $\varphi = \varphi_0$ sein Minimum erreicht und für $\varphi > \varphi_0$ wiederum wächst. Aus einem weiter unten angegebenen Grunde hat man die Strahlen, welche unter dem Winkel φ_0 einfallen und die geringste Ablenkung erfahren, als „wirksame" Strahlen bezeichnet. Die Descartessche Theorie legt jedoch, wie wir sehen werden, diesen Strahlen eine Bedeutung bei, die ihnen nicht zukommt; es sind nämlich jene Strahlen weder die einzigen wirksamen, noch auch die am meisten wirksamen Strahlen. Pernter schlägt deshalb vor, sie als mindest gedrehte Strahlen zu bezeichnen; kürzer könnte man sie die Descartesschen Strahlen nennen.

Man findet den Einfallswinkel φ_0 der Descartesschen Strahlen, wenn man die Ableitung von ω nach φ gleich Null setzt. Formel (5) gibt

$$1 - (k+1)\frac{d\psi}{d\varphi} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Aus (6) erhält man dagegen

$$\cos\varphi = n\cos\psi\,\frac{d\psi}{d\varphi};$$

entnimmt man von hier $\frac{d\psi}{d\varphi}$, so ist

$$1 - (k+1)\frac{\cos\varphi}{n\cos\psi} = 0$$

oder

$$n^2\cos^2\psi = (k+1)^2\cos^2\varphi.$$

Formel (6) gibt den Ausdruck

$$n^2\sin^2\psi = 1 - \cos^2\varphi.$$

Addiert man die beiden letzten Gleichungen, so erhält man

$$n^2 = (k^2 + 2k)\cos^2\varphi + 1.$$

Die Wurzel dieser Gleichung liefert das Gesuchte φ_0:

$$\cos\varphi_0 = +\sqrt{\frac{n^2-1}{k^2+2k}} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8)$$

Da φ ein spitzer Winkel ist, so hat man die positive Wurzel zu wählen. Für $n^2-1<k^2+2k$, d. h. $n<k+1$ ist der Winkel φ_0 in Wirklichkeit nicht vorhanden. Ist $n<2$, so ist φ_0 reell für alle Werte von k, anfangend von $k=1$; dieser Fall bezieht sich gerade auf Wassertropfen. Ist $3>n>2$, so hat bei $k=1$ der Winkel ω kein Maximum oder Minimum, und Winkel φ_0 ist nicht vorhanden; einem solchen Falle entspricht z. B. ein Tropfen einer Phosphorlösung in Schwefelkohlenstoff.

Um die Frage zu entscheiden, ob ω bei $\varphi=\varphi_0$ ein Maximum oder Minimum hat, muß man das Vorzeichen der Größe $\frac{d^2\omega}{d\varphi^2}$ bestimmen. Formel (5) gibt

$$\frac{d^2\omega}{d\varphi^2} = -2(k+1)\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}.$$

Aus (6) ersieht man, daß für $n>1$ die Größe $\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}>0$ wird; hieraus folgt, daß der Winkel ω bei allen Werten von k ein **Minimum** hat, wenn nur $n<k+1$ ist, d. h. für Wassertropfen bei allen Werten von k, anfangend von $k=1$.

Wir wenden uns nunmehr der wichtigen Frage zu, in welchem Zusammenhang der zu φ_0 gehörige Winkel ω_0 mit der **Farbe** des einfallenden Strahles steht, d. h. mit dem Brechungsquotienten n. Aus der Formel (5) folgt

$$\frac{d\omega_0}{dn} = 2\frac{d\varphi_0}{dn} - 2(k+1)\frac{d\psi_0}{dn}.$$

Formel (8) und die sich aus ihr ergebenden

$$\left.\begin{aligned} \sin\psi_0 &= \frac{\sin\varphi_0}{n} = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{(k+1)^2-n^2}{k^2+2k}} \\ \cos\psi_0 &= \frac{k+1}{n}\sqrt{\frac{n^2-1}{k^2+2k}} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots \quad (9)$$

liefern die Größen $\frac{d\varphi_0}{dn}$ und $\frac{d\psi_0}{dn}$; setzt man sie in den Ausdruck für $\frac{d\omega_0}{dn}$, so erhält man

$$\frac{d\omega_0}{dn} = \frac{2}{n}\sqrt{\frac{(k+1)^2-n^2}{n^2-1}} \quad \dots\dots\dots \quad (10)$$

Dieser Ausdruck, wie auch die Wurzeln in (8) und (9) können nur positiv sein. In Worten ausgedrückt heißt unser Resultat: **Das Minimum der Ablenkung**, d. h. die **Ablenkung der Descartes-**

schen Strahlen wächst mit Zunahme von n, d. h. beim Übergange von den roten Strahlen zu den violetten für alle Werte von k.

Nach der Descartesschen Theorie, welche diesen mindest gedrehten Strahlen eine Hauptrolle zuschreibt, tritt aus dem Tropfen ein divergierendes Strahlenbündel heraus, das auf unser Auge offenbar nicht einwirken kann. Die Strahlen aber, welche dem mindest gedrehten sehr nahe sind, divergieren am schwächsten und kommen der Parallelität am nächsten. Diese fast parallelen Strahlen werden nach Eintritt ins Auge des Beobachters auf der Netzhaut gesammelt und bringen einen Lichteindruck hervor. Auf diese Weise sieht der Beobachter z. B. rotes Licht in der Richtung, in welcher die mindest gedrehten Strahlen auf ihn zukommen. Lassen wir vorläufig die nähere Untersuchung obiger Erklärung beiseite und sehen zu, zu welchen weiteren Resultaten die Annahme führt, daß die mindest gedrehten Strahlen gerade jene „wirksamen" Strahlen sind, dank welchen wir den Regenbogen zu sehen bekommen.

Zu dem Zweck betrachten wir die Fälle, wo $k = 1, 2, 3$ usw. ist, einzeln:

1. Regenbogen erster Ordnung, $k = 1$. Der Strahl erfährt im Tropfen nur eine Reflexion, wie dies der Fig. 313 entspricht. Formel (8) und sodann (6) und (5) geben bei $k = 1$ für den roten Strahl (Fraunhofersche Linie B) und den violetten Strahl (Linie H), wenn man für den ersten (bei 15°) $n = 1{,}3317$, für den zweiten $n = 1{,}3448$ setzt, folgende Zahlenwerte:

B	H
$\varphi = 59^\circ\,29'$	$\varphi = 58^\circ\,43'$
$\psi = 40^\circ\,19'$	$\psi = 39^\circ\,27'$
$\omega = 137^\circ\,42'$	$\omega = 139^\circ\,37'$

Die Indizes sind hier fortgelassen und φ, ψ, ω anstatt φ_0, ψ_0 und ω_0 geschrieben.

Die Größe des Winkels ω zeigt, daß sich der Punkt A in der oberen Tropfenhälfte befinden muß, damit der Strahl CD (Fig. 313) in das Auge eines Beobachters gelangen kann, der sich an der Erdoberfläche befindet.

Wir ziehen jetzt die durch Sonne und Auge des Beobachters gehende Gerade SDH; aus der Figur geht hervor, daß der mindest gedrehte Strahl das Auge trifft, wenn der Winkelabstand Ω des Tropfens von der Geraden DH gleich $\angle HDC = \pi - \angle abc$ ist, hieraus folgt

$$\Omega = \pi - \omega \quad \quad (11)$$

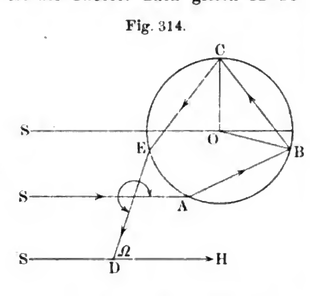
Umgekehrt senden alle Tropfen, für welche $\Omega = \pi - \omega$ ist, wirksame Strahlen ins Auge des Beobachters, erscheinen also hellglänzend. Diese Tropfen liegen auf dem Durchschnitt der Wolke mit der Ober-

fläche des Strahlenkegels, dessen Scheitel sich in D, im Auge des Beobachters, befindet und dessen Achse die Gerade SDH ist, die durch Sonne und Auge hindurchgeht; die halbe Öffnung jenes Kegels ist gleich $\Omega = \pi - \omega$. Der Beobachter sieht einen hellen Kreisbogen, dessen Winkelradius jedoch von der Farbe des Strahles abhängt. Die Zahlen der vorhergehenden Tabelle geben für den roten (B) und violetten (H) Strahl:

B	H
$\Omega = 42^0\,18'$	$\Omega = 40^0\,23'$.

Aus diesen Zahlen erkennt man, daß der rote Bogen einen größeren Radius hat als der violette, und daß daher der Regenbogen einen roten Streifen am äußeren Rande haben muß. Die Breite des Regenbogens ist der Theorie nach gleich $42^0\,18' - 40^0\,23' = 1^0\,55'$. In Wirklichkeit ist sie dagegen größer und entspricht dabei jedem n nicht eine farbige Linie, sondern ein ganzer Streifen, da die Sonne kein leuchtender Punkt ist, sondern eine Scheibe von etwa 33′ Durchmesser. Das weiße Sonnenlicht liefert eine unzählige Menge von Streifen, welche einander zum Teil überdecken, weshalb auch, wie bereits gesagt war, die einzelnen Farben nicht deutlich und scharf hervortreten.

Fig. 314.



2. Regenbogen zweiter Ordnung, $k = 2$. Der Strahl erfährt im Innern des Tropfens zwei Reflexionen, wie Fig. 314 zeigt. Der Strahl verläuft in den Richtungen $SABCED$. Formel (8) und ferner (6) und (5) geben für den roten (B) und violetten (H) Strahl folgende Werte:

B	H
$\varphi = 71^0\,53'$	$\varphi = 71^0\,28'$
$\psi = 45^0\,32'$	$\psi = 44^0\,50'$
$\omega = 230^0\,34'$	$\omega = 233^0\,56'$

Der Winkel der totalen Ablenkung ω ist für H größer als für B, wie auch aus dem Vorhergehenden folgt; ω ist größer als 180^0, der Strahl muß daher, um in das Auge D des Beobachters zu gelangen, die untere Tropfenhälfte treffen; die Drehung des Strahles hat hier die umgekehrte Richtung wie im vorhergehenden Falle. Der Winkel ω ist in der Figur durch einen Pfeil am Durchschnittspunkte von SA und ED angedeutet. Der Winkel Ω zwischen dem Strahl ED und der Geraden SDH, welche durch Sonne und Auge geht, ist gleich

$$\Omega = \omega - \pi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Wie im vorhergehenden erläutert war, sieht der Beobachter einen Kreisbogen, dessen Radius die Winkelgröße Ω hat. Die Zahlen der letzten Tabelle geben hierfür

$$\begin{array}{cc} B & H \\ \Omega = 50^0\,34' & \Omega = 53^0\,56'. \end{array}$$

Ω ist größer für den violetten Strahl, daher hat der zweite Regenbogen einen violetten Außenrand und ist am inneren Rande rot gefärbt. Der zweite Bogen ist viel schwächer als der erste, da die zweimalige Reflexion eine beträchtliche Lichtschwächung nach sich zieht.

3. Regenbogen höherer Ordnungen, $k = 3, 4, \ldots$ Ist $k = 3$, so ist $\varphi = 76^0\,50'$ und $\omega = 318^0$, d. h. der austretende Strahl bildet mit dem eingetretenen einen Winkel von $360^0 - 318^0 = 42^0$; der Beobachter muß sich in solcher Stellung befinden, daß die Wolke (oder der Regen) zwischen seinem Auge und der Sonne schwebt. Dasselbe ist der Fall für $k = 4$, wenn $\varphi = 79^0$ und $\omega = 404^0$ ist, der austretende Strahl daher mit den Sonnenstrahlen einen Winkel von $404^0 - 360^0 = 44^0$ bildet. Für $k = 5$ ist $\varphi = 81^0\,30'$ und $\omega = 486^0 = 360^0 + 126^0$; $\Omega = 180^0 - 126^0 = 54^0$; der Regenbogen fünfter Ordnung liegt etwas höher als der Bogen zweiter Ordnung und ist er tatsächlich in einigen seltenen Fällen auch wirklich beobachtet worden. Regenbogen noch höherer Ordnungen können jedenfalls am Himmel nie beobachtet werden.

Die Ursache dafür, daß der zwischen dem ersten und zweiten Regenbogen befindliche Teil der Wolken sehr dunkel ist, besteht in folgendem. Da die Ablenkung ω in (11) ein Minimum ist, so ist Ω ein Maximum, und gelangt daher kein einziger Strahl, welcher einmalig reflektiert worden ist und höher als der erste Regenbogen liegt, ins Auge des Beobachters. In Formel (12) ist ω ebenfalls ein Minimum; infolgedessen dringt kein einziger zweimalig reflektierter Strahl ins Auge, wenn sich der Tropfen tiefer als der zweite Bogen befindet.

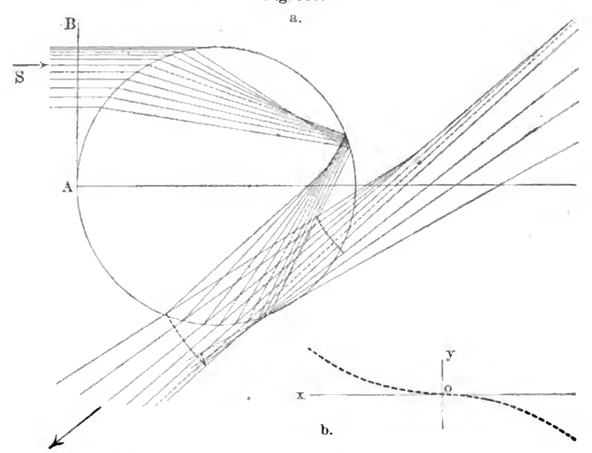
Wie bereits in der Einleitung gesagt war, stützt sich die soeben vorgetragene Descartessche Theorie auf die unrichtige Annahme, daß die mindest abgelenkten Strahlen die einzigen wirksamen Strahlen sind; sie führt zu dem falschen Resultate, daß die Regenbogen stets das gleiche Aussehen haben müssen, und kann auch das Zustandekommen der sekundären Bogen nicht erklären.

II. Theorie des Regenbogens von Airy (Mascart, Pernter). Die vollständige Theorie von Airy bietet große mathematische Schwierigkeiten dar, worin auch gewiß die Ursache liegt, daß sie die falsche Descartessche Theorie bisher noch nicht überall zu verdrängen vermocht hat. Die im folgenden enthaltenen Grundgedanken der Airyschen Theorie sind in Anlehnung an Pernter dargestellt, dessen Arbeiten auch die beifolgenden Figuren entlehnt sind. Wir denken uns, es trete

in einen Tropfen (Fig. 315) eine ebene Welle AB ein; die zu jener Welle senkrechten Strahlen erfahren dann zwei Brechungen und k Spiegelungen (in unserer Figur ist $k = 1$). Der mindest gedrehte Strahl ist durch eine punktierte Gerade bezeichnet.

Die aus dem Tropfen heraustretende Wellenfläche hat eine verbogene Gestalt. In Fig. 315 b ist der Teil jener Wellenfläche schematisch dargestellt, der sich in nächster Nachbarschaft des Punktes o, dem mindest gedrehten Strahle entsprechend, befindet. Der Grad der Verbiegung dieses Wellenabschnittes ist in unserer Figur bedeutend vergrößert dargestellt. Dieser kleine Teil der Wellenoberfläche ist gerade der „wirk-

Fig. 315.



same“, der gewissermaßen nach verschiedenen Seiten hin Strahlen aussendet. Die Gleichung der Wellenfläche Fig. 315 b kann in folgender Form geschrieben werden

$$y = \frac{h}{3a^2} x^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12, a)$$

wo a der Halbmesser des Tropfens ist;

$$h = \frac{(p^2 - 1)^2}{p^2 (n^2 - 1)} \sqrt{\frac{p^2 - n^2}{n^2 - 1}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12, b)$$

hier ist $p = k + 1$, so daß für den ersten Regenbogen $p = 2$ ist.

Gleichung (12, a) zeigt uns, daß die Gestalt der wirksamen Wellenfläche nicht nur von n (der Strahlenart) und k, sondern auch in sehr

bedeutendem Maße von a, d. h. vom Halbmesser der Tropfen abhängig ist. Vom Aussehen oder der Gestalt der wirksamen Wellenfläche hängt sowohl die Reihenfolge als auch die Intensität der von ihr ausgehenden farbigen Strahlen ab. Hiernach ist verständlich, daß das Aussehen der Regenbogen, je nach der verschiedenen Tropfengröße, ein unendlich verschiedenes sein kann.

Die Untersuchung der Wirkungen jener Wellenfläche, deren Gleichung in (12, a) gegeben war, stellt eine sehr schwierige Aufgabe dar. Wir wollen uns darauf beschränken, die Formel für den Fall hinzuschreiben, wo den Tropfen homogene, parallele Strahlen von der Wellenlänge λ treffen. Θ sei der von der Richtung der mindest gedrehten Strahlen gerechnete Winkel, der positiv nach der konkaven Seite der Wellenfläche hin gerechnet wird. Die Lichtstärke J der Strahlen, deren Richtung durch den Winkel Θ bestimmt wird, ist gleich

$$J = CJ_0 \sqrt[3]{\frac{a^7}{h^2 \lambda}} \cdot f^2(z) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12, c)$$

Hier ist J_0 die Lichtstärke der Strahlen λ, welche den Tropfen treffen, C ein Proportionalitätsfaktor und

$$f(z) = \int_0^\infty \cos \frac{\pi}{2}(n^3 - z\,n)\,dn \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12, d)$$

$$z = 2\,\Theta \sqrt[3]{\frac{6\,a^2}{h\,\lambda^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12, e)$$

Somit bestimmt z die Richtung der Strahlen.

$f(z)$ ist eine Funktion, welche für eine Reihe von Werten $z > 0$ gleich Null ist (für $z = 2{,}4955 - 4{,}3631 - 5{,}8922$ usw.); zwischen diesen liegt eine Reihe von Maximalwerten, die jedoch nacheinander kleiner werden. Diese Maxima liegen bei $z = 1{,}0845 - 3{,}4669 - 5{,}1446$ usw. Das erste Maximum von $f^2(z)$ ist gleich 1,005, während $f^2(0) = 0{,}443$ ist. Für $z < 0$ nimmt die Funktion $f(z)$ schnell bis auf Null ab. Die Abhängigkeit der Lichtstärke J von der durch z bestimmten Richtung, d. h. die Größe $f^2(z)$ ist in Fig. 316 dargestellt. Der Punkt O entspricht dem Werte $z = 0$, also auch $\Theta = 0$, d. h. er bestimmt die Lichtstärke in der Richtung der Descartesschen Strahlen. Entsprechend unseren Auseinandersetzungen über $f^2(0)$ sehen wir auch aus der Figur, daß die Intensität jener Strahlen gleich 0,44 der ersten maximalen Intensität ist.

Die Form der Funktion $f^2(z)$ zeigt, daß vom Tropfen eine ganze Reihe von Strahlenbündeln ausgeht, deren Helligkeit der Reihe nach abnimmt und die sich sämtlich auf einer Seite der Descartesschen Strahlen befinden.

Von einem gegebenen Tropfen kann nur eines dieser Bündel ins Auge des Beobachters gelangen. Wäre die Sonne nur ein Punkt,

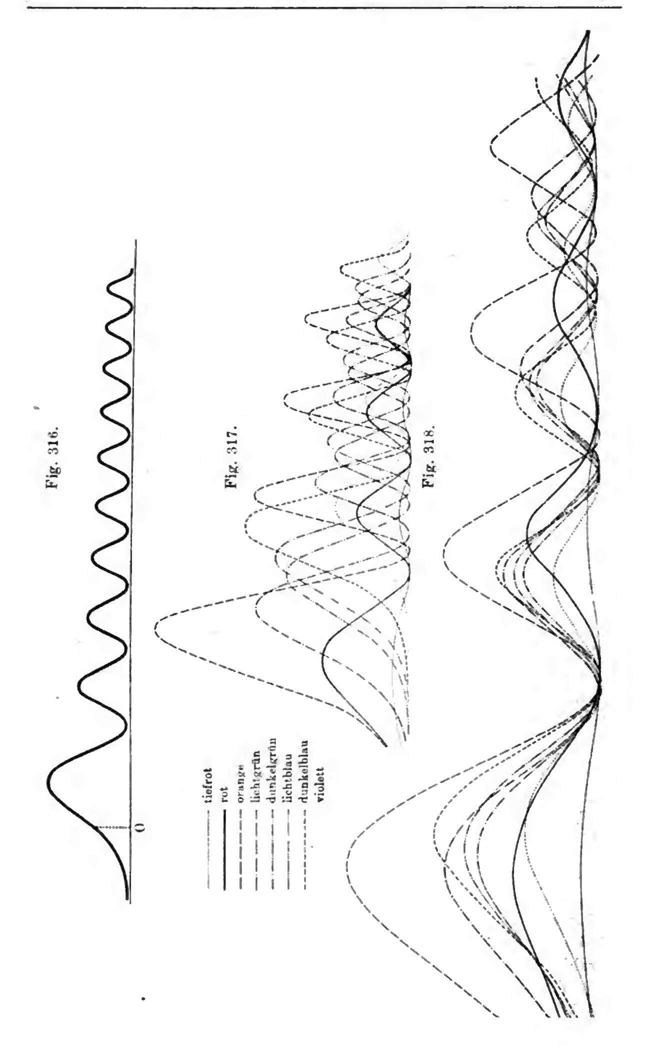


Fig. 316.

Fig. 317.

Fig. 318.

welcher homogene Strahlen aussendet, so würde man auf der Regenwolke eine Reihe von einfarbigen konzentrischen Bogen sehen, welche durch dunkle Zwischenräume getrennt sind und jenen Werten von z entsprechen, bei welchen $f^2(z)$ maximale Werte annimmt. Die Descartesschen „wirksamen" Strahlen befänden sich im ersten Streifen, nicht aber in dessen hellster Mitte, sondern etwas seitlich, und auf diese Strahlen allein müßte sich die Erscheinung beschränken, falls die Descartessche Theorie richtig wäre.

Die Erscheinung, die wir in der Natur beobachten, wird durch zweierlei Umstände zu einer weniger einfachen. Erstens sind die Sonnenstrahlen nicht homogen, sondern weiß, also zusammengesetzte Strahlen, und zweitens stellt die Sonne keinen Punkt dar, sondern eine Scheibe, deren Winkeldurchmesser etwa einen halben Grad beträgt.

Jeder einzelne Bestandteil des Sonnenlichts liefert seine besondere Reihe von Streifen, deren relative Helligkeit von der Helligkeit J_0 dieses Bestandteiles des Sonnenspektrums abhängt. Auch die Verteilung der Streifen steht mit der Strahlenart in einem gewissen, und zwar recht verwickelten Zusammenhange, denn sie hängt von λ ab, wie aus Formel (12, e) ersichtlich ist, wo h ebenfalls von λ abhängt, da es von n abhängig ist.

Die relative Verteilung der Maxima und Minima für die verschiedenen Strahlen hängt ihrerseits in hohem Grade vom Halbmesser a der Regentropfen ab. Aus Fig. 317 ist die Verteilung der Farben für $a = 250\,\mu$ und aus Fig. 318 für $a = 25\,\mu$ zu ersehen. In jeder dieser Figuren sind acht Kurven für die sieben Spektralfarben dargestellt. Als Abszissen sind die z, als Ordinaten die J genommen. In Fig. 317 folgen die gemischten Farben einander ohne Unterbrechung, während in Fig. 318 fast alle ersten Minima zusammenfallen. Im ersten Falle schließen sich die sekundären Bogen unmittelbar an den Hauptbogen an, im zweiten Falle ist der erste Nebenbogen vom Hauptbogen durch einen farblosen Zwischenraum getrennt.

Jedem Punkte, d. h. jedem Werte von z, entsprechen sämtliche Farben, deren Intensitäten jedoch sehr verschieden sind. Pernter hat sich der Mühe unterzogen, die Reihenfolge, Breite und Helligkeit der Farbenstreifen zu bestimmen, welche im Regenbogen erscheinen würden, falls von der Sonne nur parallele Strahlen ausgingen, und hat diese Berechnungen für $a = 5$, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 100, 150, 500 und $1000\,\mu$ (1 mm) ausgeführt. Diese Berechnungen stützen sich auf die Formeln, welche von Maxwell für die Mischung der Farben gegeben worden sind.

Nachdem Pernter sonach ermittelt hatte, welche Farben ein jeder Punkt der Sonnenscheibe gibt, bestimmte er endlich die Reihenfolge, Helligkeit und Breite der Farbenstreifen, welche den beobachteten, von der ganzen Sonnenscheibe hervorgerufenen Regenbogen bilden. Auch

diese Berechnungen führte Pernter für verschiedene Werte der Tropfenhalbmesser a aus.

Die endgültigen Ergebnisse für $a = 500$, 150, 50 und $25\,\mu$ sind in Fig. 319 A, B, C und D schematisch wiedergegeben. Man erkennt

Fig. 319.

A: Tiefrot, Hellrot, Orange, Gelb, Grün, Blaugrün, Hellblau, Violett, Hellblau, Violett, Violett

B: Orange, Gelb, Grün, Blaugrün, Hellblau, Violett, Rosa, Gelb, Grün, Blaugrün, Blau, Violett, Rosa, Orange, Gelb, Grün, Violett

C: Schwaches Gelb, Weißliches Gelb, Weißliches Grün, Weißliches Blau, Violett, Sehr schwaches Violett, Farb- und glanzloser Zwischenraum, Schwaches, sehr weißliches Grün, Schwaches, sehr weißliches Violett

D: Sehr schwaches Gelb, Sehr weißlicher Hauch von Gelb, Glänzendes Weiß, Weißlicher Hauch von Violett, Farb- und glanzloser Zwischenraum, Schwaches weißliches Blau, Weiß, Schwaches weißliches Rot

hier deutlich die Reihenfolge und Breite der Streifen; die relative Helligkeit ist nebenbei bemerkt. Für $a = 500\,\mu$ und $a = 150\,\mu$ erhält man je zwei Nebenbogen, die unmittelbar an den Hauptbogen grenzen. Ist $a = 50\,\mu$ oder $a = 25\,\mu$, so tritt ein Nebenbogen auf, der vom Hauptbogen durch einen ungefärbten Zwischenraum getrennt ist. Ist $a = 25\,\mu$, so entsteht ein weißer Streifen im Hauptbogen, und ist die Farbenfolge im Nebenbogen die umgekehrte, so daß sich der blaue Streifen oberhalb des roten befindet.

Die Airysche Theorie erklärt alle beobachteten Erscheinungen. Sie lehrt, daß das Aussehen der Regenbogen ein sehr verschiedenartiges sein kann und ausschließlich von der Tropfengröße abhängt. Die Descartessche Theorie gilt nur für unendlich große Tropfen.

Pernter hat eine Anzahl von Regeln angegeben, nach denen man aus dem Aussehen des Regenbogens auf den Radius a der Regentropfen schließen kann. Wir wollen einige dieser Regeln angeben:

Nebelregenbogen: a ist gleich oder kleiner als $25\,\mu$.

Ein breiter, heller roter Streifen, heller violetter und grüner (bei fehlendem blauen) Streifen weisen auf eine bedeutende Tropfengröße, zwischen $a = 500\,\mu$ und $a = 1000\,\mu$, hin.

Die sekundären Bogen enthalten nur Grün und Rötlichviolett; sie schließen sich unmittelbar an den Hauptbogen an, in dem das Rot bereits sehr schwach ist: Tropfenhalbmesser a etwa $250\,\mu$.

Auftreten der gelben Farbe in den sich an den Hauptbogen anschließenden Nebenbogen: Tropfenhalbmesser etwa $150\,\mu$.

Die gelbe Farbe ist im ersten Nebenbogen gut sichtbar, fehlt aber im zweiten und dritten; die Nebenbogen sind voneinander getrennt; Tropfenhalbmesser etwa $100\,\mu$. In den beiden letzten Fällen fehlt das Rot im Hauptbogen.

Schließen sich die Nebenbogen dem Hauptbogen unmittelbar an, so ist $a > 100\,\mu$; sind nur die Nebenbogen voneinander getrennt, so ist a ungefähr gleich $100\,\mu$; ist auch der erste Nebenbogen vom Hauptbogen getrennt, so ist $a < 100\,\mu$.

Treten bis zu fünf und mehr durch keine Zwischenräume getrennte Nebenbogen auf und fehlt ihnen das Weiß, so ist $a = 1$ mm.

Ist der erste Nebenbogen vom Hauptbogen deutlich gesondert und enthält er das Weiß, so liegen die Werte von a zwischen $40\,\mu$ und $50\,\mu$.

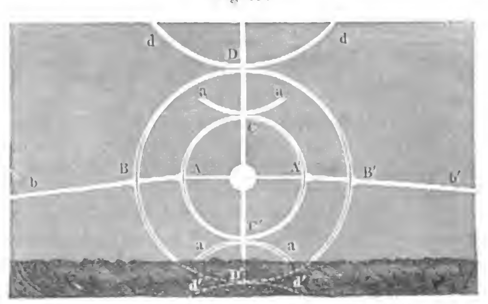
Der Hauptbogen enthält einen weißen Streifen; hierbei ist a etwa gleich $30\,\mu$.

Mit Hilfe von kleinen Glaskugeln oder Zylindern, sowie mit Hilfe eines Wasserstrahls kann man die Erscheinungen des Regenbogens künstlich hervorrufen. Babinet hat auf diese Weise 7, Miller 12 und Billet sogar bis zu 19 Regenbogen erzeugt. Pernter hat gezeigt, wie man auf experimentellem Wege einige Ergebnisse der Airyschen Theorie prüfen kann. Gearbeitet hat über diesen Gegenstand in letzter Zeit W. Möbius (1910).

§ 5. Höfe um Sonne und Mond. Halos. Wenn Sonne oder Mond (oder auch ein heller Stern) von einem Wolkenschleier bedeckt sind, so nimmt man nicht selten um sie herum einen schwach gefärbten Kreis, Hof, wahr, dessen innerer violetter Rand den Rand des Gestirnes selbst berührt; der äußere Rand des Hofes ist rot. Es ist dies eine Beugungserscheinung, welche beim Durchgange des Lichtes durch die zahllosen kleinen Zwischenräume zustande kommt, die sich zufällig zwischen den Tröpfchen oder Bläschen befinden, aus denen der Wolkenschleier oder Dunstschleier besteht. Eine analoge Erscheinung tritt beim Durchgange der Strahlen durch nicht allzu dichtes Laub auf. Wie dies bei Beugungserscheinungen nicht selten ist, werden die roten Strahlen am meisten abgelenkt. Eine eingehende Theorie dieser Höfe hat Verdet gegeben. Untersucht hat sie in neuerer Zeit Mierdel

(1919) und Mecke (1920). Die Erscheinung stimmt dem Aussehen nach vollständig mit den farbigen Höfen überein, die sich um eine entfernte Gasflamme zu bilden scheinen, wenn man sie vom dunklen Zimmer aus durch ein schwach beschlagenes, z. B. angehauchtes Fenster, betrachtet. Auch wenn die zwischen dem Auge und der punktförmigen Lichtquelle befindliche Glasscheibe schwach bestäubt ist, treten solche Ringe auf, besonders schön, wenn die Staubteilchen alle die gleiche Größe haben. Wesentlich verschieden in den Höfen sind die hellen Kreise, Ringe, Bogen usw., die man in nördlichen Gegenden um der Sonne oder den Mond oder deren Nähe beobachtet und die zum Teil farbig, zum Teil farblos sind. Sie tragen die allgemeine Bezeichnung der Halos. Die Gesamtfigur, welche durch diese hellen Streifen erzeugt wird, kann eine sehr verschiedene sein; ihre Form hängt von der Höhe der Sonne

Fig. 320.



über dem Horizonte ab. Außerdem ist der Grad, in welchem jene Teile der Figur ausgebildet sind, nicht immer der gleiche: bisweilen erscheinen nur einige wenige Teile, bisweilen ist die ganze Figur in vollstem Glanze entwickelt. Fig. 320 zeigt die wichtigsten Teile, in deren Mittelpunkt sich die Sonne befindet. Man unterscheidet folgende Teile:

1. Kleiner Halo, der die Sonne umgebende Ring $ACA'C'$. Sein Radius beträgt 22°; dieser Ring ist gefärbt, sein Außenrand ist violett, sein Innenrand rot.

2. Großer Halo, mit dem vorigen konzentrischer Ring $BDB'D'$. Sein Radius beträgt 46°, er ist ebenfalls gefärbt mit violettem Außen-, rotem Innenrande.

3. Parhelischer Ring $bBAA'B'b'$, von dem bisweilen ein beträchtlicher Teil deutlich sichtbar ist. In den Stellen, wo er die beiden vorhergenannten Ringe schneidet, d. h. in B, B', A und A', treten sehr helle Flächen auf, deren Glanz sich bisweilen dem der Sonne nähert;

es sind das die sogenannten Parhelien (Nebensonnen). In 90 bis 140° Abstand von der Sonne treten ebenfalls bisweilen helle Stellen auf dem parhelischen Kreise auf — die Parantheliem. Auf demselben Kreise erscheint in 180° Abstand von der Sonne ein heller Fleck — das Anthelium (Gegensonne).

4. Tangentialbogen *aa*, *aa*, *dd*, *d'd'*; außer den in der Figur dargestellten beobachtet man bisweilen ähnliche Bogen seitlich von den beiden Ringen.

5. Vertikale Säule *DCC'D'*, diese erhebt sich bisweilen recht hoch über den Horizont.

Außer den hier genannten Bogen und Streifen treten auch noch andere auf, z. B. zwei Streifen, welche gleiche Neigung gegen den Horizont haben und sich im Anthelium schneiden; ferner Kreise, deren Mittelpunkt sich außerhalb der Sonne befindet; Kreise, deren Radien von denen des kleinen und großen Halo verschieden sind.

Wir werden hier nur auf die Erklärung der wichtigsten aufgezählten Erscheinungen eingehen. Diese Erklärungen stammen von Mariotte, Cavendish, Fraunhofer, Galle, Babinet, Bravais, Visser u. a.

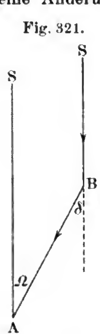
Die Ursache der Halos ist in Spiegelungen und Brechungen der Sonnenstrahlen in Eiskristallen zu suchen, von denen die Luft bisweilen erfüllt ist. Diese Kristalle gehören dem hexagonalen System an und haben die Form von sechsseitigen regelmäßigen Prismen, deren Grundflächen senkrecht zu den Seitenflächen sind. Übertrifft die Länge eines solchen Prismas seine Dicke um ein Bedeutendes (Eisnadeln), so nimmt es vorwiegend eine solche Lage an, daß der Luftwiderstand gegen seinen Niederfall ein Minimum ist, eine Lage also, bei welcher die Prismenachse vertikal ist. Ist umgekehrt die Länge des Prismas sehr gering, so daß es ein sechsseitiges Scheibchen bildet, so richtet es seine Achse horizontal. Außer vertikal und horizontal orientierten Kristallen kommt nun noch in der Luft eine sehr große Zahl solcher vor, deren Achsen jede beliebige andere Lage haben.

Die Sonnenstrahlen können von der Seitenfläche oder den Grundflächen der Kristalle reflektiert werden; ferner können sie den Kristall durchdringen, wobei sie nur zwei Brechungen erleiden oder außerdem noch eine oder mehrere innere Reflexionen. Bei einfacher Brechung kann der Lichtstrahl durch zwei benachbarte Seitenflächen des Prismas nicht hindurchgehen, die einen Winkel von 120° bilden (S. 152); dafür bilden aber zwei nicht anliegende (und nicht parallele) Seitenflächen miteinander einen Winkel von 60° und können als Seiten eines brechenden Prismas dienen. Ferner bildet eine der Grundflächen und eine beliebige Seitenfläche ein Prisma mit 90° brechendem Winkel.

Ist die Kante (die geometrische im ersten Falle) eines der Prismen der ersten oder zweiten Art senkrecht zur Ebene, welche durch Sonne,

Auge und Kristall führt, so kann der gebrochene Strahl ins Auge des Beobachters gelangen. Hierbei ist es nötig, daß die Ablenkung δ des Strahles durch das Prisma gleich dem Winkelabstande Ω des Kristalls von der Sonne ist, wie man aus Fig. 321 ersieht, wo A das Auge des Beobachters, B der Ort des Kristalls und SA und SB Sonnenstrahlen sind. Ist die Ablenkung δ nicht gleich dem Minimum δ_0 (S. 152), so entspricht einer geringen Änderung des Einfallswinkels eine Änderung der Ablenkung δ um eine kleine Größe von derselben Ordnung. Deshalb ist bei $\delta = \Omega \gtrless \delta_0$ die Zahl der Kristalle, welche zufällig so orientiert sind, daß der gebrochene Strahl ins Auge des Beobachters gelangt, eine sehr geringe. Ist aber $\delta = \Omega = \delta_0$, so entspricht einer kleinen Änderung des Einfallswinkels, d. h. der Lage des Kristalls, eine Änderung der Ablenkung δ um eine Größe zweiter Ordnung.

Fig. 321.



Daher muß die Zahl der Eiskristalle, welche die gebrochenen Strahlen nach einer Richtung senden, die mit den Sonnenstrahlen den Winkel δ_0 einschließt, relativ sehr groß sein. Da aber der Winkelabstand dieser Kristalle von der Sonne ebenfalls gleich $\Omega = \delta_0$ ist, so muß um die Sonne herum ein Kreis erscheinen, dessen Radius die Winkelgröße δ_0 hat. Da die Ablenkungen der roten Strahlen geringer ist als die der violetten, so ist der Kreis innen rot, außen violett gerändert. Zieht man hierbei noch die Winkelgröße der Sonne in Betracht, so folgt daraus, daß die Färbung dieser Kreise nur schwach hervortreten kann.

Berücksichtigt man außer diesen durch Brechung hervorgerufenen Erscheinungen noch die verschiedenen möglichen Spiegelungen der Strahlen an der Oberfläche der Kristalle, so gelingt es, die typischen, vorhin aufgezählten Gebilde zu erklären.

1. Kleiner Halo. Geht ein Strahl durch ein Eisprisma und schneidet hierbei zwei nicht benachbarte oder parallele Seitenflächen, so hat man die Brechung in einem Eisprisma von 60° brechendem Winkel vor sich. Das Minimum der Ablenkung eines solchen Prismas beträgt ungefähr $\delta_0 = 22^0$; wir müssen hierbei einen Kreis erhalten, dessen Radius gleich $\Omega = 22^0$ ist. Dies ist aber der kleine Halo, dessen Färbung der Theorie entspricht (Erklärung von Mariotte).

2. Großer Halo. Eine der Seitenflächen und eine der Grundflächen liefern ein Prisma, dessen brechender Winkel gleich 90° ist. Für ein solches Prisma ist $\delta_0 = 46^0$, was dem Radius des großen Halo entspricht (Erklärung von Cavendish).

3. Parhelischer Kreis, Parhelien, Paranthelien und Anthelium. Wie wir sahen, nehmen die Eisnadeln und Eisplättchen vorzugsweise eine solche Lage an, daß bei ersteren die Seitenflächen,

bei letzteren die Grundflächen vertikal werden. Durch Reflexion der Strahlen an diesen vertikalen Flächen entsteht der parhelische Kreis.

In den Durchschnitten des kleinen Halo und des parhelischen Kreises entstehen besonders helle Stellen aus zweierlei Ursachen; erstlich muß der Halo selbst an diesen Stellen sehr hell sein, da die Zahl der Kristalle mit vertikaler Achse besonders groß ist, gerade diese Kristalle geben bei niedrigem Sonnenstande die gebrochenen Strahlen, dank welchen der kleine Halo entsteht; zweitens erscheint auch an diesen Stellen das von den vertikalen Ebenen reflektierte Licht.

Steht die Sonne recht hoch, so erscheinen die Parhelien etwas höher als A und A' (Fig. 320). Die Parhelien in B und B' werden nur sehr selten beobachtet.

Die Paranthelien und das Anthelium lassen sich erstens durch zweimalige Spiegelung an den Seitenflächen zweier Prismen erklären, welche eine Seite gemein haben, so daß die benachbarten Seiten einen Winkel von 120° bilden; zweitens durch Brechung der Strahlen, verbunden mit einer Zahl innerer Reflexionen. Auf weitere Einzelheiten soll hier nicht eingegangen werden.

4. Die Tangentialbogen lassen sich durch die geringfügige Ablenkung der Strahlen erklären, welche durch die Prismen hindurchgehen und in Ebenen liegen, die zu den brechenden Kanten nicht senkrecht sind.

5. Die vertikale Lichtsäule entsteht durch Reflexion der Strahlen an den horizontalen Grundflächen der Prismen.

Bravais hat auf künstlichem Wege einige der eben betrachteten Erscheinungen hervorgerufen.

Gegen manche Punkte der hier dargestellten Theorie lassen sich Bedenken erheben. Daß die Halos durch eine bestimmte Orientierung der Eiskristalle hervorgerufen werden, darüber sind sich alle Forscher einig, aber wie die theoretisch erforderlichen Orientierungen zustande kommen, gehen die Meinungen weit auseinander. Experimentell wurde von W. Köppen (1908) und M. Pinkhof (1920) gezeigt, daß die Hauptachse der Kristalle beim Fallen sich so einstellt, daß das Maximum des Luftwiderstandes erreicht wird, und nicht, wie das Bravais und die anderen obengenannten Forscher annehmen, in die Richtung des Minimums des Luftwiderstandes. Die Forderung der Theorie nach vertikal stehenden Eissäulchen wird nach Pinkhof erfüllt, wenn man annimmt, daß die Eiskristalle hemimorphe Kristalle (d. h. Kristalle, welche an den entgegengesetzten Enden der Hauptachse gesetzmäßig durch Flächen ganz verschiedener Formen begrenzt werden) mit großem Hohlraum sind, deren Schwerpunkt in der Nähe der Spitze liegt. Berührungsbogen werden durch hemimorphe Kristalle mit kleinem Hohlraum und holoedrischen (Bd. I, Abt. 2, S. 295) Kristallen, die sich nach den obigen Versuchen horizontal stellen, erklärt. Pinkhof zieht ferner

behufs Deutung der Erscheinungen die Luftbewegung und pyroelektrischen Eigenschaften, die allen hemimorphen Kristallen zukommen, in Betracht. Die Fälle, bei denen z. B. alle Haloserscheinungen gleichzeitig auftreten, werden mit vertikalen Luftbewegungen erklärt. Die hemimorphen Kristalle mit großem Hohlraum werden sich dann vertikal stellen und Parhelien, den parhelischen Ring und die vertikale Lichtsäule bilden. Die anderen Eissäulenkristalle mit halbwegs symmetrischer Anordnung um ihren Schwerpunkt werden sich nach dem Maximum des Luftwiderstandes, also horizontal stellen und zum Erscheinen der Tangentialbogen Anlaß geben. Die übrigbleibenden nicht besonders orientierten Kristalle erzeugen die Sonnenringe.

§ 6. Färbung und Beleuchtung des Himmels. Nach vielen vergeblichen Versuchen, die blaue Farbe des Himmels zu erklären, ist es erst vor relativ kurzer Zeit Rayleigh gelungen, eine Erklärung für die Entstehung der blauen Himmelsfarbe zu geben, die man als vollkommen streng ansehen kann. Wir wollen zunächst in aller Kürze die Geschichte dieser interessanten Frage skizzieren.

Leonardo da Vinci glaubte, die blaue Farbe sei ein Gemisch aus der zerstreuten weißen Farbe der Sonnenstrahlen und der schwarzen des Sternenraumes. Mariotte machte die Annahme, daß den Luftteilchen die Eigenschaft innewohne, vorzugsweise blaue Strahlen zu reflektieren.

Fabri und Newton schrieben zuerst die Hervorrufung der blauen Himmelsfarbe kleinsten Teilchen zu, welche in der Luft schweben, nämlich Wassertröpfchen, welche durch Reflexion der Sonnenstrahlen die Farben dünnster Blättchen hervorrufen, und zwar die blaue Farbe erster Ordnung (s. unten).

Forbes glaubte, der Wasserdampf habe die Eigenschaft, rote und gelbe Strahlen durchzulassen, die blauen aber zu zerstreuen.

Theorie von Lord Rayleigh. Im Jahre 1871 erschien die Theorie von Rayleigh (damals noch Strutt), deren Wesen auf folgendem beruht. Ausgehend von der Theorie der Beugung bewies Rayleigh, daß Strahlen durch ein von sehr vielen undurchsichtigen Partikeln erfülltes Medium um so leichter hindurchgehen, je größer die Wellenlänge λ ist. Umgekehrt werden die Strahlen um so leichter nach allen Seiten zerstreut, je kleiner ihre Wellenlänge λ ist. Ein solches Medium muß im durchgehenden Lichte gelblich oder rötlich aussehen. Eine genaue Berechnung lehrt, daß die Menge des zerstreuten Lichtes, falls die Durchmesser der undurchsichtigen Teilchen klein im Verhältnis zur Wellenlänge λ sind, umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge sein muß. Die Lichtmenge J, welche von irgend einem Volumenelement der Luft bis zu unserem Auge gelangt, hängt erstens davon

ab, wie groß die Zerstreuung war, welche die Lichtstrahlen in diesem Volumenelement erfahren haben, und zweitens von dem Verlust, welchem sie auf dem zurückgelegten Wege z ausgesetzt waren. Dieser Verlust trägt durchaus den Charakter einer Absorption seitens des Mediums; der Absorptionskoeffizient ist aber der unterwegs erfolgten Dispersion proportional, d. h. ebenfalls proportional zu λ^4. Alles zusammengenommen führt zu folgendem Ausdruck für die Lichtmenge J

$$J = \frac{A}{\lambda^4} e^{-\frac{kz}{\lambda^4}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

wo A und k Konstanten sind. Man überzeugt sich leicht davon, daß der Maximalwert J_0 erhalten wird für den besonderen Wert $\lambda = \lambda_0$, wo

$$\lambda_0^4 = kz \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

ist; demnach ist

$$J_0 = \frac{A}{kz} e^{-1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Dividiert man (13) durch (15) und führt $kz = \lambda_0^4$ ein, so erhält man den Ausdruck

$$J = \frac{J_0 \lambda_0^4}{\lambda^4} e^{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Ist λ_0 sehr klein im Vergleich zu den Größen λ für die sichtbaren Strahlen, dann kann man den Bruch $\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4$ gegenüber 1 fortlassen und anstatt der Formel (16) den einfachen Ausdruck

$$J = \frac{B}{\lambda^4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

benutzen, in welchem B eine Konstante ist. Wird für den roten Strahl $(A) J = 1$ gesetzt, so erhält man für die übrigen Fraunhoferschen Linien folgende Zahlen:

	J		J		J
A	1,000	D	2,801	F	6,036
B	1,514	E	4,371	G	9,778
C	1,821	b	4,728	H	13,589

Durch die Zahlen findet die blaue Himmelsfarbe ihre volle Erklärung, wenn die Zahl k, welche die Absorption bestimmt, nicht groß ist. Die kleinen undurchsichtigen Teilchen, welche von der Rayleighschen Theorie gefordert werden, können die Staubteilchen und flüssigen Partikeln sein, die in der Luft immer vorhanden sind.

Nimmt die Zahl der in der Luft schwebenden Teilchen zu, so wächst auch der Absorptionskoeffizient k und zugleich mit ihm die Größe λ_0. Ist λ_0 gleich der Wellenlänge des violetten Strahles (H) ge-

worden, dann erhält man aus Formel (16), wenn man wie vorhin für den roten Strahl (A) den Wert $J = 1$ setzt, folgende Zahlen:

	J		J		J
A	1,000	D	2,431	F	3,727
B	1,457	E	3,410	G	5,114
C	1,713	b	3,592	H	5,379

Man sieht hieraus, daß die relative Menge der violetten Strahlen sich auf die Hälfte vermindert hat, daß sich daher die Himmelsfarbe von der früheren durch eine beträchtliche Beimengung von Weiß unterscheiden muß.

In seiner 1899 veröffentlichten Arbeit hat Lord Rayleigh gezeigt, daß die blaue Himmelsfarbe auch durch die Wirkung der Moleküle jener Gase erklärt werden kann, aus denen die Luft besteht.

Es ist eine ganze Reihe von Arbeiten zu dem Zwecke ausgeführt worden, die Rayleighsche Theorie zu prüfen. Einige sind in der Literaturübersicht am Ende dieses Kapitels zitiert. An dieser Stelle möge nur darauf hingewiesen sein, daß am überzeugendsten die Arbeit von Pernter (1901) die Richtigkeit der Rayleighschen Theorie beweist; in dieser findet sich der Nachweis dafür, daß nicht nur hinsichtlich der Färbung, sondern auch in bezug auf die Polarisationserscheinungen (s. später) die gewissermaßen vom Himmel ausgehenden Strahlen dieselben Eigenschaften besitzen, wie die von trüben Medien bei seitlicher Beleuchtung ausgesandten Strahlen. Es kann gegenwärtig kein Zweifel mehr darüber bestehen, daß die Farbe des Himmels in der Tat die Farbe eines „trüben Mediums" ist. Von neueren Arbeiten über diesen Gegenstand erwähnen wir noch die folgenden. R. J. Strutt (1918) hat eine einfache Methode ausgearbeitet, um die Zerstreuung des Lichtes in reiner staubfreier Luft in kleinem Laboratoriumsmaßstab zu zeigen. Das zerstreute Licht ist in Luft und anderen Gasen (H, O, CO_2) blau. Wood (1920) hat das blaue Licht von staubfreier, in einer Röhre eingeschlossener Luft photometrisch mit Himmelslicht verglichen. Auch diese Versuche bestätigten die Rayleighsche Theorie.

Theoretisch haben sich mit derselben beschäftigt in letzter Zeit Planck (1904), Einstein (1910), Oseen (1916), Lundblad (1918) u. a.

Planck gelangt für den Extinktionskoeffizienten (S. 50) zu dem Ausdruck

$$\beta = \frac{8\pi^3}{3N\lambda^4}\,\frac{(n^2-1)}{n},$$

wo n der Brechungsexponent für die Wellenlänge λ und N die Loschmidtsche Zahl (Bd. I, Abt. 2, S. 113), d. h. die Anzahl der Molekeln in 1 ccm bei 760 mm Druck und 0° bedeuten. Da $J = J_0 e^{-\beta x}$ (S. 49) ist, worin J die Lichtintensität am Beobachtungsort, nachdem das Licht

die Strecke x in der Atmosphäre durchlaufen hat und J_0 die in die Atmosphäre einfallende Intensität (exterrestrische Sonne) bedeuten, so läßt sich β durch zwei Intensitäten bestimmen und daraus N berechnen. Messungen von Dember (1916), am Pik von Teneriffa angestellt, ergaben

$$N = 2{,}89 \,.\, 10^{19} \frac{\text{Molekeln}}{\text{cm}^3},$$

ein Wert, der gut mit den auf anderen Wegen erhaltenen übereinstimmt.

Von großem Interesse ist auch die Frage nach der Verteilung des Lichtes am Himmel an einem wolkenfreien Tage. Mit dieser Frage haben sich Wild, Schramm, L. Weber und insbesondere Chr. Wiener (1901) beschäftigt; letzterer hat diese Frage nicht nur experimentell untersucht, sondern auch eine umfangreiche theoretische Untersuchung darüber angestellt. Es mögen hier die von ihm für den Fall gefundenen Ergebnisse mitgeteilt werden, daß die Zenitdistanz z der Sonne etwa 46° beträgt. Mit H sei die Helligkeit des Himmels an einem beliebigen Punkte bezeichnet, und es sei $H = 1$ für den Punkt am Horizont gesetzt, welcher der Sonne gegenüberliegt, für welchen also $z = 90°$ und das von der Sonne gerechnete Azimut $A = 180°$ ist. Geht man von diesem Punkt am Horizont weiter, so ändert sich H zunächst bis $A = 120°$ fast gar nicht, hierauf beginnt es zu wachsen, und für $A = 0$ und $z = 90°$ ist $H = 4{,}7$. Entfernt man sich dann vom Horizont und nähert sich hierbei der Sonne ($A = 0$), so nimmt H zunächst ein wenig ab, und man erhält für $z = 82°$ den Wert $H = 4{,}4$; hierauf wächst H schnell bis zum Wert $H = 24$ an, den es in der Nähe der Sonne erreicht. Oberhalb der Sonne nimmt H wiederum schnell ab, erreicht im Zenit den Wert $H = 0{,}8$, fährt darauf (bei $A = 180°$) weiter fort abzunehmen und erreicht bei $z = 25°$ sein Minimum $H = 0{,}1$; von hier ab nimmt H wiederum zu, um für $z = 90°$ den Ausgangswert $H = 1$ zu erhalten.

Literatur.

Zu § 1.

Die vollständigste Behandlung der meteorologischen Optik findet man in Pernters Meteorologische Optik, Wien und Leipzig. Recht ausführliche Artikel über Erscheinungen der Atmosphäre enthalten die folgenden beiden ersten Werke:

Verdet: Conférences de physique. Deuxième partie. Paris 1872, p. 716—810. Auf S. 810—828 ist eine ausführliche Literaturübersicht gegeben, die bis 1868 reicht.

Mascart: Traité d'optique **3**, 272—531. Paris 1893.

Reimann: Progr. d. königl. Gymnasiums zu Hirschberg 1890.

Filehne: Arch. f. d. ges. Physiologie **59**, 291.

Dember und Uibe: Ann. d. Phys. **55**, 387, 1918; **61**, 313, 353, 1920.

Hildegard Stücklen: Diss. Göttingen 1919.
Pohl: Die Naturw. **7**, 415, 1919.
Über die scheinbare Gestalt des Himmels haben ferner gearbeitet Witte, Jaeckel, A. Müller, Horovitz u. a. Phys. Ztschr. 1918—1920. Vgl. Literatur zu Kap. XI.
Bouguer: Mém. de l'Acad. d. Sc. 1739, p. 407; 1749, p. 75, 84, 102.
Simpson: Determination of the astron. refraction. London 1743.
Bradley: Astronomical observations, Vol. I. Oxford 1798.
Laplace: Mécanique céleste **4**, 20, 1805.
Yvory: Phil. Mag. **59**, 1822; **63**, 1824; **65**, 1825; **68**, 1826.
Bessel: Königsb. Beob. **7** und **8**; Astr. Nachr. **2**, 381, 1823.
Jordan: Astr. Nachr. Nr. 2095, 1876. Handb. d. Vermessungskunde **12**.

Zu § 2.

Monge: Mém. de l'Institut du Caire. Description de l'Egypte **1**, 1799.
Wollaston: Phil. Trans. 1800, p. 239.
Biot: Sur les réfractions extraordinaires. Paris 1810. Mém. de l'Inst. **10**, 1.
Bravais: Ann. chim. et phys. (3) **46**, 492, 1856.
Gergonne: Ann. d. mathém. **4**.
Tait: Trans. of the Royal soc. of Edinb. **30**, 1883.
Wood: Phil. Mag. (5) **47**, 349, 1899.
A. Schmidt: Die Strahlenbrechung auf der Sonne. Stuttgart 1891.
Kummer: Berl. Ber. 1860, S. 405; Ann. chim. et phys. (3) **51**, 496, 1861.

Zu § 3.

Aristoteles: De coelo. Lib. II, cap. 8.
Kepler: Astronomiae pars optica. Stella nova.
Newton: Principia, lib. III; Optice, lib. I, 1719.
Biot: Traité d'Astronomie.
Exner: Über die Scintillation, Wien 1901; Wien. Ber. **109**, 170, 1900; **110**, 73, 1901.
Exner u. Villinger: Wien. Ber. **111**, 1265, 1902.
Arago: Oeuvres complètes **7**, 3; Compt. rend. **10**, 83, 1840.
Montigny: Acad. R. de Belgique, Mém. de savants étrangères **28**, 14, 1856.
Nicholson: Nichols. Journ. **34**, 116, 1813.

Zu § 4.

Descartes: Discours de la méthode pour bien conduire sa raison etc. Leyde 1637; Les météores, Discours **8**. Leyde 1637.
Young: Phil. Trans. 1804, S. 8.
Babinet: Compt. rend. **4**, 645, 1837.
Miller: Trans. of the Cambridge Phil. Soc. **7**, 277, 1842.
Billet: Compt. rend. **56**, 999, 1864; Ann. de l'École Norm. sup. **5**, 67, 1868.
Airy: Trans. of the Cambridge Phil. Soc. **6**, III, 379, 1838; **8**, V, 593, 1848; Pogg. Ann. Ergbd. **1**, 232, 1842.
Stokes: Trans. of the Cambr. Phil. Soc. **9**, I, 166, 1850; Math. and phys. papers. Cambridge II, 332, 1883.
Mascart: Compt. rend. **115**, 453, 1892; Traité d'optique **1**, 382; **3**, 430. Paris 1893.
Pernter: Wien. Ber. **106**, IIa, 135, 1897; Berichtigung zu diesem Aufsatz: Meteorol. Ztschr. **15**, 73, 1898; „Neues über den Regenbogen", Vortrag d. Ver. z. Verbreitung naturwiss. Kenntnisse in Wien **38**, 34, 1898; Separ., Wien 1898; Ein Versuch, der richtigen Theorie des Regenbogens Eingang

in die Mittelschulen zu verschaffen, Ztschr. f. d. österreich. Gymn., Kaiser-Jubil.-Heft, 1898; Separ., Wien 1900; „Die richtige Theorie des Regenbogens“, Ztschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **12**, 338, 1899.
Möbius: Ann. d. Phys. **33**, 79, 1910; Abh. sächs. Ges. d. Wiss. **30**, 107, 1907.

Zu § 5.

Verdet: Ann. de chim. et phys. (3) **34**, 29, 1852; Oeuvres **1**, 97.
Mierdel: Diss. Marburg 1919.
Mecke: Ann. d. Phys. **61**, 471, 1920.
Mariotte: Oeuvres **1**, 272.
Fraunhofer: Schumachers Astr. Abh. **3**, 73.
Galle: Pogg. Ann. **49**, 1, 241, 1840.
Babinet: Compt. rend. **4**, 638, 1837.
Bravais: Compt. rend. **21**, 154, 1845; **22**, 740, 1846; **24**, 962, 1847; **28**, 605, 1849; **32**, 952, 1851.
Visser: Versl. K. Akad. van Wet. **25**, 1328, 1917; **27**, 127, 1918.
W. Köppen: Meteorol. Ztschr. 1908.
M. Pinkhof: Meteorol. Ztschr. **37**, 60, 1920.

Zu § 6.

Rayleigh (Strutt): Phil. Mag. (4) **41**, 107, 274, 447, 1871; (5), **12**, 81, 1881; **47**, 375, 1899; Proc. Roy. Soc. **94**, 296, 1918; Phil. Mag. **35**, 373, 1918.
Forbes: Compt. rend. **8**, 175, 1839; Trans. of the R. Soc. of Edinb. **14**, 371, 1840.
Clausius: Pogg. Ann. **76**, 161, 188, 1849; **84**, 449, 1851; **88**, 543, 1853; Crelles Journ. **34**, 122, 1847; **36**, 135, 1848.
Brücke: Pogg. Ann. **88**, 363, 1853.
Crova: Compt. rend. **109**, 493, 1889; **112**, 1176, 1246, 1891; Ann. chim. et phys. (6) **20**, 480, 1890; **25**, 534, 1892.
Hurion: Compt. rend. **112**, 1431, 1891.
Spring: Arch. sc. phys. (4) **7**, 225, 1899; Bull. Ac. R. Belg. (3) **36**, 504, 1898; s. auch eine Reihe polemischer Artikel von Spring und Pernter in „Ciel et Terre“ **20**, 177, 301, 305, 1899.
Bock: Der blaue Dampfstrahl. Wied. Ann. **68**, 674, 1899.
Zettwuch: Ricerche sul „bleu del cielo“. Diss. Rom 1901; Phil. Mag. (6) **4**, 199, 1902 enthält eine ausführliche historische Übersicht und Kritik verschiedener Theorien.
Pernter: Wien. Denkschr. **73**, 301, 1901.
Dember: Ann. d. Phys. **49**, 599, 1916.
Chr. Wiener: Abh. d. Kaiserl. Leop. Carol. Akad. Nova Acta **73**, Nr. 1; Beibl. 1901, S. 271—279.
Schramm: Diss. Kiel 1901.
Wild: Bull. de l'Acad. des sc. de St. Pétersbourg **21**, 312, 1876; **23**, 290, 1877.
Soret: Arch. Sc. phys. **20**, 429, 1888; Ann. chim. et phys. (6) **14**, 1888.
Mc. Connel: Phil. Mag. **27**, 81, 1889; Nature **37**, 177, 1887.
Natanson: Krak. Anz. **1914**.
Smoluchowski: Krak. Anz. **1916**, 218.
R. J. Strutt: Proc. Roy. Soc. **94**, 453, 1918; **95**, 135, 1918.
Wood: Phil. Mag. **36**, 272, 1918; **39**, 423, 1920.
Filehne: Phys. Ztschr. **21**, 351, 1920.
Planck: Ber. Akad. Berlin **1902**, 470; **1904**, 740.
Einstein: Ann. d. Phys. **33**, 1275, 1910.
Oseen: Phys. Zschr. **17**, 341, 1916.
Lundblad: Ann. d. Phys. **57**, 581, 1918.

Dreizehntes Kapitel.

Interferenz des Lichtes.

§ 1. Allgemeine Bemerkungen. Bei Betrachtung der Schwingungsbewegungen im isotropen Medium hatten wir die Strahlgleichung (Bd. I, Abt. 1, S. 163)

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

abgeleitet, wo y den Abstand bedeutet, um welchen sich einer der schwingenden, auf dem Strahl liegenden Punkte von seiner Gleichgewichtslage zur Zeit t entfernt hatte, letztere gerechnet vom Beginn der Schwingung eines anderen Punktes, dessen Abstand vom ersten gleich x ist; a bedeutete die Amplitude der Schwingungen, T die Dauer einer Schwingung, λ die Wellenlänge. Gehen von einem gegebenen Punkte A zwei Strahlen mit den Amplituden a und b aus und treffen sie sich darauf in einem Punkte M — ihr Gangunterschied sei $x - x_1 = \delta$ —, und erfolgen die Schwingungen bei beiden Strahlen in parallelen Richtungen, so vereinigen sich diese Schwingungen zu einer einzigen, deren Amplitude A durch folgende Formel bestimmt wird (Bd. I, Abt. 1, S. 171):

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Für $b = a$ ist $A^2 = 2a^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)$ oder

$$A = 2a \cos \pi \frac{\delta}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2, a)$$

Ist der Gangunterschied $\delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$, d. h. gleich einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen, so ist

$$A = a - b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

und $A = 0$, wenn $a = b$ ist. Ist dagegen $\delta = 2n\frac{\lambda}{2}$, d. h. gleich einer geraden Anzahl halber Wellenlängen, so ist

$$A = a + b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Für alle anderen Werte von δ schwankt die Amplitude A zwischen den Grenzen $a + b$ und $a - b$.

Ist $a = b$, so wird im ersten Falle, d. h. wenn $\delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$ ist, die Energie der Schwingungen im Punkte M gleich Null, also $J = 0$;

im zweiten Falle dagegen, bei $\delta = 2n\frac{\lambda}{2}$, wird $J = 4i$, wo i die Schwingungsenergie jedes der beiden interferierenden Strahlen ist.

Das Prinzip der Interferenz, welches in der angeführten Forme. enthalten ist, läßt sich ohne weiteres auch auf die strahlende Energie anwenden. Da sich jedoch die hierdurch hervorgerufenen Erscheinungen am bequemsten an sichtbaren Strahlen beobachten lassen, so werden wir annehmen, wir hätten es mit Strahlen dieser Art zu tun.

Interferenzerscheinungen können nicht beobachtet werden, wenn die in einem Punkte M zusammentreffenden Strahlen von verschiedenen leuchtenden Punkten P und Q ausgehen, selbst wenn diese auch der gleichen Lichtquelle angehören, und zwar aus folgendem Grunde: verschiedene Punkte leuchtender Körper (einer Flamme, des Bogenlichts usw.) führen auch im Verlaufe äußerst geringer Zeiträume keine regelmäßig aufeinanderfolgenden Schwingungen aus. Vielmehr sind die Bewegungen unregelmäßig, und infolgedessen ist auch keine der aufeinanderfolgenden Strömungen die Fortsetzung der vorhergehenden, da sie sich durch ihre Phasen voneinander unterscheiden. Statt der Formel (1) hätte man demnach die Strahlgleichung in folgender Form zu schreiben

$$y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \Theta\right),$$

wo Θ eine Größe darstellt, welche sich in unregelmäßiger Weise ändert, und zwar wahrscheinlich sprungweise in Zeitintervallen, welche zwar sehr klein, immerhin aber recht groß im Vergleich zur Schwingungsdauer T sind. Anstatt Formel (2) erhält man im Punkte M die Beziehung

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\pi\left(\frac{\delta}{\lambda} + \Theta - \Theta'\right),$$

wo sich Θ' auf den zweiten Strahl bezieht. Die Größe $\Theta - \Theta'$ nimmt innerhalb eines sehr kurzen Zeitintervalls alle möglichen Werte an, infolgedessen sich auch das ganze dritte Glied innerhalb der Grenzen $-2ab$ und $+2ab$ ändert. Der mittlere Wert der Größe A^2 ist gleich $a^2 + b^2$, daher ist die mittlere Lichtstärke J, welche allein beobachtet werden kann, gleich der Summe der Lichtstärken der einzelnen leuchtenden Punkte P und Q.

Hieraus geht hervor, daß Interferenzerscheinungen nur dann wahrgenommen werden können, wenn man zwei Strahlen interferieren läßt, welche von ein und demselben Punkte ausgehen. In diesem Falle ist $\Theta = \Theta'$, und die Phasendifferenz $\frac{2\pi\delta}{\lambda}$ zweier interferierender Strahlen bleibt dieselbe, wie oft sich auch die Größe Θ ändern mag. Strahlen, welche interferenzfähig sind, nennt man kohärente Strahlen.

Interferenz kann nicht nur in einem gegebenen Punkte beim Zusammentreffen zweier Strahlen entstehen, sondern auch an einer geraden Linie entlang, wenn zwei Strahlen mit gewissem Gangunterschiede nach ihrem Zusammentreffen in derselben Richtung weitergehen müssen. Der Gangunterschied, welcher im Punkte des Zusammentreffens auftritt, erhält sich auch in allen weiteren Punkten ihres gemeinsamen Weges, und man hat es somit längs diesen ganzen Weges mit ein und derselben Interferenzerscheinung zu tun.

Wir wenden uns jetzt dem Falle zu, wo in einem Punkte M eine beliebige Anzahl kohärenter Strahlen zusammentrifft; wir nehmen an, daß sich diese Strahlen durch ihre Amplituden und Phasen voneinander unterscheiden. Die Gleichung eines der Strahlen schreiben wir in folgender Form

$$y_k = a_k \sin(\Theta + \varphi_k) \quad \dots \dots \dots \dots \quad (5)$$

Hier ist Θ der Teil der Phase, der in jedem gegebenen Augenblicke allen Strahlen gemeinsam ist. In demselben ist jedenfalls die Größe $2\pi \frac{t}{T}$ enthalten, doch können darin auch andere Glieder enthalten sein. Nimmt man an, die Gleichung der Schwingung im Punkte M habe die Gestalt

$$y = \Sigma y_k = \Sigma a_k \sin(\Theta + \varphi_k) = A \sin(\Theta + \varphi_0),$$

so hat man

$$\left.\begin{aligned} A \cos\varphi_0 &= \Sigma a_k \cos\varphi_k \\ A \sin\varphi_0 &= \Sigma a_k \sin\varphi_k \end{aligned}\right\} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (6)$$

Hieraus folgt

$$A^2 = \{\Sigma a_k \cos\varphi_k\}^2 + \{\Sigma a_k \sin\varphi_k\}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

wo A^2 als Maß für die Lichtstärke im Punkte M dient.

Für die Berechnung der Größen, welche in der Formel (7) vorkommen, werden folgende beiden Formeln sich von Nutzen erweisen:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m} a^k \sin kx &= \frac{a^{m+1}\sin mx - a^m \sin(m+1)x + \sin x}{1 - 2a\cos x + a^2}\, a \\ \sum_{k=1}^{m} a^k \cos kx &= \frac{a^{m+1}\cos mx - a^m \cos(m+1)x + \cos x - a}{1 - 2a\cos x + a^2}\, a \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Diese Formeln lassen sich leicht ableiten, wenn man $\sin kx$ und $\cos kx$ durch Exponentialfunktionen ersetzt, die hierbei erhaltenen geometrischen Reihen summiert und hierauf wieder zu trigonometrischen Funktionen übergeht. Bildet man die Quadratsumme dieser Ausdrücke, so erhält man

$$\left\{\sum_{k=1}^{m} a^k \sin kx\right\}^2 + \left\{\sum_{k=1}^{m} a^k \cos kx\right\}^2 = \frac{1 - 2a^m \cos mx + a^{2m}}{1 - 2a\cos x + a^2}\, a^2 \quad (9)$$

Für $a = 1$ erhält man hieraus

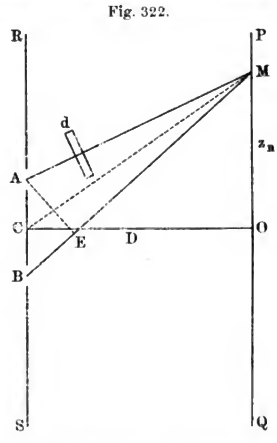
$$\left\{\sum_{k=1}^{m} \sin k x\right\}^2 + \left\{\sum_{k=1}^{m} \cos k x\right\}^2 = \frac{1 - \cos m x}{1 - \cos x} = \frac{\sin^2 \frac{m x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} \quad \ldots \quad (10)$$

Für ein beliebiges a und $m = \infty$ erhält man

$$\left\{\sum_{k=1}^{\infty} a^k \sin k x\right\}^2 + \left\{\sum_{k=1}^{\infty} a^k \cos k x\right\}^2 = \frac{a^2}{1 - 2 a \cos x + a^2} \quad \ldots \quad (11)$$

§ 2. **Der Youngsche Versuch.** Es gibt eine große Anzahl von Versuchen, bei denen die Interferenzerscheinungen zwischen Strahlen erfolgen, die man sich als von zwei im allgemeinen einander sehr nahen Punkten A und B ausgehend denken kann. Aus dem Vorhergehenden geht klar hervor, daß diese Punkte keine selbständigen, d. h. voneinander unabhängigen leuchtenden Punkte sein können. Als ursprüngliche Quelle muß immer irgend ein leuchtender Punkt S dienen, dessen Strahlen auf dem einen oder anderen Wege bis zu A hingelangen. Man kann eine Reihe von Formeln herleiten, die sich in gleicher Weise auf alle diese Fälle beziehen. Wir leiten diese Formeln für den besonderen Fall ab, der beim berühmten Youngschen Versuche vorliegt, doch können die Punkte A und B in Fig. 322 durch diejenigen zwei Punkte ersetzt werden, welche eine entsprechende Rolle bei anderen, weiter unten betrachteten Versuchen spielen.

Fig. 322.



Young veröffentlichte im Jahre 1807 die Beschreibung folgenden Versuches. Sonnenstrahlen beleuchten, nachdem sie durch eine kleine Öffnung hindurchgegangen sind, von links her den Schirm RS (Fig. 322), in welchem sich zwei kleine Öffnungen A und B befinden, die man als selbständige Lichtquellen ansehen kann, wobei indes deren Phasendifferenz, wofern eine solche zwischen A und B existierte, sich im Laufe der Zeit nicht ändert. Auf dem Schirme PQ erhält man dann eine Reihe dunkler und heller Streifen, deren mittlere Teile einer zur Geraden

AB senkrechten Ebene parallel sind. Der Punkt M liegt auf dem $n$ten dunklen Streifen, wenn

$$BA - AM = (2n - 1)\frac{\lambda}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

ist. Es sei C die Mitte zwischen A und B; es sei ferner $AB = a$, $CO = D$ und $AE \perp BM$. In Wirklichkeit findet man, daß OC sehr groß im Vergleiche zu AB sein muß, und daß z_n sehr klein im Vergleiche zu OC ist, daß z. B. OC einige tausendmal größer als AB ist. Man kann daher $MA = ME$ setzen, folglich ist

$$BE = BM - AM = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Zieht man ferner die Gerade CM, so kann man die Dreiecke CMO und AEB als ähnlich ansehen, so daß $MO : CM = BE : AB$ ist. Es ist aber $MO = z_n$, $BE = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$, $AB = a$ und CM von D sehr wenig verschieden, so daß man $z_n : D = (2n - 1)\frac{\lambda}{2} : a$ erhält. Hieraus folgt

$$z_n = (2n - 1)\frac{D\lambda}{2a} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Hieraus erhält man für den Abstand z der Streifen vom Punkte O, wenn man $n = 1, 2, 3, \ldots$ setzt, folgende Werte: $z_1 = \frac{D\lambda}{2a}$, $z_2 = 3\frac{D\lambda}{2a}$, $z_3 = 5\frac{D\lambda}{2a}$ usw. Der Abstand b der Streifen voneinander ist gleich

$$b = \frac{D\lambda}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Da für die Mitte des sichtbaren Spektrums $\lambda = 0{,}0005$ mm ist, so müssen wir offenbar, wenn $a = 2$ mm ist, $D = 4000$ mm annehmen, damit der Streifenabstand im ganzen gleich $b = 1$ mm wird. Hierdurch wird bestätigt, was vorhin über das Verhältnis der Entfernungen OC, AB und OM gesagt worden ist.

Wir berechnen jetzt die Lichtstärke J in einem beliebigen Punkte M der Geraden PQ unter der Annahme, daß $OM = z$ ist. Nehmen wir der Einfachheit halber an, daß die Amplituden der interferierenden Strahlen einander gleich sind, so ist in Formel (2) $b = a = A_0$ zu setzen. Man erhält dann

$$A^2 = 4A_0^2 \cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Es ist jetzt $\delta = BE$; die frühere Proportion $MO : CM = BE : AB$ gibt jetzt $z : D = \delta : a$. Entnimmt man hieraus δ, läßt A^2 als Maß für die Lichtstärke J gelten und setzt $A_0^2 = J_0$, so erhält man

$$J = 4J_0 \cos^2 \pi \frac{az}{D\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Durch diese Formel wird die periodische Änderung der Lichtstärke J als Funktion der Entfernung z bestimmt.

Der zentrale Teil ($z = 0$) der beobachteten Interferenzerscheinung entspricht hier dem Maximum der Lichtstärke. In allen ähnlichen Fällen spricht man von einer Erscheinung mit heller Mitte. Es gibt indes auch Fälle, wo die Strahlen solche ungleiche Wege zurücklegen, daß die entstehende Interferenzerscheinung symmetrisch zu einer Stelle ist, für welche der Gangunterschied $\pm\frac{\lambda}{2}$ beträgt. Man spricht in diesem Falle von einer Erscheinung mit dunkler Mitte.

Durch Messung von b oder z_n läßt sich die Wellenlänge λ finden. Wie man aus Formel (14) ersieht, nimmt der Streifenabstand zu, wenn λ zunimmt. Wenn man daher den obigen Versuch mit roten Strahlen anstellt, so erhält man einen größeren Streifenabstand, als bei Anwendung von grünen oder blauen Strahlen. Benutzt man weißes Licht, so kommen die verschiedenfarbigen Streifen in geringer Entfernung von O aufeinander zu liegen und ergeben hierbei ein fast reines Weiß. Man hat daher homogenes Licht anzuwenden, wenn man eine größere Anzahl von Streifen beobachten will.

Den Öffnungen A und B kann man die Form zweier paralleler enger Spalte geben, deren Länge senkrecht zur Ebene der Zeichnung ist. Bei anderen Versuchen (s. unten) sind A und B zwei Bilder eines hell beleuchteten Spaltes S, welcher als primäre Lichtquelle dient. Bei der Ableitung unserer Formeln war vorausgesetzt worden, A und B seien zwei Punkte. In Wirklichkeit jedoch sind A und B Öffnungen von endlichen Dimensionen; ebenso haben auch der Spalt S und seine Bilder endliche Breite. Dieser Umstand übt auf die Schärfe der Interferenzstreifen einen Einfluß aus. Walker hat (1898) die Abhängigkeit der Schärfe jener Streifen, d. h. das Verhältnis der maximalen zur minimalen Lichtstärke, von der Spaltbreite δ untersucht. Er fand hierbei, daß die Schärfe der Streifen bei Zunahme der Spaltbreite periodisch ab- und zunimmt.

§ 3. Einfluß einer planparallelen in den Weg eines der interferierenden Strahlen gestellten Platte. Stellt man eine Platte in den Weg des Strahles AM, so verschieben sich auf dem Schirme PQ alle Streifen parallel zu sich selbst. Wir wollen die Streifenverschiebung Δ berechnen unter der Annahme, die Plattendicke sei d, die Brechungsquotienten der Platte n', des umgebenden Mediums n. Zur Bestimmung von Δ berechnen wir den Betrag, um welchen sich jener mittlere helle Streifen verschiebt, für welchen der Gangunterschied früher gleich Null war, und der offenbar durch den Punkt O gegangen ist. Wir nehmen an, der mittlere Streifen habe sich von O nach M (Fig. 322) verschoben, so daß jetzt $OM = \Delta$ ist. Nach unserer Annahme ist jetzt die Zahl

der Wellen in BM und AM die gleiche; ist die Wellenlänge im Innern der Platte gleich λ', im umgebenden Medium gleich λ, so ist die Gesamtzahl der Wellen in AM gleich

$$\frac{AM-d}{\lambda}+\frac{d}{\lambda'}=\frac{AM}{\lambda}+d\left(\frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{AM}{\lambda}+\frac{d}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{\lambda'}-1\right)$$
$$=\frac{AM}{\lambda}+\frac{d}{\lambda}\left(\frac{n'}{n}-1\right),$$

da ja $\lambda:\lambda'=n'$ ist. Die Zahl der Wellen in BM ist gleich $BM:\lambda$. Der Voraussetzung gemäß ist

$$\frac{BM}{\lambda}=\frac{AM}{\lambda}+\frac{d}{\lambda}\left(\frac{n'}{n}-1\right),$$

also

$$BM-AM=BE=d\left(\frac{n'}{n}-1\right).$$

Wir hatten vorhin die Proportion $OM:CM=BE:BA$ gefunden. Setzt man wieder $CM=D$, $BA=a$ und substituiert $OM=\Delta$ und anstatt BE den vorhin gefundenen Ausdruck, so ist

$$\Delta:D=d\left(\frac{n'}{n}-1\right):a,$$

also

$$\Delta=\frac{D}{a}\left(\frac{n'}{n}-1\right)d.$$

Dividiert man diesen Ausdruck durch (14), so erhält man das Verhältnis zwischen Streifenverschiebung und Streifenabstand

$$\frac{\Delta}{b}=\frac{d}{\lambda}\left(\frac{n'}{n}-1\right).$$

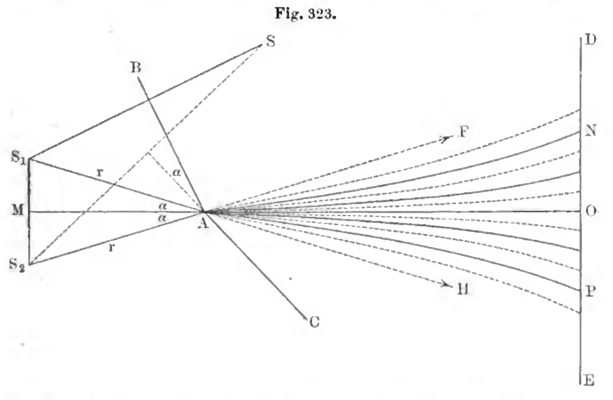
Diese Formel zeigt, daß die Streifenverschiebung eine sehr bequeme Methode zur Entdeckung und Messung kleinster Änderungen des Brechungsquotienten darstellt. Es sei z. B. $d=1$ mm; wenn beispielsweise $\lambda=0{,}0005$ mm ist, so erhält man $\Delta=b$, wenn $n'-n=0{,}0005\,n$ ist. Dieses Resultat sagt uns: die Streifen verschieben sich um eine Streifenbreite, wenn sich der Brechungsquotient der Platte vom Brechungsquotienten des umgebenden Mediums nur um 0,0005 unterscheidet und die Plattendicke nur 1 mm beträgt. Nach der hier angegebenen Methode kann man z. B. den Unterschied der Brechungsquotienten von trockener und feuchter Luft messen (Arago), die Änderung dieser Größen bei Erwärmung oder Kompression usw.

Unsere Formel für Δ zeigt uns, daß die Streifenverschiebung von der Art der Strahlen abhängt, da n' und n von λ abhängen. Hieraus folgt das wichtige Resultat, daß bei Abwesenheit der Platte durch den Punkt O ein heller Streifen hindurchgeht, welches auch die Farbe der

Strahlen sein mag, und daß dieser Streifen bei Anwendung von weißem Licht selbst weiß ist. Ist jedoch eine Platte eingeschaltet, so verschieben sich die Systeme der verschiedenfarbigen Streifen um verschiedene Beträge Δ, weshalb für weißes Licht der mittlere weiße Streifen überhaupt nicht auftritt, dafür aber andere farblose Streifen auftreten können; diese letzteren hat Cornu untersucht.

Alles, was hier von der Einwirkung einer dünnen Platte galt, die in den Weg einer der interferierenden Strahlen gestellt ist, bezieht sich gleichfalls auf alle Fälle von Interferenz, die weiter unten behandelt werden und in denen diese beiden Strahlen, wenn auch nur geometrisch gefaßt, als von zwei Lichtquellen A und B ausgehend angesehen werden können. Den Bruch $D:a$ kann man als den Winkel-

Fig. 323.



abstand α dieser beiden Lichtquellen bezeichnen (wenn man vom Schirme her sieht) und die Formel für Δ in folgender Form schreiben

$$\Delta = \alpha \frac{n' - n}{n} d \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

§ 4. Fresnels Spiegel und Messung der Wellenlänge. Im Jahre 1816 machte Fresnel seinen berühmten Spiegelversuch: er brachte Strahlen zur Interferenz, welche von zwei Spiegeln reflektiert waren, die einen Winkel von nahezu 180° bildeten. Es seien AC und AB (Fig. 323) diese Spiegel; den kleinen Winkel, welcher von der Ebene des einen und der erweiterten Ebene des anderen Spiegels gebildet wird, bezeichnen wir mit α. Sei ferner S die Lichtquelle, z. B. ein schmaler, grell beleuchteter Spalt parallel zur Schnittlinie A der beiden Spiegelebenen oder noch besser die Brennlinie einer Zylinderlinse, auf welche

die Strahlen der Sonne oder einer anderen hellen Lichtquelle fallen. Man kann annehmen, die von den Spiegeln reflektierten Strahlen gingen von den Bildern S_1 und S_2 der Lichtquelle S aus, deren Abstand AS von der Scheitellinie A wir mit r bezeichnen. Offenbar ist $AS_1 = AS_2 = AS = r$, so daß die Punkte S, S_1 und S_2 auf einer Kreislinie liegen, deren Mittelpunkt sich in A befindet. Hieraus folgt, daß die Gerade MO, welche zu $S_1 S_2$ senkrecht ist und durch die Mitte M von $S_1 S_2$ hindurchgeht, auch durch den Punkt A geht; mit anderen Worten heißt das: alle Punkte der Geraden AM befinden sich in demselben Abstande von S_1 und S_2. Letztgenannte Punkte kann man als die beiden gegebenen Lichtquellen ansehen. Der Abstand $a = S_1 S_2$ der beiden Lichtquellen ist gleich

$$a = 2 r \sin \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Wir legen jetzt eine Ebene DE senkrecht zu MO durch irgend einen Punkt O. Auf dieser Ebene erscheint ein heller Streifen parallel zur Kante A an einer Stelle (z. B. in P), für welche der Unterschied der Entfernungen von S_1 und S_2 gleich einer geraden Anzahl halber Wellenlängen ist und ein dunkler Streifen, wenn dieser Unterschied gleich einer ungeraden Zahl halber Wellenlängen ist. Durch den Punkt O geht ein heller Streifen hindurch, unabhängig davon, welche Farbe die zu den Spiegeln gelangenden Strahlen haben. Zu beiden Seiten von demselben erblickt man eine Reihe von hellen und dunklen Streifen, deren mittlere Teile man als zur Zeichenebene senkrechte Geraden ansehen kann.

Der Streifenabstand b wird nach der Formel (14) gefunden, da die Punkte S_1 und S_2 den Öffnungen A und B (Fig. 322) beim Youngschen Versuche vollkommen analog sind. Setzt man $OM = D$, so geben die Formeln (14) und (17) den Abstand b der hellen oder dunklen Streifen voneinander:

$$b = \frac{D \lambda}{2 r \sin \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Der Abstand des $n$ten dunklen Streifens vom Punkte O ist, vgl. (13), gleich

$$z_n = (2n - 1) \frac{D \lambda}{4 r \sin \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

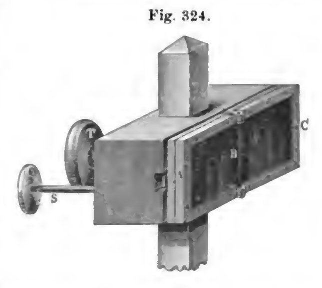
In (18) und (19) kann man $D = d + r \cos \alpha$ substituieren, wo $d = OA$ der Abstand der Ebene von der Kante A der Spiegel ist. Formel (18) läßt erkennen, daß b proportional der Wellenlänge λ ist; die Streifen liegen einander um so näher, je kleiner λ ist.

Ferner sieht man aus (19), daß z_n proportional D ist; dies ist aber nur dann richtig, wenn z_n sehr klein im Verhältnis zu D ist, was auch bei Herleitung der Formel (13) und (14) vorausgesetzt wurde. Ändert man den Abstand D der Ebene von $S_1 S_2$, so ist der geometrische

Ort des Streifens keine Ebene, sondern im mittleren Teile ein hyperbolischer Zylinder, denn der $n$te Streifen geht bei jeder Lage der Ebene durch Punkte hindurch, für welche die Differenz der Entfernungen von S_1 und S_2 einen konstanten Wert hat, gleich $2n\frac{\lambda}{2}$ oder gleich $(2n-1)\frac{\lambda}{2}$ ist. Der geometrische Ort solcher Punkte ist aber eine Hyperbel, deren Brennpunkte sich in S_1 und S_2 befinden. In Fig. 323 sind die Hyperbeln dargestellt, in welchen eine zur Spiegelkante A senkrechte Ebene die erwähnten hyperbolischen Zylinder schneidet, wobei die Dimensionen in vergrößertem Maße dargestellt sind. Die ausgezogenen Linien entsprechen den hellen, die punktierten den dunklen Hyperbeln.

Zur Beobachtung der Streifen dient eine Lupe von kurzer Brennweite; man sieht in diesem Falle die Durchschnitte der hellen und dunklen hyperbolischen Zylinder mit der Brennebene der Lupe.

Fig. 324.



Die **Fresnelschen Spiegel** können zur **Messung der Wellenlänge** dienen. Formel (19) gibt

$$\lambda = \frac{4 r z_n \sin\alpha}{(2n-1)D} = \frac{2 a z_n}{(2n-1)D}.$$

Die Größe $2r\sin\alpha = a = S_1S_2$ (Fig. 324) ist der Abstand der virtuellen Lichtpunkte S_1 und S_2 voneinander. Zur Bestimmung dieser Größe mißt man mit einem Goniometer, dessen Mittelpunkt in O aufgestellt wird, den Winkel β zwischen den Punkten S_1 und S_2. In diesem Falle ist offenbar $a = 2D\,tg\frac{\beta}{2}$ oder (da β sehr klein ist) $a = D\,tg\,\beta$. Setzt man diesen Ausdruck ein, so erhält man

$$\lambda = \frac{2 z_n}{2n-1} tg\,\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Hier ist z_n der Abstand des $n$ten dunklen Streifens von dem in der Mitte befindlichen hellen Streifen. Man findet leicht, wenn y_n der Abstand des $n$ten **hellen** Streifens ist (den mittleren als nullten gerechnet), daß

$$\lambda = \frac{y_n}{n} tg\,\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

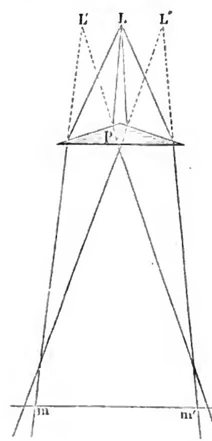
ist. Die hier beschriebene Methode der Messung von λ kann nicht genaue Resultate ergeben, da unter anderem hier zur Interferenz noch

Erscheinungen der Diffraktion hinzutreten; gegenwärtig benutzt man andere Methoden, die weiter unten behandelt werden sollen.

Fresnel hat auch noch einen bemerkenswerten Versuch mit Hilfe von drei Spiegeln ausgeführt; hierbei gelangten zwei Strahlen zur Interferenz, von denen der eine an einem Spiegel einmalig reflektiert wurde, der andere zweimal an den beiden anderen Spiegeln.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, daß man es beim Fresnelschen Spiegelversuche nicht mit einer reinen Interferenzerscheinung zu tun hat; die gemeinsame Spiegelkante, an welche beide Spiegel grenzen, ruft gewisse Beugungserscheinungen (Kapitel XIV) hervor, auf welche wir jedoch nicht eingehen wollen. Eine vollständige Theorie der Erscheinung haben H. Weber (1878) und namentlich H. Struve (1881) gegeben.

Fig. 325.



§ 5. Andere Methoden zur Erzeugung und Beobachtung von Interferenzstreifen.

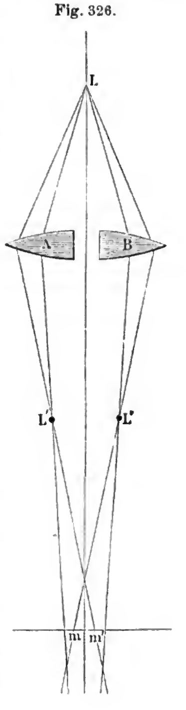
Alle Methoden, welche wir erwähnen werden, haben folgendes gemeinsam: man erhält bei ihnen zwei Bilder S_1 und S_2 des leuchtenden Punktes S; diese Bilder kann man als Lichtquellen ansehen, deren Strahlen miteinander interferieren und je nach ihrem Gangunterschiede helle und dunkle Streifen entstehen lassen. Die von uns in den vorhergehenden Paragraphen für den Streifenabstand hergeleiteten Formeln bleiben auch hier in Geltung; dasselbe gilt von der Formel für die Streifenverschiebung bei Einschaltung einer Platte in den Gang eines der Strahlen.

I. Versuch von Lloyd mit nur einem Spiegel. Ein Strahl, welcher von der ebenen Spiegeloberfläche unter nahezu 90° reflektiert wird, gelangt mit dem einfallenden Strahl zur Interferenz, wobei beide Strahlen dem Spiegel nahezu parallel sind und in sehr geringer Entfernung von demselben bleiben

Da ein Strahl bei der Reflexion eine halbe Wellenlänge einbüßt, so ist offenbar der mittlere helle Streifen gleichsam um eine halbe Wellenlänge verschoben, denn er entspricht dem scheinbaren Gangunterschied $\frac{1}{2}\lambda$. Eine weitere Besonderheit der Erscheinung besteht noch darin, daß sich die Streifen nur zu einer Seite von diesem „mittleren“ Streifen befinden, der also im gegebenen Falle nicht der mittlere, sondern der äußerste Streifen ist.

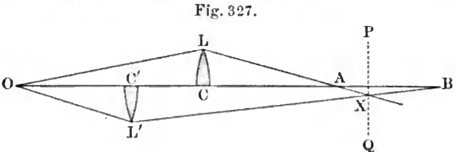
II. Fresnels Biprisma (Interferenzprisma). Die Strahlen einer Lichtquelle L (Fig. 325) fallen auf ein Prisma P, dessen brechender Winkel nur wenig von 180° verschieden und L zugekehrt ist. Ein solches Prisma wirkt wie zwei gleiche rechtwinklige Prismen, welche mit den Kathetenseiten aneinandergelegt sind. Jede Prismenhälfte gibt ein abgelenktes Bild des Punktes L, so daß zwei Bilder L' und L'' entstehen. Innerhalb des Raumes, in welchen die Strahlen von L' und L'' gelangen, treten Interferenzstreifen auf. Eine Besonderheit dieser Methode besteht darin, daß die Entfernung $L'L'' = a$ von der Wellenlänge λ abhängt.

Fig. 326.



III. Halblinsen von Billet und Meslin. Eine Bikonvexlinse wird in zwei Hälften A und B (Fig. 326) zerschnitten. Der leuchtende Punkt L gibt zwei Bilder L' und L'', von welchen Strahlen ausgehen, welche auf einem Schirm zwischen den Punkten m und m' Interferenzstreifen geben. Meslin hat den Billetschen Versuch derart modifiziert, daß die Interferenzstreifen die Gestalt von konzentrischen Halbkreisen annehmen. Die beiden Halblinsen L und L' (Fig. 327) sind hier derart gegeneinander verschoben, daß der leuchtende Punkt O und die Grundflächen C und C' in eine gerade Linie zu liegen kommen. In diesem Falle liegen die Linsenbrennpunkte in A und B. Wir bringen nach $P\,Q$ zwischen A und B einen Schirm und bezeichnen als optische Länge des Strahles die Größe, welche durch die im Strahle aufgehende Anzahl von Wellenlängen gemessen wird, wobei die Länge dieser Wellen an

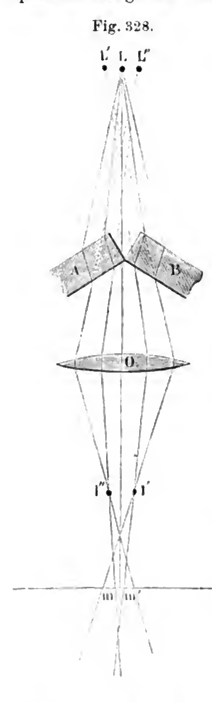
Fig. 327.



verschiedenen Stellen des Strahles überhaupt verschieden sein kann. Um den Gangunterschied zweier Strahlen, welche sich in einem gewissen Punkte X treffen, zu untersuchen, gehen wir von dem auf

S. 29 abgeleiteten Lehrsatz aus, welcher aussagt, daß alle Strahlen, welche von einem Punkte M ausgegangen sind und sich in einem Punkte N wieder vereinigen, die gleiche optische Länge haben. Alle von O ausgegangenen und durch L hindurchgelangten Strahlen haben in jedem gegebenen Augenblick in A die gleiche Phase, welche der optischen Länge des Strahles O entspricht; daher hat der Strahl in X die optische Länge $OA + AX$. Ein anderer Strahl hat im Punkte X die optische Länge $OB - BX$; der Gangunterschied ist $\delta = OA + AX - (OB - BX) = OA - OB + AX + BX$ oder $\delta = AB + AX + BX$.

Fig. 328.



Punkte, für welche der Gangunterschied δ der gleiche ist, müssen der Bedingung $AX + BX = Const.$ genügen, da AB eine an und für sich konstante Größe ist. Hieraus folgt, daß Flächen, für welche δ gleich einer geraden oder ungeraden Anzahl halber Wellenlängen ist, Rotationsellipsoiden angehören, deren gemeinsame Brennpunkte sich in A und B befinden. Sie schneiden den Schirm PQ in Halbkreisen, welche unterhalb der Geraden OAB liegen.

IV. **Jamins geneigte Platten.** Die Jaminsche Methode, die bisweilen irrtümlicherweise Fizeau oder Arago zugeschrieben wird, besteht im folgenden: Zwei Glasplatten A und B (Fig. 328) bilden miteinander einen gewissen Winkel. Die von der Lichtquelle L ausgehenden Strahlen werden von A derart abgelenkt, daß sie von L'' zu kommen scheinen; in ähnlicher Weise haben die durch B hindurchgegangenen Strahlen den scheinbaren Ausgangspunkt L'. Die Linse O sammelt die beiden durch A und B hindurchgegangenen Strahlenbündel in den Punkten l'' und l', welche nunmehr gewissermaßen zwei neue Lichtquellen bilden, deren Strahlen zwischen m und m' zur Interferenz gelangen.

V. **Michelsons Spiegel.** Wenn zwei ebene Spiegel einen Winkel von 90^0 bilden, so fallen die beiden Bilder S_1 und S_2 eines leuchtenden Punktes S, welche nach zweimaliger Reflexion der Strahlen entstehen, gewissermaßen in einen zusammen. Ändert man jedoch den Spiegelwinkel um den kleinen Betrag α, so rücken die Bilder S_1 und S_2 aus-

einander und man kann sich leicht davon überzeugen, daß ihr Winkelabstand, gerechnet von der Kante, in welcher sich die Spiegelebenen schneiden, gleich 4α ist. Von dem Flächenwinkel $(90^0 - \alpha)$, welchen die Spiegel bilden, gehen jetzt zwei Strahlenbündel aus, die man als von S_1 und S_2 kommend ansehen kann. Michelson benutzte als Lichtquelle S eine Bogenlampe, die sich in 100 m Abstand vom Winkelspiegel befand und beobachtete die Interferenzstreifen in 1 m Abstand von demselben.

Lippmann benutzte auch zwei Spiegel, die einen Winkel von annähernd 90^0 miteinander bildeten. Als Lichtquelle diente ihm ein Spalt parallel zur gemeinsamen Kante der Spiegel.

Die Methode von Michelson benutzt Gerschun zur Prüfung, um wieviel bei rechtwinkligen Prismen der Winkel zwischen den Katheten von 90^0 abweicht.

VI. Talbotsche Linien. Streng genommen gehört diese Erscheinung, wie später gezeigt wird, nicht hierher, sondern erst ins folgende Kapitel. Sie besteht in folgendem: Bringt man eine dünne, durchsichtige Platte zwischen das Auge und die Okularöffnung eines Spektroskops vom violetten Spektralende her, so daß sie die Hälfte dieser Öffnung verdeckt, so erscheint im Spektrum eine ganze Reihe dunkler Querstreifen. In elementarer Weise läßt sich diese Erscheinung folgendermaßen erklären: Die am Rande der Platte vorbeigegangenen und durch die Platte selbst hindurchgegangenen Strahlen treffen in einem Punkte der Netzhaut zusammen, wo sie miteinander interferieren, sich gegenseitig verstärken oder aufheben, je nach der Differenz ihrer optischen Längen. Die Zahl N der Wellen, welche in dieser Differenz enthalten ist, ist offenbar gleich

$$N = \frac{d}{\lambda'} - \frac{d}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{\lambda'} - 1\right),$$

wo d die Plattendicke, λ die Wellenlänge in der Luft und λ' die in der Plattensubstanz ist. Das Verhältnis $\lambda : \lambda'$ ist gleich dem Brechungsquotienten ν der Platte, also ist

$$N = (\nu - 1)\frac{d}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Ist N eine ganze Zahl n, folglich $(\nu - 1)\, d = n\lambda$, so verstärken die Strahlen sich gegenseitig; ist aber N gleich einer ungeraden Anzahl halber Wellen, d. h. hat N die Form

$$\frac{2n+1}{2} \quad \text{oder} \quad (\nu - 1)\, d = \frac{2n+1}{2}\lambda,$$

so heben die Strahlen einander auf. Für die verschiedenen Strahlen des Spektrums ist die Zahl N verschieden, da λ und — freilich in geringerem Maße — ν von der Strahlenart abhängen. Dunkle Streifen



treten an allen den Stellen des Spektrums auf, für welche N eine Zahl von der Form $\frac{2n+1}{2}$ ist. Die hier gegebene elementare Erklärung berücksichtigt nicht die Tatsache, daß keine Streifen auftreten, wenn man die Platte von der Seite des roten Spektralendes her vorschiebt. Airy war der erste, welcher eine vollständige Theorie der Talbotschen Linien gab, indem er zeigte, daß sie durch Beugung (Kapitel XIV) entstehen, welche am Rande der Platte stattfindet. H. Struve und Kirchhoff haben die Theorie von Airy weiter entwickelt und vollkommen die merkwürdige Abhängigkeit der Erscheinung von der Lage der Platte am violetten Spektralende erklärt.

In neuester Zeit wurden diesbezügliche Arbeiten veröffentlicht von Walker (1906), Wood (1909), Schuster (1909). D. Dubrowski beschrieb eine Methode, um die Streifen von Talbot bequem zu demonstrieren.

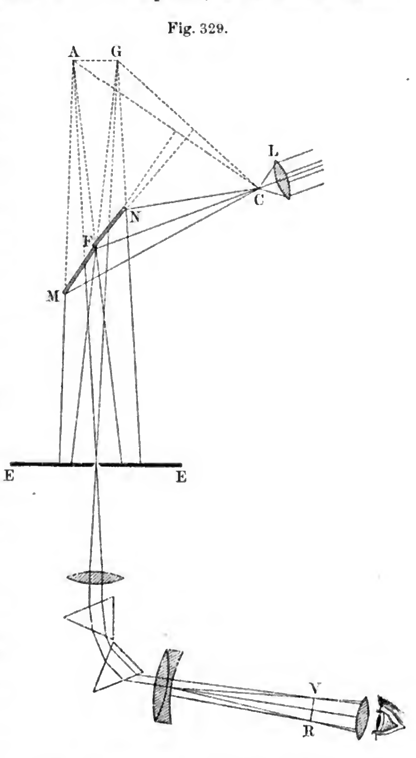
VII. Gemischte Platten von Young. Wenn sich zwischen zwei Glasplatten eine dünne Schicht eines Gemisches aus zwei Substanzen befindet, z. B. Wasser, das sehr kleine Luftbläschen enthält, Eiweißschaum, ein Gemisch aus Öl und Wasser, so treten bei durchgehendem weißen Licht verschiedenfarbige Streifen auf. Diese Erscheinung erklärt sich durch Interferenz der Strahlen, von welchen der eine diesen, der andere jenen Bestandteil des Gemisches durchdrungen hat, wodurch eine gewisse Differenz ihrer optischen Längen entstanden sein kann. Die Färbung, welche durch die Strahlen verursacht wird, die einander nicht aufgehoben haben, ist an verschiedenen Stellen verschieden, da die Dicke der Schichten im allgemeinen nicht an allen Stellen die gleiche ist.

VIII. Methode von Fizeau und Foucault; spektroskopische Beobachtung der Interferenz an Fresnelschen Spiegeln. Sämtliche bisher im § 4 und 5, I bis V, betrachteten Methoden zur Erlangung der Interferenz von Lichtstrahlen geben eine nur sehr geringe Zahl von Streifen, wenn man weißes Licht anwendet; der Grund hierfür war auf S. 589 bereits genannt. Die Zahl der wahrnehmbaren Streifen vergrößert sich um ein Bedeutendes, wenn man homogenes Licht anwendet. So gibt z. B. Natriumlicht eine große Zahl von Streifen; diese Zahl nimmt noch weiter zu, wenn man als Lichtquelle eine Geisslerröhre anwendet, welche Quecksilber- oder Thalliumdampf enthält.

Weiter unten werden wir eine ganze Reihe neuer Arbeiten kennen lernen, in denen die Interferenz von Strahlen bei außerordentlich großem Gangunterschied beobachtet worden ist, der bis zu Millionen Wellenlängen ging. An dieser Stelle wollen wir bloß die Methode von Fizeau und Foucault beschreiben, welche die Beobachtung von Interferenz bei großem Gangunterschied der Strahlen gestattet.

Diese Methode besteht darin, daß die von Fresnelschen Spiegeln reflektierten Strahlen in ihre Spektra zerlegt werden. Auf den Spalt eines Spektroskops wird zuerst der mittlere helle Streifen gerichtet, welcher dem Gangunterschied $\delta = 0$ entspricht, wobei man ein kontinuierliches Spektrum erhält. Um δ zu ändern, wird derart verfahren, daß man einen der Spiegel parallel zu sich selbst in der Richtung der Spiegelsenkrechten verschiebt (nach vorn rückt). Sobald hierbei δ gleich der Hälfte der Wellenlänge λ_v der violetten Strahlen wird, tritt im violetten Teile des Spektrums ein dunkler Streifen auf, der bei weiterer Verschiebung des Spiegels nach dem roten Ende des Spektrums hin wandert. Wird δ gleich $\frac{3}{2}\lambda_v$, so erscheint ein zweiter Streifen, der ebenfalls das ganze Spektrum durchwandert, usf. Auf diese Weise gelang es Fizeau und Foucault, 4000 Streifen zu beobachten, welche durch den roten Spektralteil wanderten; es entsprach dies der Interferenz bei einem Gangunterschied von 4000 Wellenlängen. Die Anordnung der zu obigen Messungen dienenden Apparate ist aus Fig. 329 ersichtlich: Hier bedeutet C eine helle Linie in der Brennebene der Zylinderlinse L; NF und MF sind Fresnelsche Spiegel, von denen der eine (MF) etwas nach vorn gerückt ist; EE ist ein Schirm, in welchem sich ein Spalt befindet. Bei VR entsteht das Spektrum, in welchem die Interferenzstreifen auftreten.

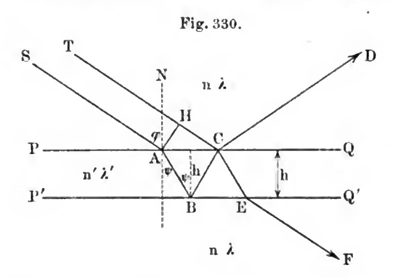
Fig. 329.



§ 6. Interferenzerscheinungen an dünnen Blättchen. Grundformeln. Fallen weiße Strahlen auf eine sehr dünne, aus irgend einer festen, flüssigen oder gasförmigen Substanz bestehende Platte, so erscheint diese sowohl im reflektierten, wie auch im durchgehenden Lichte gefärbt, und zwar sind die Färbungen in den beiden Fällen einander komplementär. Verschiedene Stellen der dünnen Platte sind gewöhnlich verschieden gefärbt und die Farbe eines jeden Punktes wechselt mit Änderung des Einfallwinkels der Strahlen. Ein solches Farbenspiel nimmt man an Seifenblasen wahr, an dünnen Ölschichten, die sich auf Wasser ausbreiten, an alten Fensterscheiben, deren Oberflächenschicht eine chemische Veränderung erfahren hat usw.

Die im reflektierten Lichte auftretenden Farben dünner Blättchen lassen sich durch Interferenz zwischen Strahlen erklären, welche an der Vorderfläche der Platte reflektiert worden sind, und den von der Hinterfläche reflektierten oder denen, die im Innern der Platte eine ungerade Anzahl von Reflexionen erfahren haben. Ebenso entstehen die Farben im durchgehenden Lichte durch Interferenz der Strahlen, welche die Platte einfach durchsetzt haben, und derjenigen, welche vor ihrem Austritt eine gerade Anzahl von Reflexionen erfahren haben.

Fig. 330.



Wir leiten zunächst einen Ausdruck für den Gangunterschied der beiden ersten Strahlen einer Reihe von untereinander interferierenden Strahlen ab.

Es sei $PQP'Q'$ (Fig. 330) eine Platte, deren sehr geringe Dicke wir mit h bezeichnen. Auf die Fläche PQ fallen parallele Strahlen unter dem Einfallswinkel $\varphi = \angle SAN$. Den Brechungsquotienten des umgebenden Mediums, das zu beiden Seiten der Platte das gleiche ist, und die Wellenlänge in demselben bezeichnen wir mit n und λ, die entsprechenden Größen für die Plattensubstanz mit n' und λ'. Der Strahl SA wird zum Teil reflektiert, zum Teil in der Richtung von AB gebrochen. Ist ψ der Brechungswinkel, so ist

$$\frac{\sin\psi}{\sin\varphi} = \frac{n}{n'} = \frac{\lambda'}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Derselbe Strahl wird, nachdem er in B zum Teil reflektiert worden ist, in C zum Teil gebrochen und verläßt die Platte in der Richtung

CD. In dieser selben Richtung aber verläuft auch der Strahl TC, der ebenfalls im Punkte C reflektiert worden ist. Die beiden in der Richtung von CD weitergehenden Strahlen haben nun einen gewissen optischen Gangunterschied, den wir mit $\varDelta$ bezeichnen wollen. Mit diesem Gangunterschied $\varDelta$ werden die genannten Strahlen interferieren. Der geometrische Gangunterschied beider Strahlen im Punkte C ist gleich $AB + BC - HC$ oder $2AB - HC$, wo $AH \perp TC$ ist. Wir erhalten den Wert von $\varDelta$, d. h. die Anzahl von Wellenlängen, um welche die Weglängen der Strahlen in C differieren, wenn wir jeden Teil des geometrischen Weges durch die ihm entsprechende Wellenlänge dividieren. Sonach ist $\varDelta = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{HC}{\lambda}$.

Der so erhaltene Ausdruck für den optischen Gangunterschied der Strahlen ist jedoch noch einer Korrektur bedürftig; wir hatten nämlich außer acht gelassen, daß bei Reflexion eines Strahles an einem dichteren Medium eine halbe Wellenlänge verloren geht (Bd. I).

Ist $n' < n$, dann erfolgt der Verlust der halben Wellenlänge in B, so daß der wahre optische Gangunterschied der folgende ist:

$$\varDelta = \frac{2AB + \frac{1}{2}\lambda'}{\lambda'} - \frac{HC}{\lambda} = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{HC}{\lambda} + \frac{1}{2}.$$

Ist dagegen $n' > n$ — diesem Falle entspricht unsere Figur, in der $\psi < \varphi$ ist —, dann geht die halbe Wellenlänge im Punkte C verloren, so daß der gesuchte optische Gangunterschied der folgende ist:

$$\varDelta = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{HC + \frac{1}{2}\lambda}{\lambda} = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{HC}{\lambda} - \frac{1}{2}.$$

Da das Resultat der Interferenz nur davon abhängt, um wieviel die Größe $\varDelta$ sich von einer ganzen Zahl unterscheidet, so kann man $\varDelta$ um eine ganze Zahl ändern; man kann daher in beiden betrachteten Fällen für $\varDelta$ denselben Wert gelten lassen, nämlich

$$\varDelta = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{HC}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

Es ist aber $HC = AC \sin\varphi$; $AC = 2h\, tg\,\psi$, folglich

$$HC = 2h\, tg\,\psi \sin\varphi; \qquad AB = \frac{h}{\cos\psi},$$

also

$$\varDelta = \frac{2h}{\lambda' \cos\psi} - \frac{2h\, tg\,\psi \sin\varphi}{\lambda} + \frac{1}{2}.$$

Setzt man im zweiten Gliede $\lambda = \lambda' \frac{\sin\varphi}{\sin\psi}$, vgl. (23), ein, so erhält man den definitiven Ausdruck

$$\varDelta = \frac{2h\cos\psi}{\lambda'} + \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

d. h.: Der optische Gangunterschied der Strahlen hängt von der Plattendicke, dem Einfallswinkel der Strahlen und von deren Wellenlänge ab.

Wir gehen nunmehr über zu den Strahlen, welche die Blättchen durchdringen.

Vom Punkte E gehen zwei Strahlen in derselben Richtung EF aus; der eine ist der Strahl $TCEF$, der andere $SABCEF$. Ihr geometrischer Gangunterschied ist gleich $AB + BC - CH = 2AB - CH$, der optische $\frac{2AB}{\lambda'} - \frac{CH}{\lambda}$. Der Strahl $TCEF$ wird zweimal gebrochen, wobei kein Verlust einer halben Wellenlänge auftritt. Der Strahl $SABCEF$ wird zweimal reflektiert; ist $n' > n$, so tritt ein Verlust einer halben Wellenlänge nicht auf, ist aber $n' < n$, so gehen zwei halbe oder eine volle Wellenlänge verloren. Da aber eine Änderung der Weglänge um eine ganze Anzahl Wellenlängen bei den Interferenzerscheinungen nicht in Betracht kommt, so kann man jenen zweimaligen Verlust auch ganz außer acht lassen und den optischen Gangunterschied der beiden Strahlen gleich

$$\Delta' = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{CH}{\lambda}$$

setzen, oder, siehe (24) und (25)

$$\Delta' = \frac{2h\cos\psi}{\lambda'} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

Auch in diesem Falle hängt, wie man sieht, der Gangunterschied Δ' von der Dicke des Blättchens, dem Einfallswinkel und der Art der einfallenden Strahlen ab.

Bevor wir zu einer genaueren Betrachtung dieser Erscheinungen übergehen, müssen wir darauf hinweisen, daß man die Interferenzerscheinungen an dünnen Blättchen in zwei voneinander wesentlich verschiedenen Fällen beobachten kann; es sind das die folgenden:

I. Gleichförmige Färbung dünner, vollkommen planparalleler ($h = Const.$) Blättchen und „Kurven gleicher Dicke“ bei nicht völlig gleichbleibender Plattendicke h.

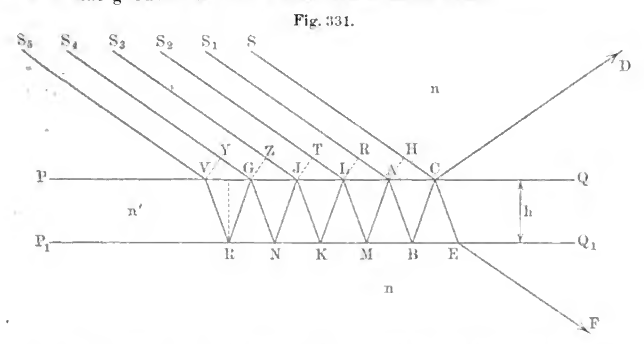
II. Kurven gleicher Neigung (Haidinger, Mascart, Lummer) in vollkommen planparallelen Platten.

Die Theorie wird für den ersten Fall durch die Formeln (25) und (26) vollständig dargestellt (erschöpft). Die folgende Ableitung bezieht sich nur auf Kurven gleicher Neigung, deren Entstehung in § 8 besprochen werden wird.

Bei Berechnung der Größe Δ hatten wir die Annahme gemacht, daß in den Punkten C und E (Fig. 330) zwei Strahlen zusammentreffen, ohne

hierbei die relative Größe der Schwingungsamplituden in diesen Punkten mit in Betracht zu ziehen. In Wirklichkeit jedoch können in jedem Punkte der Plattenoberfläche drei, vier usw., ja sogar eine sehr große Anzahl von Strahlen zusammentreffen. Unter gewissen Umständen wird man die Anzahl dieser Strahlen als unendlich große annehmen können. Die Fig. 331 möge dies erläutern. In der Richtung CD geht nicht nur der Strahl SCD und der im Innern des Blättchens einmal reflektierte Strahl S_1ABCD weiter, sondern auch die Strahlen $S_2LMABCD$, $S_3JKLMABCD$ usw., welche innerhalb des Blättchens 3, 5, und überhaupt eine ungerade Anzahl von Reflexionen erfahren haben. Ebenso kommen in E außer den schon betrachteten Strahlen $SCEF$ und S_1ABCEF, welche zweimalig reflektiert worden sind, noch die Strahlen $S_2LMABCEF$, $S_3JKLMABCEF$ usw. zusammen, welche 4, 6 usw., d. h. eine gerade Zahl von Reflexionen erfahren haben.

Fig. 331.



Wir bezeichnen mit a die Amplitude eines der einfallenden Strahlen; er teilt sich in zwei Strahlen, einen reflektierten und einen gebrochenen. Die Amplitude des ersteren sei mit ar, die des letzteren mit ad bezeichnet. Eine eingehendere Behandlung der Frage, welche in Kapitel XV folgen soll, lehrt, daß die echten Brüche r und d vom Einfallswinkel φ und vom Brechungswinkel ψ abhängen oder von einem dieser Winkel und dem relativen Brechungsquotienten $n':n$; die Größen r und d sind dagegen nicht abhängig von der Richtung, in welcher der Strahl (auf seinem Hin- oder Rückwege) verläuft. Wenn demnach ein Strahl im Innern des Blättchens eine von deren Oberflächen unter dem Einfallswinkel ψ trifft und die Amplitude a hat, so sind die Amplituden des (unter dem Winkel ψ) reflektierten und (unter φ) gebrochenen Strahles ebenfalls gleich ar und ad.

Da die Lichtstärke beim einfallenden Strahle gleich der Summe der Lichtstärken des reflektierten und gebrochenen Strahles sein muß,

und da die Lichtstärke durch das Quadrat der Amplitude gemessen wird, so ist $a^2 = (ar)^2 + (ad)^2$, woraus sich

$$r^2 + d^2 = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

ergibt.

I. Vom Blättchen durchgelassenes Licht. Wir suchen zunächst die Amplituden der sich längs EF ausbreitenden Strahlen:

Strahl S; zwei Brechungen; Amplitude ad^2.
Strahl S_1; zwei Brechungen, zwei Spiegelungen; Amplitude ad^2r^2.
Strahl S_2; zwei Brechungen, vier Spiegelungen; Amplitude ad^2r^4.
Strahl S_3; Amplitude ad^2r^6 usw.

Hieraus geht das Bildungsgesetz der Amplituden klar hervor.

Der Kürze halber wollen wir mit δ den folgenden Ausdruck bezeichnen

$$\delta = \frac{AB + BC}{\lambda'} - \frac{CH}{\lambda} = \frac{2AB}{\lambda'} - \frac{CH}{\lambda} = \frac{2h \cos \psi}{\lambda'} \quad \ldots \quad (28)$$

wo h die Plattendicke ist, vgl. (24) und (25). Wir bestimmen die optischen Gangunterschiede der Strahlen S_1, S_2, ... im Vergleich zum Strahl S.

Strahl S_1; der gesuchte Gangunterschied der Strahlen S_1 und S ist, wie wir sahen, gleich $\Delta' = \delta$, vgl. (26) und (28).

Strahl S_2; zieht man $LR \perp S_1 A_1$, so überzeugt man sich, daß der Gangunterschied der Strahlen S_2 und S_1 genau derselbe ist, wie der der Strahlen S_1 und S. Hieraus folgt, daß der Gangunterschied der Strahlen S_2 und S_1 gleich 2δ ist.

Strahl S_3; der Gangunterschied der Strahlen S_3 und S ist offenbar gleich 3δ usw.

In folgender Tabelle sind die Amplituden und Gangunterschiede zusammengestellt:

Strahl	S	S_1	S_2	S_3	
Amplitude	ad^2	ad^2r^2	ad^2r^4	ad^2r^6	
Gangunterschied $S_k - S$	0	δ	2δ	3δ	usw.

Wir schreiben die Gleichung des Strahles S im Gebiete EF in folgender Form

$$y_1 = ad^2 \sin(\Theta + 2\pi\delta),$$

was offenbar immer möglich ist; Θ enthält die Zeit t und bezeichnet die veränderliche Phase, vermindert um eine Konstante $2\pi\delta$. Die Gleichungen der übrigen Strahlen lauten in diesem Falle

$$S_1 \ldots\ldots y_2 = ad^2r^2 \sin(\Theta + 4\pi\delta)$$
$$S_2 \ldots\ldots y_3 = ad^2r^4 \sin(\Theta + 6\pi\delta)$$
$$S_3 \ldots\ldots y_4 = ad^2r^6 \sin(\Theta + 8\pi\delta)$$

usf.

Vergleicht man diese Strahlgleichungen mit dem Ausdruck (5), so hat man $a_k = a d^2 r^{2k-2}$ und $\varphi_k = 2 k \pi \delta$ zu setzen. Auf Grund von Formel (7) erhält man die Amplitude A_1 des Strahles EF in folgender Gestalt

$$A_1^2 = \left\{ \sum_{k=1}^{m} a d^2 r^{2k-2} \cos 2 k \pi \delta \right\}^2 + \left\{ \sum_{k=1}^{m} a d^2 r^{2k-2} \sin 2 k \pi \delta \right\}^2,$$

wo m die Anzahl aller miteinander interferierenden, in der gemeinsamen Richtung EF weitergehenden Strahlen ist. Wir schreiben A_1^2 in der nachfolgenden Form

$$A_1^2 = \frac{a^2 d^4}{r^4} \left[\left\{ \sum_{k=1}^{m} r^{2k} \cos 2 k \pi \delta \right\}^2 + \left\{ \sum_{k=1}^{m} r^{2k} \sin 2 k \pi \delta \right\}^2 \right].$$

Die in der eckigen Klammer enthaltene Quadratsumme entspricht gerade dem Ausdrucke (9), S. 586, wenn man in letzterem r^2 anstatt a und $2 \pi \delta$ anstatt x setzt. Setzt man $d^2 = 1 - r^2$, so erhält man

$$A_1^2 = a^2 (1 - r^2)^2 \frac{1 - 2 r^{2m} \cos 2 m \pi \delta + r^{4m}}{1 - 2 r^2 \cos 2 \pi \delta + r^4} \quad . \; . \; . \; . \quad (29)$$

oder

$$A_1^2 = a^2 (1 - r^2)^2 \frac{(1 - r^{2m})^2 + 4 r^{2m} \sin^2 m \pi \delta}{(1 - r^2)^2 + 4 r^2 \sin^2 \pi \delta} \quad . \; . \; . \quad (30)$$

Kann man die Annahme machen, daß die Anzahl m der Strahlen unendlich groß ist, so erhält man den Ausdruck

$$A_1^2 = \frac{a^2 (1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 + 4 r^2 \sin^2 \pi \delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

Für eine Platte aus gegebenem Stoff ist r gegeben und ist alsdann A_1 eine Funktion von δ, d. h. von h und ψ. Das Maximum von A_1 wird für $\delta = N$ erhalten, wo N eine ganze Zahl ist, nämlich

$$Max.\ A_1 = a \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31,a)$$

Das Minimum entspricht dem Falle, wo $\delta = N + \frac{1}{2}$ ist, es ist also

$$Min.\ A_1 = a \frac{1 - r^2}{1 + r^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31,b)$$

Die letzte Formel zeigt, daß $Min.\ A_1 > 0$ ist, d. h. also, daß eine gewisse Lichtmenge immer durch die Platte hindurchgeht.

II. Vom Blättchen reflektiertes Licht. Wir suchen zunächst die Amplituden der Strahlen, welche sich längs CD ausbreiten:

Strahl S; eine Reflexion; Amplitude ar.
Strahl S_1; zwei Brechungen; eine Reflexion; Amplitude ard^2.
Strahl S_2; zwei Brechungen; drei Reflexionen; Amplitude ar^3d^2.
Strahl S_3; zwei Brechungen; fünf Reflexionen; Amplitude ar^5d^2.

Das Gesetz, welchem die Amplituden folgen, läßt sich hieraus leicht erkennen; anfangend von der zweiten, bilden sie eine absteigende geometrische Reihe.

Wir suchen jetzt die optischen Gangunterschiede der Strahlen S, S_1, ... im Vergleich zum Strahle S.

Strahl S_1; der gesuchte Gangunterschied ist der bereits gefundene, vgl. (25) und (28) $\Delta = \delta + \frac{1}{2}$.

Strahl S_2; zieht man wiederum $LR \perp S_1 A$, so sieht man, daß der geometrische Gangunterschied der Strahlen S_2 und S_1 gleich

$$LM + MA - AR = 2LM - AR = 2AB - CH$$

ist, daß er also gleich dem der Strahlen S_1 und S ist. Hieraus folgt, daß, abgesehen von dem Unterschiede, welcher bei Verlust einer halben Wellenlänge durch Reflexion auftreten kann, jener Unterschied gleich δ ist. Der Strahl S_2 hat zwei Reflexionen mehr erfahren als S_1, was auf den optischen Gangunterschied in keinem Falle einwirken kann, denn zwei Reflexionen ergeben bei $n' > n$ den Verlust Null und bei $n' < n$ den Verlust einer ganzen Wellenlänge, was ebenfalls auf die Schwingungsphase in einem gegebenen Augenblicke und an einem gegebenen Punkte des Strahles ohne Einfluß ist. Hieraus folgt, daß der optische Gangunterschied der Strahlen S_2 und S_1 gleich δ ist, folglich der gesuchte Gangunterschied Δ_2 der Strahlen S_2 und S gleich $\Delta_2 = 2\delta + \frac{1}{2}$.

Strahl S_3; man sieht leicht ein, daß der Gangunterschied der Strahlen S_3 und S_2 derselbe ist, wie für die Strahlen S_2 und S_1, also δ, und daß somit der Gangunterschied Δ_3 der Strahlen S_3 und S gleich $\Delta_3 = 3\delta + \frac{1}{2}$ ist. Hieraus erkennt man ohne weiteres das Gesetz. Stellen wir demgemäß die Werte für die Amplituden und die Gangunterschiede der Strahlen in einer Tabelle zusammen:

Strahl	S	S_1	S_2	S_3	S_4	
Amplitude	ar	ard^2	ar^3d^2	ar^5d^2	ar^7d^2	
Gangunterschied $S_k - S$	0	$\delta + \frac{1}{2}$	$2\delta + \frac{1}{2}$	$3\delta + \frac{1}{2}$	$4\delta + \frac{1}{2}$	usw.

Schreiben wir jetzt die Gleichung des Strahles S im Gebiet CD in der Gestalt

$$y = ar \sin \Theta,$$

so erhält man für die übrigen Strahlen folgende Gleichungen:

$$S_1 \ldots\ y_1 = ar\, d^2 \sin(\Theta + 2\pi\delta + \pi) = -ar\, d^2 \sin(\Theta + 2\pi\delta)$$
$$S_2 \ldots\ y_2 = ar^3 d^2 \sin(\Theta + 4\pi\delta + \pi) = -ar^3 d^2 \sin(\Theta + 4\pi\delta)$$
$$S_3 \ldots\ y_3 = ar^5 d^2 \sin(\Theta + 6\pi\delta + \pi) = -ar^5 d^2 \sin(\Theta + 6\pi\delta)$$

usw.

Die Berechnung der Amplitude A des Strahles CD nach der von uns bei Berechnung der Amplitude A_1 benutzten Methode wird dadurch

etwas verwickelter, daß die Gleichung des Strahles S nicht mit der allgemeinen Form der Gleichungen für die übrigen Strahlen übereinstimmt. Wir schlagen unseren Lesern vor, diese Berechnung für den Fall auszuführen, daß die Zahl m der Strahlen unendlich groß ist. Man kann indes A auch auf einfachere Weise finden, nämlich aus der sich ohne weiteres darbietenden Beziehung

$$A^2 + A_1^2 = a^2 \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

diese gibt

$$A^2 = a^2 - A_1^2 \quad \ldots \ldots \quad (32, a)$$

Substituiert man hierin A_1 aus (29), so findet man A^2 für den Fall von m interferierenden Strahlen.

Kann man annehmen, daß die Zahl m der Strahlen unendlich groß ist, so erhält man aus (31) und (32, a)

$$A^2 = \frac{4\, a^2 r^2 \sin^2 \pi \delta}{(1 - r^2)^2 + 4\, r^2 \sin^2 \pi \delta} \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

Auch in diesem Falle hängt die Amplitude A für eine gegebene Plattensubstanz von h und ψ ab.

Das Maximum von A erhält man für $\delta = N + \frac{1}{2}$, wo N eine ganze Zahl ist; man kann sich hiervon leicht auf Grund der Bedingung $\frac{\partial A}{\partial \delta} = 0$ überzeugen (man erhält die Bedingungsgleichung $\cos \pi \delta = 0$), es geht dies aber auch daraus hervor, daß A_1 unter dieser Bedingung ein Minimum wird. Somit ist

$$Max.\ A = \frac{2\, a\, r}{1 + r^2} \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

Das Minimum von A tritt ein für $\sin \pi \delta = 0$; es ist

$$Min.\ A = 0 \quad \ldots \ldots \quad (34, a)$$

Somit sind Fälle möglich, wo gar kein Licht von der Platte reflektiert wird.

Von besonderem Interesse ist der Fall, daß sich an der Geraden CD entlang die Strahlen S_1, S_2, $S_3 \ldots$ summieren, d. h. alle Strahlen mit Ausnahme des ersten Strahles S. Es sei A' jetzt die Amplitude des Strahles CD. Vergleicht man die Ausdrücke für y_1, y_2, $y_3 \ldots$, die wir für die Reflexion bereits gegeben haben, mit den entsprechenden Ausdrücken y_1, y_2, $y_3 \ldots$ für den Durchgang des Lichtes, so erkennt man, daß diese beiden Gruppen von Größen sich voneinander nur durch das Vorzeichen und den Faktor r unterscheiden. Das Vorzeichen hat aber nur dann Bedeutung, wenn man auch den ersten Strahl S mit in Betracht zieht ($y = a\, r \sin \Theta$); addiert man bloß die Strahlen S_1, S_2, S_3 usw., so kann man das Vorzeichen fortlassen. Es ist demnach

$$A' = r\, A_1 \quad \ldots \ldots \quad (35)$$

Sieht man vom ersten unmittelbar reflektierten Strahle ab, so unterscheidet sich die Lichtstärke bei reflektiertem von der beim durchgehenden Lichte durch einen konstanten Faktor. Die Größe A_1 in Formel (35) wird durch die Formeln (29), (30) und (31) bestimmt. Unser Resultat ist überaus wichtig; es hat folgenden Sinn: Schließt man bei der Reflexion den ersten Strahl nicht aus, so ergänzen sich die Erscheinungen, die man an beiden Plattenseiten erhält (z. B. *Max.* und *Min.* oder umgekehrt); schließt man jedoch jenen Strahl aus, so ist der Charakter der Erscheinungen an beiden Plattenseiten derselbe.

§ 7. Farben dünner Blättchen und Kurven gleicher Dicke. Newtons Farbenringe. Im vorhergehenden Paragraphen hatten wir die Formeln abgeleitet, die sich auf den ersten der beiden auf S. 602 erwähnten Fälle beziehen, nämlich dafür, daß auf die Platte parallele Strahlen S, S_1, S_2 ... (Fig. 331) fallen, verschiedene Schwächungen erleiden und auf demselben Wege CD und EF weitergehen. Der Beobachter sieht in C oder E, d. h. an der Plattenoberfläche Licht, dessen Farbe und Helligkeit durch die Strahlen CD oder EF bestimmt wird.

Die Formeln (30), (31), (32, a), (33) und (35) zeigen uns, daß das Ergebnis der Interferenz von Strahlen in dünnen Blättchen vorzugsweise von der Größe

$$\delta = \frac{2\,h\cos\psi}{\lambda'} = \frac{2\,h\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}{\lambda} \quad \ldots\ldots \quad (36)$$

abhängt, wobei h die Plattendicke, φ der Einfallswinkel, ψ der Brechungswinkel, λ und λ' die Wellenlängen des Strahles außerhalb und innerhalb der Platte sind.

Wir betrachten zunächst den Fall, wo die Platte vollkommen planparallel ist, wo also $h = Const.$ ist. Dann muß die Erscheinung in allen Punkten der Platte die gleiche sein. Denkt man sich den Einfallswinkel φ als gegeben, so sieht man, daß δ von λ abhängt, daß also das Resultat der Interferenz, wie dies immer zu sein pflegt, von der Strahlengattung abhängt.

Sind die einfallenden Strahlen homogen, so wird die Helligkeit des reflektierten und die Helligkeit des durchgehenden Lichtes durch die von uns hergeleiteten Formeln bestimmt. Die Helligkeit hängt von dem Einfallswinkel φ und von der Plattendicke h ab. Im reflektierten Lichte kann sie bis auf Null herabsinken, was im durchgehenden Lichte unmöglich ist.

Fallen weiße Strahlen ein, so ist δ für verschiedene Werte von λ verschieden. Man erhält für einige Strahlen ein Maximum, für

andere ein Minimum der Intensität. Hieraus folgt, daß die Platte gefärbt erscheinen muß. Die Farben im reflektierten und durchgehenden Lichte müssen komplementär sein. Im reflektierten Lichte werden einige Strahlen völlig ausgelöscht, vgl. (34, a), im durchgehenden Lichte sind sämtliche Strahlen vorhanden, wenn auch in verschiedener Quantität. Es ist daher die Färbung im reflektierten Lichte intensiver als im durchgehenden; letzterem ist immer eine gewisse Menge weißen Lichtes beigemischt. Ändert sich der Winkel φ, d. h. die Richtung, in welcher man auf die Platte oder durch sie blickt, so ändert sich δ für alle Werte von λ; es muß sich also auch die Färbung ändern.

Wir wenden uns jetzt dem Falle zu, wo sich die Plattendicke h von einem Punkte zum anderen ändert. Dann ändert sich δ ebenfalls, es muß daher das Resultat der Interferenz an verschiedenen Punkten der Platte ein verschiedenes sein. Ist das einfallende Licht homogen, dann tritt in allen Punkten, in denen der Wert von h so beschaffen ist, daß $\delta = N$ wird (N ist eine ganze Zahl), im reflektierten Lichte ein Minimum, im durchgehenden ein Maximum der Lichtstärke auf; in den Punkten, für welche $\delta = N + \frac{1}{2}$ ist, tritt das Gegenteil ein. Man sieht an der Plattenoberfläche helle und dunkle Linien, welches die Kurven gleicher Dicke sind, denn es ist an jeder derartigen Kurve entlang $h = Const.$ Hat die Platte Keilform, so gehen jene Kurven in gerade Linien über, welche der Keilkante parallel sind.

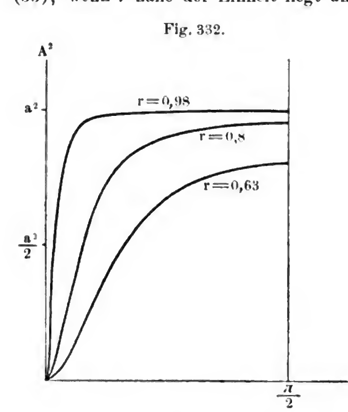
Ändert sich die Neigung der einfallenden Strahlen, so verschieben sich die Kurven auf der Plattenoberfläche. Ändert sich die Wellenlänge λ der einfallenden Strahlen, so verschieben sich die Kurven nicht nur, sondern es ändert sich auch ihr gegenseitiger Abstand. Je größer λ ist, um so weiter stehen im allgemeinen die Kurven voneinander ab.

Von großer Wichtigkeit ist die Frage nach dem Grade der Deutlichkeit oder Schärfe der Kurven. Diese Schärfe hängt in hohem Maße vom Reflexionskoeffizienten r ab, sowie außerdem von der Anzahl m der Strahlen, welche miteinander interferieren.

Wir betrachten zunächst den Einfluß des Reflexionskoeffizienten r. Je größer der Reflexionskoeffizient r ist, d. h. je näher er der Einheit liegt, um so schärfer treten die von uns betrachteten Interferenzkurven auf. Erstens geben die Formeln (31, b) und (34) im Grenzfalle, d. h. für $r = 1$ die Werte $Min.\ A_1 = 0$ und $Max.\ A = a$. Hieraus geht hervor, daß sich mit Zunahme von r der Unterschied der Grenzwerte für die Lichtstärke vergrößert und daß, was besonders wichtig ist, der Unterschied verschwindet, den die Kurven im reflektierten und durchgehenden Lichte zeigen. Auf der einen Seite verstärkt sich die Helligkeit der hellen Linien auf vollkommen dunkelm Hintergrunde bei reflektiertem Lichte; auf der anderen Seite wird der helle Hintergrund ($Min.\ A_1$) dunkler, von welchem sich bei durchgehendem Lichte die hellen Linien abheben. Jedoch nicht hierin be-

steht der hauptsächliche Einfluß, den die Zunahme von r ausübt, sondern darin, daß bei großen Werten von r im reflektierten Lichte sehr schmale, scharfe schwarze Linien auf hellem Grunde, im durchgehenden Lichte ebensolche schmale, scharfe helle Linien auf dunkelm Grunde auftreten. Hiervon kann man sich leicht überzeugen, wenn man sich die Formeln (31) und (33) ansieht. Die erste von ihnen gibt, wenn r nahe an Eins liegt, einen sehr kleinen Wert für A_1, falls $\sin \pi \delta$ nicht allzu klein ist. Nur für den Fall, daß $\sin \pi \delta$ nahe der Null liegt, nimmt A_1 schnell zu und erreicht den Wert $A_1 = a$ für $\sin \pi \delta = 0$. Umgekehrt gibt Formel (33), wenn r nahe der Einheit liegt und $(1 - r^2)^2$ klein im Vergleich zu $4 r^2 \sin^2 \pi \delta$ ist, beinahe den konstanten Wert $A = a$, und nur wenn $\sin \pi \delta$ nahe an Null liegt, fängt A an, schnell gegen Null hin abzunehmen.

Fig. 332.



Ganz anders wird das Ergebnis, wenn r eine kleine Größe ist. Dann ist der Unterschied zwischen *Max.* A und *Min.* A, sowie zwischen *Max.* A_1 und *Min.* A_1 selbst eine kleine Größe. Das Gesetz für die Änderung der Lichtstärke hat hier den Charakter einer Sinusfunktion, wie dies z. B. aus Formel (33) ersichtlich ist, deren Nenner für sehr kleine Werte von r^2 gleich Eins gesetzt werden kann. Lummer hat die Werte für die Lichtstärke (A^2) bei reflektierten Strahlen für verschiedene $\delta \pi$ und für $r = 0{,}95 - 0{,}8 - 0{,}63$ berechnet. Die von ihm erhaltenen Kurven sind in Fig. 332 wiedergegeben. Je größer r ist, um so schmaler ist der dunkle Teil. Denkt man sich die Figur um die Abszissenachse um 180° gedreht, so liefern diese Kurven die Lichtverteilung für durchgehendes Licht; hier hat man bei großem r ein schmales und scharf begrenztes Maximum der Lichtstärke.

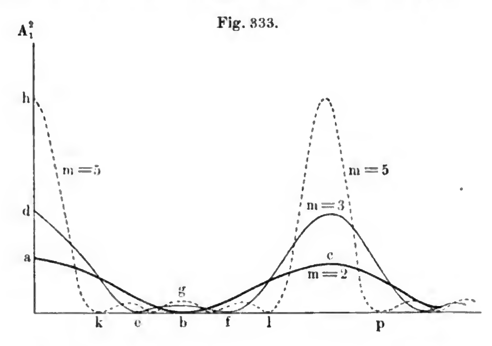
Die Schärfe der Linien hängt jedoch nicht nur von der Größe r, sondern auch von der Anzahl m der miteinander zur Interferenz kommenden Strahlen ab. In Fig. 333, die ebenfalls von Lummer stammt, ist die Lichtverteilung bei durchgehenden Strahlen auf Grund der Formel (30) dargestellt, wobei der Wert $r^2 = 0{,}88$ angenommen worden ist.

Die Kurve abc gehört zu $m = 2$; sie hat einen vollständig sinusartigen Charakter, ihr Maximum und Minimum sind in gleicher Weise verschwommen. Für $m = 3$ entsteht die Kurve def; hier sind die Maxima stärker verengt; das sekundäre Maximum in g ist ohne Bedeutung, da es sehr gering und nicht bemerkbar ist. Die Kurve $hkglp$ wird für $m = 5$ erhalten; hier sind die Hauptmaxima bereits sehr scharf ausgeprägt, die drei sekundären Maxima sind von keiner Bedeutung.

Wir werden später sehen, in welcher Weise man in der Praxis scharfe Interferenzstreifen erhält, d. h. wie man r der Einheit möglichst nahe bringt.

Einen Spezialfall der soeben betrachteten Kurven gleicher Dicke stellen die Newtonschen Farbenringe dar. Legt man eine schwach gekrümmte Plankonvexlinse mit der konvexen Fläche auf eine ebene

Fig. 333.



Glasplatte und beleuchtet beide mit homogenem Licht, so nimmt man im reflektierten Lichte eine Reihe von hellen und dunkeln konzentrischen Ringen wahr, welche die dunkler erscheinende Mitte, in der sich die Glasplatten berühren, umgeben. Auch im durchgehenden Lichte sind ebensolche Ringe sichtbar, doch erscheint hier die Mitte hell und die Ringe selbst weniger dunkel. Je kleiner die Wellenlänge des einfallenden Lichtes ist, um so näher liegen die Ringe einander. Je homogener das Licht ist, eine um so größere Zahl von Ringen läßt sich beobachten. Beleuchtet man mit weißem Licht, so tritt eine kleine Zahl gefärbter Ringe auf, deren Farben in einer ganz bestimmten Reihenfolge angeordnet sind.

Newton war der erste, welcher diese Ringe untersucht hat; er fand, daß die Radien der aufeinanderfolgenden dunkeln Ringe im reflektierten Licht sich wie die Quadratwurzeln aus den Paarzahlen verhalten, also wie

$$\sqrt{0} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{6} \quad \sqrt{8} \ldots,$$

dagegen aber die Radien der hellen Ringe wie die Quadratwurzeln aus den Unpaarzahlen, also wie

$$\sqrt{1} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{5} \quad \sqrt{7} \quad \sqrt{9} \ldots$$

Im durchgehenden Lichte ist die Lage der dunkeln und hellen Ringe gerade die umgekehrte.

Die Newtonschen Farbenringe stellen offenbar eine Erscheinung dar, welche mit der der Kurven gleicher Dicke identisch ist; das dünne Blättchen wird hier durch die dünne Luftschicht vertreten, welche zwischen den Glasplatten eingeschlossen ist. Die Dicke h dieser Schicht wächst in dem Maße, als man sich vom Berührungspunkte der Platten entfernt; h ist proportional zu r^2.

Ist S (Fig. 334) der Berührungspunkt der Glasplatten, R der Radius der konvexen Fläche, $h = Kn$ die Dicke der Luftschicht und $r = KS$ der Radius eines Farbenringes, so ist $\overline{nm}^2 = Sm(2R - Sm)$. Setzt man $mn = KS = r$ und $Sm = Kn = h$ ein und vernachlässigt den Subtrahend $Sm = h$ gegenüber $2R$, so erhält man $r^2 = 2Rh$, d. h.

Fig. 334.

$$h = \frac{r^2}{2R} \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

Da die Radien der hellen und dunkeln Ringe sich zueinander wie die Quadratwurzeln aus den aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen verhalten, so folgt hieraus, daß die Schichtdicken h, welche den Orten der hellen und dunkeln Ringe im reflektierten Lichte entsprechen, sich wie die aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen verhalten.

Bezeichnen wir, wie früher, vgl. (36) und (37), mit δ die Größe

$$\delta = \frac{2h\cos\psi}{\lambda'} = \frac{r^2\cos\psi}{R\lambda'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

wo ψ der Brechungs- und Einfallswinkel in der Luftschicht, λ' die Wellenlänge in derselben bedeutet. Wir sahen auf S. 607, daß die Stärke des reflektierten Lichtes ein Minimum, und zwar gleich Null ist für $\delta + \frac{1}{2} = (2N + 1):2$ oder für $\delta = N$, wo N eine ganze Zahl bedeutete. Hieraus erhält man für die Radien der dunkeln Ringe

$$r = \sqrt{N\frac{R\lambda'}{\cos\psi}} = \sqrt{\frac{R\lambda'}{2\cos\psi}} \cdot \sqrt{2N} \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

Die größte Lichtstärke beobachtet man an den Stellen, für welche $\delta + \frac{1}{2}$ gleich einer ganzen Zahl N oder gleich $\delta = (2N + 1):2$ ist. Demgemäß findet man für die Radien der hellen Ringe den Ausdruck

$$r = \sqrt{\frac{R\lambda'}{2\cos\psi}}\sqrt{2N - 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

Die Formeln (39) und (40) erklären vollkommen das von Newton gefundene Ergebnis, daß die Radien der dunkeln bzw. hellen Ringe den Quadratwurzeln aus den Paarzahlen bzw. Unpaarzahlen proportional sind. Der Radius r_1 des ersten hellen Ringes ist gleich

$$r_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2} R \lambda' \sec\psi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (41)$$

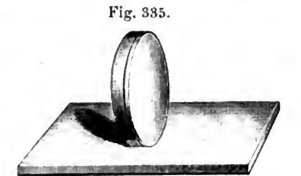
Der Radius des $n$ten Ringes, die hellen und dunkeln Ringe zusammengenommen, ist gleich

$$r_n = r_1 \sqrt{n} = \sqrt{\tfrac{1}{2} n R \lambda' \sec\psi} \quad \ldots \ldots \ldots (42)$$

Im durchgehenden Lichte ist die Anordnung der dunkeln und hellen Ringe die umgekehrte wie beim reflektierten, da aber das Minimum der Lichtstärke nicht gleich Null ist, vgl. (31, b), so treten die Ringe viel weniger scharf auf.

Durch einen einfachen Versuch kann man sich davon überzeugen, daß die Ringe im reflektierten und durchgehenden Lichte komplementäre Farben zeigen. Zu diesem Zwecke stellt man die Linsen, welche zur Erzeugung der Farbenringe dienen (eine ebene und eine schwach konvexe) mit der Kante auf ein großes, hell beleuchtetes, weißes Papierblatt (Fig. 335). Sieht man jetzt von der Seite her nach den Glaslinsen, so sind keine Ringe zu sehen, denn ins Auge des Beobachters gelangen gleichzeitig reflektierte und durch die Gläser hindurchgegangene Strahlen. Bedeckt man das Papier auf der einen Seite der Linsen mit schwarzem Tuch, so treten die Ringe auf, einerlei von welcher Seite her man blickt.

Fig. 335.



Je stärker geneigt die einfallenden Strahlen sind, um so größer ist ψ und r_1 und um so weiter stehen die Ringe voneinander ab. Je geringer die Wellenlänge λ' ist, d. h. je näher die Strahlen dem violetten Spektralende liegen, um so kleiner ist r_1 und um so näher liegen die Ringe einander. Bei Belichtung mit weißen Strahlen überlagern die verschiedenfarbigen Ringsysteme einander und man erhält eine geringe Anzahl von Ringen, deren Farben eine ganz bestimmte Reihenfolge haben. Man hat diese Farben in Gruppen eingeteilt, von denen die wichtigsten folgende sind, wo die Farbenfolge von der dunkeln Mitte gerechnet ist:

Gruppe I: Schwarz, blaßblau, weiß, gelb, orange, rot.
Gruppe II: Violett, blau, gelblichgrün, gelbrot.
Gruppe III: Purpur, indigblau, glänzendgrün, hellgelb, rosa, rot.
Gruppe IV: Bläulichgrün, gelblichrot, schwach rot.
Gruppe V: Schwach grün, weiß, schwach rot.

Rollett hat die Dicken d_1 von Luftschichten und d_2 von Jodsilberschichten (auf einer Silberplatte) gemessen, welche den Farben obiger fünf Gruppen entsprechen. Die folgenden Zahlen entsprechen dem Anfange und Ende jeder Gruppe und sind hierbei die Schichtdicken d_1 und d_2 in Milliontel Millimetern angegeben:

Gruppe:	I		II		III		IV		V	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
Anfang:	100	10,9	257	27,9	520	56,5	780	84,7	1168	126,8
Ende:	245	26,6	490	53,2	750	81,4	996	108,2	1264	137,3

Eine vollständige Untersuchung dieser Farben hat Pilgrim (1901) angestellt; er stützte sich auf die von Maxwell gegebene Theorie (S. 378) der Farbenmischung. In neuerer Zeit hat besonders J. Perrin (1919) über die Newtonschen Farbenringe gearbeitet.

Füllt man den Zwischenraum zwischen der ebenen und konvexen Glasplatte anstatt der Luft mit Wasser aus, so treten die Ringe näher aneinander heran, d. h. ihre Radien werden kleiner, was vollkommen der Formel (42) entspricht, denn im Wasser ist die Lichtgeschwindigkeit, also auch die Wellenlänge kleiner als in Luft.

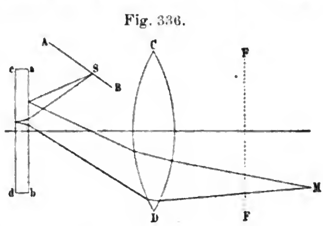
Besitzt die zwischen den Glasplatten befindliche Substanz eine geringere oder größere Brechbarkeit als die Gläser, so erscheint im reflektierten Lichte die Mitte dunkel, denn im ersten Falle ist die Reflexion an der unteren, im zweiten Falle die an der oberen Glasplatte mit dem Verlust einer halben Wellenlänge verbunden, so daß bei $h = 0$ der optische Gangunterschied der Strahlen $\Delta = \frac{1}{2}$ ist. Befindet sich jedoch zwischen ebener und konvexer Platte eine Substanz, deren Brechungsquotient n in der Mitte zwischen den Brechungsquotienten n_1 und n_2 der ersten und zweiten Platte ist, so erscheint im reflektierten Lichte die Mitte hell. Dies erklärt sich leicht: wenn nämlich $n_1 > n > n_2$ ist, so erleidet keiner der beiden Strahlen bei der Reflexion einen Wellenlängenverlust, und man erhält für $h = 0$ auch $\Delta = 0$; ist aber $n_1 < n < n_2$, so verliert jeder der Strahlen je eine halbe Wellenlänge, so daß der optische Gangunterschied wieder $\Delta = 0$ wird. Der erste Fall tritt z. B. ein, wenn man auf eine ebene Flintglasplatte eine konvexe Crownglasplatte bringt, und in den Zwischenraum zwischen ihnen Kanadabalsam, Nelkenöl usw. Besteht die untere Glasplatte aus zwei Hälften, eine aus Flintglas und eine aus Crownglas, und befindet sich die Berührungsstelle beider Platten an der Grenzlinie dieser beiden Hälften, so erscheint im reflektierten Lichte die eine Hälfte des mittleren Fleckes hell, die andere dunkel; es entstehen zwei Systeme von Halbringen, wobei die Enden der Ringe eines Systems zwischen den Enden der Ringe des anderen liegen.

Eine sehr vollständige Theorie der Farben dünner Blättchen stammt von Feussner.

§ 8. Interferenzkurven gleicher Neigung. Diese Kurven hat zuerst Haidinger (1849) in dünnen Glimmerplatten beobachtet. Hierauf haben Mascart (1871) und Lummer (1884) eine eingehende Theorie derselben gegeben. Untersucht hat sie in neuester Zeit Chinmayanandam (1919). Obige Kurven können nur in genau planparallelen Platten beobachtet werden. Sie erscheinen nicht auf der Plattenoberfläche, sondern entstehen, wie man zu sagen pflegt, in der Unendlichkeit oder in der Fokalebene einer Linse, welche in den Gang der von der Platte reflektierten oder durch sie hindurchgegangenen Strahlen gestellt ist. Die ursprüngliche Strahlenquelle darf hierbei keine zu geringen Dimensionen haben.

Es sei $abcd$ (Fig. 336) eine streng planparallele Platte, AB die Strahlenquelle, z. B. eine breite Natriumflamme oder eine weiße Fläche, die von einer solchen Natriumflamme hell erleuchtet ist. Wir zeigen zunächst, daß außerhalb der Fokalebene FF der Linse DC, etwa im Punkte M, keine Interferenzerscheinung erhalten werden kann. In M treffen sich Strahlen, welche links von CD einander nicht parallel waren; wenn einer davon an ab reflektiert worden ist, der andere an cd, so müssen dies zwei verschiedene Strahlen sein, die von irgend einem Punkte S der Fläche AB ausgegangen sind.

Fig. 336.



Die Gesamtheit aller solcher Strahlenpaare, die sich in M vereinigen, bildet links von S ein nicht paralleles Büudel. Die Neigung der Strahlen gegen ab ist für verschiedene Strahlenpaare, die von verschiedenen Punkten der Fläche AB ausgehen, ungleich, es ist daher der Gangunterschied dieser Strahlenpaare ein verschiedener. Jedes Strahlenpaar interferiert in M, es ist jedoch das Ergebnis dieser Interferenz für verschiedene Strahlenpaare ein verschiedenes und kann daher schließlich in M keinerlei Interferenzerscheinung erhalten werden.

Liegt jedoch M in der Fokalebene FF, so sind die Strahlen links von CD untereinander parallel, es können daher die Strahlen, welche von ab und von cd reflektiert wurden, nur von einem Strahle abstammen, der von einem Punkte S der leuchtenden Fläche AB ausgegangen ist. Dies ist aus Fig. 337 ersichtlich. Der Strahl Sh zerfällt in eine Reihe von Strahlen, welche eine äußere Reflexion (q) oder eine ungerade Anzahl von Reflexionen im Innern der Platte erfahren haben (p, r, s, t usw.). Diese Strahlen sind alle einander parallel und vereinigen sich in einem Punkte M der Fokalebene FF. In eben diesem Punkte vereinigen sich auch eine unendliche Anzahl ebensolcher

Strahlengruppen, deren jede einem zu Sh parallelen Strahle (s. die Pfeile in Fig. 337) ihren Ursprung verdankt. Alle Gruppen sind untereinander identisch, das Ergebnis der Interferenz ist für sie das gleiche, und dieses Resultat tritt in M zutage. Für eine gegebene Platte $abcd$ und eine gegebene Wellenlänge λ der einfallenden Strahlen hängt dieses Resultat nur noch von der Neigung der Strahlen, d. h. ihrem Einfallswinkel zur Platte ab.

Wenn die Strahlen nach ab von allen Seiten her gelangen können — wir werden sehen, wie dies in der Praxis erreicht werden kann —, so ist leicht einzusehen, daß alle Strahlen, welche ab unter demselben Winkel treffen, den gleichen Betrag der Interferenz ergeben müssen, und zwar in Punkten, welche auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt P in der Ebene FF liegen. Je größer der Neigungswinkel der auf ab fallenden Strahlen ist, um so weiter ist M von P entfernt. Hieraus folgt, daß

Fig. 337.

sich in der Ebene FF eine Reihe konzentrischer, heller und dunkler Ringe bilden muß. Jeder dieser Ringe entspricht einer bestimmten Neigung der Strahlen, welche auf die Platte gelangen, wir haben auch deshalb diese Interferenzkurven als Linien gleicher Neigung bezeichnet.

Ganz ähnliche Kurven, jedoch komplementär zu den eben betrachteten, erhält man bei durchgehenden Strahlen, wenn die Platte $abcd$ zwischen der Strahlenquelle AB und der Linse CD liegt.

Die Theorie dieser Interferenz ist mit der in § 6 und 7 entwickelten identisch. Um dies einzusehen, hat man nur Fig. 331 auf S. 603 mit der Fig. 337 zu vergleichen. In Fig. 331 hatten wir die Strahlen S, S_1, S_2, S_3 usw., welche in den Punkten einer beliebigen, zu ihnen senkrechten Ebene keinen Gangunterschied haben. Sie interferieren in C mit denjenigen Gangunterschieden, die von der Neigung der Strahlen (d. h. von HC, RA usw.) und von den verschiedenen Weglängen ab-

hängen, welche von den Strahlen im Innern der Platte zurückgelegt sind, und welche vorzugsweise durch die Größe, s. (28) oder (36),

$$\delta = \frac{2\,AB}{\lambda'} - \frac{CH}{\lambda} = \frac{2\,h\cos\psi}{\lambda'} = \frac{2\,h\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}{\lambda}$$

bestimmt werden.

In Fig. 337 haben wir gewissermaßen dieselbe Zeichnung vor uns, nur ist die Richtung der Strahlen die entgegengesetzte. In h haben sich die Strahlen noch nicht geteilt, ihre Phase ist die gleiche. In M interferieren sie mit denjenigen Gangunterschieden, welche den Punkten einer beliebigen zu ihnen senkrechten Ebene R entsprechen. Diese Unterschiede werden offenbar durch dieselbe Größe δ bestimmt, wie in dem Falle, auf welchen sich Fig. 331 bezieht. Die Lichtstärke in M wird durch die Formeln (30), (31), (32, a) und (33) bestimmt. Es folgt hieraus, daß auch alle die Schlußfolgerungen, welche wir für die Kurven gleicher Dicke abgeleitet hatten, ebenfalls für die Kurven gleicher Neigung in Geltung bleiben, so z. B. alle die Bedingungen, unter denen schmale und scharfe Interferenzlinien auftreten.

Fig. 338.

Kurven gleicher Neigung können nur mit Hilfe planparalleler Platten erhalten werden. Um zu zeigen, bei einer wie geringen Abweichung von der Planparallelität der Platten jene Kurven bereits verschwinden, nehmen wir an, wir hätten es mit Strahlen zu tun, die fast senkrecht auf die Platte fallen und Interferenzringe um den Punkt P herum hervorrufen. Es sei s (Fig. 338) die Oberfläche des Teiles der Platte, auf welchen die von der Linse CD gesammelten Strahlen fallen. Schwankt die Plattendicke an dieser Stelle zwischen einem gewissen Werte h_0 und $h_0 + \frac{\lambda'}{4}$, so verschwinden unsere Kurven bereits vollständig. Hier bedeutet λ' die Wellenlänge im Innern der Platte. Wenn nämlich die Plattendicke innerhalb der Grenze $\frac{\lambda'}{4}$ variiert, so schwankt δ zwischen einem gewissen Werte δ_0 und $\delta_0 + \frac{1}{2}$; hieraus aber folgt, daß die verschiedenen Teile s der Platte im Brennpunkte alle Fälle von Interferenz geben, so daß endgültig keinerlei Interferenzerscheinung zustande kommen kann. Ist $\lambda' = 0{,}0004$ mm, so verschwinden die Kurven gleicher Neigung, falls sich an der Stelle s die Plattendicke von einem Punkte zum anderen um 0,0001 mm ändert.

Wir betrachten jetzt den Einfluß, welchen eine Bewegung der Platte senkrecht zur Linsenachse hervorruft. Hat man es mit Kurven

gleicher Dicke zu tun, so verschieben sich diese, da sie ja auf der Platte erscheinen, zugleich mit der letzteren. Eine ganz andere Erscheinung jedoch zeigen die Kurven gleicher Neigung. Ist die Platte ab (Fig. 338) absolut planparallel, so sind alle Stellen s; welche der Reihe nach die Ringe hervorbringen, untereinander gleich, es hat daher eine Bewegung der Platte keinerlei Einfluß auf die Lage der Interferenzringe in der Ebene FF; sie bleiben unbeweglich. Nehmen wir indes an, die Platte sei nicht absolut planparallel, es sei jedoch für jede in Betracht kommende Stelle s die Abweichung so gering (viel kleiner als $\frac{\lambda'}{4}$), daß man die Platte dennoch als planparallel ansehen kann. Verschiebt man dann die Platte derart, daß sich die Dicke des

Fig. 339.

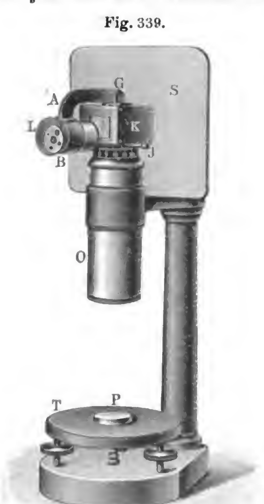
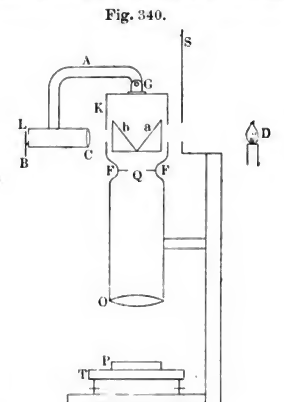


Fig. 340.



um die Achse QP herum gelegenen Teiles s vergrößert, so werden die Ringe in der Ebene FF zum Mittelpunkt P hingerückt und in ihm verschwinden. Gelangen jedoch zu der Stelle Q dünnere Stellen hin, so werden die Ringe breiter und es treten im Mittelpunkt P neue Ringe auf. Jedes Auftreten oder Verschwinden eines Ringes (wobei man entweder bloß die hellen oder bloß die dunkeln Ringe zählt) entspricht einer Dickenänderung der Platte um $\frac{\lambda'}{2}$.

Die Rolle der Platte kann auch eine Luftschicht zwischen zwei einander parallelen Platten übernehmen. Ändert man ganz allmählich den Abstand solcher Platten voneinander, so beginnen sich die Ringe

in FF' ebenfalls zusammenzuziehen oder zu verbreiten, wobei jedes Auftreten oder Verschwinden eines Ringes einer Verschiebung einer der Platten um den Betrag $\frac{\lambda}{2}$ entspricht, falls λ die Wellenlänge innerhalb der Luft ist.

Hierauf beruht die geistreiche Konstruktion eines von Lummer konstruierten Apparates, welcher dazu dient, den Grad der Planparallelität von Glasplatten zu untersuchen. Die ursprüngliche Form dieses Apparates ist von Czapski (1885) beschrieben worden. Wir wollen in Kürze die bequemere, von Pulfrich angegebene Form mitteilen. In Fig. 339 ist der Apparat selbst dargestellt, in Fig. 340 ist seine innere Einrichtung schematisch angegeben. Seine Hauptteile sind die folgenden: eine feststehende vertikale Röhre, welche in O eine Linse enthält, und der viereckige Teil K, welcher mit zwei Fenstern versehen ist und in seinem Innern zwei total reflektierende Prismen a und b enthält. Die Strahlen der Lichtquelle D (Natriumflamme) durchsetzen die Öffnung des Schirmes S und werden vom Prisma a nach unten gespiegelt. Die Röhre BC enthält bei C eine Linse, bei L die Blende B mit vier Öffnungen von verschiedener Größe. Die zur Untersuchung dienende Platte P wird auf das Tischchen T gebracht, dessen Stellung sich leicht derartig regulieren läßt, daß die Oberfläche von P senkrecht zur Achse der Röhre KO wird. Die Röhre LC wird von dem um das Scharnier G drehbaren Arm A gehalten; sie kann auf diese Weise entfernt, d. h. nach oben gehoben werden. In der Fokalebene FF der Linse P befindet sich eine runde Irisblende, deren Öffnung sich durch Drehen des Stäbchens J ändern läßt. Der Beobachter in L sieht durch die Lupe C gerade die Fokalebene FF. Die Linsen O und C zusammengenommen geben genau in der Ebene der Blende B das Bild der Platte P. Es gelangen daher ins Auge des Beobachters die Strahlen, welche von dem kleinen Plattenteile s ausgehen, dessen Bild gewissermaßen durch die Blendenöffnung in B herausgeschnitten wird.

Der Apparat kann zweierlei Aufgaben erfüllen:

I. Untersuchung von dünnen, nicht vollkommen planparallelen Glasplatten. Man entfernt die Lupe LC und blickt durch das linke Fenster auf die Glasplatte P, wobei O als schwach vergrößernde Lupe dient. Der Beobachter erblickt ein halbrundes Gesichtsfeld, und innerhalb desselben die Platte mit den Kurven gleicher Dicke (Fig. 341).

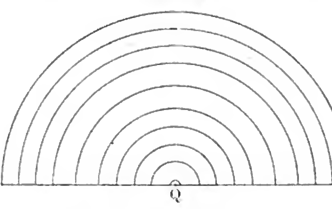
II. Untersuchung von beliebig dicken, jedoch möglichst planparallelen Platten. Der Beobachter betrachtet durch die Lupe LC die Kurven gleicher Neigung, welche sich in der linken Hälfte der Fokalebene FF befinden; es sind dies Halbkreise, deren gemeinsamer Mittelpunkt in Q liegt (Fig. 342 und 340), sie sind gebildet von dem kleinen Teile s der Platte P, dessen Bild mit der Öffnung der

Blende B zusammenfällt. Verschiebt man P auf dem Tischchen T nach verschiedenen Seiten, so bleiben die Halbkreise entweder unbeweglich oder sie rücken auseinander oder endlich sie rücken zusammen, um im Punkte Q zu verschwinden. Auf diese Weise läßt sich der Grad der Planparallelität für die zu untersuchende Platte bestimmen.

Fig. 341.

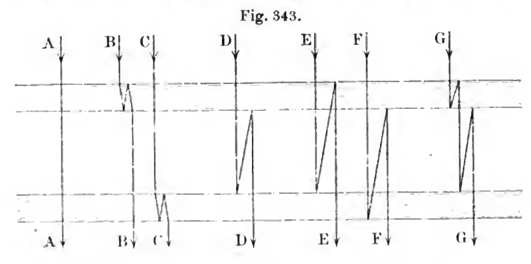
Weitere Untersuchungen der Interferenzkurven gleicher Neigung haben ausgeführt Rayleigh (1906), Lummer (1907, für polarisierte Strahlen, Kap. XI), H. Schulz (1908) und Lummer und Waetzmann (1911).

Fig. 342.



§ 9. Andere Interferenzerscheinungen an dicken Platten. Im Jahre 1815 beobachtete Brewster Interferenzerscheinungen beim Durchgange von Licht durch zwei gleich dicke, planparallele Glasplatten, welche unter einem sehr kleinen Winkel gegeneinander geneigt waren. Hier trat eine ganze Reihe verschiedener Interferenzerscheinungen auf. Die möglichen Wege, welche die Strahlen zwischen zwei solchen Platten einschlagen, sind in Fig. 343 angedeutet.

Fig. 343.



Die Strahlen A und D rufen keine Interferenz hervor; die Strahlen B und C dagegen, und ebenso E und F, welche paarweise gleiche Wege durchlaufen, falls die Platten parallel sind, erlangen einen gewissen Gangunterschied, sobald jene Platten eine geringe Neigung gegeneinander

haben, oder scheinen alsdann gewissermaßen von zwei nicht zusammenfallenden Bildern der Strahlenquelle auszugehen. Die Strahlen B, C, D, E und F werden zweimalig reflektiert; ferner sind Strahlen vorhanden, die, wie G viermalig reflektiert, ebenfalls mit Strahlen interferieren, die zweimal zwischen den Platten reflektiert und zweimalig innerhalb der zweiten Platte reflektiert worden sind usw.

In allen Fällen haben wir es hier mit der Interferenz nur zweier Strahlen zu tun, nicht einer Reihe von Strahlen.

Es gibt zahlreiche Modifikationen des Brewsterschen Versuches von Jamin, Mascart, Lummer, Zehnder u. a. Besonders hervorzuheben ist von ihnen die folgende. Wir bringen zwei dicke Glasplatten M und M' (Fig. 344), deren Rückseiten (A' und C) versilbert sind, in parallele Lage; ihre Dicke h ist genau die gleiche, sie sind aus ein und demselben Stück geschnitten. Der auf M fallende Strahl SA teilt sich in zwei Strahlen, welche die Richtungen $SABCC'O$ und $SAA'B'C'O$ einschlagen.

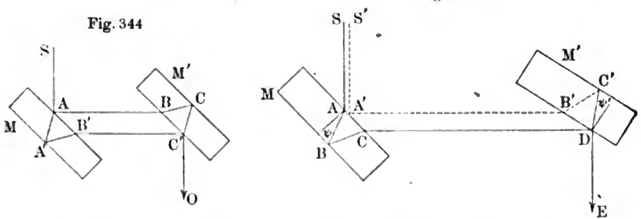


Fig. 344

Fig. 345.

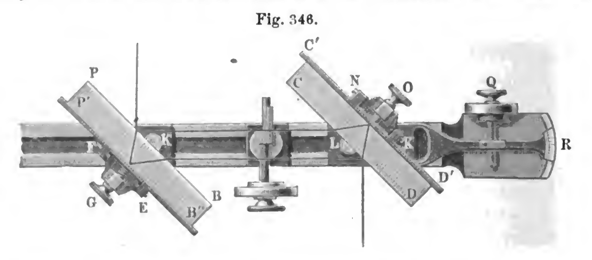
In der Richtung $C'O$ breiten sich somit zwei Strahlen aus, deren Gangunterschied gleich Null ist. Dreht man jetzt eine der Platten ein wenig um eine horizontale oder vertikale Linie (wir nehmen an, die Platten stehen vertikal), so werden die Wege der beiden Strahlen, welche aus der zweiten Platte in derselben Richtung austreten, untereinander ungleich. In Fig. 345 sind zwei Strahlen dargestellt, welche von demselben Lichtpunkte ausgehend in der Richtung DE vereint weitergehen; einer derselben ist $SABCDE$, der andere $S'A'B'C'DE$. Ihr Gangunterschied hängt von der Dicke und dem Brechungsquotienten der Platten, von dem kleinen Winkel α, den die Platten einschließen, und vom Winkel, unter welchem die Strahlen auf die Platte M fallen, ab. Anstatt der beiden letzten Winkel können die Brechungswinkel ψ und ψ' der Strahlen in beiden Platten eingeführt werden. Die Berechnung, welche hier nicht ausgeführt werden soll, gibt für den optischen Gangunterschied Δ der Strahlen folgenden Ausdruck:

$$\Delta = \frac{2h}{\lambda} n (\cos\psi - \cos\psi'),$$

wo λ die Wellenlänge in der Luft und n der Brechungsquotient der Platten ist.

Fallen auf die Platte M divergierende Strahlen, so sieht das Auge des Beobachters in E Interferenzstreifen, deren Form im allgemeinen eine komplizierte ist, was sich auch verstehen läßt, wenn man in Betracht zieht, daß die Einfallsebene der Strahlen im allgemeinen nicht senkrecht zur geometrischen Durchschnittsgeraden der Oberflächen beider Platten ist. Dasselbe gilt auch, wenn auf M parallele Strahlen von einer ausgedehnteren Lichtquelle fallen, z. B. vom Himmelsgrunde. Konvergiert ein Strahlenbündel zum Auge des Beobachters hin, so erkennt man beim Verfolgen eines jeden der Strahlen von E aus nach rückwärts, daß der Gangunterschied zweier Strahlen, die sich hier zu einem vereinigt hatten, je nach ihrer Richtung verschieden sein wird. Sieht man unmittelbar mit freiem Auge oder durch ein kleines Fernrohr in die Richtung von ED, so erblickt man einen Teil der Interferenzstreifen, welche

Fig. 346.



angenähert in der Form von Geraden erscheinen, die zur Durchschnittslinie der Plattenoberfläche parallel sind.

Die soeben erwähnten Platten bilden den Hauptteil des J a m i n - s c h e n I n t e r f e r e n z r e f r a k t o m e t e r s, der zur Messung kleiner Brechungsunterschiede dient. In Fig. 346 ist er abgebildet; auf einem horizontalen Träger sind zwei vertikale Platten PB und CD befestigt, deren Seitenflächen $P'B'$ und $C'D'$ versilbert sind. Die Platte PB hat gegen den Träger eine Neigung von 45^0 und kann auf diesem wie auf einer Schiene parallel zu sich selbst verschoben werden. Die andere Platte CD hat keine fortschreitende Bewegung, man kann sie aber mit Hilfe der Schraube O um eine horizontale Achse, außerdem mittels Q um eine vertikale Achse drehen, wobei sich der Drehungswinkel am Bogen R ablesen läßt. Im § 3 (auf S. 589) hatten wir gesehen, welchen Einfluß eine in den Weg eines der interferierenden Strahlen gestellte Platte ausübt, und hatten eine Formel für die Größe der Streifenverschiebung abgeleitet. Der J a m i n sche Apparat, bei welchem die interferierenden Strahlen zwischen den Platten in einem beträchtlichen

gegenseitigen Abstande dahingehen, ist sehr bequem, falls man diese Strahlen durch zwei Medien hindurchsenden will, für welche die Differenz der Brechungsquotienten gemessen werden soll. So stellte Jamin beispielsweise in den Weg zweier Strahlen mit Gasen oder Flüssigkeiten gefüllte Röhren, und maß die Streifenverschiebung, welche dadurch hervorgerufen war, daß in einer der Röhren etwa durch Erwärmung oder Kompression eine Zustandsänderung der sie erfüllenden Substanz erfolgt war. L sei die Länge jeder der zwei Röhren, λ_1 und λ_2 die Wellenlängen in der Substanz entsprechend zweien Zuständen derselben; λ die Wellenlänge in der Luft. Der durch die Ungleichartigkeit der in den Röhren eingeschlossenen Substanzen hervorgerufene optische Gangunterschied ist dann gleich $L\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)$; er ist gleich der Anzahl N der Streifen, welche bei Änderung des spezifischen Zustandes der Substanz

Fig. 347.

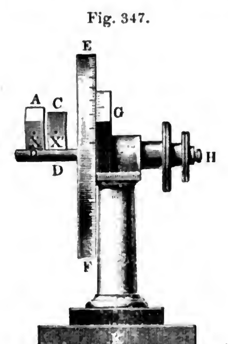
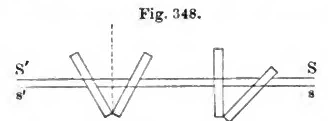


Fig. 348.



durch das Gesichtsfeld gezogen sind. Demnach ist $L\left(\frac{\lambda}{\lambda_1}-\frac{\lambda}{\lambda_2}\right)=N\lambda$. Die in der Klammer eingeschlossenen Brüche sind nichts anderes als die Brechungsquotienten der untersuchten Substanz, es ist also

$$n_1 = n_2 + \frac{N\lambda}{L}.$$

Jamin hat nach dieser Methode die Abhängigkeit des Brechungsquotienten des Wassers von der Temperatur bestimmt und folgenden Ausdruck hierfür gefunden:

$$n_t = n_0 - 0{,}000\,012\,573\,t - 0{,}000\,001\,929\,t^2.$$

Ketteler, Mascart und Lorenz haben nach dieser Methode die Brechungsquotienten von Gasen gemessen.

Zur möglichst genauen Messung der Streifenverschiebung benutzte Jamin einen besonderen Kompensator, welcher eine Verschiebung der Streifen in entgegengesetzter Richtung veranlassen konnte, und dadurch ermöglichte, sie an einer Stelle festzuhalten. Der Jaminsche Kompensator ist in Fig. 347 abgebildet; seinen Hauptbestandteil bilden planparallele Glasplatten AB und CD von gleicher Dicke, welche auf derselben Achse D befestigt sind und miteinander einen kleinen Winkel bilden. Mit Hilfe der Kreisteilung auf EF und des Nonius G kann

der Drehungswinkel der Achse D sehr genau gemessen werden. Der Kompensator wird derart zwischen die Platten des Refraktometers gebracht, daß die interferierenden Strahlen durch je eine seiner Platten hindurchgehen, etwa in den Punkten X und X'. In Fig. 346 ist der Kompensator ebenfalls, von oben her gesehen, abgebildet. Ist die Ebene, welche den Winkel zwischen den Platten des Kompensators halbiert, zu jenen Strahlen senkrecht, so sind deren Weglängen in den Platten einander gleich (vgl. Fig. 348 links). Dreht man aber die Achse D ein wenig, so werden jene Weglängen einander ungleich (vgl. Fig. 348 rechts) und tritt ein neuer Gangunterschied auf, der eine Verschiebung der Interferenzstreifen zur Folge hat. Der Kompensator muß ein für allemal kalibriert werden, d. h. es muß der Gangunterschied der Strahlen bestimmt sein, welcher bei Drehung der Achse D um einen bestimmten Winkel entsteht.

Fig. 349.

Fig. 350.

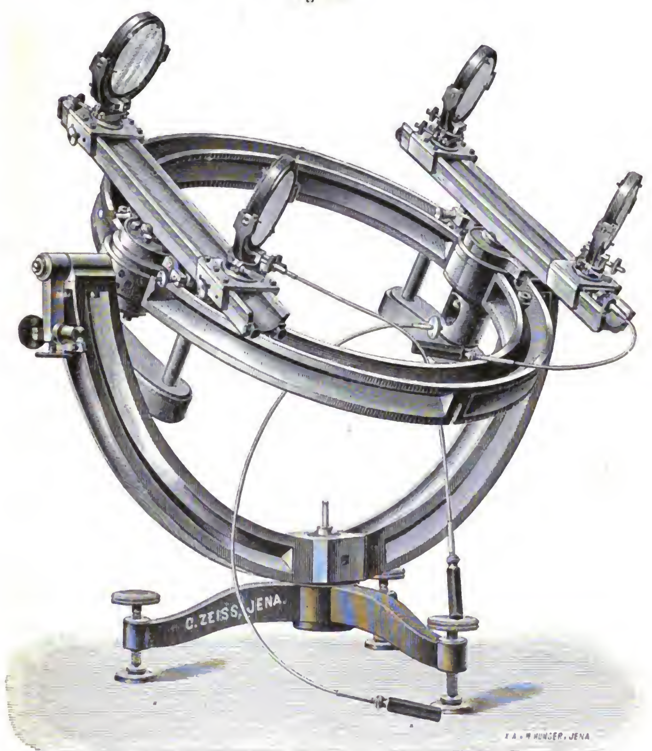


Eingehend ist die Theorie des Jaminschen Refraktometers von D. Bobylew behandelt worden. Verändert und verbessert worden ist der Apparat durch Zehnder und Mach.

Von besonderem Interesse sind die von Mach konstruierten Apparate, da bei ihnen die Entfernung der interferierenden Strahlenbündel sehr bedeutend vergrößert ist, worin offenbar ein großer Vorzug liegt. Die Apparate enthalten vier Platten. In Fig. 349 ist die ursprüngliche Form des Refraktometers von Mach schematisch dargestellt. A und B sind zwei dicke Platten, S_1 und S_2 zwei Spiegel. S ist der einfallende Strahl, im Raume P werden die Interferenzstreifen beobachtet. Bringt man in den Weg eines der Strahlenbündel irgendwelche Körper, so läßt

sich deren Einwirkung auf die Interferenzstreifen wahrnehmen. In Fig. 350 ist z. B. die Einwirkung einer Kerzenflamme auf die horizontalen, einander parallelen Streifen dargestellt. Die äußere Gestalt des Apparates ist aus Fig. 351 zu ersehen.

Fig. 351.



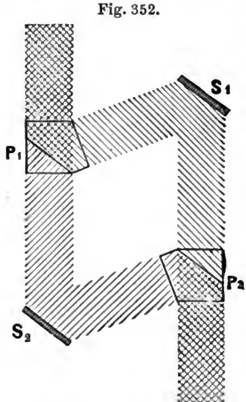
Später hat Mach die dicken Platten durch dünnste Luftschichten ersetzt, wie dies in Fig. 352 zu erkennen ist. S_1 und S_2 sind zwei Spiegel, P_1 und P_2 je ein Doppelprisma: ein Teil der letzteren hat einen fünfeckigen, der andere einen dreieckigen Querschnitt. Beide

Teile sind derartig aneinandergefügt, daß zwischen ihnen eine Luftschicht eingeschlossen ist. Der Strahlengang ist aus der Figur selbst ersichtlich.

§ 10. Interferenz bei großem Gangunterschiede. Ausmessung des Meters durch Wellenlängen λ. Interferenzspektroskopie. Über die drei in der Überschrift genannten Aufgaben ist eine große Reihe überaus wichtiger Arbeiten erschienen. Sie sind so eng miteinander verknüpft, daß es unmöglich ist, sie voneinander zu sondern und einzeln zu betrachten.

Wir wollen, bevor wir auf die angedeuteten Arbeiten näher eingehen, einige allgemeine Bemerkungen voranschicken.

Fig. 352.



1. Die Erscheinung der Interferenz von Strahlen bei sehr großem Gangunterschiede bietet ein großes theoretisches Interesse dar, da man hoffen darf, auf diesem Wege die Frage zu lösen, wie groß die Zahl der im Lichtstrahle regelmäßig aufeinanderfolgenden Wellen ist. Wir werden sehen, daß es gegenwärtig möglich ist, Interferenz bei einem Gangunterschiede der Strahlen von 2,6 Millionen Wellenlängen zu beobachten, dessen Gesamtlänge gleich 1,44 m ist. Es kann also die Zahl der regelmäßig aufeinanderfolgenden Schwingungen nicht kleiner als 2,6 Millionen sein.

2. Wir sahen, daß die Interferenzkurven gleicher Dicke und gleicher Neigung in Form von schmalen und scharfen hellen Linien auf dunkelm Grunde oder von schwarzen Linien auf hellem Grunde auftreten, wenn der Reflexionskoeffizient r möglichst groß ist. Es sind zwei Verfahren zur Erlangung solcher schmaler und scharfer Linien ausgearbeitet worden.

a) Die Methode von Fabry und Perot: Es werden die Strahlen von dünnen Silberschichten reflektiert, für welche $r > 0,9$ ist. An Stelle der planparallelen Platte tritt hier eine Luftschicht zwischen zwei mit den versilberten Flächen einander zugekehrten Glasplatten.

b) Die Methode von Lummer, welcher eine planparallele Glasplatte verwendet, jedoch den Strahlen eine solche Richtung gibt, daß im Innern der Platte der Einfallswinkel (ψ) dem Winkel der Totalreflexion nahe kommt. Auch in diesem Falle liegt r offenbar der Einheit nahe.

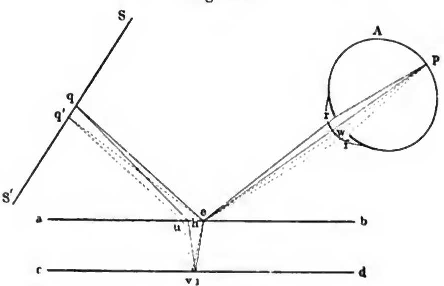
3. Wir werden viele Seiten der zu untersuchenden Erscheinungen kennen lernen, wenn wir uns zunächst den älteren Versuchen von Fizeau zuwenden. Um Interferenzerscheinungen bei größeren Gangunterschieden festzustellen, beobachtete er die Newtonschen Farbenringe unter Anwendung einer Flamme von ganz reinem Alkohol, in welchem Kochsalz gelöst war. Die obere, leicht konvexe Platte konnte langsam gehoben werden. Hierbei rückten die Ringe zum Mittelpunkt hin, wo sie verschwanden. Fizeau faßte nun einen bestimmten Punkt ins Auge und zählte die Interferenzstreifen, welche durch die Mitte des Gesichtsfeldes hindurchgingen; es sei hierbei bemerkt, daß auch beide Platten eben sein können, in welchem Falle geradlinige Interferenzstreifen entstehen, da die beiden einander zugekehrten Plattenseiten nicht vollkommen parallel sind. Im letzteren Falle erhielt Fizeau folgende Erscheinung: Mit Zunahme der Anzahl N der vorbeiziehenden Streifen oder, was dasselbe bedeutet, mit Zunahme des Plattenabstandes wurden die Streifen immer weniger und weniger bemerkbar und verschwanden schließlich bei $N = 490$ vollkommen. Bei noch weitergehender Vergrößerung des Gangunterschiedes erschienen die Streifen von neuem und erreichten bei $N = 980$ ihre frühere Deutlichkeit. Hierauf verschwanden sie bei etwa $N = 1470$ abermals und traten bei etwa $N = 1960$ wiederum deutlich hervor usw. Somit bildeten die Streifen gewisse Gruppen, deren jede ungefähr 980 Streifen enthielt. Fizeau konnte bis zu 52 solcher Gruppen beobachten, welche mehr als 50000 Streifen enthielten, was mithin einem Gangunterschiede von 50000 Wellenlängen oder 2,5 cm entspricht. Das wechselweise Verschwinden und Wiedererscheinen der Streifen erklärt sich daraus, daß die Natriumflamme zwei Arten von Strahlen aussendet; bezeichnet man die Wellenlängen dieser Strahlen mit λ_1 und λ_2, so ist angenähert $980\,\lambda_1 = 981\,\lambda_2$. Jedes der beiden Strahlenbündel liefert sein eigenes System von Interferenzstreifen, wobei in jedem der beiden Systeme die Lichtstärke, da der Reflexionskoeffizient r für Glas einen kleinen Wert hat, sich nach einem sinusartigen Gesetze ändert. Da nun $490\,\lambda_1 = 490{,}5\,\lambda_2$ ist, so müssen für $N = 490$ die Streifen des einen Systems gerade zwischen denen des anderen Systems zu liegen kommen, weshalb man in diesem Falle ein gleichmäßig erhelltes Feld erhält. Ist jedoch $N = 980$, so fallen die Streifen abermals übereinander; bei $N = 1470$ tritt dieselbe Erscheinung auf wie bei $N = 490$ usw. Der genauere Wert von N ist 491.

Liegen die Streifen eines Systems gerade zwischen denen des anderen, so können wir sagen, die beiden Systeme von Streifen disharmonieren miteinander.

4. Es könnte scheinen, daß das Verschwinden und Wiedererscheinen der Interferenzstreifen sich unbegrenzt oft wiederholen müsse, wie sehr man auch den Abstand der Platten voneinander und damit den

Gangunterschied der interferierenden Strahlen vergrößern mag. Indes zeigt sich, daß man nach der Fizeauschen Methode, d. h. bei Beobachtung der Kurven gleicher Dicke, nicht weiter als bis zu $N = 50000$ oder 60000 gelangen kann. Exner hat diesen Umstand, und zwar in folgender Weise erklärt: Es sei $abcd$ (Fig. 353) die Platte, SS' die leuchtende Oberfläche, A das Auge des Beobachters, welcher die Plattenoberfläche, etwa den Punkt e fixiert, so daß sich alle von e ausgehenden Strahlen in einem Punkte p der Netzhaut vereinigen. Da jedoch die Pupille von endlicher Größe ist, vereinigt sich in p nicht nur ein Strahlenpaar $qerp$ und $qhiep$, sondern eine unzählige Menge solcher Paare, die von den verschiedenen Punkten der Fläche SS' ausgehen, z. B. das Strahlenpaar $q'ewp$ und $q'uvefp$. Die Gangunterschiede Δ dieser Paare unterscheiden sich voneinander

Fig. 353.



nur wenig, falls die Platte dünn ist und die Werte von Δ selbst geringe sind. Sind dagegen die Gangunterschiede Δ sehr groß, so können sie sich für verschiedene Strahlenpaare um eine ganze Wellenlänge voneinander unterscheiden. In diesem Falle liefern einige der Strahlenpaare in p ein Maximum, andere ein Minimum der Lichtstärke; man muß daher schließlich eine gewisse mittlere Lichtstärke erhalten und kann keinerlei Interferenzerscheinung wahrnehmen.

Nichts dem Ähnliches erhält man bei Beobachtung der Kurven gleicher Neigung. Hier kann der Gangunterschied bis ins Unendliche vergrößert werden, soweit dies der Grad der Homogenität des angewandten Lichtes zuläßt, und die Fähigkeit der Strahlen, bei großem Gangunterschiede überhaupt zu interferieren (vgl. oben Punkt 1).

5. Wiederholt man den Fizeauschen Versuch unter der Bedingung, daß der Reflexionskoeffizient r einen großen Wert hat (vgl. Punkt 2), so erhält man ein völlig anderes Bild. Zwei Streifensysteme

bestehen aus dünnen, scharfen Linien. Bei kleinen Werten von N fallen diese Linien zusammen. Nimmt N zu, so verdoppeln sich die Linien allmählich; bei $N = 491$ kommen die Linien des einen Systems gerade zwischen den Linien des anderen zu liegen, wobei alle Linien deutlich sichtbar sind. Hierauf nähern sich die Linien wieder paarweise und fallen bei $N = 982$ (für das eine System und 983 für das andere) zusammen usw.

Beobachtet man die Interferenzstreifen unter Anwendung von Strahlen, deren Wellenlängen λ_1, λ_2, λ_3 usw. sich wesentlich voneinander unterscheiden, so erhält man mehrere Systeme verschiedenfarbiger Linien (im durchgehenden Lichte), die untereinander sich decken oder voneinander abstehen, je nach dem Verhältnisse der Wellenlängen.

6. Bei Beobachtung der Kurven gleicher Neigung kann man bis zu Gangunterschieden von Hunderttausenden von Wellenlängen gehen. Dieselben zu zählen, ist offenbar unmöglich. Macé de Lépinay, Benoît, sowie auch Fabry und Perot haben gezeigt, in welcher Weise man die Zahl N finden kann, ohne eine Zählung der Linien vorzunehmen. Alle diese Methoden gehen auf die gleichzeitige Beobachtung mehrerer Streifensysteme zurück, welche durch Strahlen λ_1, λ_2, λ_3 usw. hervorgerufen werden. Kennt man, wenn auch nicht ganz genau, das Verhältnis der Wellenlängen und den angenäherten Wert von N für eines der Streifensysteme, so kann man aus der relativen Lage der Streifen den genauen Wert von N finden.

7. In letzter Zeit ist eine neue Disziplin entstanden — die Interferenzspektroskopie, welche bereits höchst bemerkenswerte Resultate ergeben hat. Sie verfolgt zweierlei Aufgaben, nämlich die Untersuchung des inneren Baues der Spektrallinien und die Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ der Wellenlängen von Strahlen, welche zwei Spektrallinien entsprechen.

a) Der Bau der Spektrallinien wird durch das Studium der Interferenzstreifen gleicher Neigung bei großem Gangunterschiede ermittelt. Ist eine Spektrallinie zusammengesetzt, d. h. besteht sie aus mehreren Linien, so liefert jede dieser Linien ihr eigenes Streifensystem, das sich bei genügend großem N von den anderen Systemen trennen muß. Die einzelnen Streifen müssen in zwei, drei und mehr zerfallen, welche bei noch größerem N sich ihrerseits in mehrere auflösen können usw. Auf diese Weise kann man bestimmen, aus welchen Teilen eine bestimmte Spektrallinie besteht und auch die relative Helligkeit dieser Teile finden.

b) Unter Punkt 6 war erwähnt worden, daß man bei angenäherter Kenntnis des Verhältnisses $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ und der Zahl N letztere Zahl

vollkommen genau bestimmen kann. Ist dies aber geschehen, so kann man umgekehrt mit außerordentlicher Genauigkeit das Verhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ aus der sich auf irgend einen Punkt des Gesichtsfeldes beziehenden Gleichung $N_1 \lambda_1 = (N_2 + \alpha) \lambda_2$ berechnen. Hierbei sind N_1 und N_2 zwei ganze Zahlen, welche bekannt sind, und α ein echter Bruch, der durch unmittelbare Messung gefunden werden kann.

Es läßt sich leicht einsehen, daß man durch Beobachtung des Wertes von N, für welchen eine Verdoppelung der Streifen eintritt, und der Stelle, welche der neu entstehende Streifen zwischen zwei früheren einnimmt, das Verhältnis der Wellenlängen für die Komponenten der Spektrallinie finden kann.

8. Die Interferenzerscheinungen bei sehr großen Gangunterschieden der Strahlen sind benutzt worden, um die Meterlänge in Wellenlängen einer bestimmten Strahlenart auszudrücken. Eine derartige Bestimmung aber hat eine sehr große Bedeutung, da sie zu einer wirklich „absoluten" Längeneinheit führt, die völlig bestimmt und wahrscheinlich für immer unveränderlich ist. Als eine solche Einheit kann die Wellenlänge eines bestimmten Strahles des Spektrums dienen, z. B. die eines der Cadmiumstrahlen. Die Normalmeterstäbe können sich im Laufe der Jahrhunderte verändern, eine Wellenlänge des Lichtes aber ändert sich nicht. Hieraus geht zur Genüge hervor, welche große Bedeutung es haben muß, ein für allemal die Zahlen zu ermitteln, welche angeben, wievielmal die Meterlänge größer als die Wellenlänge dieses oder jenes Spektralstrahles sein muß.

§ 11. Arbeiten von Michelson und Morley, Michelson und Benoît, Fabry und Perot, Lummer u. a. Im vorhergehenden Paragraphen haben wir in acht Punkten die wichtigsten Kennzeichen der Erscheinungen kennen gelernt, auf welche sich die bereits angedeuteten Arbeiten über Interferenz bei großem Gangunterschiede, Ausmittelung der Meterlänge und Interferenzspektroskopie beziehen. Wir gehen nun zu diesen Arbeiten über.

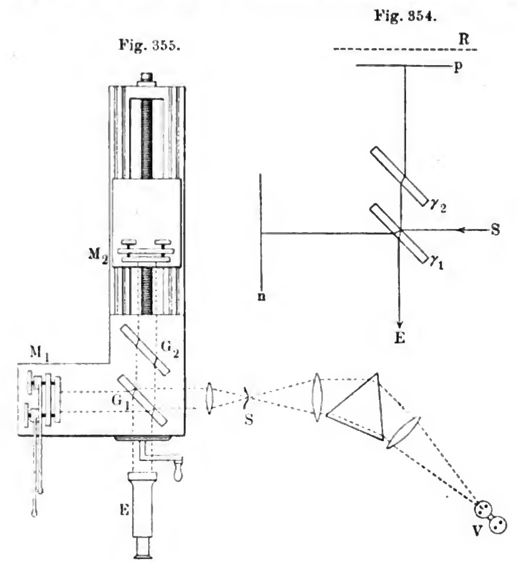
I. Die Arbeiten von Michelson und Morley, sowie von Michelson und Benoît.

A. Interferenzmethode von Michelson und Morley. Diese Methode wird aus der schematischen Fig. 354 ersichtlich. Hier sind γ_1 und γ_2 zwei Glasplatten, n und p zwei Spiegel. Der Strahl S wird zum Teil von γ_1 reflektiert, durchsetzt die Platte γ_2, wird von p zurückgeworfen und geht hierauf in der Richtung E nach dem daselbst befindlichen Fernrohre weiter; der andere Teil des Strahles durchsetzt γ_1, wird von n reflektiert, hierauf von γ_1 und geht dann ebenfalls in der Richtung E weiter. Man kann sich denken, der zweite Teil des Strahles sei nicht von n reflektiert, sondern von einer gewissen Ebene

R, welche das Spiegelbild der Ebene n in der spiegelnden Platte γ_1 darstellt. Diese Ebene R bezeichnet Michelson als Vergleichsebene (plan de référence). Der Beobachter erblickt offenbar die Interferenzerscheinung, welche von der durch die Ebenen R und p begrenzten Luftschicht erzeugt worden ist. Durch Verschiebung des Spiegels n kann man den Abstand zwischen R und p variieren und es unter anderem dahin bringen, daß sich die Ebenen R und p schneiden. Sind R und p einander vollkommen parallel, so sieht man in E die Interferenzringe gleicher Neigung,

Fig. 354.

Fig. 355.



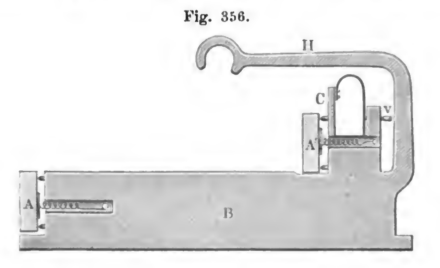
wobei R und p voneinander bis auf sehr großen Abstand entfernt werden können. Sind jedoch R und p einander nicht vollkommen parallel, so beobachtet man geradlinige Interferenzstreifen gleicher Dicke. Schneiden sich R und p, so ist der mittlere Streifen schwarz, da ein Strahl an γ_1 äußere Reflexion, der andere innere Reflexion erleidet, was einen Gangunterschied gleich $\frac{\lambda}{2}$ ergibt. Bei der schließlichen Aufstellung wurde in n ein Spiegel parallel zu γ_1 angebracht, der Spiegel n selbst parallel zu p gemacht, so daß die Verschiebungen von n parallel zu der Geraden Ep erfolgten.

Die Platte γ_2 war um eine zur Ebene der Zeichnung senkrechte Achse drehbar; sie diente als Kompensator, wenn es nötig war, geringe Verschiebungen der Interferenzstreifen zu erhalten und zu messen.

Es ist klar, daß wir es auch hier mit der Interferenz nur zweier Strahlen zu tun haben.

In Fig. 355 ist das Interferenzrefraktometer von Michelson skizziert; V ist die Lampe, welche leuchtende Dämpfe von Cadmium, Quecksilber, Wasserstoff, Thallium oder Natrium enthält. S ist ein Spalt, welcher die Strahlen einer bestimmten Spektrallinie hindurchläßt; der Spiegel n ist durch den unbeweglichen M_1 ersetzt, der Spiegel p dagegen durch den beweglichen M_2. Für die rote Cd-Linie gelangte Michelson bis zum Gangunterschiede $N = 300\,000\,\lambda$, für die grüne Hg-Linie jedoch bis zu $N = 540\,000\,\lambda$, wobei er mit seinem

Fig. 356.



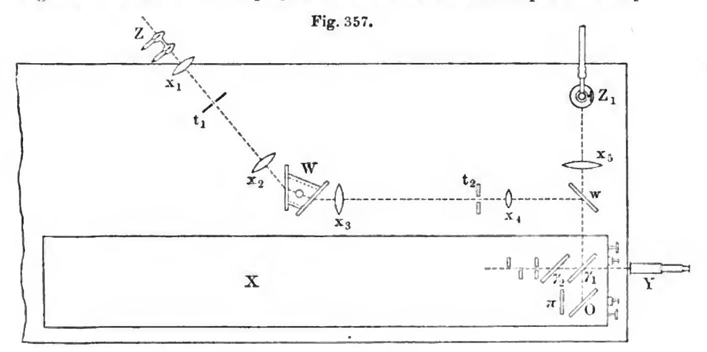
Apparate die Kurven gleicher Neigung beobachtete. Das Schema (Fig. 354) zeigt, daß von jedem der Spiegel p und R nur ein Bild geliefert wird; mehrfache Reflexionen sind unmöglich und deshalb (siehe S. 611) werden breite, unscharfe Linien erhalten. Die Interferenzstreifen, welche den Bestandteilen einer zusammengesetzten Spektrallinie entsprechen, entfernen sich nicht voneinander, dafür aber zeigt sich eine mehr oder weniger komplizierte Verteilung der Lichtstärke für große Werte von N. Durch Untersuchung des Gesetzes, welchem diese Verteilung folgt, wurde Michelson in den Stand gesetzt, den Bau einer ganzen Reihe von Spektrallinien des H, Na, Cd, Tl und Hg anzugeben; wir wollen uns jedoch bei dieser Arbeit nicht aufhalten, da man unvergleichlich genauere Resultate mit Hilfe jener scharfen Interferenzstreifen erhält, von denen vorher (vgl. § 10, Punkt 7) die Rede war.

B. Vergleichung des Meters mit der Wellenlänge dreier Cadmiumstrahlen. Diese bemerkenswerte Arbeit hat A. Michelson, zum Teil vereint mit Benoît, im Internationalen Bureau der Maße und

Gewichte bei Paris ausgeführt. Wir müssen uns auf eine kurze Beschreibung einiger Teile dieser Arbeit beschränken.

Es wurden zunächst neun Normalmaßstäbe hergestellt, von welchen der erste ungefähr gleich 10 cm, der zweite 5 cm, der dritte 2,5 cm war usw., also jeder folgende ungefähr halb so lang als der vorhergehende. Die Länge des neunten Maßstabes betrug 0,39 mm. In Fig. 356 ist einer derselben abgebildet. Es ist ein Metallprisma B, welches zwei Spiegel A und A' trägt, die einander genau parallel gemacht werden können. Der Abstand der reflektierenden Oberflächen dieser Spiegel bestimmt die Länge des Maßstabes. Die allgemeine Anordnung der Teile entsprach dem in Fig. 354 angegebenen Schema, wobei an Stelle des Spiegels p zwei Maßstäbe mit vier Spiegeln nebeneinandergestellt wurden. Der Spiegel n wurde, wie erwähnt, parallel zu p

Fig. 357.



gerichtet; auf seiner Oberfläche war ein Netz von aufeinander senkrechten Linien aufgetragen und seine Größe war eine solche, daß die Vergleichsebene R gewissermaßen alle vier Spiegel der beiden Maßstäbe bedeckte.

Die allgemeine Anordnung der Apparate ist aus Fig. 357 ersichtlich. Die Spiegel γ_1 und γ_2 entsprechen dem Schema der Fig. 354. Der Spiegel p ist durch die vier Spiegel der beiden nebeneinander befindlichen Maßstäbe ersetzt; der Spiegel n ist in die oben erwähnte Stellung gebracht, wobei der Spiegel O hinzugekommen ist. Die Beobachtungen werden mit Hilfe des Fernrohres Y angestellt. In Z befindet sich der leuchtende Cadmiumdampf, die Linse x_1 sammelt die Strahlen auf dem Spalt t_1, x_2 macht sie parallel, das Schwefelkohlenstoffprisma w zerlegt die Cadmiumstrahlen, x_3 entwirft ein Bild der gewünschten Spektrallinie auf dem Spalt t_2, x_4 richtet die Strahlen parallel und die Glasplatte w sendet sie nach der Platte γ_1 hin. Bei Beobachtung

der Interferenzstreifen gleicher Dicke am Durchschnitt der Ebene R (Fig. 354) mit einem der an den Maßstäben angebrachten Spiegel wurde eine weiße oder eine Natriumflamme Z_1 benutzt, deren Strahlen mit Hilfe der Linse x_5 parallel gemacht wurden und durch die Glasplatte w hindurchgingen.

Die Cadmiumdämpfe senden vier Strahlen aus, deren Wellenlängen angenähert folgende Werte haben:

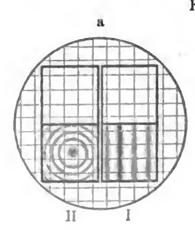
Fig. 358.

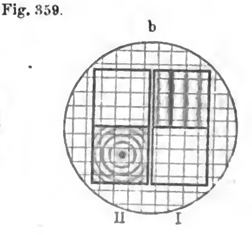
$$\lambda_1 \text{ (rot)} = 643{,}88\ \mu\mu,$$
$$\lambda_2 \text{ (grün)} = 508{,}63\ \mu\mu,$$
$$\lambda_3 \text{ (blau)} = 480{,}00\ \mu\mu,$$
$$\lambda_4 \text{ (violett)} = 467{,}89\ \mu\mu.$$

Die schließlichen Messungen bezogen sich nur auf die drei ersten Strahlen. Die ganze Arbeit zerfiel in drei Teile.

Erster Teil. Bestimmung der Anzahl Wellenlängen λ, die im Maßstab I (etwa 0,39 mm) enthalten ist. Hierfür wurde Maßstab I und einer der anderen, z. B. Maßstab II, nebeneinandergestellt. A und B (Fig. 358) sind die Spiegel des Maßstabes I, C der untere Spiegel des Maßstabes II. Der Spiegel n und die Stäbe wurden in solche Lage gebracht, daß die Ebene R genau parallel zu C war und von der Ebene A des unteren Spiegels längs einer der vertikalen auf n aufgetragenen Linien geschnitten wurde. Hierauf wurde C mit einem der Cadmiumstrahlen beleuchtet, A jedoch mit weißem oder mit Natriumlicht. Hierbei

Fig. 359.





entstanden auf der einen Seite Interferenzkreise gleicher Neigung, auf der anderen Seite geradlinige Interferenzstreifen gleicher Dicke, also das in Fig. 359 a wiedergegebene Bild. Hierauf wurde der Spiegel n so lange verstellt, bis die Vergleichsebene R in die Lage R' (Fig. 358) gelangte und im Fernrohre das Bild erschien, welches Fig. 359 b zeigt. Während dieser Bewegung rückten die Interferenzringe ununterbrochen zum Zentrum hin und verschwanden in demselben. Michelson und Benoit zählten die Anzahl der Ringe, welche beim Übergange von a

nach b verschwanden. Jedem Verschwinden eines Ringes entsprach eine Verschiebung der Ebene R um $\frac{\lambda}{2}$, da sich der Gangunterschied (hin und zurück) um λ änderte. Die Bruchteile wurden mit Hilfe des Kompensators bestimmt. Als Länge l_1 des Stabes I wurde gefunden:

$$l_1 = 1212{,}35\,\frac{\lambda_1}{2} = 1534{,}79\,\frac{\lambda_2}{2} = 1626{,}17\,\frac{\lambda_3}{2} = 1668{,}53\,\frac{\lambda_4}{2}.$$

Zweiter Teil. Sukzessive Vergleichung der Stäbe I und II, II und III usw. Die Stäbe I und II wurden derart nebeneinandergelegt, daß die Ebene R beide untere Spiegel A' und A'' (Fig. 360 links) schnitt. Hierbei entstand das in Fig. 361 a wiedergegebene Bild. Hierauf wurde die Ebene R bis zum Durchschnitt mit dem oberen Spiegel B' von Stab I verschoben, d. h. um die Länge l_1 dieses Maßstabes; das entstehende Bild zeigt die Fig. 361 b. Ferner wurde Stab I so lange verschoben, bis Spiegel A' wiederum die Ebene R durchschnitt, wie dies in Fig. 360 rechts zu sehen ist; das entstehende Bild ist aus Fig. 361 c ersichtlich. Endlich wurde die Ebene R wiederum bis zum oberen Spiegel des Maßstabes B' verschoben, so daß die linke Hälfte des Bildes entstand, welches Fig. 361 d zeigt. Wäre die Länge l_2 von Stab II genau gleich $2\,l_1$, so würde die Ebene R hierbei auch den oberen Spiegel B'' von Stab II schneiden, so daß das Bild der Fig. 361 d entstehen würde. In Wirklichkeit aber ist $l_2 = 2\,l_1 + \alpha$, wo α eine gewisse sehr kleine Größe darstellt. Durch Drehung des Kompensators konnte man die in Fig. 361 d wiedergegebene Erscheinung erhalten; durch den

Fig. 360.

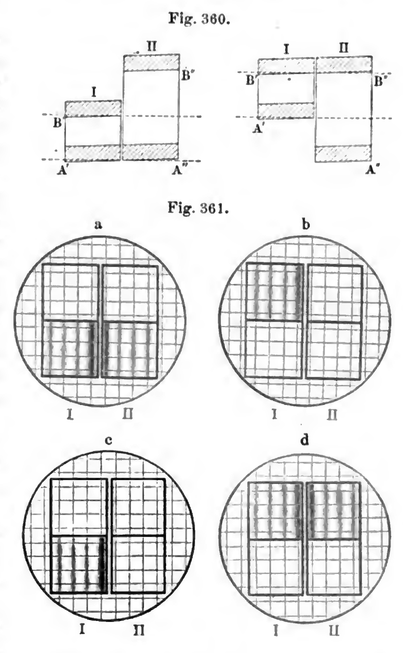


Fig. 361.

Betrag der Drehung wurde die Größe α bestimmt. Auf diese Weise wurde gefunden, wievielmal λ_1, λ_2 usw. in der Länge l_2 enthalten waren. Durch Wiederholung derartiger Messungen mit den Stäben II und III, III und IV usw. konnte gefunden werden, wie viele Wellenlängen λ_1, λ_2 usw. im Maßstabe IX enthalten waren, dessen Länge nahezu 10 cm betrug.

Dritter Teil. Vergleichung des Maßstabes IX mit dem Meter. Wir wollen uns bei dieser Vergleichung nicht aufhalten, da sie nichts wesentlich Neues darbot. Statt einmal mußte Stab IX zehnmal um seine eigene Länge verschoben werden.

Auf diese Weise wurden für die drei Cadmiumstrahlen folgende Beziehungen gefunden:

$$1\,\text{m} = 1\,553\,163{,}5\;\lambda_1\;\text{(rot)},$$
$$1\,\text{m} = 1\,966\,249{,}7\;\lambda_2\;\text{(grün)},$$
$$1\,\text{m} = 2\,083\,372{,}1\;\lambda_3\;\text{(blau)},$$

also für die Wellenlänge jeder Cadmiumstrahlen:

$$\lambda_1 = 0{,}643\,847\,22\;\mu,$$
$$\lambda_2 = 0{,}508\,582\,40\;\mu,$$
$$\lambda_3 = 0{,}479\,991\,07\;\mu$$

bei 760 mm Druck und 15° Wasserstoffskala.

Einen neuen Vergleich der Meterlänge mit der Wellenlänge der roten Cadmiumlinie haben Benoît, Fabry und Perot (1907) ausgeführt. Sie fanden:

$$\lambda = 6438{,}4696\;\text{Å} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

und

$$1\,\text{m} = 1\,553\,164{,}13\;\lambda.$$

Die Zahl (43) wird jetzt als Ausgangspunkt benutzt bei der Bestimmung der Wellenlänge der sogenannten Normallinien. Man hat beschlossen, sie nie mehr zu ändern, damit eine eventuelle neue noch genauere Messung dieses λ uns nicht nötigt, die Zahlenwerte aller anderen Wellenlängen umzurechnen und zu verändern. Streng genommen wird dadurch eine neue Längeneinheit ganz speziell zur Messung von Wellenlängen eingeführt.

Mit derselben Längenbestimmung beschäftigten sich des weiteren Benoît (1897) und Macé de Lépinay; letzterer bestimmte die Dimensionen eines Quarzwürfels (von 4 cm Kantenlänge), der zur Gewichtsbestimmung eines Liters Wasser (vgl. Bd. I) gedient hatte.

In einer neuen Arbeit haben Macé de Lépinay und Buisson (1904) die Beobachtungsmethode noch mehr vervollkommnet. Mesnager (1904) hat auch einen Kunstgriff angegeben, durch den die Genauigkeit der Interferenzmethode noch erhöht werden kann.

II. Arbeiten von Fabry und Perot. Fabry und Perot haben zuerst Interferenzstreifen gleicher Neigung unter Bedingungen beob-

achtet, unter welchen diese Streifen als dünne scharfe Linien erscheinen. Die von ihnen angewandte Methode ist bereits in § 10, Punkt 2 erwähnt worden: sie vergrößerten den Reflexionskoeffizienten r, indem sie die Strahlen an der versilberten Oberfläche von Glasplatten sich spiegeln ließen. Die Stelle der planparallelen Platte vertrat bei ihnen eine Luftschicht, die von zwei versilberten Glasplatten begrenzt war.

Auf eine ausführliche Beschreibung des von den genannten Forschern konstruierten bemerkenswerten Interferentialrefraktometers werden wir nicht eingehen. Den Hauptbestandteil dieses Apparates bilden zwei vertikale Glasplatten, welche mit ihren versilberten Seitenflächen einander zugekehrt sind. Überaus verwickelte Vorrichtungen ermöglichen es, diese Seitenflächen einander vollkommen parallel zu machen und sie parallel zueinander zu verschieben.

Mit Hilfe dieses Apparates konnten Fabry und Perot die Interferenzerscheinung bei einem Gangunterschiede der Strahlen beobachten, der bis zu 750 000 Wellenlängen betrug.

Ferner untersuchten sie den Bau von Spektrallinien nach der in § 10, Punkt 7a erwähnten Methode. Es mögen einige Beispiele hierfür angeführt werden.

Die grüne Thalliumlinie ($\lambda = 0{,}5439\,\mu$) gab bei einer Dicke der Luftschicht gleich $h = 1{,}5$ mm Interferenzringe, deren jeder noch einen zweiten, schwächeren Ring enthielt. Für $h = 6{,}25$ mm war die Verdoppelung eine vollständige und die schwächeren Linien kamen genau in die Mitte zwischen die helleren Linien zu liegen. Der Gangunterschied war hierbei gleich 13,5 mm oder etwa gleich 24 000 λ. Bezeichnet man die Wellenlänge zweier Komponenten mit λ_1 und λ_2, so ist offenbar $24\,000\ \lambda_1 = 24\,000{,}5\ \lambda_2$, woraus $\lambda_2 - \lambda_1 = 21 \,.\, 10^{-6}\ \lambda_1$ folgt; es ist mithin der Unterschied der Wellenlängen $10^6 : 21 = 48000$ mal kleiner als die Wellenlänge selbst. Bei $h = 18$ mm trat eine neue vollständige Verdoppelung der hellen Ringe auf; hier war bereits $\lambda_3 - \lambda_1 = 3 \,.\, 10^{-6}\ \lambda_1$. Somit war gefunden, daß die grüne Thalliumlinie eine dreifache war, und war der Abstand der einzelnen Komponenten voneinander bestimmt.

Fabry (1904) hat die Methode noch mehr vervollkommnet. Von der Lichtquelle, z. B. Eisenlichtbogen, gelangt das Licht unzerlegt in das Interferometer. Die ganze Erscheinung wird auf den Spalt des Spektroskops projiziert.

Ferner konstruierten Fabry und Perot einen Apparat, bei welchem zwei einander parallele „versilberte Luftschichten" Interferenzstreifen, ähnlich den Brewsterschen, geben, von denen auf S. 620 die Rede war. Mit Hilfe dieses Apparates maßen sie auch die linearen Dimensionen von Körpern in Wellenlängen λ einer bestimmten Strahlenart. Der zur Untersuchung dienende Körper (derselbe Quarzwürfel, welchen Macé de Lépinay untersucht hatte) wurde zwischen

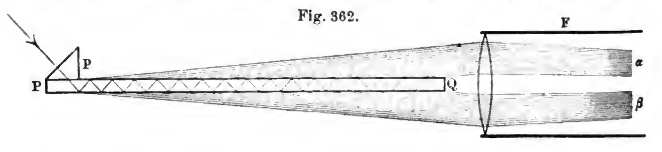
zwei versilberte Glasplatten gebracht und hierauf nacheinander die Entfernung dieser Platten und die Entfernungen der Würfelseiten von den ihnen zunächst befindlichen Plattenseiten bestimmt.

In § 10, Punkt 7b war darauf hingewiesen worden, daß die Interferenzspektrometrie in den Stand setzt, mit außerordentlich großer Genauigkeit das Verhältnis $\lambda_1 : \lambda_2$ der Wellenlängen zweier Strahlen zu bestimmen. Die Ergebnisse dieser Vergleiche wurden angeführt, als vom System der Normalen die Rede war (S. 293).

Es sei hier noch bemerkt, daß Ebert (1891), Hamy (1897), Janicki (1906) u. a. ebenfalls den Bau von Spektrallinien durch Untersuchung der Interferenzstreifen zu ermitteln suchten (s. S. 292).

III. Die Arbeiten von Lummer verfolgten denselben Zweck, wie die soeben erwähnten Arbeiten von Michelson und von Fabry und Perot. Lummer benutzte jedoch hierzu andere Methoden und es gelang ihm, zum Teil sehr viel weiter vorzudringen als die Genannten. Er wandte ebenfalls die Interferenzstreifen gleicher Neigung an; um jedoch schmale und scharfe Streifen zu erhalten, ließ er die Strahlen

Fig. 362.



sich innerhalb einer Glasplatte unter einem Winkel spiegeln, welcher dem Winkel der Totalreflexion nahe kam; hierauf ist bereits in § 10, Punkt 2b aufmerksam gemacht worden. Den Hauptbestandteil eines der Apparate von Lummer bildet eine große, vollkommen planparallele Glasplatte (von 5,3 mm Dicke und 15 cm Durchmesser, die Dimensionen einer anderen Platte betrugen 10 mm und 20 cm), welche zuerst gegen die Strahlen geneigt aufgestellt wurde, so daß der Einfallswinkel sehr groß war, also im Innern der Platte die Einfallswinkel den Winkeln der Totalreflexion nahe kamen. Im durchgehenden Lichte entstehen hierbei scharfe, helle Streifen auf dunkelm Grunde. Das gleiche erhält man auch im reflektierten Lichte, wenn man den ersten reflektierten Strahl unterdrückt (vgl. S. 607). Lummer erreichte dies dadurch, daß er an das eine Ende der planparallelen Platte PQ (Fig. 362) ein kleines Prisma p brachte. Jeder einfallende Strahl gibt 16 reflektierte Strahlen (α) und 17 durchgehende (β). Alle die Gruppen von Strahlen α, welche aus einander parallelen, in p eintretenden Strahlen entstehen, sammeln sich in einem Punkte der Brennebene des Fernrohres F und das gleiche gilt auch von allen derartigen Gruppen β. Da nach p Strahlen von verschiedener Richtung gelangen, so bilden sich in der Brennebene zwei Gruppen

von Interferenzstreifen gleicher Neigung, wobei beide Gruppen den gleichen Charakter haben, nämlich in Form schmaler heller Linien auf dunkelm Grunde erscheinen. Mit Hilfe seines Apparates hat Lummer (1902) die Spektrallinien des Hg-Dampfes untersucht und den komplizierten Bau derselben gefunden, von dem bereits in Kapitel VII (S. 291) die Rede war. Eine einfache Ausführung eines derartigen Glasplattenspektroskops hat Gehrcke (1908) angegeben.

Im Kapitel von der Messung der Lichtstärke haben wir bereits das Interferenzphotometer von Lummer kennen gelernt, welches ebenfalls auf Beobachtung der Kurven gleicher Neigung beruht (vgl. Fig. 228, S. 460).

§ 12. Stehende Lichtwellen. Photographie in natürlichen Farben.

Bei Interferenz eines Strahles, welcher auf eine spiegelnde Fläche unter rechtem Winkel auffällt, mit dem reflektierten Strahle, treten, wie in Bd. I, Abt. 1, S. 198 gezeigt war, stehende Wellen auf. Hierbei ist der Abstand der Knoten oder Bäuche voneinander gleich $\frac{1}{2}\lambda$. Bei akustischen Erscheinungen bilden sich solche stehende Wellen sehr leicht. Zenker hat zuerst (1867) auf die Möglichkeit der Bildung von stehenden Lichtwellen und auf die Bedeutung hingewiesen, welche diese für die Wahrnehmung von Farbenempfindungen haben. Ferner hat Rayleigh (1887) die Farbenphotographien, welche Becquerel erhalten hatte, durch Bildung stehender Wellen zu erklären gesucht.

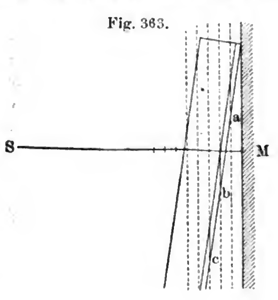


Fig. 363.

Stehende Lichtwellen zu erzeugen, ist aber zuerst O. Wiener im Jahre 1889 gelungen. Seine Methode war die folgende: Eine Glasplatte M (Fig. 363) ist auf einer Seite versilbert, sie wird von senkrecht einfallenden Strahlen einer homogenen Lichtquelle S (Natriumflamme) getroffen. Diese Strahlen bilden bei der Reflexion stehende Wellen, wobei die geometrischen Örter der Knoten zur Spiegelfläche parallele Ebenen sind, die sich im Abstande $\frac{1}{2}\lambda$ voneinander befinden; in der Figur sind sie durch punktierte Linien angedeutet. Ferner wird eine Glasplatte, die mit einer sehr dünnen Schicht aus Kollodium und Chlorsilber bedeckt ist, unter sehr kleinem Winkel gegen den Spiegel M geneigt aufgestellt, so daß die Knotenflächen sich mit der lichtempfindlichen Schicht längs den Geraden a, b, c usw. schneiden, welche der Scheitellinie des Kantenwinkels der beiden geneigten Platten parallel sind. Belichtet man die Platten, so rufen die Strahlen die bekannten

Veränderungen der lichtempfindlichen Schicht hervor; in den Knotenebenen aber, d. h. längs den Geraden a, b, c, tritt keine Lichtwirkung auf und man erhält demnach nach Entwickelung und Fixierung der Bilder eine Reihe von hellen Streifen auf dunkelm Grunde. Da die Größe $\frac{1}{2}\lambda$ außerordentlich klein ist (etwa $\frac{1}{400}$ mm), muß eine ganz besonders dünne, lichtempfindliche Schicht verwandt und der Winkel zwischen den Platten sehr klein gemacht werden.

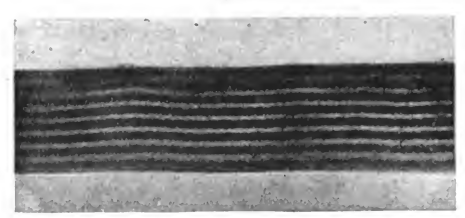
In engem Zusammenhange mit der soeben betrachteten Erscheinung steht die von *Lippmann* erfundene *Photographie in natürlichen Farben*. Wir stellen uns eine sehr große Anzahl übereinandergelegter durchsichtiger Platten vor, welche alle die Dicke $\frac{1}{2}\lambda$ haben, wo λ die Wellenlänge irgend eines bestimmten Strahles in der Plattensubstanz ist, und denken uns ferner, die Platten seien voneinander durch Schichten einer anderen Substanz getrennt, welche die Strahlen reflektieren, zugleich aber eine Dicke haben, die gegen $\frac{1}{2}\lambda$ sehr klein ist und daher genügende Durchsichtigkeit besitzen; es können dies z. B. dünnste Silberschichten sein. Stellen wir uns nun vor, senkrecht zu den aufeinandergestapelten Platten fallen weiße Strahlen ein; dann kann man behaupten, daß das reflektierte Licht fast nur Strahlen von der Wellenlänge λ enthalten wird. Von jeder der Zwischenschichten nämlich werden Strahlen reflektiert, wobei der Gangunterschied der Strahlen von der Wellenlänge λ gleich einer ganzen Anzahl Wellenlängen λ ist, denn jedes Paar benachbarter reflektierender Schichten befindet sich im Abstande $\frac{1}{2}\lambda$ voneinander, also zwei beliebig gewählte Schichten im Abstande $\frac{1}{2}\lambda N$, wo N eine ganze Zahl ist. Der Gangunterschied der von diesen Schichten reflektierten Strahlen ist doppelt so groß, ist also gleich $N\lambda$. Hieraus folgt, daß alle diese Strahlen bei der Interferenz einander verstärken. Nehmen wir Strahlen von anderer Wellenlänge λ' und lassen, *wenn auch nur angenähert*, die Gleichung $m\frac{\lambda}{2} = (2m'+1)\frac{\lambda'}{4}$ gelten, wo m und m' ganze Zahlen sind, dann ist in der Gesamtdicke der m Schichten eine ungerade Zahl von Vierteln der Wellenlänge λ' enthalten, es haben daher die von der ersten und $m$ten, der zweiten und $(m+1)$ten, der dritten und $(m+2)$ten usw. Schicht reflektierten Strahlen einen Gangunterschied, welcher gleich einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen ist. Bei der Interferenz heben sie sich paarweise auf oder geben wenigstens eine sehr geringe Lichtintensität.

Fig. 364.

Wir wollen nunmehr nach der obigen Betrachtung auf die *Lippmann*sche Farbenphotographie selbst eingehen. Eine Glasplatte A

(Fig. 364) wird auf einer Seite mit einer Schicht *B* bedeckt, die aus einer sehr feinkörnigen erstarrten Emulsion von hoher Lichtempfindlichkeit besteht. Das Glas *A* bildet die Wandung eines Gefäßes, auf dessen Innenseite sich die Emulsion befindet, und in das Gefäß selbst wird Quecksilber *C* gegossen. Belichtet man die Platte mit senkrecht einfallenden Strahlen von bestimmter Wellenlänge λ, so entstehen infolge der Reflexion der Strahlen an der spiegelnden Quecksilberoberfläche stehende Wellen und im Innern der Emulsion *B* bilden sich nach Entwickelung und Fixierung dünnste Silberschichten im gegenseitigen Abstande von $\frac{1}{2}\lambda$. Belichtet man hierauf die Platte mit senkrecht einfallenden weißen Strahlen, so werden aus dem vorhin erörterten Grunde fast nur Strahlen von der Wellenlänge λ reflektiert. Waren die ursprünglich wirkenden Strahlen rote, so erscheint jetzt die Platte rot gefärbt. Hat man auf die Platte ein Spektrum projiziert, so entstehen Silberschichten, deren Entfernung nach dem violetten Ende hin kleiner

Fig. 365.



wird, und man sieht nun in dem von den Schichten reflektierten Lichte ein Spektrum. Lippmann ist es gelungen, in der beschriebenen Weise farbige Photogramme von verschiedenen Gegenständen zu erhalten. Mit der Theorie und der praktischen Anwendung der Lippmannschen Methode haben sich Neuhauss, Cotton, Krone, Izarn, Schütt, Meslin, Valenta, Zenker, H. Lehmann, Försterling und insbesondere Wiener beschäftigt.

Wir wollen uns auf einige wenige Hinweise beschränken. Im Jahre 1898 gelang es Neuhauss, unter Benutzung eines Mikroskops mit 4000 facher Vergrößerung, das Vorhandensein dünner Schichten in den Films, auf welchen farbige Photogramme nach der Lippmannschen Methode erhalten worden waren, direkt nachzuweisen; der Streifenabstand entsprach der Theorie ($\lambda:2$) (Fig. 365).

O. Wiener zeigte 1899, daß ein Strahl, welcher unmittelbar an der Außenfläche eines fertigen Films reflektiert worden ist, d. h. an einer mit Quecksilber in Berührung stehenden Fläche, die Interferenz von Strahlen beeinflußt, welche von den Innenschichten des Silbers

reflektiert worden sind, weshalb sich die Färbung nach dem roten Ende des Spektrums hin verschiebt. Wiener hat das Lippmannsche Verfahren wesentlich verbessert.

Bemerkenswerte Photogramme von Spektren hat Ussagin (Moskau) erhalten. Untersucht man mittels des Spektroskops die von einem dieser Photogramme reflektierten Strahlen, so erhält man, wie Starke gezeigt hat, eine scharfe Linie auf dunkelm Grunde, in durchgehendem weißen Lichte aber eine scharfe schwarze Linie auf dem kontinuierlichen Spektrum als Hintergrund. Hieraus ist zu ersehen, in welchem Grade homogen die von den Ussaginschen Photogrammen gelieferten Strahlen sind.

Im Jahre 1899 erschienen Arbeiten von O. Wiener und H. Scholl, welche zeigten, daß die Erscheinungen der stehenden Lichtwellen auch bei der Daguerreotypie eine Rolle spielen.

§ 13. Lichtschwebungen. Optische Resonanz. In der Akustik haben wir uns mit der Erscheinung der Schallschwebungen bekannt gemacht, welche darin bestehen, daß zwei Töne mit den Schwingungszahlen N_1 und $N_2 = N_1 + n$ in der Zeiteinheit $n = N_2 - N_1$ Anschwellungen und Abnahmen der Tonstärke, d. h. n Schwebungen ergeben. Von großem Interesse ist die Frage, ob es eine analoge Erscheinung für die Lichtstrahlen gibt. Eine solche Erscheinung könnte erwartet werden bei Interferenz zweier Strahlen von verschiedener Wellenlänge λ_1 und λ_2 oder, was dasselbe ist, mit verschiedenen Schwingungszahlen N_1 und N_2. Wählt man jedoch beispielsweise zwei Strahlen aus dem Spektrum von weißem Lichte, so darf man nicht erwarten, Schwebungen zu erhalten, da erstlich die Differenz $n = N_1 - N_2$ eine ungeheuer große ist, wie nahe auch immer die gewählten Strahlen beieinander liegen; ferner ist es zweifelhaft, ob zwei Strahlen von verschiedener Wellenlänge, wenn sie auch von derselben Strahlenquelle ausgehen, überhaupt interferenzfähig sind, da sie wahrscheinlich durch verschiedene Anfangsimpulse entstehen und daher gewissermaßen aus verschiedenen Quellen herstammen. Man könnte hoffen, Lichtschwebungen auf die Weise zu erhalten, daß man einen Strahl in zwei Strahlen zerlegt, indem man auf irgendwelche Art die Wellenlänge λ eines dieser letzteren verändert und hierauf diese Strahlen miteinander zur Interferenz bringt. Nehmen wir an, zwei Strahlen liefern, wenn sie die gleiche Wellenlänge haben, in irgend einer Ebene ein System von Interferenzstreifen. Ändert man ein wenig die Wellenlänge eines der Strahlen, so muß die Lichtstärke in jedem Punkte dieser Ebene zwischen einem Maximum und Minimum zu schwanken anfangen. Das schließliche Ergebnis muß darin bestehen, daß eine unterbrochene Bewegung der Interferenzstreifen senkrecht zu ihrer Länge auftreten muß.

Eine solche Erscheinung zu beobachten, ist zuerst Righi (1883) gelungen. Wir müssen von einer ausführlichen Beschreibung seines Versuches absehen und uns darauf beschränken, das Hauptprinzip, auf welches derselbe zurückgeht, kurz zu erläutern. In Bd. I, S. 152 (§ 9) war gezeigt worden, daß eine geradlinige harmonische Schwingung in zwei Kreisbewegungen zerlegt werden kann, von denen die eine nach rechts, die andere nach links erfolgt, d. h. daß ein geradlinig polarisierter Strahl, wie ihn z. B. ein Nicolsches Prisma liefert (vgl. Kapitel XV, XVI und XVIII), durch zwei kreisförmig polarisierte Strahlen ersetzt werden kann, von denen der eine ein rechter, der andere ein linker ist. Die Anzahl N der Drehungen ist gleich der Schwingungszahl des geradlinig polarisierten Strahles. Dreht man aber jenes Prisma um seine Achse, so wird, wie Airy und Verdet gezeigt haben, der austretende Strahl aus zwei kreisförmig polarisierten Strahlen bestehen, wobei die Zahl der Drehungen gleich $N + n$ und $N - n_1$ ist, falls man unter n die in der Zeiteinheit erfolgende Anzahl der Drehungen des Nicols versteht. Unter Benutzung dieser beiden Strahlen gelang es Righi durch Rückverwandlung derselben in geradlinig polarisierte und durch Interferenz derselben untereinander in der Tat, Lichtschwebungen hervorzurufen, d. h. Interferenzstreifen, die sich ununterbrochen nach einer Seite hin bewegten. Righi hat sechs Methoden zur Beobachtung dieser Schwebungen angegeben.

Corbino wie auch Righi haben die Frage untersucht, ob es möglich ist, Schwebungen mit Hilfe derjenigen Strahlen von ungleichem λ zu erhalten, in welche ein Spektralstrahl zerfällt, wenn sich die Lichtquelle im Magnetfelde befindet (Bd. V, Zeemansche Erscheinung). Sie sind zu einem negativen Ergebnisse gelangt.

Die Untersuchungen über die Lichtschwebungen stehen, wie aus dem Vorhergehenden ersichtlich ist, in engem Zusammenhange mit der Frage über den Bau des weißen Lichtes, d. h. sein Zustandekommen und den Charakter der Schwingungen, welche diesem Lichte entsprechen. Mit dieser wichtigen Frage haben sich Gouy, Carvallo, Corbino (1901) und Planck (1902) beschäftigt. Letzterer kommt zu dem Ergebnis, daß zwei Strahlen, die zusammen Bestandteile des weißen Lichtes sind, in keinem Falle miteinander interferieren können.

In der Akustik hatten wir die Resonanzerscheinung kennen gelernt, sowie die Einrichtung der Resonatoren, deren Dimensionen von der Wellenlänge derjenigen Schallstrahlen abhängig sein müssen, auf welche sie „abgestimmt“ sind.

Nach den jetzt herrschenden Ansichten ist ein Lichtstrahl eine elektromagnetische Erscheinung. In einem polarisierten Lichtstrahl (Kapitel XV) haben wir uns in einer bestimmten Richtung senkrecht zum Strahl eine äußerst schnelle elektrische Schwingung zu denken; vermutlich ist dieses dieselbe Richtung, in welcher nach der Theorie

von Fresnel (Kapitel XV) die Schwingungen vor sich gehen. Wir dürfen daher annehmen, daß, wenn ein Strahl auf einen Körper fällt, in welchem elektrische Schwingungen möglich sind und der geeignete Dimensionen besitzt, in diesem Körper solche Schwingungen tatsächlich entstehen, so daß er wie ein Resonator wirkt und die auf ihn fallenden Strahlen in beträchtlichem Grade reflektiert. Da die Wellenlänge λ der hier betrachteten Strahlen sehr klein ist, so müssen auch die Dimensionen solcher optischer Resonatoren sehr gering sein.

Die optische Resonanz wurde, wenn wir einige frühere Arbeiten von Du Bois und von Du Bois und Rubens (1893) ausnehmen, zuerst von Rubens und Nichols (1897) entdeckt. Sie bedeckten eine Glasplatte mit einer dünnen Silberschicht, welche mit einem Diamantstichel in längliche Rechtecke zerschnitten wurde. Die Breite der Rechtecke war auf allen Platten ziemlich die gleiche, und zwar gleich etwa $5\,\mu$, während die Länge auf den fünf benutzten Platten folgende Werte besaß:

1	2	3	4	5
∞	$6{,}5\,\mu$	$12{,}4\,\mu$	$18{,}0\,\mu$	$24{,}4\,\mu$.

Auf der ersten Platte war die Schicht nur in Streifen zerschnitten, deren Länge im Vergleich mit λ sehr groß war. Rubens und Nichols benutzten die Reststrahlen des Flußspats, für welche $\lambda = 23{,}7\,\mu$ ist, und bestimmten, wieviel Prozent R der auffallenden Strahlen reflektiert wurden, wenn der elektrische Vektor (die Schwingungsrichtung) erstens senkrecht und zweitens parallel war der Länge jener Rechtecke, welche hier die Rolle der Resonatoren spielten. Im ersten Falle konnte keine Resonanz entstehen, da die Breite (etwa $5\,\mu$) bedeutend kleiner war als die halbe Wellenlänge. Im zweiten Falle konnte eine Resonanz, also auch eine verstärkte Reflexion, erwartet werden, wenn die Länge nahezu gleich war einem Vielfachen der halben Wellenlänge, d. h. also in den Platten 1, 3 und 5. Es erwies sich in der Tat, daß im ersten Falle die von den metallischen Rechtecken (nicht aber von der zwischen ihnen befindlichen freien Glasoberfläche) reflektierte Strahlenmenge bei allen fünf Platten ziemlich den gleichen Wert für R ergaben, und zwar etwa $R = 20$ Proz. Im zweiten Falle hatte R für die fünf Platten folgende Werte:

1	2	3	4	5
78,4	22,7	54,5	32,9	50,2 Proz.

Diese Zahlen zeigen deutlich, daß hier tatsächlich eine optische Resonanz für die Strahlen $\lambda = 23{,}7\,\mu$ stattfand. Später (1911) haben Du Bois und Rubens die Versuche auf noch größere Wellenlängen ausgedehnt. Wir werden auf diese wichtigen Arbeiten noch bei der Polarisation und ausführlich in Bd. V zurückkommen.

Kossonogoff und Wood (1902) erhielten durch verschiedene Mittel dünne Metallschichten auf Glasoberflächen. Diese Metallschichten gaben im reflektierten Lichte prächtige Farben, welche für ein und dasselbe Metall je nach der Herstellungsart der Schicht sehr verschiedenartig sein konnten. Die mikroskopische Untersuchung zeigt, daß die Schichten aus einzelnen Körnern bestehen; die Dimensionen dieser Körner entsprechen der Wellenlänge der Strahlen, welche am stärksten reflektiert werden und die Farbe der Schicht bestimmen. Wird die Schicht mit einer Flüssigkeit bedeckt, in welcher die Wellenlänge kleiner ist als in der Luft, so ändert sich die Farbe, und zwar rückt sie nach dem roten Ende des Spektrums hin. Eine Änderung der Farbe wird auch durch Erwärmung hervorgerufen. Alles dieses deuteten Wood und Kossonogoff als optische Resonanz. In späteren Arbeiten hat Wood dünne Hg- und Alkalihäutchen erzeugt, indem er die Hg- bzw. Alkalidämpfe auf der inneren Oberfläche eines ausgepumpten Quarzkölbchens durch Abkühlung auf die Temperatur flüssiger Luft niederschlug. Die Farben für Na und Ka erschienen im durchgehenden Licht blaugrau bis schwarz; sie reflektierten wie Silber.

Kossonogoff hat ferner (1903) die Schuppen gefärbter Schmetterlingsflügel untersucht. Auf jeder Schuppe befindet sich eine große Anzahl sehr kleiner, fast kugelförmiger Körner. Es zeigte sich, daß der Durchmesser dieser Körner gleich ist der Wellenlänge der Strahlen, welche der Färbung des Flügels an der betreffenden Stelle entsprechen.

Ein Dampfstrahl (Wasser) zeigt unter gewissen Umständen im reflektierten Lichte verschiedene Färbungen, z. B. wenn ein Strom von Schwefelsäure in ihn hineingeblasen wird. Bock (1903) bestimmte die Größe der Wassertröpfchen in den verschieden gefärbten Teilen des Dampfstrahles und fand, daß auch hier der Durchmesser der Tröpfchen gleich der Wellenlänge des entsprechend gefärbten Strahles ist.

Auf optische Resonanz wurden auch die Farbenerscheinungen, welche vielfach in kolloidalen Lösungen, z. B. in Metallsolen auftreten, von Ehrenhaft (1903), Kirchner (1904) und Maxwell-Garnett (1906) zurückgeführt.

Gegen die Deutung dieser Versuche durch Wood, Kossonogoff, Bock und der letztgenannten Forscher lassen sich aber viele Einwände erheben. Pockels (1904) wies darauf hin, daß die Größe der Metallpartikelchen mit den Forderungen der Theorie nicht übereinstimmt und ferner, daß die Dämpfung (Bd. I, Abt. 1, S. 156) dieser kugelförmigen Resonatoren viel zu groß sei, um noch eine deutliche Resonanz zustande kommen zu lassen. Scotti (1904) bestreitet ebenfalls die Richtigkeit der Erklärung, er meint, daß es sich sowohl bei den Farben der Dampfstrahlen als auch bei den der Schmetterlingsflügel um Beugungserscheinungen handle. Diese Erklärung hat außerordentlich an Wahrscheinlichkeit gewonnen durch die theoretischen Arbeiten von Mie und

die daran sich anschließenden Messungen von Steubing u. a., über die später berichtet werden soll.

Resonanzversuche mit Wärmestrahlen von 1 μ und 112 μ sind noch von Wood (1913) ausgeführt worden. Durch Kondensieren von Quecksilberdampf auf Quarzplatten gelang es, eine regelmäßige Verteilung kugelförmiger Metalltröpfchen von einigermaßen konstantem Durchmesser zu erhalten. Diese Kügelchen zeigten aber nicht, wie erwartet, für kurze Wellen eine mäßige Durchlässigkeit und für die langen vollkommene Undurchlässigkeit, sondern das Schwächungsvermögen war für alle Wellen gleich. Eine scharfe, durch Resonanz hervorgerufene selektive Absorption war somit nicht vorhanden. Mit noch größeren Hertzschen Wellen hat Lindman (1914) an Kupferkugeln und mit leitenden Flüssigkeiten gefüllten Kugeln Versuche gemacht. Hier trat zwar eine deutliche Resonanzwirkung auf, jedoch ist sie so schwach, daß eine scharfe selektive Reflexion oder Absorption, wie sie von Wood und Kossonogoff an Metallniederschlägen beobachtet wurde, dadurch nicht erklärt werden kann. Rayleigh (1919) führt die glänzenden Farben mancher Vogelfedern und Insektenflügel auf eine Lamellenstruktur derselben zurück, die Anlaß zur Interferenz gibt.

Literatur.

Zu § 2.

Young: Lectures on Natural philosophy. London 1807.
Walker: Phil. Mag. (5) **46**, 472, 1898.

Zu § 3.

Cornu: Compt. rend. **93**, 809, 1881.

Zu § 4.

Fresnel: Oeuvres **1**, 150.
H. Weber: Wied. Ann. **8**, 407, 1878.
H. Struve: Fresnels Interferenzerscheinungen. Dorpat 1881; Mém. de l'Acad. de St. Petersbourg **31**, Nr. 1, 1883.

Zu § 5.

Lloyd: Trans. Royal Irish Acad. **17**, 174, 1837; Pogg. Ann. **45**, 95, 1838.
Fresnel: Oeuvres **1**, 330; Mém. de l'Acad. d. Sc. **5**, 419, 1826.
Winkelmann: Instr. **22**, 275, 1902.
Billet: Ann. chim. et phys. (3) **64**, 385, 1862; Traité d'optique physique **1**, 67, 1858.
Meslin: Journ. de phys. (3) **2**, 205, 1893.
Jamin: Cours de physique **3**, 524, 1866.
Michelson: Sill. J. (3) **39**, 216, 1890.
Talbot: Phil. Mag. (2) **10**, 364, 1837.
Airy: Phil. Trans. **2**, 1, 1840; **1**, 1, 1841; Pogg. Ann. **53**, 459, 1841; **58**, 535, 1843.

Kirchhoff: Vorlesungen über mathematische Optik, S. 111. Leipzig 1891.
Young: Phil. Trans. 1804, p. 8.
Fizeau et Foucault: Ann. chim. et phys. (3) **26**, 138, 1849; Compt. rend. 1845 (24. Nov.).

Zu § 7.

Lummer: Verh. d. D. Phys. Ges. 1901, S. 140, 342.
Newton: Optice, lib. II, pars 1, obs. 12; lib. II, pars 2.
Rollett: Wien. Ber. **77**, III, 177, 1878.
Pilgrim: Einige Aufgaben der Wellen- und Farbenlehre des Lichtes (Progr.). Cannstadt 1901.
Perrin: The Optician **58**, 115, 168, 1919.
Feussner: Wied. Ann. **14**, 566, 1881.

Zu § 8.

Haidinger: Pogg. Ann. **57**, 219, 1849.
Mascart: Ann. chim. et phys. (4) **23**, 116, 1871; Traité d'optique **3**, 445. Paris 1889.
Lummer: Wied. Ann. **23**, 49, 1884.
Chinmayanandam: Proc. Roy. Soc. **95**, 176, 1919.
Czapski: Instr. **5**, 149, 1885.

Zu § 9.

Brewster: Edinb. Trans. **7**, 435, 1817.
Jamin: Compt. rend. **42**, 482, 1856; Ann. chim. et phys. (3) **52**, 163, 1858; Pogg. Ann. **98**, 345, 1856.
Mascart: Ann. chim. et phys. (4) **23**, 146, 1871.
Lummer: Wied. Ann. **23**, 513, 1884; **24**, 417, 1885.
Zehnder: Instr. **11**, 275, 1891.
Ketteler: Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.
Mascart: Compt. rend. **78**, 417, 801, 1874; Pogg. Ann. **153**, 149, 1874.
L. Lorenz: Wied. Ann. **11**, 70, 1880.
D Bobylew: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **6**, 75, 1874.
L. Mach: Wien. Ber. **101**, IIa, 5, 1892; **102**, IIa, 1035, 1893; **106**, 34, 1897; **107**, 851, 1898; Instr. **12**, 89, 1892.

Zu § 10.

Fizeau: Ann. chim. et phys. (3) **66**, 429, 1862; Pogg. Ann. **119**, 87, 1863.
K. Exner: Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes von E. Verdet (vom Übersetzer wesentlich vervollständigt) **1**, 72, 1881.
Macé de Lépinay: Ann. chim. et phys. (6) **10**, 1887; (7) **9**, 1897.
Benoit: Journ. de phys. (3) **7**, 57, 1898.
Fabry et Perot: Ann. chim. et phys. (7) **16**, 115, 289, 1899; **22**, 564, 1901; **24**, 119, 1901; **25**, 98, 1902.

Zu § 11.

Gehrcke: Die Anwendung der Interferenzen in der Spektroskopie und Meteorologie. Braunschweig 1906.
A. Michelson and Morley: Amer. Journ. of Science **34**, 333, 427, 1887; **38**, 1881, 1889.
A. Michelson: Journ. de phys. (3) **3**, 5, 1894; Phil. Mag. (5) **13**, 236, 1882; **31**, 338, 1891; **34**, 280, 1892.
A. Michelson: Trav. et Mém. du Bureau intern. des Poids et Messures **11**, 1895; Instr. **22**, 293, 1902 (Aufsatz von Culmann). Messung der Meterlänge. Light-waves and their uses. Univ. Chicago. Vol. III, 1903.

Guillaume: Bull. de la Soc. de d'Encouragem. pour l'Industrie Nationale **101**, 146, 1902.
Macé de Lépinay: Journ. de phys. (2) **7**, 53, 1888; (4) **1**, 491, 1902. Franges d'interférence. Paris 1902 (Scientia Nr. 14). Rapports prés. au Congrés internat. de phys. I, p. 108. Paris 1900.
Fabry et Perot: Ann. chim. et phys. (7) **12**, 459, 1897; **16**, 115, 289, 1899; **22**, 564, 1901; **24**, 119, 1901; **25**, 98, 1902; eine Reihe kleinerer Abhandlungen in Compt. rend. **126—132**, 1898—1902.
Ebert: Wied. Ann. **63**, 790, 1891.
Hamy: Compt. rend. **125**, 1092, 1897.
Janicki: Ann. d. Phys. **19**, 36, 1906.
Lummer: Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 85, 131, 1901; Phys. Ztschr. **3**, 172, 1902; Arch. Néerl. 1902, p. 773; Berl. Ber. 1900, S. 504.
Lummer und Gehrcke: Verh. d. D. Phys. Ges. **4**, 337, 1902; Berl. Ber. 1902, S. 11; Ann. d. Phys. **10**, 457, 1903.
Shedd: Phys. Ztschr. **1**, 270, 1900; **2**, 278, 1901; Phys. Rev. Juli-Aug. 1899.
Gehrcke: Ztschr. f. Instrkde. 1908, S. 28.

Zu § 12.

Rayleigh: Phil. Mag. **24**, 145, 1887.
Wiener: Wied. Ann. **40**, 203, 1890; Journ. de phys. (2) **10**, 40, 1891; Ann. chim. et phys. (6) **23**, 387, 1891.
Lippmann: Compt. rend. **112**, 274, 1891; **114**, 961, 1892; **115**, 575, 1892; Journ. de phys. (3) **3**, 83, 1894.
Wiener: Wied. Ann. **55**, 225, 1895; **69**, 488, 1899.
Meslin: Ann. chim. et phys. (6) **27**, 369, 1892.
Valenta: Die Photographie in natürlichen Farben. Halle 1894.
Schütt: Wied. Ann. **57**, 533, 1896.
Zenker: Arch. f. mikroskop. Anatomie **3**, 249, 1867; Jahrb. f. Photogr. **7**, 114, 1893; Lehrbuch der Photochromie. Braunschweig 1901.
Neuhauss: Photogr. Rundschau 1894, Heft 12; 1897, Heft 11, 12; 1898, Heft 1—5; Jahrb. f. Photogr. 1893, S. 114; 1895, S. 118; Wied. Ann. **65**, 164, 1898; Die Farbenphotographie nach Lippmanns Verfahren. Halle a. S. 1898; Verh. Berl. phys. Ges. **14**, 17, 1895.
Krone: Darstell. d. natürl. Farben durch Photographie. Weimar 1894.
Cotton: Journ. de phys. (4) **1**, 689, 1902.
Izarn: Compt. rend. **121**, 884, 966, 1894.
Starke: Verh. d. D. Phys. Ges. **4**, 377, 1902.
O. Wiener und H. Scholl: Wied. Ann. **68**, 145, 149, 1899.
Försterling: Phys. Ztschr. **14**, 265, 1913; **15**, 225, 940, 1914.
H. Lehmann: Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 428, 1909

Zu § 13.

Righi: Ann. del'Acad. di Bologna (4) **4**, 1883; (4) **5**, 1883; Nuovo Cimento (3) **3**, 212, 1878; **14**, 173, 1883; **15**, 23, 1884; Journ. de phys. (2) **2**, 437; Beibl. **8**, 587, 1884; Rendic. R. Acad. dei Lincei **517**, 295, 1898.
Airy: Undulatory theory of Optics 1877, p. 156.
Verdet: Oeuvres **6**, 88.
Carbino: Nuovo Cimento (4) **7**, 272, 1898; **9**, 391, 1899; (5) **2**, 161, 1901; Rendic. R. Acad. dei Lincei (5) **7**, 241, 1898; **8**, 171, 1899; Compt. rend. **133**, 412, 1901.
Gouy: Journ. de phys. (2) **5**, 354, 1886; Compt. rend. **130**, 241, 560, 1900.
Carvallo: Compt. rend. **130**, 79, 401, 1900.

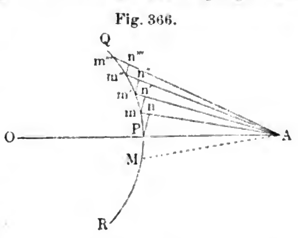
Planck: Ann. d. Phys. **7**, 390, 1902.
Du Bois: Wied. Ann. **46**, 548, 1892; **48**, 546, 1893.
Du Bois und Rubens: Wied. Ann. **49**, 593, 1893; Ann. d. Phys. **35**, 243, 1911.
Rubens und Nichols: Wied. Ann. **60**, 456, 1897.
Wood: Phil. Mag. (6) **3**, 396, 1902; **4**, 425, 1902; Phys. Ztschr. **4**, 338, 1903; Phil. Mag. **38**, 98, 1919.
Kossonogoff: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **35**, 307, 1903; Phys. Ztschr. **4**, 208, 258, 1902.
Lord Rayleigh: Phil. Mag. **37**, 98, 1919.
Ehrenhaft: Ann. d. Phys. **11**, 489, 1903.
Kirchner: Ann. d. Phys. **13**, 239, 1904.
Maxwell-Garnett: Phil. Trans. **203**, 385, 1904; **205**, 237, 1906.
Scotti: Nuovo Cim. **7**, 334, 1904.
Pockels: Phys. Ztschr. **5**, 387, 460, 1904.
Wood: Phys. Ztschr. **14**, 189, 1913.
Lindman: Ann. d. Phys. **45**, 580, 1914.
Rayleigh: Phil. Mag. **37**, 98, 1919.
Bock: Phys. Ztschr. **4**, 339, 404, 1903.

Vierzehntes Kapitel.

Diffraktion (Beugung) des Lichtes.

§ 1. Zustandekommen der Diffraktion. Bei Untersuchung der allgemeinen Frage nach Ausbreitung von Schwingungsbewegungen im isotropen Medium hatten wir das Huygenssche Prinzip (Bd. I, Abt. 1, S. 181) kennen gelernt, welches uns zur Orientierung in verwickelteren Fällen der Ausbreitung einer Wellenfläche diente. Ferner hatten wir eine allgemeine Vorstellung von den Diffraktionserscheinungen (Bd. I, Abt. 1, S. 186) erhalten; wir sagten uns dabei von dem Begriff einer geradlinigen Ausbreitung der Schwingungen los und erkannten, daß man Strahlen nur zu geometrischen Konstruktionen bei freier Ausbreitung der Bewegung — und auch hier nicht unbedingt — verwenden dürfe. Die dort angestellten Überlegungen wollen wir der Bequemlichkeit halber hier kurz wiederholen.

Fig. 366.



Die Schwingung in einem beliebigen Punkt A (Fig. 366) muß man betrachten als Ergebnis der Interferenz der Schwingungen, die von allen Punkten der Wellenfläche QR nach A gelangen, und nicht als Folge einfacher Ausbreitung der Schwingungen von P bis A, wo P ein Punkt auf der Geraden OA ist, die A mit dem ursprünglichen Schwingungsmittelpunkt O verbindet. Wir ziehen vom Punkt A eine

Reihe von Geraden Am, Am', Am'' ..., deren Längen zusammen mit AP eine arithmetische Progression mit der Differenz $\frac{1}{2}\lambda$ bilden sollen, so daß $Am - AP = Am' - Am = Am'' - Am' \ldots = \frac{1}{2}\lambda$. Wir lassen die ganze Figur um die Gerade OA rotieren und erhalten eine Reihe von Kegelflächen, die aus der Wellenoberfläche QP ringförmige Zonen und eine zentrale Segmenthaube mM ausschneiden. Es ist leicht zu beweisen, daß die Oberflächen dieser Zonen eine langsam ansteigende arithmetische Progression bilden und annähernd als einander gleich betrachtet werden können. Jedenfalls ist jede von ihnen gleich dem arithmetischen Mittel aus den Oberflächen der beiden benachbarten Zonen. Wir können daher jetzt folgende Überlegung durchführen: zu jedem Punkt M, der auf einer dieser Zonen liegt, kann man zwei solche Punkte M_1 und M_2 auf den beiden benachbarten Zonen bestimmen, daß $AM_2 - AM = AM - AM_1 = \frac{1}{2}\lambda$. Eine Schwingung, die von M aus nach A geht, wird folglich durch eine der Schwingungen, die von M_1 oder M_2 ausgehen, aufgehoben. Wir können uns denken, daß alle Schwingungen, die von der $n$ten Zone ausgehen, durch Schwingungen von einer Hälfte der $(n-1)$ten und einer Hälfte der $(n+1)$ten Zone aufgehoben werden. So werden die Schwingungen der dritten Zone durch Schwingungen einer Hälfte der vierten und einer Hälfte der zweiten Zone aufgehoben; die Schwingungen der zweiten durch eine Hälfte der dritten und eine Hälfte der ersten: endlich die Schwingungen der ersten Zone durch eine Hälfte der zweiten und eine Hälfte der Segmenthaube. Es bleiben somit wirksam allein die Schwingungen, die von einer Hälfte des zentralen Segments ausgehen. Indem wir auf diese Weise die Schwingung in A als Ergebnis der Zusammensetzung der Schwingungen betrachten, die von einer Hälfte der Oberfläche des zentralen Segments ausgehen, kehren wir dadurch gewissermaßen zur Vorstellung von der geradlinigen Ausbreitung der Schwingungen zurück, zur Vorstellung von den Strahlen. Vorstehende Überlegungen über die gegenseitige Aufhebung der Wirkung verschiedener Zonen sind offenbar nur dann zulässig, wenn die ganze Wellenoberfläche QR tatsächlich vorhanden ist, d. h. nur im Falle der sogenannten freien Ausbreitung der Schwingungen. Wenn dagegen die Wellenoberfläche bei ihrer Ausbreitung auf Hindernisse trifft, die eine weitere Ausbreitung einiger ihrer Teile verhindert, so geht die Vorstellung vom geraden Strahl ganz verloren. Dann breiten sich die Schwingungen auch ungeradlinig aus und es treten verschiedene Erscheinungen auf, die man Diffraktion nennt.

Die Zonen, von denen wir hier sprachen, nennt man Fresnelsche Zonen, Fresnel hat sie in die Wissenschaft eingeführt.

Wir leiten zunächst zwei einfache Formeln ab, die wir später brauchen werden. Es sei O (Fig. 367) der Mittelpunkt einer sphäri-

schen Wellenfläche PQ und CB ein Spalt. Wir fragen uns zunächst, welche Schwingungsbewegung in M sich ergeben wird, wenn wir nach dem **Huygens**schen Prinzip alle von den verschiedenen Punkten der Wellenfläche PQ nach M gelangenden Schwingungen addieren.

Wir verbinden O mit M und setzen $OA = OB = a$, $AM = b$. Um M als Mittelpunkt beschreiben wir mit dem Radius $b + \delta$ eine Kugelfläche, welche aus PQ ein gewisses Segment herausschneidet. Es sei S die Oberfläche dieses Segments und s die Länge des Bogens $AB = AC$. Wir wollen nun die Größen S und s unter der Annahme aufsuchen, daß δ und ebenso $\angle BOA = \alpha$ sehr klein sind. Aus $\triangle MOB$ erhält man $(b + \delta)^2 = (a + b)^2 + a^2 - 2a(a + b)\cos\alpha$. Da α sehr klein ist, setzen wir $\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} = 1 - \frac{s^2}{2a^2}$. Vernachlässigt man die kleine Größe δ^2 und beachtet, daß $(a + b)^2 + a^2 - 2a(a + b) = b^2$ ist, so findet man

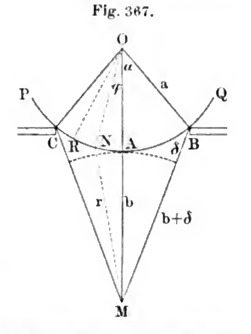


Fig. 367.

$$2b\delta = \frac{(a + b)s^2}{a}$$

und hieraus

$$s = \sqrt{\frac{2ab}{a+b}\delta} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Die Segmenthaube S ist gleich $S = 2\pi a h$, wo h, die Höhe des Segments, gleich $a(1 - \cos\alpha) = a\frac{\alpha^2}{2} = \frac{s^2}{2a}$ ist. Hieraus erhält man $S = \pi s^2$, d. h. innerhalb der angenommenen Grenzen der Genauigkeit ist S gleich dem Inhalt einer Kreisfläche vom Radius s. Formel (1) gibt uns

$$S = \frac{2\pi ab}{a+b}\delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nimmt man $\delta = \frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \cdots n\frac{\lambda}{2}$ an, so wird S in die Zonen geteilt, von denen früher (Bd. I, Abt. 1, S. 185) die Rede war. Ist $\delta = \frac{n\lambda}{2}$, so ist

$$\left.\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{2ab}{a+b}n\frac{\lambda}{2}} \\ S &= \frac{2\pi ab}{a+b}n\frac{\lambda}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Der Flächeninhalt σ einer dieser Zonen ist gleich

$$\sigma = \frac{\pi ab}{a+b}\lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Für $a = \infty$ (ebene Welle) haben wir

$$s = \sqrt{2\,b\,\delta}; \quad S = 2\,\pi\,b\,\delta; \quad \sigma = \pi\,b\,\lambda.$$

Unter der von uns gemachten angenähert richtigen Annahme haben sämtliche Zonen den gleichen Flächeninhalt; es sind aber die in M erzeugten Schwingungsamplituden einander ungleich; sie nehmen mit Zunahme von n ab, sowohl infolge der Zunahme der Entfernung $b + \delta$, als auch infolge des Wachsens der Neigung der Geraden BD gegen die Fläche PQ. Die Breite der $n$ten Zone, von der zentralen, für welche $\delta = \frac{\lambda}{2}$ ist, als erster ausgehend, ist gleich

$$s_n = \sqrt{\frac{a\,b}{a+b}}\,\lambda\left(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Bei großen Werten von n wird die eingeklammerte Differenz gleich

$$\sqrt{n}\left[1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \sqrt{n}\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2\,n}\right)\right] = \frac{1}{2\sqrt{n}},$$

sie nimmt also bei Zunahme von n schnell ab.

Breitet sich die Welle unbehindert aus, so kann man, wie wir sahen (Bd. I, Abt. 1, S. 185), voraussetzen, die bis nach M gelangende Schwingung werde von der Hälfte der zentralen Zone erzeugt, die von einem Kegel mit den Seitenlinien $b + \delta = b + \frac{\lambda}{2}$ begrenzt ist, denn die Wirkung der zweiten Zone wird von der Hälfte der ersten und einer Hälfte der dritten Zone aufgehoben; die Wirkung der vierten von der anderen Hälfte der dritten und einer Hälfte der fünften Zone usw.

Wir zeigen nun, in welcher Weise die Amplitude A_1 der Schwingung in M berechnet wird, wenn man annimmt, daß sie in der Einheit der Entfernung von O gleich A ist, also an der Oberfläche PQ gleich $A:a$. Wir zerlegen das Segment CB in unendlich dünne Zonen RN, begrenzt von Kegeln, deren Seitenlinien mit OA die Winkel φ und $\varphi + d\varphi$ bilden. Den Abstand NM bezeichnen wir mit r; die Amplitude der von dieser Zone in M hervorgerufenen Schwingung ist proportional der Amplitude $A:a$, umgekehrt proportional der Entfernung r und proportional dem Flächeninhalt dS dieser Zone; sie ist also gleich $\frac{k\,A\,d\,S}{a\,r}$, wo k ein Proportionalitätsfaktor ist. Die Gleichung der von dem betrachteten Flächenstreifen hervorgerufenen Schwingung ist

$$d\,y = k\,\frac{A\,d\,S}{a\,r}\sin 2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r}{\lambda}\right).$$

Der Flächeninhalt der Zone ist gleich $d\,S = 2\,\pi\,a^2 \sin\varphi\,d\,\varphi$. Aus der Gleichung $r^2 = (a+b)^2 + a^2 - 2\,a\,(a+b)\cos\varphi$ erhält man durch Differentiation $r\,d\,r = a\,(a+b)\sin\varphi\,d\,\varphi$, somit ist

$$d\,S = \frac{2\pi a r\,d r}{a+b} \quad \text{und} \quad d y = \frac{2\pi k A}{a+b} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r}{\lambda}\right) d r.$$

Die Gleichung der Schwingung in M ist somit

$$y = \frac{2\pi k A}{a+b} \int_{r=b}^{b+\delta} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r}{\lambda}\right) d r$$

$$= \frac{k A \lambda}{a+b} \left| \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+r}{\lambda}\right)\right|_{r=b}^{r=b+\delta}$$

$$= \frac{k A \lambda}{a+b}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b+\delta}{\lambda}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda}\right)\right];$$

$$y = \frac{k A \lambda}{a+b}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b+\delta}{\lambda}\right) + \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b-\frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)\right].$$

Wie man sieht, setzt sich die Schwingung in M aus zwei harmonischen Schwingungen zusammen, welche gleiche Amplituden und die Phasendifferenz $2\pi \frac{\delta + \frac{1}{2}\lambda}{\lambda} = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + \pi$ haben. Die gesuchte Amplitude A im Punkte M wird auf Grund der Formel (2, a), S. 584, erhalten:

$$A_1 = \frac{2 k A \lambda}{a+b} \cos \pi\left(\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{2}\right)$$

oder, wenn man das Vorzeichen beachtet, welches sich auf die Phase bezieht, nicht aber auf die ihrem Wesen nach positive Amplitude,

$$A_1 = \frac{2 k \lambda A}{a+b} \sin \pi \frac{\delta}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die mittlere Zone (das Segment) entspricht $\delta = \frac{\lambda}{2}$, daher gibt ihre Hälfte im Punkt M die Amplitude

$$A_1 = \frac{k \lambda A}{a+b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Wie man hieraus sieht, ist die Amplitude A_1 umgekehrt proportional dem Abstande $(a+b)$, wie auch zu erwarten war. Die letzte Formel zeigt uns, daß der Faktor k gleich

$$k = \frac{1}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7, a)$$

ist, denn es ist offenbar

$$A_1 = \frac{A}{a+b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Setzt man $k\lambda = 1$, so erhält man aus den Gleichungen (1) und (6):

$$A_1 = \frac{2A}{a+b} \sin \frac{\pi (a+b) s^2}{2 a b \lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8, a)$$

Wie es sich mit der Phase der Schwingungen verhält, die nach der eben ausgeführten Berechnung in *M* entstehen, soll hier nicht weiter erörtert werden.

Bei unfreier Ausbreitung der strahlenden Energie beobachtet man die verschiedenartigsten Beugungserscheinungen, wie sie zuerst von F. M. Grimaldi im Jahre 1665 beobachtet und beschrieben worden sind. In der Folge hat sich Newton mit diesen Erscheinungen beschäftigt, der sie mit seiner Emanationstheorie in Einklang zu bringen suchte. Fresnel und Young haben die moderne Lehre von der Diffraktion begründet, die von Schwerd, Knochenhauer, Fraunhofer, Kirchhoff, Lommel, Sommerfeld, Cl. Schaefer, Schwarzschild, Poincaré, Mie, Epstein, v. Laue, Osseen, Lundblad und vielen anderen weiter ausgebildet worden ist. Besonders wichtig ist der Fall der Beugung an Zylindern und Gittern. Hierüber hat H. Spohn in der Phys. Ztschr. **21**, 444, 469, 501, 518, 1920 einen umfassenden Bericht gegeben, auf den wir auch in betreff der Literatur verweisen.

Je nach der Beobachtungsmethode lassen sich sämtliche Erscheinungen der Diffraktion des Lichtes in Fresnelsche oder mikroskopische und Fraunhofersche oder teleskopische Erscheinungen einteilen.

Erstere werden mit Hilfe einer Lupe beobachtet, in deren Brennebene (z. B. auf einem Schirm) dunkle und helle Stellen sichtbar werden, entstanden durch Summation der Schwingungen, die von unbedeckten Punkten der Wellenfläche ausgehen. Die Erscheinungen der zweiten Art dagegen werden mit Hilfe eines Fernrohres beobachtet, in dessen Brennebene sich die Strahlen sammeln, die von unbedeckten Punkten der Wellenfläche ausgehend zum Fernrohrobjektiv in parallelen Richtungen hingelangen.

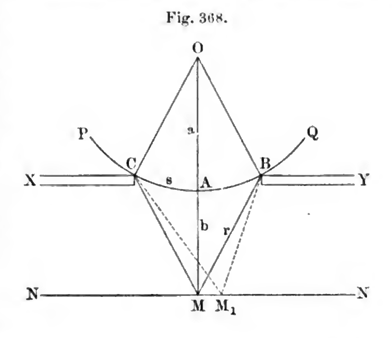
Gouy (1886) wandte als erster seine Aufmerksamkeit darauf, daß beim Durchgang der Welle durch den Brennpunkt das Vorzeichen der Amplitude sich ändert, d. h. gewissermaßen eine halbe Wellenlänge verloren geht. Sagnac, Joubin, Fabry, Zeeman untersuchten diese Frage theoretisch und experimentell. Strehl (1905) zeigte, daß diese Erscheinung auf eine einfache Art erklärt werden kann, ohne Zuhilfenahme neuer Hypothesen. Weitere Untersuchungen dieser Frage stammen von Reiche (1909), Debye (1909), Möbius (1910) u. a.

§ 2. Elementare Betrachtung einiger der einfachsten Fälle der Beugung. Die einfachsten Fälle von Beugung traten auf, wenn gegeben sind: eine kleine runde Öffnung in einem Schirm, ein kleiner runder Schirm, ein sehr schmaler Schirm, ein enger Spalt und ein nach einer Seite hin unendlich großer Schirm.

I. Kleine runde Öffnung. Im undurchsichtigen Schirm *XY* (Fig. 368) befindet sich eine kleine runde Öffnung *CB*. In *O* liegt der

Mittelpunkt der Wellenfläche PQ, in NN befindet sich ein Schirm. Die Bestimmung der Lichtstärke an verschiedenen Stellen dieses Schirmes ist mit sehr großen Schwierigkeiten verknüpft, sogar in dem Falle, daß O auf der zu XY senkrechten Geraden MO liegt. Einfach ist nur die Bestimmung der Lichtstärke im mittleren Punkt M. Es sei $OA = a$, $AM = b$ und $MB = MC = r$. Wir zerlegen das Segment CAB in Fresnelsche Zonen, deren Zahl gleich n sein möge, so daß $r = b + n\frac{\lambda}{2}$ ist. Ist die Anzahl n der Zonen eine gerade, so heben sie sich kurz gesagt „paarweise“ auf, und im Punkt M tritt eine dunkle Stelle auf; ist dagegen n eine ungerade Zahl, so wird die mittlere Zone nicht aufgehoben und die Lichtstärke in M ist ein Maximum. Ob n eine gerade oder ungerade Zahl ist, hängt unter anderem von der Entfernung b ab, so daß der Punkt M wechselweise hell und dunkel wird, wenn man den Schirm NN der Öffnung CAB allmählich nähert. Wir bezeichnen mit $s = AB = AC$ den Radius der Öffnung. Formel (3), S. 651, läßt sich unmittelbar auf unseren Fall anwenden. Sie gibt $s^2 = nab\lambda : (a + b)$, und hieraus folgt

Fig. 368.



$$b = \frac{as^2}{na\lambda - s^2} \quad (9)$$

Durch diese Formel werden die Entfernungen b des Schirmes von der Öffnung bestimmt, für welche die Lichtstärke im mittleren Punkt M ein Maximum (bei ungeradem n) und Minimum (bei geradem n) ist. Diese Entfernungen b hängen von der Wellenlänge λ ab, sie sind daher für die verschiedenfarbigen Strahlen verschieden. Infolgedessen erscheint der Punkt M farbig, wenn die einfallenden Strahlen weiß sind; mit Änderung der Entfernung b ändert sich auch die Färbung.

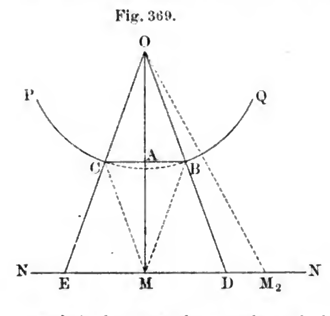
Im vorhergehenden Paragraphen hatten wir die Formel (6) abgeleitet, nach welcher $k\lambda = 1$ ist, vgl. (7, a); diese Formel drückt gerade die Schwingungsamplitude im Punkt M bei jedem Wert $\delta = r - b$ aus. Aus ihr folgt auch, daß die Amplitude $A_1 = 0$ ist, wenn δ gleich einer geraden Anzahl halber Wellenlängen ist, und daß sie ihr Maximum erreicht, wenn δ eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen enthält.

Die Berechnung der Lichtstärke in seitlich gelegenen Punkten M_1 trifft, wie gesagt, auf große Schwierigkeiten. Sie zeigt, daß der Punkt

M von dunkeln und hellen Kreisen umgeben ist, deren Radien vorzugsweise von s, b und λ abhängen.

II. Kleiner runder Schirm. Ein großer undurchsichtiger Schirm mit kleiner, runder Öffnung und ein kleiner, runder Schirm stellen zwei einander ergänzende Schirme dar, bei denen die durchsichtigen und undurchsichtigen Stellen gewissermaßen ihre Orte vertauscht haben. Die durchsichtigen Stellen zweier einander ergänzender Schirme zusammengenommen entsprechen dem gänzlichen Fehlen eines Schirmes, entsprechen also der unbehinderten Ausbreitung der Wellenfläche, welche auf einem beliebigen Schirm überall gleiche Helligkeit liefert. Es wäre jedoch falsch, wenn man hieraus schließen wollte, daß zwei derartige Schirme einander ergänzende Anordnungen des Lichtes liefern, und zwar aus folgendem Grunde. Es sei y die Verschiebung an der gegebenen Stelle und im gegebenen Augenblick bei Abwesenheit irgendwelcher Schirme; y_1 und y_2 seien die Verschiebungen, welche jedem der einander ergänzenden Schirme im einzelnen entsprechen. In diesem Falle ist unbedingt $y = y_1 + y_2$. Hieraus aber folgt keineswegs, daß auch $J = J_1 + J_2$ ist, wo J die Lichtstärke bei Abwesenheit der Schirme, J_1 und J_2 dieselbe bei Anwesenheit des einen bzw. anderen bedeutet. Der wahre Zusammenhang zwischen den Lichtstärken hat folgende Gestalt (Bd. I, Abt. 1, S. 140): $J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos\varphi$, wo φ der Phasenunterschied zweier Schwingungen ist; nur für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ist $J = J_1 + J_2$. Hieraus wird nun auch klar, daß der kleine, runde Schirm eine Lichtverteilung gibt, die durchaus nicht die bei kleiner runder Öffnung ergänzt. Es sei O der Mittelpunkt einer Wellenfläche (Fig. 369), auf deren Wege sich ein kleiner, runder Schirm BC befindet, dessen geometrischer Schatten ED ist. Der vorliegende Fall ist zuerst von Poisson theoretisch untersucht worden, wobei sich das unerwartete Resultat ergab, daß bei genügender Kleinheit des Winkels AMB die Lichtstärke längs MA, d. h. im Mittelpunkt des geometrischen Schattens fast dieselbe ist, wie wenn überhaupt kein Schirm vorhanden wäre. Arago hat dies theoretisch gefundene Resultat experimentell bestätigt.

Fig. 369.



Um zu verstehen, wie man zu diesem Ergebnis gelangen kann, denken wir uns den freien Teil $PCBQ$ der Wellenfläche in Fresnelsche

Zonen geteilt, wobei der innere Rand der ersten Zone mit dem äußeren Rande des Schirmes CB zusammenfällt. Stellt man dieselben Überlegungen an wie früher, d. h. nimmt man an, daß die zweite Zone durch eine Hälfte der ersten und eine Hälfte der dritten Zone (kurz ausgedrückt) aufgehoben wird usw., so sieht man leicht ein, daß auf den Punkt M eine Hälfte der ersten Zone einwirkt, welche in M fast dieselbe Bewegung hervorruft, wie die Hälfte der zentralen Zone bei freier Wellenfläche, da man ja die Oberflächen aller Zonen als gleich ansehen kann. Um den zentralen Punkt M herum, welcher immer hell erscheint und daher bei Anwendung weißen Lichtes farblos ist, erhält man eine Reihe heller und dunkler Ringe, deren Radien von der Wellenlänge λ abhängen, und welche daher bei Anwendung weißen Lichtes farbig sind. Diese Ringe gehen über die Grenzen des geometrischen Schattens ED hinaus.

Fig. 370.

A a B

P α β Q

γ O δ

C b D

III. Enger Spalt. Hat der freie Teil einer Wellenfläche in irgend einer Richtung (nach beiden Seiten hin) beträchtliche Dimensionen, so genügt es, einen sogenannten zentralen Streifen dieses freien Teiles in Betracht zu ziehen. Es soll dies an dem Beispiel des engen Spaltes $ABCD$ (Fig. 370) erläutert werden. Nehmen wir an, der in der Figur nicht dargestellte Punkt M, für welchen die Lichtstärke gesucht wird, befinde sich auf einem Schirm, welcher der Spaltebene parallel ist, und außerdem auf einer Geraden, welche in O senkrecht zur Spaltebene ist. Teilen wir nun die Spaltöffnung oder genauer den Teil der Wellenfläche, welche durch den Spalt herausgeschnitten wird, in Streifen, indem wir durch den Mittelpunkt der Wellenfläche Ebenen führen, deren eine durch AC geht und die nahezu einander parallel sind; ab sei einer jener Streifen. Wenn wir denselben in Teile zerlegen, welche den Fresnelschen Zonen entsprechen, so sind diese Teile dann von Linien begrenzt, deren Abstände vom Punkt M eine arithmetische Reihe mit der Differenz $\frac{\lambda}{2}$ bilden. Eine Überlegung, die wir bereits wiederholt angestellt haben, führt zu dem Schluß, daß auf den Punkt M nur die einander benachbarten Hälften zweier mittlerer Teile einwirken. Wendet man das Gesagte auf alle Streifen ab an, so sieht man, daß die Wirkung des Spaltes $ABCD$ auf die Wirkung des schmalen mittleren Streifens $\alpha\beta\gamma\delta$ herauskommt, welcher längs PQ liegt, d. h. längs der Durchschnittsgeraden des Spaltes mit einer Ebene, welche zu AC und BD senkrecht ist und durch den Punkt M geht. Wir wählen

diese Ebene zur Zeichenebene der Fig. 371, in welcher CB die Breite des Spaltes zeigt. Auf M, M_1, M_2 usw. wirkt nur der schmale Streifen CAB der Wellenfläche ein. Legt man durch einen Punkt M_i Ebenen, welche zu CM_iB senkrecht sind und den Streifen CAB in Punkten schneiden, deren Entfernungen von M_i eine arithmetische Reihe mit der Differenz $\frac{\lambda}{2}$ bilden, so wird durch sie der Streifen in Teile zerlegt, welche in unserem Falle die Fresnelschen Zonen ersetzen. Wir betrachten jetzt den Punkt M_2, welcher außerhalb des in geometrischem Sinne beleuchteten Teiles ED liegt; ist $CM_2 - BM_2 = n\frac{\lambda}{2}$ und n eine gerade Zahl, so ist M_2 dunkel, für ein ungerades n hell. Auf dem Schirm NN tritt sonach eine Reihe heller und dunkler Streifen auf, welche der Länge des Spaltes parallel sind. Um zu erfahren, wie es sich mit den Punkten, die wie M_1 innerhalb ED liegen, verhält, ziehen wir die Gerade OM_1, welche den Streifen CMB in zwei überhaupt ungleiche Teile zerlegt, und berechnen deren Wirkung im einzelnen. Ist $CD - BD$ gleich oder kleiner als $\frac{\lambda}{2}$, so ist der ganze Teil ED hell und es treten Streifen nur innerhalb des geometrischen Schattens auf, d. h. außerhalb ED. Enthält aber $CD - BD$ den Wert $\frac{\lambda}{2}$ einigemal, so treten auch innerhalb ED Streifen auf, wobei der Mitte M ein dunkler

Fig. 371.

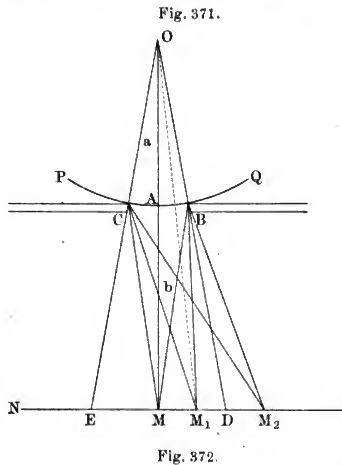
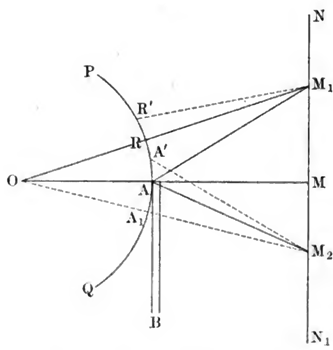


Fig. 372.



oder heller Streifen entspricht, je nachdem ob in AB eine gerade oder ungerade Anzahl Zonen enthalten ist.

IV. Sehr schmaler Schirm (z. B. ein Draht). Wir können uns der Fig. 368 (S. 655) bedienen, unter der Annahme, CB stelle hier die Breite des Schirmes dar. Auch hier hat man bloß die äquatorialen Streifen PC und BQ in Betracht zu ziehen. Nehmen wir an, M_1 liege innerhalb des geometrischen Schattens; teilen wir BQ und CP in Abschnitte, indem wir um M_1 Bögen mit den Radien M_1B, $M_1B + \frac{\lambda}{2}$, $M_1B + 2\frac{\lambda}{2} \cdots$, $M_1C + \frac{\lambda}{2}$, $M_1C + 2\frac{\lambda}{2} \cdots$ beschreiben. Die Wirkung der Streifen PC und BQ kommt auf die Wirkung der halben Abschnitte heraus, welche CB zunächst liegen. Hieraus folgt, daß durch M bei jedem Werte von λ und jedem nicht zu kleinen Werte von AM ein heller Lichtstreifen hindurchgeht. Parallel zu demselben verlaufen helle und dunkle Streifen, deren gegenseitiger Abstand unter anderem von der Wellenlänge λ abhängt. Außerhalb ED, in M_2, übt der Streifen CP schon fast keine Wirkung mehr aus, der Streifen BQ dagegen ruft rechts von ED ebenfalls helle und dunkle Streifen hervor und ebenso der Streifen CP links von ED. Die Entstehung letzterer wird aus der Betrachtung des folgenden Falles klar.

V. Rand eines großen Schirmes. Wir denken uns, der Rand eines großen Schirmes gehe durch A, senkrecht zur Ebene der Fig. 372. Es sei PQ eine Wellenfläche, O ihr Mittelpunkt, NN_1 ein zweiter Schirm. Die Wirkung der Wellenfläche kommt auf die des Teiles AP heraus. Befindet sich M_1 außerhalb des geometrischen Schattens MN_1, so verbinden wir M_1 mit O. Die Wirkung von RP entspricht dann der Wirkung des halben Abschnittes RR', wo $M_1R' = M_1R + \frac{1}{2}\lambda$ ist. Die Wirkung von RA jedoch ist gleich Null, wenn $M_1A - M_1R = n\frac{\lambda}{2}$ ist, und n gerade ist oder ein Maximum, wenn n ungerade ist. Hieraus folgt, daß außerhalb des geometrischen Schattens MN_1 eine Reihe von hellen und relativ dunkeln zum Schirmrande parallelen Streifen auftritt; die Lage derselben muß von λ abhängen. Innerhalb des geometrischen Schattens MN_1, z. B. im Punkt M_2, kommt die Wirkung des Teiles AP auf die Wirkung der Hälfte von AA' heraus, wo $M_2A' - M_2A = \frac{\lambda}{2}$ ist; hieraus folgt, daß Licht in den Raum MN_1 eindringt, die Intensität desselben aber bei zunehmender Entfernung von M schnell abnimmt.

VI. Ringförmiger Schirm, welcher die paarzahligen oder unpaarzahligen Zonen zurückhält. Wir denken uns auf einem Papierblatt eine Reihe von konzentrischen Kreisen gezogen, deren Radien sich zueinander verhalten wie $\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ usw. Es entsteht

dann ein in der Mitte befindlicher Kreis und eine Anzahl von Ringen. Wir färben die unpaarzahligen Ringe schwarz oder wir tun dies mit dem Kreise und den paarzahligen Ringen, fertigen von der erhaltenen Zeichnung ein kleines Glasphotogramm an und bringen einen Lichtpunkt auf die Achse dieses ringförmigen Schirmes, den das Photogramm darstellt. Dieser Schirm wirkt wie eine Sammellinse, denn es befindet sich zur einen Seite von ihm auf der Verlängerung der Achse gewissermaßen ein Brennpunkt, nämlich ein solcher Punkt M, für welchen die hellen und dunkeln Ringe des Schirmes gerade den Fresnelschen Zonen entsprechen. Da von diesen Zonen nur die paarzahligen oder die unpaarzahligen unverdeckt sind, so ist der Gangunterschied der Strahlen, welche zu M von einem beliebigen Paare unverdeckter Ringe gelangen, immer gleich einer ganzen Anzahl von Wellenlängen, infolgedessen sich alle diese Strahlen verstärken. Je kleiner λ ist, um so weiter ist M vom Schirme entfernt, es befindet sich somit der Brennpunkt der roten Strahlen dem Schirme näher als derjenige der violetten; bei den Sammellinsen ist, wie wir wissen, das umgekehrte der Fall.

Wood (1898) hat diese ringförmigen Schirme theoretisch und experimentell untersucht; Cotton (1902) hat derartige bis zu 2000 Ringe enthaltende Schirme erhalten, indem er die Newtonschen Farbenringe photographierte.

Man muß beachten, daß in vielen Fällen bei den Erscheinungen der Interferenz, die wir in Kapitel XIII besprochen haben, auch die Diffraktion eine beträchtliche Rolle spielt. Z. B. bei den Fresnelschen Spiegeln beobachten wir außer den Interferenzstreifen auch noch Diffraktionsstreifen, die man nicht mit ersteren verwechseln darf. Und zwar für jede der scheinbaren Lichtquellen S_1 und S_2 (vgl. Fig. 323 auf S. 591) spielt der entsprechende Spiegel die Rolle eines breiten Spaltes, deren Rand durch den Punkt A hindurchgeht. Der andere Spiegel spielt dabei keine Rolle. In diesem Falle unterscheidet man leicht die breiten Streifen der Diffraktion von den schmalen Interferenzstreifen. Ein zweites Beispiel haben wir im Interferometer von Lummer (vgl. Fig. 362 auf S. 638). Laue (1904) zeigte, daß bei der vollständigen Theorie dieses Interferometers auch die Diffraktion von dem Spalt, durch die das Licht hereintritt, berücksichtigt werden muß. Sonst erhält man Widersprüche mit dem Prinzip der Erhaltung der Energie.

Berkmann und Jakowleff stellten unter Leitung von Arkadieff sehr interessante photographische Aufnahmen von Diffraktionserscheinungen her.

§ 3. Graphische Methode von Cornu. Wie wir sahen, vereinigen sich zwei harmonische Schwingungsbewegungen von gleicher Richtung, deren Amplituden a und b, deren Phasen φ_1 und φ_2 sind,

zu einer einzigen mit der Amplitude A und Phase φ, die durch folgende Formeln bestimmt werden (Bd. I, Abt. 1, S. 140)

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$tg\,\varphi = \frac{a\sin\varphi_1 + b\sin\varphi_2}{a\cos\varphi_1 + b\cos\varphi_2}.$$

Wir ziehen eine beliebige Gerade OC (Fig. 373), setzen $\angle\, MOC = \varphi_1$, $\angle\, NOC = \varphi_2$, $MO = a$, $NO = b$ und konstruieren dann noch das Parallelogramm $OMPNO$, so ist offenbar $A = OP$ und $\varphi = \angle\, POC$. Diese Konstruktionsmethode der Amplitude A und Schwingungsphase φ kann man auf den Fall anwenden, daß eine beliebige Anzahl von Schwingungen addiert werden soll; man kann dann die gesuchte Amplitude A und Phase φ durch Konstruktion eines

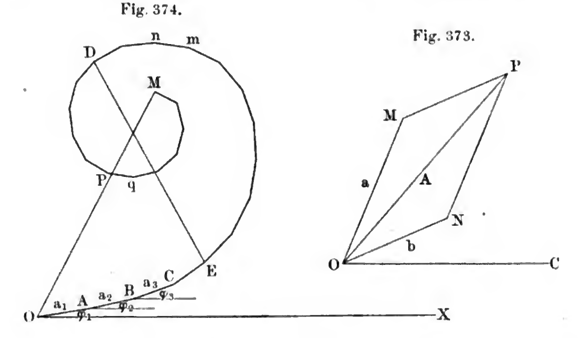


Fig. 374. Fig. 373.

Amplitudenpolygons finden, welches dem Vektorenpolygon, z. B. dem Polygon der Kräfte oder Geschwindigkeiten, vollkommen analog ist (Bd. I, Abt. 1, S. 52, 62 und 90). Man zieht zu diesem Zwecke die willkürliche Gerade OX (Fig. 374) und vom Punkte O aus die Gerade $OA = a_1$, von A aus die Gerade $AB = a_2$, von B aus die Gerade $BC = a_3$ usw., wo a_i die Amplituden der zu addierenden Schwingungen sind. Die Geraden OA, AB, BC usw. zieht man in solchen Richtungen, daß $\angle\, AOX = \varphi_1$, $(BA, OX) = \varphi_2$, $(CB, OX) = \varphi_3$ usw. wird, wo φ_i die Schwingungsphase, a_i die zugehörige Amplitude bedeutet. Auf diese Weise entsteht ein Vieleck, dessen Element mn z. B. der Phase π, dessen Element pq der Phase 2π oder O entspricht. Die das Vieleck schließende Seite MO stellt die gesuchte Amplitude A dar, der Winkel MOX aber die Phase φ.

Alle Phasen gehören einem beliebigen Zeitaugenblick an; von diesem hängt nur die relative Lage des Vielecks und der Geraden OX ab, nicht

aber die Gestalt des Vielecks, die Länge von OM, der Winkel zwischen OM und einem der Elemente, etwa dem ersten OA, d. h. also die relative Größe der Phase φ. Ist die Zahl der zu addierenden Schwingungen eine sehr große, so kann die Umfangslinie des Vielecks durch eine krumme Linie ersetzt werden. Die Gerade DE, welche zwei beliebige Punkte der gebrochenen oder krummen Linie verbindet, bestimmt die Amplitude und Phase der Schwingung, welche durch Addition aller derjenigen Schwingungen entsteht, die durch die Elemente der gebrochenen und krummen Linie zwischen E und D dargestellt sind.

Der nach beiden Seiten hin unbegrenzte Streifen PQ (Fig. 375) ruft im Punkte M eine Schwingung hervor, die mit Hilfe dieser graphischen Methode erhalten wird, wobei die krumme Linie von der aus Fig. 376

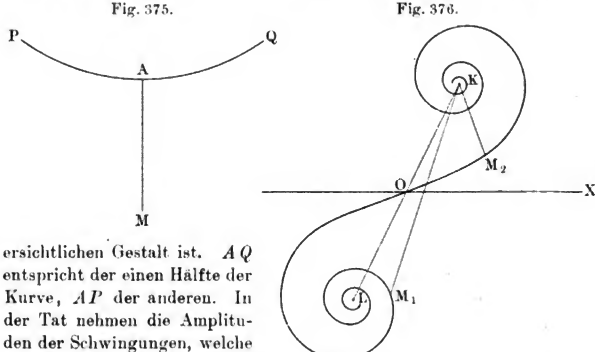


Fig. 375. Fig. 376.

ersichtlichen Gestalt ist. AQ entspricht der einen Hälfte der Kurve, AP der anderen. In der Tat nehmen die Amplituden der Schwingungen, welche in M von den Elementen der Streifen PQ hervorgerufen werden, allmählich ab, während die Phasen gleichmäßig anwachsen. Demgemäß erhält man zwei symmetrisch gelegene Spiralen von unendlich großer Windungszahl; die Windungen jener Spiralen nähern sich unbegrenzt zweien Punkten K und L, ohne sie je zu erreichen. Der ganze Streifen erzeugt in M eine Schwingung, deren Amplitude gleich KL ist.

Wir wenden diese graphische Methode auf den Fall an, der durch Fig. 372, S. 658 dargestellt ist, d. h. auf die Beugung, welche durch den Rand eines großen Schirmes AB erzeugt wird. Auf den Punkt M_1, welcher außerhalb des geometrischen Schattens MN_1 liegt, wirkt die freie Hälfte RP des Streifens und der Teil RA der anderen Hälfte ein. Graphisch erhält man eine vollständige Spirale OK und den Teil OM_1 der anderen; die gesuchte Amplitude in M_1 wird durch die Gerade KM_1 gegeben. Verschiebt sich M_1 von M nach N (Fig. 372), so bewegt sich in Fig. 376 der Punkt M_1 von O auf der Spirale nach L. Hieraus ist

ersichtlich, daß die Amplitude in M gleich KO ist, und daß sich im Gebiete MN die Amplitude ändert, indem sie periodisch durch ihre größten und kleinsten Werte hindurchgeht und sich hierbei KL nähert, welches der vollen Beleuchtung entspricht. Befindet sich der in Betracht gezogene Punkt M_2 innerhalb des geometrischen Schattens MN_1, so befindet sich für ihn die Mitte des Streifens in A_1 und wirkt somit nur der Teil des halben Streifens, welcher graphisch durch einen Teil der halben Spirale, z. B. zwischen K und M_2 dargestellt ist. Entfernt sich in Fig. 372 der Punkt M_2 von M_1, so bewegt sich in Fig. 376 M_2 auf der Spirale nach K. Die Amplitude KM_2 nimmt allmählich bis auf Null ab, ohne zeitweilig anzuwachsen und wieder abzunehmen, was den früheren Resultaten vollkommen entspricht.

Wir überlassen es dem Leser, nach derselben Methode die Beugungserscheinungen zu untersuchen, welche bei Anwesenheit eines schmalen Spaltes und eines schmalen Schirmes auftreten.

Fig. 377.

§ 4. Einiges über die Fresnelschen Integrale.

Fresnel hat die Theorie der Diffraktionserscheinungen entwickelt, wobei er einen völlig beliebigen Schirm für die Betrachtung voraussetzte; er hat hierbei auf die große Bedeutung hingewiesen, welche in jener Theorie Integrale von beifolgender Form haben

$$U = \int sin\left(\frac{\pi}{2}\, x^2\right) dx$$

und

$$V = \int cos\left(\frac{\pi}{2}\, x^2\right) dx,$$

die man als Fresnelsche Integrale zu bezeichnen pflegt.

Es sei O (Fig. 377) ein leuchtender Punkt, PQ ein Schirm, der eine Öffnung von beliebiger Gestalt hat. Zu bestimmen ist die Amplitude A_1 im Punkte M unter der Annahme, daß in der Einheit der Entfernung von O die Amplitude gleich A ist. Es sei OCM senkrecht zu PQ, $OC = a$, $CM = b$. Wir wählen C zum Anfangspunkt der Koordinaten x, y auf der Ebene PQ; es befinde sich in B das Element $dx\,dy$ der Öffnung, dessen Koordinaten x und y seien.

Es sei ferner $BC = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $BO = r_1$ und $BM = r_2$; wir nehmen an, r sei sehr klein im Vergleich zu a und b. Es ist dann $r_1 = \sqrt{a^2 + r^2} = a\left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} = a + \frac{r^2}{2a}$ und dementsprechend $r_2 = b + \frac{r^2}{2b}$. Die Amplitude $\frac{A}{r_1}$ im Element B ruft in M eine Schwingung hervor, deren Amplitude gleich $\frac{kA}{r_1 r_2}\,dx\,dy$ ist, wo k einen Proportionalitätsfaktor darstellt. Die Verschiebung dY in M, welche vom Element B hervorgerufen wird, ist gleich

$$dY = \frac{kA}{r_1 r_2}\,dx\,dy \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda}\right).$$

Im Nenner der Amplitude kann man das Produkt $r_1 r_2$ durch ab ersetzen, da r sehr klein ist. Setzt man ferner für r_1 und r_2 in der Klammer ihre Werte $a + \frac{r^2}{2a}$ und $b + \frac{r^2}{2b}$ ein, so erhält man die Gleichung

$$dY = \frac{kA}{ab}\,dx\,dy \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda} - \frac{a+b}{2ab\lambda}r^2\right).$$

Bildet man die Summe dieser Ausdrücke, so erhält man Y, welches eine harmonische Schwingungsbewegung mit unbekannter Amplitude A_1 darstellt. Wir können schreiben

$$Y = \sum \frac{kA}{ab}\,dx\,dy \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda} - \frac{a+b}{2ab\lambda}r^2\right)$$
$$= A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda} + \Delta\right).$$

Nach Formel (7), S. 586, erhalten wir

$$A_1^2 = \left(\sum \frac{kA}{ab}\,dx\,dy \sin 2\pi \frac{a+b}{2ab\lambda}r^2\right)^2 + \left(\sum \frac{kA}{ab}\,dx\,dy \cos 2\pi \frac{a+b}{2ab\lambda}r^2\right)^2.$$

Setzt man $r^2 = x^2 + y^2$ und ersetzt das Summationszeichen $\sum$ durch das Doppelintegralzeichen, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} A_1^2 = \frac{k^2A^2}{a^2b^2}\left[\iint \sin 2\pi \frac{(a+b)(x^2+y^2)}{2ab\lambda}\,dx\,dy\right]^2 \\ + \frac{k^2A^2}{a^2b^2}\left[\iint \cos 2\pi \frac{(a+b)(x^2+y^2)}{2ab\lambda}\,dx\,dy\right]^2 \end{aligned}\right\} \quad (9, a)$$

Wir führen nunmehr die neuen Variablen

$$\sqrt{\frac{2(a+b)}{a b \lambda}}\, x = u, \qquad \sqrt{\frac{2(a+b)}{a b \lambda}}\, y = v$$

ein und ferner die Abkürzungen

$$\left.\begin{aligned} \int \sin\frac{\pi}{2}u^2 du &= U_x; \qquad \int \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = U_y \\ \int \cos\frac{\pi}{2}u^2 du &= V_x; \qquad \int \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv = V_y \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10)$$

Man sieht dann leicht ein, daß

$$A_1^2 = \frac{k^2 A^2 \lambda^2}{4(a+b)^2}(M^2+N^2)$$

ist, wo

$$\left.\begin{aligned} M &= U_x V_y + V_x U_y \\ N &= V_x V_y - U_x U_y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

ist.

Die Grenzen der Integrale (10) werden durch die Konturen der im Schirme vorhandenen Öffnungen bestimmt. Gilbert hat für die Integrale

$$\int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv \quad \text{und} \quad \int_0^v \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv$$

Tabellen berechnet von $v = 0$ bis $v = 5{,}0$ für Werte, welche um 0,1 zunehmen. Die Theorie dieser Integrale ist von Fresnel selbst, von Cauchy, Knochenhauer, Struve, Umow u. a. behandelt worden. Wie bekannt, ist

$$\left.\begin{aligned} \int_0^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv &= \int_0^\infty \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = \frac{1}{2} \\ \int_{-\infty}^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv &= \int_{-\infty}^\infty \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = 1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (11,a)$$

Im besonderen Falle der Abwesenheit des Schirmes, d. h. bei völlig freier Wellenfläche, sind die Grenzen der Integrale (10) $-\infty$ und $+\infty$. In diesem Falle geben die Ausdrücke (11) und (11,a) die Werte $M = 2$, $N = 0$, folglich

$$A_1^2 = \frac{k^2 \lambda^2 A^2}{(a+b)^2},$$

was mit Formel (7) auf S. 653 völlig übereinstimmt.

Ist ein großer Schirm gegeben (Fig. 372), so erhält man die Amplitude am Rande des geometrischen Schattens, wenn man als Grenzen

der Integrale U_x und V_x die Werte 0 und ∞, als Grenzen für U_y und V_y die Werte $-\infty$ und $+\infty$ annimmt. Dann ist nach (11,a) $M = 1$, $N = 0$, also

$$A^2 = \frac{1}{4} \frac{k^2 \lambda^2 A^2}{(a+b)^2}.$$

Im allgemeinen Falle, wo die Grenzen einer der Veränderlichen, etwa diejenigen von y, gleich $-\infty$ und $+\infty$ sind, erhält man $U_y = V_y = 1$, folglich

$$A_1^2 = \frac{1}{2} \frac{k^2 \lambda^2 A^2}{(a+b)^2} [U_x^2 + V_x^2].$$

Unter Zuhilfenahme dieser Formel kann man die Fälle, wo der Rand eines großen Schirmes, ein schmaler Schirm, ein schmaler Spalt usw. die Beugungserscheinungen hervorruft, eingehend untersuchen.

Für eine runde Öffnung, deren Mittelpunkt sich in C befindet (Fig. 377) und deren Radius gleich ϱ ist, erhält man aus Formel (9, a), wie eine hier nicht durchzuführende Rechnung ergibt, den Ausdruck

$$A_1 = A \sin \frac{\pi (a+b) \varrho^2}{2 a b \lambda}.$$

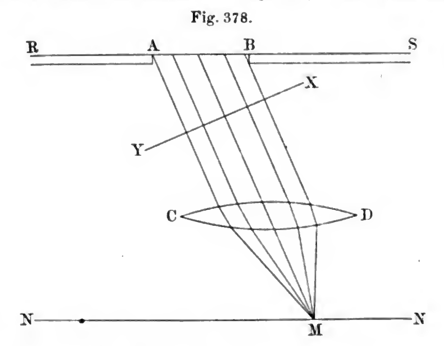
§ 5. Fraunhofers Beugungserscheinungen. Befindet sich der Schirm NN (Fig. 368, 369, 371 u. a.) in unendlicher Entfernung von der Diffraktionsplatte, so daß alle Strahlen, welche von unbedeckten Punkten der Wellenfläche ausgehen und sich mit einem der Punkte M auf dem Schirme NN vereinigen, einander parallel werden, dann vereinfacht sich die Berechnung der Lichtstärke in M um ein bedeutendes. Den Schirm NN in unendliche Entfernung zu rücken, ist praktisch unmöglich, jedoch hat Fraunhofer gezeigt, daß man Diffraktionserscheinungen erhält, die diesem Falle entsprechen, wenn man eine Sammellinse in beliebiger Entfernung vor der Diffraktionsplatte aufstellt und die Beugungserscheinungen in der Brennebene dieser Linse beobachtet.

Um dies zu beweisen, wenden wir uns der Fig. 378 zu, wo RS die Diffraktionsplatte und AB eine der Öffnungen darstellt, deren sämtliche Punkte wir als neue Schwingungszentren ansehen. Stellt man in den Weg der Strahlen die Linse CD, so vereinigen sich im Punkte M, welcher der Brennebene jener Linse angehört, Strahlen, die im Raume zwischen AB und CD einander parallel sind. Diese Strahlen vereinigen sich in M mit den Gangunterschieden und auch Phasendifferenzen, welche sie infolge ihrer Neigung gegen die Ebene der Öffnung AB erlangt haben. Sie besitzen dieselbe auch in einer beliebigen Ebene XY, die senkrecht zu ihrer Richtung ist, denn wir sahen (S. 29), daß die optische Länge aller Strahlen zwischen XY und M dieselbe ist, so daß

also auf diesem Wege keine neue Phasendifferenz zwischen den sich ausbreitenden Schwingungen auftritt.

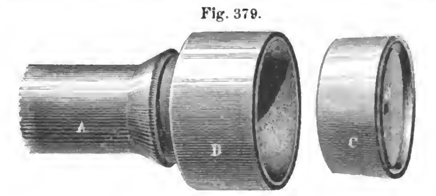
Fraunhofer hat die angegebene Methode derart angewandt, daß er Diffraktionserscheinungen mit Hilfe eines auf unendliche Entfernung eingestellten Fernrohres beobachtete. Das Objektiv eines solchen Fernrohres vertritt dann die Linse *CD* (Fig. 378). Die Diffraktionsplatte

Fig. 378.



wird unmitelbar vor das Objektiv gebracht, indem sie sich innerhalb eines Holzringes *C* (Fig. 379) befindet, welcher in den ringförmigen Ansatz *B* am Objektiv geschoben wird. In unserer Figur stellt *d* ein Stanniolblättchen dar, welches einen kleinen Ausschnitt in einer Messingplatte bedeckt; in diesem Stanniolblättchen befindet sich eine Reihe

Fig. 379.



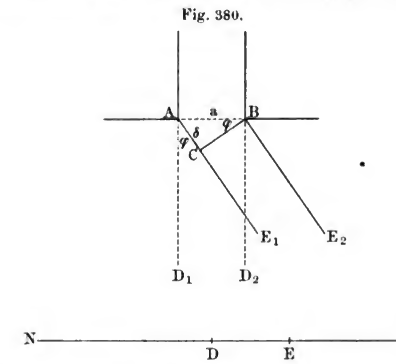
kleiner Öffnungen. Gewöhnlich ist ein ganzer Satz solcher Ringe vorhanden, bei denen die kleinen Öffnungen verschiedene Größe, Gestalt und Lage haben. Die Lichtquelle muß geringe Dimensionen haben.

Die Öffnungen *AB* (Fig. 378) sind immer klein im Vergleich zu den Dimensionen der Linse *CD* und deshalb entsteht in der Brennebene der letzteren eine vollständige Beugungsfigur, deren einzelne Punkte je einer besonderen Richtung der parallelen Strahlenbündel entsprechen, welche von den Punkten der Öffnungen *AB* ausgehen.

Bei den folgenden Betrachtungen der Fraunhoferschen Beugungserscheinungen werden wir die Linse CD aus den Zeichnungen ganz fortlassen. Als Koordinaten der Punkte der Beugungsfiguren, welche in der Brennebene der Linse entstehen, werden wir die Winkel wählen, welche die Richtung der parallelen Strahlenbündel bestimmen, da jeder derartigen Richtung ein bestimmter Punkt der Brennebene entspricht.

§ 6. Beugung bei Anwesenheit eines Spaltes. Es sei $AB = a$ (Fig. 380) die Breite des Spaltes, auf welchen parallele Strahlen einer hinreichend entfernten Lichtquelle fallen. Wir nehmen zunächst an, die Strahlen seien senkrecht zur Spaltebene, so daß die Schwingungsphase in allen Punkten der ebenen Welle AB die gleiche ist. Ein zur Spaltebene senkrechtes Strahlenbündel AD_1BD_2 gibt in der Mitte D

Fig. 380.



der Brennebene NN der Linse ein Maximum der Lichtstärke, denn alle Schwingungen erreichen den Punkt D, während sie sich in derselben Phase befinden. Das Strahlenbündel AE_1BE_2, welches mit der Senkrechten AD den Winkel φ einschließt, liefert im entsprechenden Punkte E des Schirmes eine Amplitude, deren Größe vom Gangunterschied $\delta = AC$ der Grenzstrahlen AE_1 und BE_2 abhängt. Offenbar ist

$$\delta = a \sin \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Setzen wir $\delta = n\lambda$, wo n eine ganze Zahl bedeutet und zerlegen die Spaltbreite a in $2n$ gleiche Teile, welchen $2n$ gleiche Strahlenbündel entsprechen, wobei der Gangunterschied der den benachbarten Bündeln angehörigen Strahlen gleich $\frac{\lambda}{2}$ ist, dann heben sich diese Strahlen durch Interferenz im Punkte E paarweise auf, und da ihre Anzahl eine gerade ist, so muß in E ein dunkler Streifen auftreten,

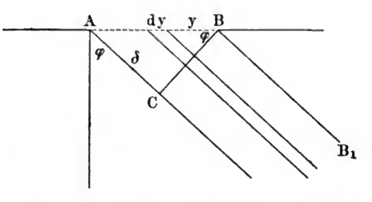
welcher der Spaltöffnung parallel ist. Die Gleichung $a \sin \varphi = n \lambda$ gibt die Orte der dunkeln Streifen, d. h. der Minima der Lichtstärke; sie werden durch die Winkel φ bestimmt, für welche

$$\sin \varphi = \frac{n \lambda}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

ist; n ist hier eine ganze Zahl, jedoch von Null verschieden, da ja dem Winkel $\varphi = 0$ ein Maximum der Lichtstärke in D entspricht.

Zwischen den dunkeln Streifen, welche symmetrisch zu beiden Seiten von D angeordnet sind, befinden sich helle Streifen: die genaue Lage der Lichtmaxima werden wir weiter unten bestimmen. Die Winkel φ, welche den dunkeln Linien entsprechen, sind um so kleiner, je kleiner λ ist; dasselbe muß auch von den Stellen der Lichtmaxima gelten, abgesehen von dem in der Mitte gelegenen Maximum bei D (für $\varphi = 0$), welches von λ unabhängig ist. Ist das einfallende Licht weiß, so liegen die Streifen der stärksten Lichtintensität für die verschiedenen Wellenlängen λ nebeneinander und bilden Beugungsspektren. Diese Spektren liegen symmetrisch zu beiden Seiten der Mitte D; sie sind mit ihren violetten Enden D zugekehrt, d. h. die violetten Strahlen sind von ihrer ursprünglichen Richtung am wenigsten abgelenkt. Die aufeinanderfolgenden Spektren werden bisweilen als Spektren erster, zweiter Ordnung usw. bezeichnet. Das Spektrum erster Ordnung entspricht den Werten von $\delta = a \sin \varphi$, welche zwischen λ und 2λ liegen; das Spektrum zweiter Ordnung Werten zwischen 2λ und 3λ usf.

Fig. 381.



Einen genauen Ausdruck für die Lichtstärke J bei willkürlichem Werte von φ kann man mittels der graphischen Methode von Cornu erhalten. Wir ziehen es jedoch vor, jenen Ausdruck zunächst in der Weise herzuleiten, wie dies bei Aufgaben über die Interferenz zu geschehen pflegte.

Wir zerlegen den äquatorialen Streifen AB (Fig. 381) in Elemente dy, wo die Entfernung y vom Punkte B aus gerechnet wird. Da die bei der Interferenz der Schwingungen entstehende Amplitude A_1 nur von der Phasendifferenz dieser Schwingungen abhängt, so nehmen wir der Einfachheit halber an, die Phase des Strahles BB_1 sei in dem Punkte, in welchem die Interferenz stattfindet, gleich $\frac{2\pi t}{T}$. Die vom Elemente dy ausgehende Schwingung liefert

eine Amplitude, welche der Amplitude A der einfallenden Strahlen und der Breite dy proportional ist; die Schwingungsphase unterscheidet sich offenbar von $2\pi\frac{t}{T}$ um den Betrag $2\pi y \sin\varphi : \lambda$ und die Schwingungsgleichung hat somit die folgende Gestalt:

$$dY = kA\,dy \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y \sin\varphi}{\lambda}\right),$$

wo k ein Proportionalitätsfaktor ist. Der ganze Spalt ruft eine Schwingung hervor, deren Gleichung die folgende ist:

$$Y = kA\int\limits_{y=0}^{a} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y \sin\varphi}{\lambda}\right) dy \quad \ldots \ldots \quad (13, a)$$

Hieraus erhält man:

$$Y = kA\int\limits_{y=0}^{a} \cos\frac{2\pi y \sin\varphi}{\lambda}\,dy \,.\, \sin 2\pi\frac{t}{T}$$

$$- kA\int\limits_{y=0}^{a} \sin\frac{2\pi y \sin\varphi}{\lambda}\,dy \,.\, \cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

Setzt man

$$Y = A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \Phi\right),$$

so erhält man, wie oben:

$$\left.\begin{aligned} A_1^2 = &\left[kA\int\limits_0^a \cos\frac{2\pi y \sin\varphi}{\lambda}\,dy\right]^2 \\ &+ \left[kA\int\limits_0^a \sin\frac{2\pi y \sin\varphi}{\lambda}\,dy\right]^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

Die beiden hier vorkommenden Integrale lassen sich sehr leicht berechnen. Setzt man $A_1^2 = J$ und führt die abgekürzte Bezeichnung

$$\frac{\pi a \sin\varphi}{\lambda} = u \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

ein, so erhält man

$$J = A_1^2 = k^2 A^2 a^2 \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad \ldots \ldots \quad (15, a)$$

Für $\varphi = 0$ ist $u = 0$ und man erhält für die Lichtstärke J_0 in dem in der Mitte gelegenen Punkt den Ausdruck:

$$J_0 = k^2 A^2 a^2 \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

folglich ist

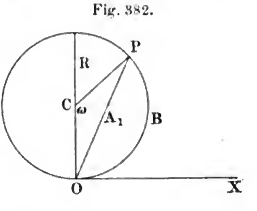
$$J = J_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

Formel (16) lehrt, daß die Lichtstärke J_0 dem Quadrate der Spaltbreite a proportional ist.

Schwarzschild (1901) hat gezeigt, daß Formel (15, a) nicht ganz richtig ist, und daß eine genaue Rechnung zu einem viel verwickelteren Ausdrucke führt.

Wir wollen nun die Formel (17) nach der graphischen Methode von **Cornu** ableiten. Die Amplituden der Schwingungen, welche von den verschiedenen Elementen des Streifens AB (Fig. 381) zum entsprechenden Punkte in der Brennebene der Linse gelangen, sind untereinander gleich; ihre Phasen wachsen gleichmäßig an und bilden eine arithmetische Reihe. Hieraus folgt, daß man nach der **Cornu**schen Konstruktion ein regelmäßiges Vieleck und im Grenzfalle einen Kreis (Fig. 382) erhält. Jeder Zunahme des Gangunterschiedes um λ, also jedem Zuwachs der Phase um 2π, entspricht ein voller Kreisumfang. Ist $\delta = a \sin \varphi = (n + \alpha)\lambda$, wo n eine ganze Zahl, α einen echten Bruch bedeutet, so besteht unsere Kurve s aus n vollen Kreisumfängen, vermehrt um den Bogen OBP, dessen Zentriwinkel $\omega = \angle\, OCP$ aus der Proportion $\omega : 2\pi = \alpha\lambda : \lambda$ sich zu $\omega = 2\pi\alpha$ ergibt. Die gesuchte Amplitude ist $A_1 = OP$, woraus sich

Fig. 382.



$$A_1^2 = 4 R^2 \sin^2 \frac{\omega}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

ergibt. Man hat nun R und ω zu bestimmen. Der ganze Bogen s ist proportional der Spaltbreite a und der Amplitude A, so daß man

$$s = k A a$$

setzen kann, wo k ein Proportionalitätsfaktor ist. Andererseits ist $s = 2\pi R (n + \alpha)$. Setzt man diese beiden Ausdrücke für s einander gleich, so erhält man

$$R = \frac{k A a}{2\pi (n + \alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Die Gleichung $\omega = 2\pi\alpha$ ergibt

$$\sin^2 \frac{\omega}{2} = \sin^2 \alpha\pi = \sin^2 (n + \alpha)\pi \quad \ldots\ldots \quad (19, a)$$

Führt man (19) und (19, a) in (18) ein, so erhält man

$$A_1^2 = \frac{k^2 A^2 a^2}{\pi^2 (n + \alpha)^2} \sin^2 (n + \alpha)\pi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Endlich ist

$$\delta = a \sin \varphi = (n + \alpha)\lambda, \quad \text{also} \quad (n + \alpha) = \frac{a \sin \varphi}{\lambda}.$$

Setzt man diesen Wert in Formel (20) ein, so erhält man die Formel (15, a).

Wir untersuchen jetzt die Formel (17), welche, wie wir sahen, $J = J_0$ für $\varphi = 0$ gibt, etwas genauer. Es ist $J = 0$ für $u = n\pi$, wenn n eine ganze Zahl bedeutet. Dann aber gibt (15) $J = 0$ für $\sin\varphi = n\lambda : a$. Diese Formel, welche die Lage der Mitten für die dunkeln Streifen bestimmt, hatten wir bereits gefunden, vgl. (13). Formel (17) setzt uns in den Stand, die Lage der Linien zu bestimmen,

Fig. 383.

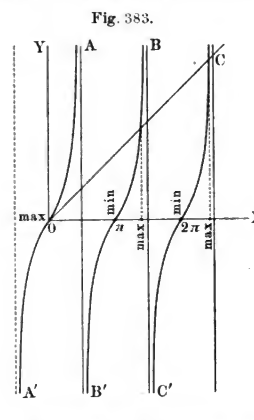


Fig. 384.

in welchen die größte Lichtstärke auftritt. Setzt man die Ableitung $\frac{dJ}{d\varphi}$ gleich Null, so wird

$$tg\, u = u \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (21)$$

Die Wurzeln dieser transzendenten Gleichung bestimmen diejenigen Werte u und demnach diejenigen φ, welche der größten Lichtstärke entsprechen. Um die angenäherten Werte der Wurzeln u_1, u_2 usw. zu finden, betrachten wir die Fig. 383. Hier sind bezogen auf die Koordinatenachsen OX und OY die Gerade OC, deren Gleichung $y = x$ ist, und die Kurven $y = tg\, x$ dargestellt. Die Abszissen der Durchschnittspunkte geben die gesuchten Werte u_1, u_2 usw. Wie man sieht, sind diese Wurzeln $u_1 = \frac{3\pi}{2} - \alpha_1$, $u_2 = \frac{5\pi}{2} - \alpha_2$ usf., wobei die Größen α schnell abnehmen, so daß man bei großen Werten von p die Beziehung $u_p = (p + \frac{1}{2})\pi$ gelten lassen kann. Da $\sin^2 u_p$ der Eins nahe liegt, so verhalten sich die aufeinanderfolgenden Werte der Lichtstärke angenähert wie

$$J_0 = 1,\quad \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2,\quad \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 \text{ usw.},$$

oder genauer wie

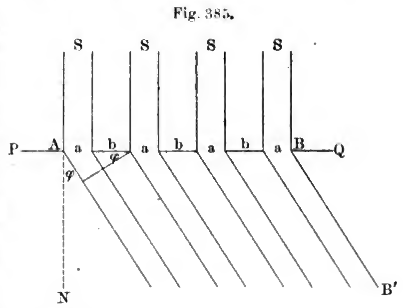
$$1 : \frac{1}{20} : \frac{1}{56} : \frac{1}{110} \cdots$$

Hieraus ist ersichtlich, daß diese Werte schnell abnehmen. In Fig. 384 ist die Verteilung der Lichtstärke in der Brennebene der Linse in einer Richtung ON senkrecht zur Spaltlänge graphisch dargestellt. Setzt man die genauen Werte der Wurzeln u in Formel (15) ein, so erhält man die **Maxima** der Lichtstärke für folgende Werte von $a \sin \varphi = 0$: $1{,}430\,\lambda$, $2{,}459\,\lambda$, $3{,}471\,\lambda$, $4{,}477\,\lambda$, $5{,}482\,\lambda$, $6{,}484\,\lambda$, $7{,}487\,\lambda \ldots$, andererseits ist $J = 0$, für $a \sin \varphi = \lambda$, 2λ, 3λ usw.

Die Gleichungen (17) und (21) ergeben: $J_{\max} = \dfrac{J_0}{1 + u_k^2}$.

§ 7. Diffraktionsgitter. Wir wollen jetzt die Erscheinungen betrachten, welche auftreten, wenn uns gegeben ist eine sehr große Anzahl (z. B. einige Tausend) Spalte, welche die gleiche Breite a haben, einander parallel sind und sich in gleichen Abständen voneinander befinden. Ein solches System von Spaltöffnungen nennt man ein **Diffraktionsgitter** (Beugungsgitter). Auf ein solches Gitter sollen, senkrecht zu seiner Ebene PQ (Fig. 385), die Strahlen S fallen. Es sei die Intensität des Lichtes in der Brennebene einer Linse zu bestimmen in Abhängigkeit von dem Winkel φ zwischen den vom Gitter ausgehenden parallelen Strahlen und der Senkrechten zur Gitterfläche. Die Anzahl der Spalte möge gleich N sein.

Fig. 385.



Auf elementarem Wege kann man die Aufgabe angenähert in folgender Weise lösen. Zunächst ist leicht einzusehen, daß die Lichtstärke $J = 0$ ist, jedesmal wenn $N(a + b) \sin \varphi = n\lambda$ ist, wo n eine ganze Zahl bedeutet, oder wenn

$$\sin \varphi = \frac{n\lambda}{N(a + b)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

ist. Es ist nämlich $N(a + b)$ die Breite des Gitters, $N(a + b) \sin \varphi$ der Gangunterschied der Strahlenbündel, welche von den zwei an den Rändern befindlichen Spalten ausgehen. Ist dieser Unterschied gleich λ, so kann man sämtliche Spalte in zwei gleiche Gruppen teilen, von denen jede $\frac{1}{2} N$ Spaltöffnungen enthält; hierbei ist dann der Gangunterschied der Strahlenbündel, welche von den entsprechenden Spalten der einen und der anderen Gruppe ausgehen, gleich $\frac{1}{2}\lambda$. Schwingungen,

welche von beiden Spaltgruppen ausgehen, heben sich gegenseitig auf. Ist der Gangunterschied der äußersten Strahlenbündel gleich 2λ, so denkt man sich die Gesamtzahl der Spalte in vier Gruppen zerlegt; der Gangunterschied der entsprechenden Spalte benachbarter Gruppen ist wiederum gleich $\frac{\lambda}{2}$, und wird deshalb, kurz gesagt, die erste Gruppe durch die zweite aufgehoben, die dritte durch die vierte usf. Ist $N(a+b)\sin\varphi = 3\lambda$, so wird die Zahl der Spalte in sechs Gruppen geteilt usw. Eine genauere Untersuchung zeigt, daß $J = 0$ wird für jeden ganzzahligen Wert von n mit Ausnahme der Werte $n = 0$, N, $2N$, $3N$ usw. Ist $n = 0$, so ist $\varphi = 0$, der Gangunterschied der Strahlenbündel ebenfalls gleich Null, und es tritt offenbar in der Mitte der Brennebene ein von λ unabhängiges Maximum der Lichtstärke auf. Ist $n = N$, $2N$, $3N$ usw., so ist

$$(a+b)\sin\varphi = m\lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

wo m eine ganze Zahl bedeutet. Es ist aber $(a+b)\sin\varphi$ offenbar gleich dem Gangunterschiede entsprechender Strahlen der benachbarten Spalte. Ist dieser Gangunterschied einer ganzen Anzahl Wellenlängen gleich, so müssen alle N Strahlenbündel bei der Interferenz eine sehr große Amplitude ergeben, d. h. ein Maximum der Lichtstärke. Somit tritt das Maximum der Lichtstärke ein bei

$$\sin\varphi = 0, \quad \frac{\lambda}{a+b}, \quad \frac{2\lambda}{a+b}, \quad \frac{3\lambda}{a+b} \text{ usw.} \quad \ldots \quad (24)$$

Zwischen je zwei Maxima liegt eine sehr große Zahl (nämlich $N-1$) vollständiger Minima, für welche $J = 0$ ist. Sie treten von beiden Seiten sehr nahe an die Stellen heran, wo sich die Maxima befinden, denn es ist z. B.:

$$\sin\varphi = \frac{mN-1}{N}\cdot\frac{\lambda}{a+b}, \quad \frac{m\lambda}{a+b}, \quad \frac{mN+1}{N}\cdot\frac{\lambda}{a+b} \quad \cdot \quad (24,\text{a})$$

$$J = \quad 0 \qquad\qquad \text{Max.} \qquad\qquad 0$$

Als Endresultat entstehen für ein gegebenes λ bei Werten von φ, wie sie durch (24) bestimmt sind, sehr scharf ausgeprägte Maxima der Lichtstärke in Gestalt sehr feiner heller Linien, welche den Spaltlängen des Gitters parallel sind.

Zwischen den Stellen, wo $J = 0$ ist, vgl. (22), befinden sich Nebenmaxima, deren Lichtstärke jedoch so gering ist, daß man, wenn N sehr groß ist, $J = 0$ setzen kann für alle Werte von φ, außer den durch Formel (24) bestimmten.

Es kann der Fall eintreten, daß helle Linien nicht an allen Stellen auftreten, für welche $(a+b)\sin\varphi = m\lambda$ ist. Es gibt nämlich jeder einzelne Spalt eine Lichtstärke gleich Null, wenn $a\sin\varphi = n\lambda$ ist,

n als ganze Zahl betrachtet (S. 668). Somit erscheint, wenn gleichzeitig $(a+b) \sin \varphi = m\lambda$ und $a \sin \varphi = n\lambda$ ist, wo m und n ganze Zahlen darstellen, daß $m$te Maximum (das erste bei $\varphi = 0$ nicht mitgerechnet) überhaupt nicht. In diesem Falle ist $(a+b):a = m:n$. Das erste Maximum bei $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a+b}$ kann offenbar nicht verschwinden, da m nicht kleiner als zwei sein kann.

Die Lage der hellen Linien hängt von der Wellenlänge λ ab, wobei kleineren λ, d. h. einer größeren normalen Brechbarkeit, kleinere Winkel φ entsprechen. Fällt weißes Licht auf das Gitter, so bilden sich aus den nebeneinanderliegenden Linien **Diffraktionsspektren** (S. 259 u. 669) verschiedener Ordnungen, welche zu beiden Seiten von der Mitte ($\varphi = 0$) liegen, der sie die am **wenigsten** abgelenkten violetten Enden zukehren.

Die aufeinanderfolgenden Spektren beginnen und enden an Stellen, welchen folgende Werte des Winkels φ entsprechen:

	Anfang	Ende
I. Spektrum:	$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_v}{a+b}$,	$\sin \varphi_1' = \frac{\lambda_r}{a+b}$.
II. Spektrum:	$\sin \varphi_2 = \frac{2\lambda_v}{a+b}$,	$\sin \varphi_2' = \frac{2\lambda}{a+b}$.
III. Spektrum:	$\sin \varphi_3 = \frac{3\lambda_v}{a+b}$,	$\sin \varphi_3' = \frac{3\lambda_r}{a+b}$.

Hier bedeuten λ_v und λ_r die Wellenlängen der äußersten Strahlen — der violetten und roten. Setzt man angenähert $\lambda_v = 0{,}4\,\mu$ und $\lambda_r = 0{,}7\,\mu$, d. h. $\lambda_r = 1{,}75\,\lambda_v$, so sieht man, daß $\varphi_2 > \varphi_1'$ ist, d. h. das zweite Spektrum beginnt hinter dem Ende des ersten. Ferner ist $2\lambda_r > 3\lambda_v$, d. h. $\varphi_3 < \varphi_2'$; dies bedeutet aber, daß der violette Anfang des dritten Spektrums mit dem roten Ende des zweiten zusammenfällt. Die weiteren Spektren überlagern einander immer mehr.

Auf S. 249 und den darauffolgenden war gezeigt worden, daß Prismen aus verschiedenen Substanzen Spektren liefern, welche sich bei gleicher Länge durch die Lage der Strahlen von gleicher Wellenlänge, z. B. durch die Lage der **Fraunhoferschen** Linien, unterscheiden (vgl. Fig. 110, S. 249). Sehr viel mehr unterscheiden sich voneinander aber die Beugungs- und die prismatischen Spektren. In Fig. 386 ist oben das ganze sichtbare Beugungsspektrum (anfangend von der **Fraunhoferschen** Linie A bis über H hinaus) und darunter das mit Hilfe eines Flintglasprismas erhaltene Spektrum abgebildet. Beide Spektren haben die gleiche Länge, die Lage der einzelnen **Fraunhoferschen** Linien aber ist eine durchaus verschiedene; im Beugungsspektrum ist z. B. der rote, orangene und gelbe Teil relativ stark verlängert.

Wir wenden uns jetzt der Herleitung des genauen Ausdrucks zu, welcher für die Amplitude A_2 und die Lichtstärke $J = A_2^2$ in dem Punkte gilt, in welchem sich alle von sämtlichen N Spaltöffnungen ausgehenden, mit der zum Gitter Senkrechten den Winkel φ einschließenden Strahlen treffen.

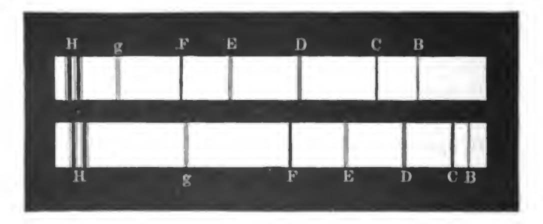
Sämtliche von einem Spalt ausgehenden Strahlen kann man durch einen einzigen Strahl ersetzen, dessen Amplitude A_1 durch die Formeln (15) und (15, a) bestimmt wird:

$$A_1^2 = k^2 A^2 a^2 \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (25)$$

$$u = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (25, a)$$

Jede der N Spaltöffnungen liefert somit einen Strahl; sämtliche N Strahlen haben gleiche Amplituden A_1, während der Gangunterschied

Fig. 386.



zweier benachbarter Strahlen gleich $\frac{(a+b)\sin\varphi}{\lambda}$ ist. Hieraus folgt, daß, wenn man die Gleichung des aus der ersten links befindlichen Spaltöffnung heraustretenden Strahles in der Form

$$y_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{(a+b)\sin\varphi}{\lambda}\right)$$

schreibt, die Gleichungen der übrigen Strahlen folgende Gestalt erhalten:

$$y_2 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{2(a+b)\sin\varphi}{\lambda}\right),$$

$$y_3 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{3(a+b)\sin\varphi}{\lambda}\right),$$

$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$y_N = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{N(a+b)\sin\varphi}{\lambda}\right).$$

Setzt man $2\pi\frac{t}{T} = \Theta$ und führt die neue Größe

$$\frac{\pi(a+b)\sin\varphi}{\lambda} = v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25,\text{b})$$

ein, so kann man die Gleichung des $k$ten Strahles in der Form

$$y_k = A_1 \sin(\Theta + 2kv)$$

schreiben. Diese Formel hat dieselbe Gestalt wie die Formel (5) auf S. 586, wobei $a_k = A_1$ und $\varphi_k = 2kv$ ist Auf Grund der Formel (7) erhält man dortselbst die gesuchte Amplitude:

$$A_2^2 = A_1^2 \left\{\left[\sum_{k=1}^{N} \cos 2kv\right]^2 + \left[\sum_{k=1}^{N} \sin 2kv\right]^2\right\}.$$

Jetzt erhält man aus Formel (10) auf S. 587 den Ausdruck:

$$A_2^2 = A_1^2 \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v}.$$

Setzt man hierein Formel (25) ein, so erhält man zum Schluß

$$J = A_2^2 = k^2 A^2 a^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \left(\frac{\sin Nv}{\sin v}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

wo u und v durch die Formeln (25, a) und (25, b) gegeben sind.

Man kann den Ausdruck (26) auch nach der graphischen Methode von Cornu erhalten. Dies wurde auf verschiedene Arten gezeigt von Sagnac, Lippmann, Bichat, Bouty und Kimball. Ist $\varphi = 0$, so ist $u = v = 0$; man erhält demnach für die Lichtstärke J_0 die Formel:

$$J_0 = N^2 k^2 A^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

Die Lichtstärke ist also dem Quadrate der Spaltanzahl proportional.

Ist $\sin Nv = 0$, gleichzeitig aber $\sin v$ nicht gleich Null, so ist $J = 0$; dies ist der Fall für $Nv = n\pi$, wo n jede ganze Zahl außer 0, N, $2N$ usw. bedeuten kann. Setzt man v in (26) ein, so erhält man die Formel (22), welche die Lage der großen Zahl von eng aneinanderliegenden Minima bestimmt, welche im früheren betrachtet wurden. Setzt man die Ableitung des letzten Faktors in (26) gleich Null, so erhält man die transzendente Gleichung:

$$\operatorname{tg} Nv = N \operatorname{tg} v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

welche die Lage der Maxima bestimmt. Derselben genügen erstens die Werte $v = 0, \pi, 2\pi \ldots$, d. h. diejenigen Werte von $\sin\varphi$, welche in (24) angeführt worden sind. An den Stellen, welche diesen φ entsprechen, befinden sich die Hauptmaxima, an welchen die Lichtstärke sehr bedeutend ist, denn der letzte Faktor in (26) gibt für $v = 0, \pi, 2\pi, \ldots$ usw. den sehr großen Wert N^2. Die Gleichung (28) hat außer-

dem noch transzendente Wurzeln, welche einzeln zwischen den Größen $v = \frac{n\pi}{N}$ liegen, die $J = 0$ entsprechen. Diese Wurzeln bestimmen die Lage der Nebenmaxima, an welchen die Lichtstärke sehr gering im Vergleich zu der Lichtstärke der Hauptmaxima ist, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man beachtet, daß man den letzten Faktor von (26) in folgender Form schreiben kann:

$$\left(\frac{\sin Nv}{\sin v}\right)^2 = \frac{N^2}{1 + (N^2 - 1)\sin^2 v}.$$

Das Hauptmaximum fällt fort, wenn bei $v = k\pi$, d. h. $\sin v = \sin Nv = 0$, zugleich $\sin u = 0$ ist. Hiervon war schon auf S. 675 die Rede. Ist $a:b = \alpha:\beta$, wo α und β ganze Zahlen sind, so verschwindet das $(\alpha + \beta)$te, das $2(\alpha + \beta)$te Maximum usw.

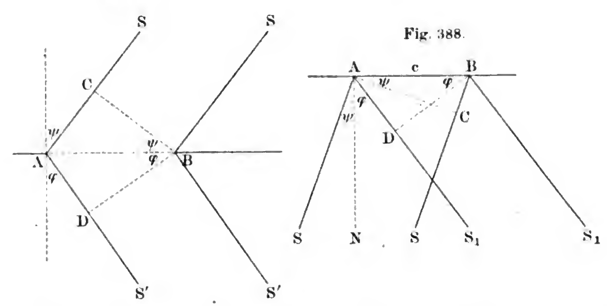


Fig. 387. Fig. 388.

Im vorhergehenden hatten wir die Annahme gemacht, daß die Strahlen S (Fig. 385) das Gitter senkrecht zur Ebene desselben treffen. Man kann die Schlußfolgerungen leicht für den Fall verallgemeinern, daß die Strahlen S (Fig. 387) das Gitter AB unter einem beliebigen Winkel ψ treffen. Der Gangunterschied der zu äußerst gelegenen Strahlenbündel SS', deren Richtung, wie früher durch den Winkel φ bestimmt wird, ist gleich

$$CA + AD = AB(\sin\varphi + \sin\psi) = N(a + b)(\sin\varphi + \sin\psi).$$

Anstatt (23) hat man jetzt für die Richtungen φ der maximalen Lichtstärke die Formel

$$(a + b)(\sin\varphi + \sin\psi) = m\lambda \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

wo m eine ganze Zahl ist. Die Ablenkung D der Strahlen ist gleich $D = \varphi + \psi$.

Diese Ablenkung hat ein Minimum für $d\varphi + d\psi = 0$; Formel (29) aber gibt $\cos\varphi\, d\varphi + \cos\psi\, d\psi = 0$, woraus man für $d\varphi = -d\psi$ und $\varphi < \frac{\pi}{2}$, $\psi < \frac{\pi}{2}$ das Resultat $\varphi = \psi$ erhält. Jedem Maximum der Lichtstärke entspricht ein Minimum der Ablenkung.

Sehr interessante Erscheinungen erhält man bei der Kombination eines Gitters mit einem dünnen Blättchen (Kapitel XIII, § 7). Man kann entweder ein durchsichtiges Gitter einfach auf ein dünnes Blättchen auflegen oder das Gitter mit einer schwach konvexen Linse kombinieren. Im letzteren Falle beobachtet man Ringe, die sich aber von den Newtonschen in Breite und Aussehen unterscheiden. Diese Erscheinung hat zuerst Izarn (1893) beschrieben. Die Theorie der Erscheinung gab Meslin 1906.

Als wir von der Dispersionsstärke des Prismas sprachen (S. 259), führten wir zum Vergleich die Formel für die Dispersionsstärke des Gitters an, und zwar

$$r = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

wo $\Delta\lambda$ die kleinste Differenz der Wellenlängen zweier Spektrallinien, die man mit Hilfe des Gitters noch getrennt wahrnehmen kann; N und m haben die Bedeutung von vorhin [vgl. (22) und (23) auf S. 673, 674]. Jetzt kann man leicht die Formel (30) ableiten. Die Lage der Mitte einer Spektrallinie, deren Wellenlänge gleich λ ist, im $m$ten Spektrum wird durch den Winkel φ bestimmt, wo [vgl. (24)]

$$\sin\varphi = \frac{m\,.\,\lambda}{a+b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

Für das ihr zunächstliegende Minimum haben wir [vgl. (24, a)]:

$$\sin(\varphi + \Delta\varphi) = \frac{mN+1}{N} \cdot \frac{\lambda}{a+b} = \frac{m\lambda}{a+b} + \frac{\lambda}{N(a+b)} \cdot \quad (31, a)$$

Nun ist $\sin(\varphi + \Delta\varphi) = \sin\varphi + \cos\varphi\,.\,\Delta\varphi$, und deshalb geben (31) und (31, a):

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{N(a+b)\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Durch diese Größe wird die Hälfte der Breite der Spektrallinie von der Wellenlänge λ bestimmt. Nehmen wir an, daß eine benachbarte Spektrallinie die Wellenlänge $\lambda + \Delta\lambda$ hat und daß ihre Lage durch den Winkel $\varphi + \Delta'\varphi$ bestimmt wird. Dann gibt (31):

$$\sin(\varphi + \Delta'\varphi) = \sin\varphi + \cos\varphi\,.\,\Delta'\varphi = \frac{m(\lambda + \Delta\lambda)}{a+b} \quad . \quad (32, a)$$

Aus (31) und (32, a) erhält man

$$\Delta'\varphi = \frac{m\Delta\lambda}{(a+b)\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Zwei Linien erscheinen getrennt, wenn $\varDelta'\varphi > \varDelta\varphi$; (32) und (33) geben:

$$\frac{\lambda}{\varDelta\lambda} < Nm \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Der größte mögliche Wert der Größe $\lambda : \varDelta\lambda$ stellt die Dispersionsstärke des Gitters dar, und daraus erhalten wir nun die Formel (31). Wir sehen, daß r nicht von $a + b$ abhängt, sondern nur von N und von der Ordnung m des Diffraktionsspektrums. Wenn wir z. B. im zweiten Spektrum beobachten ($m = 2$), so brauchen wir mindestens $N = 500$, um die doppelte D-Linie zu teilen, für die $\frac{\varDelta\lambda}{\lambda} = 0{,}001$.

§ 8. Reflexionsgitter und Stufengitter. Gegenwärtig werden fast ausschließlich Reflexionsgitter gebraucht. Diese bestehen aus sogenanntem Spiegelmetall, auf dessen polierter Oberfläche mit Hilfe der mit einem diamantenen Stichel versehenen Teilmaschine eine sehr große Zahl paralleler, feinster Linien aufgetragen werden. Die auf jene Linien fallenden Strahlen werden unregelmäßig zerstreut, während die glatten Zwischenräume zwischen den Linien als Spalte wirken. AB (Fig. 388) stelle ein Gitter vor, in welchem die Linien senkrecht zur Zeichenebene liegen. Es sei $AB = N(a + b)$; SS die einfallenden, $S_1 S_1$ die Beugungsstrahlen. Den Einfallswinkel $SAN = \psi$ und den Beugungswinkel $S_1 AN = \varphi$ wollen wir zu beiden Seiten der Senkrechten AN als positiv gelten lassen. Der Gangunterschied der äußersten Strahlenbündel, welche von den Punkten A und B ausgehen, ist offenbar gleich $AD - BC = N(a + b)(\sin\varphi - \sin\psi)$. Maxima der Lichtstärke erhält man auch hier, wenn jener Unterschied gleich N Wellenlängen ist, eine ganze Anzahl (m) Male genommen, d. h. in Richtungen, für welche folgende Beziehung besteht:

$$(a + b)(\sin\varphi - \sin\psi) = m\lambda \quad \ldots\ldots \quad (34,\text{a})$$

Hier ist $a + b$ der Abstand der Mitten zweier benachbarter Linien des Gitters; die Winkel φ und ψ werden nach verschiedenen Seiten von der zum Gitter Senkrechten positiv gerechnet. In der Brennebene entsteht auch hier eine Reihe von Spektren, welche symmetrisch angeordnet sind, wenn $\psi = 0$ ist.

Rutherford war einer der ersten, welcher Reflexionsgitter angefertigt hat; bei diesen gingen 700 Linien auf die Breite von einem Millimeter. Viel regelmäßiger sind indes die Linien verteilt in den berühmten Rowlandschen Beugungsgittern, bei denen bis zu 1700 Linien auf einen Millimeter kommen; bei einigen Gittern geht die Gesamtzahl der aufgetragenen Linien bis zu 110 000.

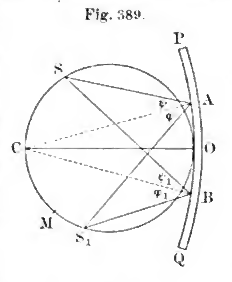
Um mit Hilfe ebener Reflexionsgitter Spektren zu erhalten, muß man eine Sammellinse verwenden, in deren Brennebene helle, feine

Linien für jeden Wert von λ auftreten, welche zusammengenommen die **Beugungsspektren** liefern.

Große Verbreitung haben gegenwärtig die **Rowlandschen Konkavgitter**, welche Spektren ohne Zuhilfenahme von Linsen geben. Die Flächen, auf welchen die feinen Linien aufgetragen sind, sind Kugelflächen von geringer Krümmung. Die Linien selbst stellen Durchschnittslinien der Kugeloberfläche mit parallelen Ebenen dar, von welchen eine durch den Kugelmittelpunkt geht. Die allgemeine Theorie der Konkavgitter sowie der ebenen Gitter ist von **Mascart**, **Baily**, **Glazebrook**, **Sokolow**, **Ames**, **Rayleigh**, **Cornu**, **Merczyng**, **Rizzo**, **v. Ignatowsky**, **Plummer** (1902), Fürst **Galitzin** (1903), **Wadsworth** (1903) u. a. behandelt worden.

R sei der Radius der sphärischen Gitterfläche PQ (Fig. 389), deren Mitte in O, deren Mittelpunkt in C liegt, so daß $CO = R$ ist. Wir denken uns um OC als Durchmesser eine Kugel beschrieben, deren Radius somit gleich $\frac{1}{2}R$ ist. Befindet sich ein leuchtender Punkt oder ein heller Spalt S, welcher den Linien des Gitters parallel ist, auf dieser Kugel, so sind die Stellen der größten Lichtstärke auf eben dieser Kugel gelegen. Mit anderen Worten heißt das, das Konkavgitter liefert eine Reihe von reellen Bildern der Lichtquelle ohne Zuhilfenahme einer Sammellinse, so daß es gleichzeitig die Eigenschaften eines Beugungsgitters und die eines Hohlspiegels besitzt. Um zu beweisen, daß das Gitter in der Tat die genannten Eigenschaften besitzt, denken wir uns dasselbe in eine Reihe von schmalen Streifen parallel zu den aufgetragenen Linien zerlegt. Jeder derartige Streifen enthält dann eine gewisse Anzahl (etwa 500) Linien und stellt ein Beugungsgitter von geringer Breite (etwa 0,5 mm) dar. Es befinde sich einer dieser Streifen in A; auf diesen fallen dann die Strahlen in der Richtung AS und haben den Einfallswinkel $SAC = \psi$ (C ist der Mittelpunkt der Fläche PQ). Die Beugungsstrahlen haben in der Richtung von AS_1 das Maximum der Lichtstärke, wenn $(a + b)(\sin\varphi - \sin\psi) = m\lambda$ ist; hier ist m eine ganze Zahl und $(a + b)$, wie früher, der Abstand der Mitten benachbarter Linien. Nehmen wir an, diese Bedingung sei erfüllt und die Richtung AS_1 entspreche in der Tat dem Maximum der Lichtstärke, dann läßt sich beweisen, daß auch die Richtung BS_1 einem Maximum der Lichtstärke entspricht, wo B ein beliebiger von den Streifen ist, in welche wir das Gitter zerlegt dachten. Wir bezeichnen den Einfalls- und Beugungswinkel mit $\psi_1 = \angle SBC$ und $\varphi_1 = \angle CBS_1$; da die Dimensionen des Gitters sehr klein im Ver-

Fig. 389.



gleich zu OC sind, so kann man die Annahme gelten lassen, A und B lägen auf der Kugeloberfläche $CSOS_1C$. Es ist aber $\psi_1 = \psi$ und $\varphi_1 = \varphi$, als Umfangswinkel, die sich auf denselben Bogen (SC und CS_1) stützen, daher ist auch $(a + b)(\sin\varphi_1 - \sin\psi_1) = m\lambda$, und hieraus folgt unmittelbar, daß BS_1 die Richtung eines Maximums der Lichtstärke ist. Die Streifen A und B waren ganz willkürlich gewählt, es folgt daher aus dem Vorhergehenden, daß in S_1 sich N Lichtbündel schneiden, wo N die Zahl der spiegelnden Zwischenräume zwischen den Linien ist, und daß die Gangunterschiede aller Strahlenbündel gleich einer ganzen Anzahl von Wellenlängen sind. Infolgedessen befindet sich in S_1 ein Maximum der Lichtstärke, d. h. bei Anwendung homogenen Lichtes ein helles Bild der Lichtquelle S, bei weißem Lichte — ein Spektrum, dessen violettes Ende dem Punkte M zugekehrt ist, welcher symmetrisch zu S liegt, denn es ist $CM = CS$. In M ist der Gangunterschied gleich Null und hier entsteht ein helles Bild der Lichtquelle S, welche weiß erscheint, wenn die einfallenden Strahlen selbst weiß sind.

Die Anwendung der konkaven Spiegelgitter bietet sehr große Vorteile gegenüber allen sonstigen Methoden zur Erlangung von Spektren. Die Abwesenheit von Gläsern auf dem Wege der Strahlen beseitigt die Absorption der infraroten und ultravioletten Strahlen und setzt uns in den Stand, eine möglichst sorgfältige und vollständige Untersuchung des Spektrums vorzunehmen, sei es, daß man es photographieren will, bolometrisch die Energieverteilung in ihm mißt oder endlich das Spektrum unter der Lupe beobachtet und Winkelmessungen vornimmt.

Die Anordnung, deren sich Rowland bediente, ist schematisch durch Fig. 390 dargestellt. Zwei horizontale, einen rechten Winkel bildende Brettchen BA und AC tragen Schienen, auf denen sich zwei Schlitten bewegen, welche am Brettchen FG befestigt sind. In F befindet sich ein konkaves Reflexionsgitter in solcher Lage, daß die dazu Senkrechte die Richtung FG hat. In G befindet sich die Ebene, in welcher das Spektrum erscheint; hier befindet sich also, je nach der Weise, nach der das Spektrum untersucht werden soll, eine photographische Platte oder ein Bolometer oder — in etwas größerer Entfernung eine Lupe. Die Entfernung FG ist gleich dem Krümmungsradius R des Gitters. In A befindet sich ein vertikaler Spalt, welcher als Lichtquelle dient. Während die Schlitten sich auf den Schienen dahinbewegen, verschieben sich F und G an BA und AC entlang, so daß die Punkte A, F und G beständig auf einer Kreislinie vom Radius $\frac{1}{2}R$ bleiben. Auf diese Weise können die verschiedenen Teile des Spektrums hintereinander nach G gebracht werden.

Die Stufengitter nennt man zuweilen Echelons (vom franz. échelon, d. h. Stufe). Sie werden jetzt ausschließlich von Hilger in England konstruiert, der zwischen den Plättchen „optische Kontakte" herstellt, d. h. sie ohne zwischenliegende Luftschicht aneinanderfügt.

Im Jahre 1898 hat Michelson eine völlig neue Art von Gitter erfunden. Diese besitzen ein außerordentlich großes Auflösungsvermögen; sie setzen uns in den Stand, nahe gelegene Teile des Spektrums zu trennen. Wie wir sahen, liefert ein jedes Gitter eine ganze Reihe von Spektren, die man als Spektren erster, zweiter, dritter Ordnung usw. bezeichnen könnte. Je größer die Ordnungszahl eines

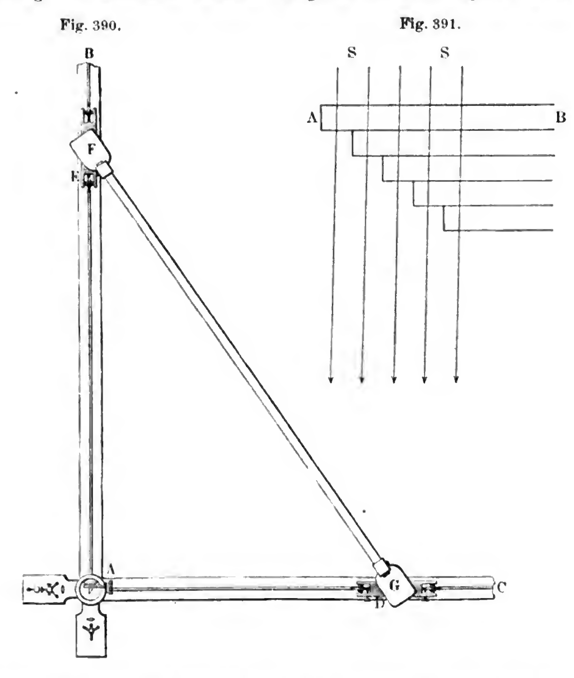


Fig. 390. Fig. 391.

Spektrums ist, um so länger ist es und um so mehr Detail bietet es dar. Die Beobachtung solcher Spektren höherer Ordnungen ist aber unbequem, da ihre Lichtstärke gering ist; außerdem überlagern die Spektren höherer Ordnung einander in immer höherem Maße. Die Theorie zeigt, daß die auflösende Kraft eines Gitters dem Produkte mN proportional ist, in welchem N die Zahl der Spaltöffnungen oder der Gitterlinien ist und m die Ordnungszahl des Spektrums. Gewöhnlich macht man m klein (etwa $m = 1$) und sucht N möglichst groß zu machen.

Michelson hat nun dagegen Gitter hergestellt, bei welchen N klein ist (gleich 20 bis 35), m dagegen überaus groß. Formel (23) auf S. 674 zeigt, daß $m\lambda$ der Gangunterschied der Strahlen zweier benachbarter Spalte ist. Diesen Gangunterschied nun machte Michelson gleich einigen zehntausend Wellenlängen, so daß auch die Ordnungszahl m der beobachteten Spektren einige Zehntausender betrug. Dies Resultat erreichte er auf folgende Weise. Er legte eine Reihe planparalleler Glasplatten von gleicher Dicke derart übereinander, daß eine jede gegen die vorhergehende ein wenig verschoben war, wie dies aus Fig. 391 ersichtlich ist. Fällt auf ein solches Stufengitter ein Bündel Strahlen S, so bilden die durchgehenden Strahlen eine Reihe von Bündeln, wobei für die benachbarten Bündel

$$m = d\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right) = \frac{d}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{\lambda'} - 1\right) = \frac{d}{\lambda}(n-1)$$

ist, wo d die Plattendicke, λ die Wellenlänge innerhalb der Luft, λ' die Wellenlänge im Glase und n den Brechungsquotienten des Glases bedeutet. Setzt man z. B. $d = 20$ mm, $\lambda = 0{,}0005$ mm und $n = 1{,}5$, so ist $m = 20\,000$. Ist die Plattenzahl $N = 30$, so ist die auflösende Kraft $mN = 600\,000$, während für gewöhnliche Gitter mN nicht größer als $100\,000$ ($m = 1$, $N = 100\,000$) ist. Anstatt die Beobachtungen in durchgehendem Lichte vorzunehmen, kann man sich auch der Strahlen bedienen, welche die entgegengesetzte Richtung wie die in der Fig. 391 haben, und die von den Stufen reflektierten Strahlen beobachten.

Ein außerordentlich großer Nachteil des Apparates besteht darin, daß die Spektren $m$ter, $m \pm 1$ter, $m + 2$ter Ordnung usw. einander überlagern und gegeneinander um einen sehr kleinen Betrag ε verschoben sind. Die Theorie lehrt, daß $\varepsilon = N\alpha$ ist, wenn α der kleinste Abstand zweier sich noch um einen merklichen Betrag voneinander trennenden Linien ist. Die Größe α kann offenbar als Maß der auflösenden Kraft dienen. Hieraus geht hervor, daß ein Stufengitter nur zur Untersuchung sehr homogener Strahlen dienen kann, z. B. zur Untersuchung des Baues einzelner Spektrallinien. Michelson hat drei Apparate hergestellt; bei denselben war

	I	II	III
$d =$	7 mm	18 mm	30 mm

Die Zahl N schwankte bei jenen Apparaten zwischen 20 und 35. Setzt man $N = 30$, so erhält man

	I	II	III
$\alpha =$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{900}$ $D_1 D_2$
$\varepsilon =$	0,15	0,06	0,033 $D_1 D_2$

wo $D_1 D_2$ die Entfernung der beiden Natriumlinien D_1 und D_2 voneinander ist. Die obigen Zahlen zeigen uns, wie groß die auflösende Kraft eines solchen Stufengitters ist und wie groß die Homogenität der zu untersuchenden Streifen sein muß, damit die benachbarten Spektren die Beobachtung nicht störend beeinflussen. Michelson hat gezeigt, daß es vorteilhaft ist, den ganzen Apparat in Wasser einzubetten.

Wood (1901) hat ein Stufengitter aus Glimmerblättchen hergestellt, deren Dicke gleich $d = 0{,}05$ mm war, was $m = 50$ gibt; bei $N = 10$ konnte man die Verdoppelung zweier Spektrallinien des Quecksilbers beobachten.

In der letzten Zeit haben die Theorie der Stufengitter bearbeitet Houston (1904), Lummer und Gehrcke (1904), Laue (1905), Fürst Galitzin (1905), Stansfield (1909), Trowbridge und Crandall (1911), Biske (1914) und besonders Wood (1910). Laue erklärte die Gründe der Verzerrung der Linien, die an einem Exemplar eines Gitters beobachtet worden war. Fürst Galitzin prüfte die Ergebnisse seiner Theorie an der grünen und gelben Quecksilberlinie, wobei sich gute Übereinstimmung ergab. Derselbe wies auf die große Bedeutung der Konstanz der Temperatur bei zwei aufeinanderfolgenden zu vergleichenden Messungen hin. Schon eine Änderung von $0{,}01^0$ mache es unmöglich, die Dopplersche Verschiebung der Streifen nach der Methode von Belopolski (VII, § 14) zu beobachten.

Wir müssen nur noch eine neue Arbeit von Wood besprechen, die Ende 1910 erschien. Auf S. 675 wurde schon gesagt, daß, wenn $(a + b) : a = m : n$, wo m und n ganze Zahlen sind, das $m$te Spektrum verschwindet. So z. B. verschwindet das zweite Spektrum bei $a = b$.

Die Frage der Verteilung der Strahlungsenergie auf die verschiedenen Spektra ist von großer praktischer Bedeutung. Die theoretische Beantwortung dieser Frage erweist sich indessen als fast unmöglich, da z. B. bei den reflektierenden Gittern nicht nur die Breite, sondern auch die Form der Rillen, welche die unberührten schmalen Streifen der Gitterfläche voneinander trennen, eine große Rolle spielen.

Wood konstruierte Reflexionsgitter, deren Einschnitte eine ganz bestimmte, genau bekannte geometrische Form besitzen; wenn man die kennt, kann man im voraus die Verteilung der Energie auf die einzelnen Spektra berechnen und diese Verteilung mit den Ergebnissen der Experimente vergleichen. Dazu müssen folgende Bedingungen erfüllt sein: 1. Die Striche müssen bedeutend breiter sein, als z. B. bei den Rowlandschen Gittern, so daß die Form des Querschnitts dieser Striche mit dem Mikroskop genau untersucht werden kann. 2. Zur Prüfung der Theorie muß man Strahlen von möglichst großer Wellenlänge benutzen; Wood und sein Mitarbeiter Trowbridge benutzten die Rubensschen Rest-

strahlen. 3. Die Striche müssen von einem Instrument gezogen werden, das ihnen eine vollständig bestimmte geometrische Form gibt. Wood drückt die Rillen auf eine metallische Oberfläche (z. B. vergoldetes Kupfer) mit der Kante eines Carborundkristalls ein, deren Seitenflächen einen Winkel von 120° bilden. Auf diese Weise wird die Rille durch zwei vollständig glatte Ebenen begrenzt, die einen Winkel von 120° einschließen. Dabei hängen die Winkel α und β zwischen diesen Ebenen und der ursprünglich glatten Oberfläche der Metallplatte von der Stellung des schneidenden Kristalls ab und können ganz willkürlich gewählt werden unter der Bedingung $\alpha + \beta = 60^0$ oder allgemein $\alpha + \beta = 180^0 - A$, wo A der Ebenenwinkel des schneidenden Instrumentes ist. Die Entfernung b der Rillen voneinander kann ebenfalls ganz willkürlich, z. B. gleich 0, gewählt werden. Die Reflexion findet statt von allen gleichliegenden Seiten der Einschnitte, z. B. von allen linken oder von allen rechten, so daß diese Seiten die Rolle der „Spalten" spielen. Es ist leicht zu verstehen, daß so ein Gitter in seinem Charakter sich eher einem Stufengitter, d. h. Echelon, nähert, als einem gewöhnlichen Reflexionsgitter. Deshalb nannte Wood es „Echelette"-Gitter (Sprossengitter). Schon die erste, zur Vorbereitung gehörige Untersuchung mehrerer „Echelettes" ergab vollständige Übereinstimmung mit der Theorie. Indem man α, β und den Abstand b verändert, kann man Gitter mit jeder gewünschten Verteilung der Energie auf die verschiedenen Diffraktionsspektra herstellen. Bei einer der Echelettes erwies sich z. B. die prozentuale Verteilung der Energie wie folgt: mittlere Zone 32, erstes Spektrum rechts 40, zweites 9, drittes 10, erstes links 9, alle anderen Spektra besaßen eine verschwindende Energie, die also auf das erste Spektrum rechts konzentriert war.

Eine der wichtigsten Anwendungen der Gitter überhaupt besteht darin, daß man mit ihrer Hilfe die Wellenlänge λ gegebener Strahlen mißt; zur Berechnung von λ dienen die Formeln (23) oder (30).

Eine eingehende Behandlung der auf Beugungsgitter bezüglichen Fragen findet man in H. Kaysers Handbuch der Spektroskopie, S. 397 bis 489 und 691 bis 729. Leipzig 1900. Theoretisch haben hierüber in jüngster Zeit gearbeitet Clemens Schaefer und Fr. Reiche (1911), v. Ignatowsky (1914) u. a.

Zum Schluß erwähnen wir noch die Raumgitter, deren Theorie im Zusammenhang mit der Spektralanalyse der Röntgenstrahlen entstand; sie werden in Bd. V besprochen.

§ 9. Anwendung der Beugungstheorie auf das Mikroskop. Die einfache geometrische Optik, welche den Gang von Strahlen in einer Reihe aufeinanderfolgender Medien betrachtet, versagt ihre Dienste,

wenn ein Strom von strahlender Energie eine Reihe von Körpern von sehr kleinen Dimensionen durchsetzt. So sahen wir z. B., daß die alte Descartessche Theorie des Regenbogens durch die neuere Airysche ersetzt werden muß, welche die in kleinsten Wassertröpfchen auftretenden Beugungserscheinungen mit berücksichtigt.

Auf S. 501 war darauf hingewiesen, daß die Beugung eine wichtige Rolle bei den optischen Erscheinungen spielt, welche in Mikroskopen auftreten. Eine theoretische Behandlung haben diese Erscheinungen zuerst durch Abbe erhalten, der die Erklärung dafür gab, in welcher Weise in Mikroskopen Bilder von Gegenständen entstehen, die nicht selbstleuchtend sind, sondern von fremdem Licht beleuchtet werden. Ist der Gegenstand selbstleuchtend, so sammeln sich die gleichzeitig von einem Punkte ausgehenden Strahlen in einem neuen Punkte, ohne einen Gangunterschied zu erhalten, ohne also miteinander zu interferieren. In diesem Falle gibt eine gewöhnliche geometrische Konstruktion das

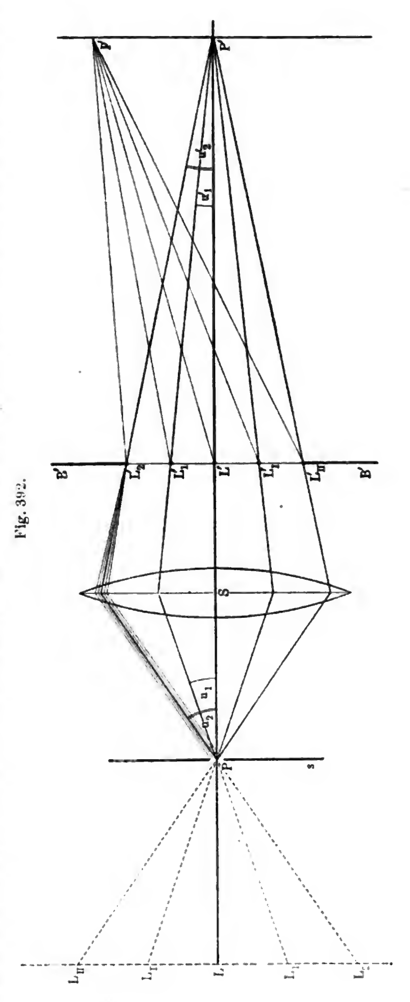


Fig. 392.

durch das Objektiv erzeugte Bild. Trifft jedoch ein nach dem Objektiv gerichtetes Strahlenbündel auf seinem Wege mikroskopisch kleine Gegenstände, so treten komplizierte Beugungserscheinungen auf und die Bilder jener Gegenstände kommen durch Interferenz der bereits gebeugten Strahlen zustande, wobei, wie wir später sehen werden, das Zustandekommen jener Bilder an einige Bedingungen geknüpft ist. Abbe bezeichnete daher jene Bilder als sekundäre.

In Fig. 392 sei S das Objektiv eines Mikroskops, P ein Objekt, das aus vielen sehr kleinen Teilen besteht. Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, P sei ein durchsichtiges Gitter, dessen Spaltöffnungen senkrecht zur Ebene der Zeichnung sind; es werde durch ein zu LP paralleles Strahlenbündel beleuchtet. Von P gehen dann vereinzelte Bündel paralleler Strahlen aus, welche mit der Achse PL' Winkel bilden, die von der Wellenlänge λ abhängen. Jedes Bündel wird vom Objektiv in einem der Punkte L', L_1', L_2' usw. vereinigt, welche in der Brennebene $B'B'$ des Objektivs liegen. Sind die auf P fallenden Strahlen weiß, so entsteht in L' ein weißer Streifen, in L_1', L_2' usw. aber Beugungsspektren, welche man als die Bilder der fingierten Spektren L_1, L_2 usw. ansehen kann, welche in einer unendlich fernen Ebene liegen. Die Rechnung zeigt, daß die Punkte L', L_1', L_2' gleich weit voneinander abstehen; ihre Entfernungen hängen jedoch von λ ab. Diese Punkte oder richtiger Streifen müssen dieselben Erscheinungen hervorrufen wie eine Reihe paralleler Spaltöffnungen, d. h. wie ein durchsichtiges Beugungsgitter. Die sehr umständliche Rechnung zeigt, daß in der Ebene, die der Brennebene für P entspricht, eine Reihe heller Streifen P', p' entsteht, deren gegenseitiger Abstand von λ unabhängig ist (so daß diese Streifen weiß erscheinen); ihre Gesamtheit ist identisch mit dem Bilde des Gitters P, welches man durch geometrische Konstruktion findet. Selbstverständlich kann ein solches Bild nur in dem Falle entstehen, daß sich die Beugungsstreifen wirklich in der Ebene $B'B'$ bilden, d. h. wenn die von P ausgehenden Bündel der Beugungsstrahlen auf das Objektiv S fallen. Würde kein einziges dieser Strahlenbündel auf das Objekt fallen, so würde in L' nur ein heller Streifen entstehen, der offenbar kein Bild in der Brennebene $P'p'$ erzeugen kann. Damit ein Bild entsteht, ist es erforderlich, daß auf das Objektiv S wenigstens ein Paar Beugungsstrahlen fallen, sich daher in der Ebene $B'B'$ wenigstens ein Paar Spektren L_1', L_1' bilden. Hierbei entsteht in der Ebene $P'p'$ eine grobe Abbildung, welche an den Gegenstand P nur in allgemeinen Zügen erinnert. Abbe hat gezeigt, daß die Ähnlichkeit, welche die Abbildung mit dem Gegenstand P hat, um so vollständiger ist, eine je größere Zahl von Beugungsstreifen sich in der Ebene $B'B'$ bilden kann: die vollkommenste Abbildung wird erhalten, wenn sich alle genannten Streifen zu bilden vermögen.

Hieraus geht hervor, welche außerordentlich große Bedeutung die Größe des Raumwinkels hat, welchen die von einem Punkte des Gegenstandes zum Objektiv gelangenden Strahlen miteinander bilden, welche Vorteile daher ein homogenes Immersionssystem, wie es auf S. 498 beschrieben wurde, haben muß.

Je näher die Streifen (Spalte) des Gitters P aneinanderliegen, um so stärker divergieren die Beugungsstrahlen, welche von P ausgehen und das Objektiv S treffen müssen. Auf diesem Satze beruht die Berechnung der Größe der allerkleinsten Objekte (z. B. sehr naher paralleler Streifen), welche man in Mikroskopen noch voneinander zu unterscheiden vermag.

Abbe hat die im vorhergehenden behandelte Theorie an einer Reihe überaus scharfsinniger Versuche geprüft, auf welche wir indes nicht näher eingehen können; wir beschränken uns darauf, auf das Buch von O. Lummer und F. Reiche: Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop, Braunschweig 1910, hinzuweisen und in der Literaturübersicht einige Werke und Abhandlungen zu zitieren, welche die Theorie des Mikroskops behandeln.

Unter diesen sind besonders wichtig die Untersuchungen, die ausgeführt wurden von Porter (1906), Winkelmann (1906), Behn und Heuse (1906), Wolfke (1910), Mandelstam (1911) u. a.

§ 10. Einige weitere Beugungserscheinungen. Wir haben im vorhergehenden die Beugung durch einen Spalt und durch eine Reihe von Spalten, die gleichen Abstand haben, etwas eingehender betrachtet. Auf S. 654 betrachteten wir in Kürze die Diffraktion durch eine runde Öffnung. Eine vollständige Theorie dieses Falles entwickelten Airy (1834), Schwerd (1835) und Lommel (1886). Eine ausführliche Darstellung findet man im Buch von F. Neumann: Vorlesungen über theoretische Optik, S. 83—90, Leipzig 1885. Wir wollen die Ergebnisse der Theorie ohne jede Herleitung anführen, und zwar nur für den Fall, daß die Öffnung erfüllt ist von einer Sammellinse, zu deren optischer Achse senkrecht ein Schirm so aufgestellt ist, daß der Brennpunkt der Linse gerade auf ihm zu liegen kommt. Es sei R der Radius der Linse, f ihre Brennweite und λ die Wellenlänge der durch sie hindurchgehenden Strahlen. Um den Brennpunkt herum erhält man eine helle zentrale Kreisfläche, die von dunkeln und hellen Ringen umgeben ist. Es sei r der Abstand eines beliebigen Punktes der Brennebene vom Mittelpunkt des hellen Kreises, d. h. vom geometrischen Brennpunkt der Linse. Diesem Punkte entspricht der Diffraktionswinkel φ, wobei

$$\sin\varphi = \frac{r}{f} \quad \text{(34,b)}$$

Wir führen die Zahl m ein, die durch die Formel

$$r = m \frac{f . \lambda}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

bestimmt wird, so daß also

$$\sin \varphi = m \frac{\lambda}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Es erweist sich, daß man das erste Minimum der Lichtstärke bei $m = 0{,}610$ erhält, d. h. bei

$$\sin \varphi_1 = 0{,}610 \frac{\lambda}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

Die Größe

$$r_0 = 0{,}610 \frac{f \lambda}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

kann man als Radius des mittleren hellen Kreises auffassen. In ihm ist 0,839 der ganzen Lichtstärke, die auf die Brennebene trifft, konzentriert. Für die hellen Ringe haben wir folgende Werte für m und ihre relative Lichtstärke:

Nr.	1	2	3	4	5
$m =$	0,819	1,346	1,858	2,362	2,862
$i =$	0,071	0,028	0,015	0,009	0,006

Für die zentrale Kreisfläche ist, wie gesagt, $i = 0{,}839$.

Für die dunkeln Ringe:

Nr.	1	2	3	4	5	6
$m =$	0,610	1,126	1,619	2,120	2,621	3,122

Diese Folgerungen geben uns die Möglichkeit, die auflösende Kraft eines Fernrohres zu bestimmen, d. h. den Winkelabstand φ, in dem sich z. B. zwei Sterne voneinander befinden müssen, damit man sie getrennt sehen kann. Wenn wir zugeben, dazu sei nur nötig, daß der Mittelpunkt der Kreisfläche des einen Sterns auf dem ersten dunkeln Ring des zweiten liegt, so gibt uns die Formel die Bedingung (vorausgesetzt $\sin \varphi = \varphi$):

$$\varphi > 0{,}61 \frac{\lambda}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

Wenn wir $\lambda = 0{,}000\,56$ mm annehmen und φ in Minuten, R in Millimeter ausdrücken, so erhalten wir

$$\varphi > \frac{1{,}17'}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (40)$$

Ein Fernrohr, dessen Objektivdurchmesser ($2R$) 20 cm beträgt, läßt zwei Sterne getrennt erscheinen, deren Winkelabstand 0,7″ beträgt. Für das Auge ist $R = 2$ mm, λ muß um das 1,4 fache vergrößert werden.

Das ergibt theoretisch $\varphi = 0{,}42'$; tatsächlich befindet sich die Grenze ungefähr bei $\varphi = 1'$.

Die übrigen Fälle der Beugung, deren Theorie sehr kompliziert ist, werden wir nicht in Betracht ziehen. Durch eine Anzahl kleiner Öffnungen in einem undurchsichtigen Schirme erhält man bisweilen bei geeigneter Gestalt und Lage derselben überaus schöne farbige Figuren, wenn man nach der Fraunhoferschen Methode beobachtet. Hat z. B. der Schirm eine Öffnung von der Gestalt eines Parallelogramms *abcd* (Fig. 393), dann kann man die Seiten *ac* und *bd* als Spaltränder ansehen, welche eine Reihe von Spektren in senkrechter Lage zu jenen Seiten geben. Dasselbe gilt von den Seiten *ab* und *cd*.

Fig. 393.

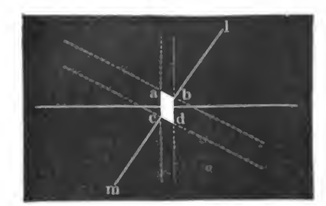


Fig. 394.



Die genaue Theorie lehrt, daß außer diesen beiden Reihen von Spektren auch noch Spektren innerhalb der Winkel entstehen müssen, die durch jene Reihen gebildet werden. In dieser Weise entsteht die Fig. 394.

Untersuchungen von Gouy, Wien, Maey u. a. haben gezeigt, daß die Schirmsubstanz einen sehr merklichen Einfluß auf die Beugungserscheinungen ausübt.

Literatur.

Zu § 1.

Grimaldi: Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride. Bononiae 1665, p. 1—23.

Young: Phil. Trans. 1802, p. 12, 387; 1804, p. 1; Miscell. works, edit. by Peacock **1**, 140, 170, 179; Phil. Mag. (2) **1**, 112, 1827; Ann. chim. et phys. (2) **40**, 178, 1827.

Fresnel: Oeuvres **1**, 9, 41, 89, 129, 171, 247; Ann. chim. et phys. **1**, 239, 1816; **11**, 246, 337, 1819; Mém. de l'Acad. **5**, 339, 1826.

Schwerd: Die Beugungserscheinungen usw. Mannheim 1835.

Knochenhauer: Die Undulationstheorie des Lichtes. Berlin 1839; Pogg. Ann. **41**, 103, 1837; **43**, 286, 1838.

Fraunhofer: Denkschr. d. Münch. Akad. **8**, 1822; Schumachers Astron. Abhandl. **2**, 1822; Gilb. Ann. **74**, 337, 1823.

Kirchhoff: Berl. Ber. 1882, S. 641; Wied. Ann. **18**, 663, 1883; Vorl. über math. Optik, S. 22, 1891.

Lommel: Abhandl. d. math.-phys. Kl. d. Münch. Akad. **15**, 229, 526, 1885—1886.
Sommerfeld: Math. Ann. **47**, 317, 1896. Jahresb. d. Deutsch. Mathematikervereinigung **21**, 309, 1912.
Wood: Phil. Mag. (5) **45**, 511, 1898.
Cotton: Journ. de phys. (4) **1**, 689, 1902.
Gouy: Journ. d. Phys. **5**, 354, 1886; **2**, 22, 1892; Ann. d. chim. et phys. **16**, 262, 1889; **24**, 145, 1891; Compt. Rend. **110**, 1250, 1910.
Sagnac: Compt. Rend. **138**, 479, 619, 1904; **139**, 186, 1904; Journ. d. Phys. **2**, 721, 1903; Boltzmann-Festschrift 1904, S. 528.
Joubin: Compt. Rend. **95**, 932, 1892.
Zeeman: Arch. Néerl. **5**, 318, 1901.
Fabry: Journ. d. Phys. **2**, 22, 1892.
Strehl: Phys. Ztschr. **6**, 513, 1905.
Reiche: Ann. d. Phys. **29**, 65, 401, 1909; **30**, 182, 1909.
Debye: Ann. d. Phys. **30**, 755, 1909.
Möbius: Ann. d. Phys. **33**, 79, 1910.

Zu § 2 und 3.

Laue: Ztschr. f. Math. u. Phys. **50**, 280, 1904; Diss., Berlin 1904.
Cornu: Journ. d. Phys. **3**, 144, 1874.
Macé de Lépinay: Journ. d. Phys. **3**, 11, 1884.
Arkadieff: Phys. Ztschr. 1913, S. 832.

Zu § 4.

Fresnel: Siehe oben.
Gilbert: Mém. cour. et mém. des sav. étr. **31**, 1. Bruxelles 1863.
Cauchy: Compt. rend. **15**, 578, 1842.
Knochenhauer: Undulationstheorie usw., S. 36 (s. oben).
Umow (Oumoff): Journ. de phys. (3) **6**, 281, 1897.
Struve: Fresnels Interferenzerscheinungen. Dorpat 1881.

Zu § 5.

Fraunhofer: Siehe oben.

Zu § 6.

Schwarzschild: Math. Ann. **55**, 177, 1901.
Lippmann: Leçons d'acoustique et d'optique, p. 212, 215.
Sagnac: Journ. d. Phys. **7**, 28, 1898; **3**, 211, 1904.
Bichat: Arch. sc. phys. **26**, 1, 1891.
Bouty: Supplem. au cours d. Phys. de Jamin et Bouty, p. 148, 1896.
Kimball: Phil. Mag. **6**, 30, 1903.
Lummer u. Gehrcke: Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanst. **4**, 61, 1902.
Porter: Phil. Mag. **8**, 174, 1904.
Izarn: Compt. Rend. **116**, 572, 1893.
Meslin: Journ. d. Phys. **5**, 725, 1906.

Zu § 8.

Rowland: Phil. Mag. (5) **13**, 469, 1882; Astronomy and Astrophysics **12**, 129, 1893; Sill. Journ. (3) **26**, 1883; Instr. **12**, 365, 1892.
Mascart: Journ. de phys. (2) **2**, 5, 1883.
Baily: Phil. Mag. (5) **16**, 1883.
Glazebrook: Phil. Mag. (5) **16**, 1883.
A. Sokolow: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **15**, 293, 1883.

Wadsworth: Phil. Mag. (5) **43**, 321, 1897; **6**, 119, 1903.
Michelson: Journ. de phys. (3) **8**, 305, 1899.
Ames: Phil. Mag. (5) **27**, 369, 1889; Astron. and Astrophys. **11**, 28, 1892.
Rayleigh: Phil. Mag. (4) **47**, 81, 193, 1874; (5) **11**, 196, 1901.
Cornu: Compt. rend. **80**, 645, 1875; **116**, 1215, 1893; **117**, 1032, 1893.
Merczyng: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **15**, 92, 1883; Compt. rend. **97**, 570, 1883.
Rizzo: Atti d. R. Acad. d. Sc. di Torino **34**, 1898.
Plummer: Astrophys. Journ. **16**, 97, 1912.
Fürst Galitzin: Bull. Acad. des sciences de St. Petersb. **18**, 33, 1913.

Stufengitter.

Michelson: Astrophys. Journ. **8**, 37, 1898; Journ. de phys. (3) **8**, 305, 1899; Amer. Journ. of Sc. **5**, 215, 1898; Proc. Amer. Acad. of Arts and Science **35**, 111, 1899.
Blythwood and Marchant: Phil. Mag. (5) **49**, 384, 1900.
Butler: Nature **59**, 607, 1899.
Wood: Phil. Mag. (6) **1**, 627, 1901; **20**, 770, 1910; **23**, 310, 1912; Phys. Ztschr. **11**, 1109, 1910; **13**, 261, 1912.
v. Ignatowsky: Ann. d. Phys. **44**, 369, 1914.
Houston: Phil. Mag. **7**, 456, 1904.
Laue: Phys. Ztschr. **6**, 283, 1905.
Stansfield: Phil. Mag. **18**, 371, 1909.
Wood: Phys. Ztschr. **11**, 1109, 1910; **13**, 261, 1912.
Trowbridge und Wood: Phys. Ztschr. **11**, 1114, 1161, 1910.

Messung der Wellenlängen.

Ångström: Recherches sur le spectre solaire. Berlin 1869; Pogg. Ann. **123**, 489, 1864.
Mascart: Compt. rend. **56**, 138, 1863; **58**, 1111, 1864; Ann. éc. norm. **1**, 219, 1864; **4**, 7, 1866.
Ditscheiner: Wien. Ber. **50**, 296, 1864; **52**, 289, 1865; **63**, 565, 1871.
van der Willigen: Arch. du musée Taylor **1**, 1, 280, 1866.
Müller und Kempf: Publ. Potsdam **5**, 1886.
Bell: Amer. Journ. of Sc. (3) **33**, 167, 1887; **35**, 265, 347, 1888; Phil. Mag. (5) **23**, 265, 1887; **25**, 255, 350, 1888.
Kurlbaum: Wied. Ann. **33**, 159, 381, 1888.
Peirce: Amer. Journ. of Sc. (3) **18**, 51, 1879.
Rowland: Amer. Journ. of Sc. **33**, 182, 1887; Phil. Mag. (5) **23**, 257, 1887; **27**, 479, 1889; **31**, 49, 1893; Astron. and Astrophys. **12**, 321, 1893; Astrophys. Journ. **1—5**; A preliminary table of solar spectrum-lengths. Chicago 1898.

Viele Abhandlungen in der Ztschr. f. wissenschaftl. Photogr.:

v. Ignatowsky: Ann. d. Phys. **44**, 369, 1914.
Cl. Schaefer und Fr. Reiche: Ann. d. Phys. **35**, 817, 1911.

Zu § 2.

Müller-Pouillet: Lehrb. d. Physik, 10. Aufl., Bd. II, Drittes Buch, S. 509—533. Braunschweig 1909.
Zimmermann: Das Mikroskop. Wien 1895.
Abbe: Arch. f. mikroskop. Anatomie, April 1874; Ges. Abh. **1**, 45, 1904.

Rayleigh: Phil. Mag. (5) **42**, 167, 1896.
L. Wright: Phil. Mag. (5) **45**, 480, 1898.
Strehl: Inst. **18**, 301, 1898.
Dippel: Das Mikroskop, Bd. I. Braunschweig 1883.
Scheffer: Wirkungsweise und Gebrauch des Mikroskops. Leipzig 1911.
Mandelstam: Abbesche Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung. Ann. d. Phys. **35**, 881, 1911.
Carpenter-Dallinger: The microscope 1901, p. 12.
Porter: Phil. Mag. **11**, 154, 1904.
Behn und Heuse: Verh. d. D. Phys. Ges. **8**, 283, 1906; Phys. Ztschr. **7**, 750, 1906.
Wolfke: Ann. d. Phys. **34**, 277, 1911; **39**, 569, 1912.
Winkelmann: Zur Demonstration der Abbeschen Theorie des Mikroskops. Ann. d. Phys. **19**, 416, 1906.

Zu § 10.

Gouy: Compt. rend. **91**, 697, 1883; **98**, 1573, 1884; Ann. chim. et phys. (6) **8**, 145, 1886.
Wien: Berl. Ber. 1885, S. 817; Wied. Ann. **28**, 117, 1886.
Maey: Wied. Ann. **49**, 69, 1893.
Airy: Trans. Cambrid. Phil. Soc. **5**, 283, 1834.
Lommel: Abh. bayer. Akad. d. Wiss. **15**, 233, 1886.
Schwerd: Die Beugungserscheinungen 1835, S. 70.

Fünfzehntes Kapitel.

Polarisation des Lichtes.

§ 1. Polarisierte Strahlen. Wir haben bisher zwei Eigenschaften kennen gelernt, durch welche sich Strahlen voneinander unterscheiden können, nämlich 1. die Schwingungsenergie, welche dem Quadrate der Amplitude proportional ist und für die sichtbaren Strahlen die sogenannte Lichtstärke bestimmt, und 2. die Schwingungsdauer (Periode), von welcher die Wellenlänge und Brechbarkeit, sowie für die sichtbaren Strahlen — die Farbe derselben abhängt.

Man findet indes, daß außer den genannten Eigenschaften sich die Strahlen auch noch durch die Gestalt und Lage der Schwingungsbahnen unterscheiden können. In dieser Beziehung unterscheidet man natürliche und polarisierte Strahlen.

Beim natürlichen oder unpolarisierten Strahl sind die Bahnen der schwingenden Teilchen derart, daß keine der zum Strahl senkrechten Richtungen irgend einen Vorzug hat. Nimmt man an, die Teilchen führen einfache, also geradlinige harmonische Schwingungsbewegungen aus, so haben beim natürlichen (gewöhnlichen) Strahl diese Schwingungen alle nur möglichen zum Strahl senkrechten Richtungen oder es wechselt die Schwingungsrichtung überaus schnell in sehr kurzen Zeitabschnitten. Auf diesen Fall werden wir später noch näher eingehen. Führen jedoch

alle Teilchen geradlinige, parallele Schwingungen aus, die also in ein und derselben durch den Strahl gehenden Ebene erfolgen, so heißt ein solcher Strahl **polarisiert** oder genauer — **geradlinig polarisiert**. Die Bedingungen, unter welchen ein solcher Strahl entstehen kann, sollen später eingehend untersucht werden. Der polarisierte Strahl muß also eine gewisse Abhängigkeit von der Richtung, in welcher die Teilchen auf ihm schwingen, zeigen; in verschiedenen, zu dem Strahl senkrechten Richtungen besitzt der Strahl ungleiche Eigenschaften. Dies ist leicht zu verstehen, denn in zwei einander entgegengesetzten Richtungen erfolgen Schwingungen und diese Richtungen müssen sich von den zu ihnen senkrechten unterscheiden.

Alle Fragen, die sich auf die Entstehung der Strahlungsenergie oder auf die Erklärung ihrer verschiedenen Eigenschaften beziehen, sind eng verknüpft mit der Elektronen- und Quantentheorie und werden im letzten Band besprochen werden. Wir werden aber schon hier einige Worte sagen über den eigentlichen Sinn der kugelförmigen Wellenoberfläche, die, wie schon mehrfach gezeigt wurde, um den „leuchtenden Punkt" herum entsteht. Als Urquelle einer Strahlungsenergie dient, wie wir sehen werden, ein „Vibrator", d. h. ein System, in dem eine in Richtung, Amplitude und Periode bestimmte Schwingungsbewegung, z. B. eines Elektrons, stattfindet. Eben diese ruft die Strahlungsenergie hervor, die sich im umgebenden Raum ausbreitet: dabei sind die Schwingungen, die sich in einer beliebigen Richtung, d. h. längs einem beliebigen Strahl, ausbreiten, die Projektionen von **Schwingungen, die denjenigen des Vibrators parallel sind**, auf eine Ebene senkrecht zum Strahl. Wir wählen zur Achse der Kugeloberfläche die Richtung dieser Schwingungen; es ist klar, daß wir auf dieser Oberfläche Schwingungen maximaler Amplitude in der Äquatorebene haben werden und um die Pole herum gar keine Schwingungen. Also man darf bei **einem** Vibrator nicht von einer einheitlichen sphärischen Kugeloberfläche sprechen. Aber das, was wir einen leuchtenden Punkt nannten, bildet eigentlich einen kleinen Teil des leuchtenden Körpers und enthält eine sehr große Anzahl von Vibratoren, deren Schwingungen in allen möglichen Richtungen vor sich gehen. Wenn wir das oben Gesagte auf jeden einzelnen dieser Vibratoren anwenden, so erhalten wir als Ergebnis, **gewissermaßen als statistisches Mittel**, eine einheitliche Kugeloberfläche, in deren sämtlichen Punkten Schwingungen vor sich gehen, die (im Mittel) gleiche Amplituden und alle möglichen Richtungen senkrecht zum Radius der Kugel, d. h. zum Strahl, haben. So eine Kugel entspricht dem, was wir eine Wellenoberfläche nannten, und zwar bei natürlichen, nicht bei polarisierten Strahlen.

Beim polarisierten Strahl kann man von einer **Drehung des Strahles um sich selbst** reden, und kann eine solche Drehung die Erscheinungen, welche der Strahl bei seiner Weiterausbreitung zeigt,



wesentlich beeinflussen. Wenn z. B. in einem horizontal verlaufenden polarisierten Strahl die Schwingungen in vertikaler Ebene erfolgen, so entsteht bei Drehung desselben um sich selbst um 90° ein Strahl, für welchen alle Schwingungen in einer horizontalen Ebene vor sich gehen. Bei Drehung eines gewöhnlichen Strahles um sich selbst treten offenbar keinerlei Änderungen in den Erscheinungen ein, die sich bei seiner Weiterausbreitung zeigen.

Obgleich von den Entstehungsbedingungen eines geradlinig polarisierten Strahles erst später die Rede sein soll, muß doch schon an dieser Stelle auf einen sehr wesentlichen Umstand hingewiesen werden. Wir werden sehen, daß in jedem Falle, wo man polarisierte Strahlen erhält, eine gewisse Ebene vorhanden ist, die durch den Strahl hindurchgeht und eine hervorragende Rolle spielt; wir wollen sie mit dem Buchstaben P bezeichnen und werden in der Folge sagen: ein Strahl sei in dieser Ebene polarisiert. Leider läßt sich bisher nicht mit Bestimmtheit sagen, in welcher Ebene die Schwingungen selbst eigentlich erfolgen; es kann dies entweder die Polarisationsebene P selbst sein oder eine zu ihr senkrechte Ebene Q, welche natürlich ebenfalls durch den Strahl hindurchgeht. Es sind hierfür zwei verschiedene Theorien aufgestellt worden, die namentlich von Fresnel und F. Neumann eingehender verfolgt worden sind. Nach der Fresnelschen Theorie erfolgen die Schwingungen in der Ebene Q, nach der Neumannschen — in der Polarisationsebene P selbst. Wiederholt wollte es scheinen, daß die eine oder andere Erscheinung, dieser oder jener Versuch die Frage entscheide; eine nähere kritische Untersuchung aber hat jedesmal gezeigt, daß die neue Erscheinung oder der neue Versuch sowohl nach der einen als auch nach der anderen von jenen beiden Theorien gedeutet werden konnte.

Die elektromagnetische Lichttheorie, an und für sich, führt auch zu zwei verschiedenen möglichen Vorstellungen von der Bedeutung der Ebenen P und Q. Indessen die Experimente von Wiener, von denen im letzten Band die Rede sein wird, geben eine ganz eindeutige Entscheidung über die Ebene der Schwingungen.

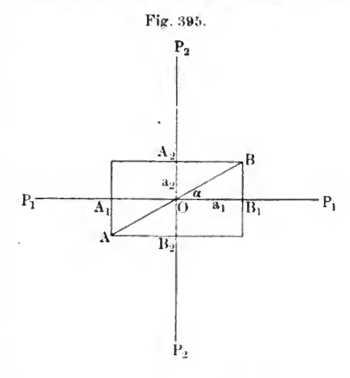
Wir werden uns für das Folgende ausschließlich an die Fresnelsche Annahme halten und voraussetzen, daß die Ebene der Schwingungen zu der sogenannten Polarisationsebene senkrecht ist. „Ein Strahl ist in der Ebene P polarisiert" soll demnach bedeuten, daß seine Schwingungen senkrecht zu dieser Ebene erfolgen.

Für verschiedene Herleitungen und Konstruktionen werden wir uns des Schwingungsrechtecks bedienen, indem wir eine gegebene Schwingung durch zwei andere ersetzen, welche in zueinander senkrechten Ebenen erfolgen und dieselben Phase haben wie die gegebene Schwingung. Weshalb dies geschehen soll, ist leicht einzusehen: das Schwingungsrechteck ist analog dem Kräfteparallelogramm, das man

bei Zerlegung von Kräften einführt; die gegebene Schwingung hat dieselben Eigenschaften wie die beiden Schwingungen zusammengenommen, die wir an ihre Stelle setzen. Zum Zwecke von Konstruktionen kann man einen Strahl von der Amplitude a, welcher in der Ebene P polarisiert ist, durch zwei in den zueinander senkrechten Ebenen P_1 und P_2 polarisierte Strahlen mit den Amplituden a_1 und a_2 ersetzen. Die Gleichheit $a^2 = a_1^2 + a_2^2$ zeigt, daß diese Substitution mit dem Prinzip von der Erhaltung der Energie im Einklange steht.

Denkt man sich alle Schwingungen, welche in einem gewöhnlichen Strahle vorkommen, auf zwei zueinander senkrechte Ebenen P_1 und P_2 projiziert, die durch den Strahl hindurchgehen, so erhält man als Ergebnis zwei in senkrecht zueinander stehenden Ebenen geradlinig polarisierte Strahlen. Die Amplituden sind in diesen Fällen die gleichen, die Lagen der Polarisationsebenen können völlig willkürlich sein. Es wäre übrigens falsch, wenn man annehmen wollte, daß die beiden substituierten Strahlen alle Eigenschaften von Strahlen haben, die, in zwei zueinander senkrechten Ebenen polarisiert, beständig die gleiche Amplitude A und in jedem Augenblicke gleiche Phasen haben, denn zwei solche Strahlen könnten durch einen einzigen geradlinig polarisierten ersetzt werden, dessen Polarisationsebene den Winkel der Ebenen P_1 und P_2 halbiert und dessen Amplitude gleich $A\sqrt{2}$ ist.

Fig. 395.



Die gleichen Amplituden A zweier polarisierter Strahlen, welche einen gewöhnlichen Strahl ersetzen, stellen ein gewisses Mittel einer Reihe von sich ununterbrochen ändernden und in jedem Augenblicke einander ungleichen Größen dar. Zur näheren Erläuterung dieses wichtigen Umstandes wenden wir uns der Fig. 395 zu, wo O der Durchschnittspunkt der Zeichenebene mit dem gewöhnlichen Strahle ist, welcher zu dieser Ebene senkrecht steht, $P_1 P_1$ und $P_2 P_2$ die Ebenen, auf welche wir alle Schwingungen des gewöhnlichen Strahles projiziert haben. Die Schwingung $AB = 2a$, welche in einem gegebenen Augenblicke vorhanden ist, liefert in den Ebenen $P_1 P_1$ und $P_2 P_2$ ungleiche Schwingungen $A_1 B_1 = 2a_1$ und $A_2 B_2 = 2a_2$. Beim gewöhnlichen Strahl aber ändert sich die Richtung AB ununterbrochen, der Winkel $\alpha = BOB_1$



nimmt im Verlaufe sehr kleiner Zeiträume eine ungeheuer große Zahl verschiedener Werte an; das Ergebnis muß daher dasselbe sein, als ob sich die Gerade AB mit großer Geschwindigkeit um den Punkt O dreht. Die Amplituden a_1 und a_2 ändern sich ununterbrochen; ihre mittleren Werte sind offenbar die gleichen. Wählt man das Amplitudenquadrat als Maß für die Energie (Lichtstärke), so wird der Mittelwert des Amplitudenquadrates ($a_1{}^2$ und $a_2{}^2$) durch die Gleichung $A^2 = \frac{1}{2} J$ bestimmt, wo $J = a^2$ als Maß für die Lichtstärke des gewöhnlichen Strahles gewählt ist.

Zwei geradlinig polarisierte Strahlen, welche an Stelle eines gewöhnlichen Strahles treten, haben ununterbrochen wechselnde und in jedem gegebenen Augenblick überhaupt ungleiche Amplituden; der Mittelwert des Amplitudenquadrates bestimmt den Vorrat an strahlender Energie (Lichtintensität), welcher für beide Strahlen der gleiche ist.

Ein gewisses Mittelding zwischen gewöhnlichen und geradlinig polarisierten Strahlen sind die teilweise polarisierten Strahlen. Bei ihnen kommen, wie bei den gewöhnlichen Strahlen, Schwingungen in allen Richtungen vor, jedoch nicht in gleicher Zahl. Je kleiner der Winkel α zwischen der Schwingungsrichtung und einer bestimmten durch den Strahl gehenden Ebene Q ist, eine um so größere Zahl von Schwingungen ist — übrigens symmetrisch — in der Nähe dieser Ebene Q gelegen. Die geringste Anzahl von Schwingungen erfolgt in der Nähe der zu Q senkrechten Ebene P. Man kann somit sagen, die Schwingungen seien am dichtesten in der Richtung von Q zusammengedrängt, am wenigsten dicht in der Richtung von P. Projiziert man alle Schwingungen auf die Ebenen P und Q, so erhält man zwei geradlinig polarisierte Strahlen mit ungleichen Amplituden: A in der Richtung von P und $A + B$ in der Richtung von Q. Ersetzt man letzteren durch zwei Strahlen mit den Amplituden A und B, so sieht man, daß die beiden Strahlen mit der Amplitude A einem gewöhnlichen Strahle gleichkommen, dem sich noch ein geradlinig polarisierter mit der Polarisationsebene P (nach Fresnel) hinzugesellt.

Einen teilweise polarisierten Strahl kann man durch einen gewöhnlichen Strahl nebst einem geradlinig polarisierten oder durch zwei geradlinig polarisierte Strahlen von ungleicher Amplitude ersetzen.

Im 1. Bde. hatten wir die Zusammensetzung von harmonischen Schwingungsbewegungen, welche in zueinander senkrechten Richtungen vor sich gehen, ausführlich behandelt. Dabei sahen wir, daß sich zwei solche Schwingungen im allgemeinen zu einer elliptischen Bewegung zusammensetzen, deren Charakter von dem Verhältnis der Amplituden und von der Phasendifferenz der gegebenen Schwingungen

abhängt. Im besonderen Falle geht die Ellipse in einen Kreis (bei gleicher Amplitude und der Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$) oder in eine gerade Linie (Phasendifferenz 0 oder π) über.

Eine solche Addition zweier Schwingungen findet auch bei den Schwingungen der strahlenden Energie statt; wir werden Fälle kennen lernen, wo man anzunehmen hat, die Teilchen bewegten sich in Ellipsen. Es ist dies die sogenannte elliptische Polarisation, welche im besonderen Falle in kreisförmige (zirkulare) Polarisation übergeht; dementsprechend unterscheidet man elliptisch polarisierte und kreisförmig (zirkular) polarisierte Strahlen.

Wie wir später sehen werden, kann man sich einen natürlichen Strahl so vorstellen, als ob in ihm alle möglichen elliptischen Schwingungen vor sich gehen, deren Ebenen senkrecht auf dem Strahl stehen.

Fig. 396.

Einen elliptisch polarisierten Strahl kann man auf unendlich viele Arten durch zwei geradlinig polarisierte Strahlen ersetzen, deren Amplituden und Phasendifferenzen von der Lage der gewählten, zueinander senkrechten Polarisationsebenen abhängen. Gehen diese Ebenen durch die Ellipsenachsen, so ist die Phasendifferenz gleich $+\frac{\pi}{2}$, der Gangunterschied der Strahlen gleich $(n + \frac{1}{4})\lambda$.

Einen kreisförmig polarisierten Strahl mit dem Kreisradius A kann man durch zwei geradlinig polarisierte Strahlen ersetzen, deren zueinander senkrechte Polarisationsebenen vollkommen willkürlich gewählt werden können und deren Phasendifferenz je nach der Richtung, in welcher sich die Teilchen auf den Kreisen bewegen, gleich $+\frac{\pi}{2}$ oder $-\frac{\pi}{2}$ ist.

Die im 1. Bde. ausführlich vorgetragene Lehre von der Zusammensetzung zweier harmonischer Schwingungen von gleicher Richtung führt zu folgendem Resultat: ein in einer gewissen Ebene P polarisierter Strahl kann auf unzählige Arten durch zwei in derselben Ebene polarisierte Strahlen ersetzt werden. Die Amplitude A des gegebenen Strahles, die Amplituden a_1 und a_2 der ihn ersetzenden Strahlen und die beiden Phasendifferenzen φ_1 und φ_2 zwischen diesen Strahlen und dem gegebenen bilden die Seiten eines Dreiecks BDC (Fig. 396).

Einen zirkular polarisierten Strahl kann man durch zwei Strahlen ersetzen, welche die gleiche Polarisationsebene mit ihm haben und deren Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$ ist, deren Gangunterschied also gleich $(n + \frac{1}{4})\lambda$

oder einfacher gleich $\pm \frac{\lambda}{4}$ ist. Ist A der Radius des Kreises, so sind die Amplituden durch folgende Gleichung miteinander verbunden:

$$a_1^2 + a_2^2 = A^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Nachdem wir uns nunmehr mit den verschiedenen Formen der Polarisation von Strahlen und mit einigen Fällen der Äquivalenz verschiedenartig polarisierter Strahlen bekannt gemacht haben, gehen wir jetzt auf die physikalischen Bedingungen ein, unter denen polarisierte Strahlen überhaupt auftreten.

Vollständig oder teilweise polarisierte Strahlen entstehen unter anderem aus gewöhnlichen Strahlen in folgenden drei Fällen:

1. Bei der Reflexion von Strahlen;
2. bei der einfachen Brechung von Strahlen;
3. bei der Doppelbrechung.

Im vorliegenden Kapitel werden wir uns nur mit den beiden erstgenannten Entstehungsweisen der polarisierten Strahlen bekannt machen.

§ 2. Polarisation bei der Reflexion. Fällt ein gewöhnlicher Strahl auf die Oberfläche eines isotropen Körpers, der keine außergewöhnlichen optischen Eigenschaften (s. unten) besitzt, so wird der reflektierte Strahl in der Einfallsebene teilweise polarisiert. Entsprechend der Fresnelschen Theorie, an welche wir uns halten wollten, heißt das, daß im reflektierten Strahle ein Überschuß an Schwingungen in einer zu der Einfalls- und Reflexionsebene der Strahlen senkrechten Ebene, d. h. ein Überschuß an Schwingungen vorhanden ist, welche der Spiegelebene parallel sind. Ersetzt man den einfallenden gewöhnlichen Strahl durch zwei, von denen der eine in der Einfallsebene, der andere in einer hierzu senkrechten Ebene polarisiert ist, so hat man sich zu denken, daß der erste von ihnen vollständiger gespiegelt, der andere aber in relativ höherem Maße gebrochen wird.

Der Grad der Polarisation für den reflektierten Strahl hängt von der spiegelnden Substanz und von dem Einfallswinkel φ ab. Bei einem gewissen, ganz bestimmten Werte des Einfallswinkels, den wir mit Φ bezeichnen wollen, wird der reflektierte Strahl in der Einfallsebene vollständig polarisiert. Dieser Winkel heißt der Winkel der totalen Polarisation. Wenn somit ein Strahl eine Ebene unter dem Winkel der totalen Polarisation trifft, werden die zur Einfallsebene senkrechten Schwingungen, d. h. die zur spiegelnden Ebene parallelen Schwingungen größtenteils reflektiert, gleichzeitig aber auch zum Teil gebrochen; Schwingungen hingegen, welche in der Einfallsebene selbst erfolgen, können gar nicht reflektiert werden, sie werden alle gebrochen.

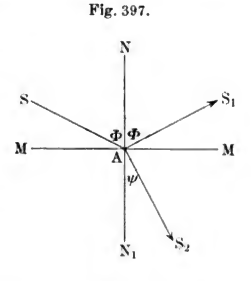
Die Größe des Winkels Φ der totalen Polarisation wird durch das Brewstersche Gesetz bestimmt; dasselbe wird durch die Formel

$$tg\,\Phi = n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ausgedrückt. Die Tangente des Winkels der totalen Polarisation ist gleich dem Brechungsquotienten der spiegelnden Substanz. Aus diesem Gesetz folgt, daß der reflektierte Strahl, wenn er vollständig polarisiert wird, zu dem gebrochenen Strahle senkrecht ist. Dies läßt sich folgendermaßen beweisen; es seien $\angle\, SAN = \Phi = \angle\, NAS_1$ (Fig. 397) der Einfalls- und Reflexionswinkel, $\angle\, N_1AS_2 = \psi$ der Brechungswinkel. Es ist dann $\sin\Phi = n \sin\psi$; da aber $n = tg\,\Phi$ ist, so ist $\sin\Phi = tg\,\Phi \sin\psi$ oder $\cos\Phi = \sin\psi$. Hieraus folgt $\Phi + \psi = \frac{\pi}{2}$, also $\angle\, S_1AS_2$ gleich einem Rechten.

Die genannten Erscheinungen beobachtet man z. B. bei Reflexion von Strahlen an Glas, für welches der Winkel der totalen Polarisation ungefähr 54° 35′ beträgt; für Wasser ist er gleich 52° 45′, für Diamant 68° 2′. Der Charakter der Erscheinungen ändert sich jedoch bedeutend bei Körpern, welche, wie erwähnt, außergewöhnliche optische Eigenschaften haben, wie die Metalle und Substanzen, welche das Licht in hohem Grade absorbieren und anomale Dispersion zeigen. Von diesen Körpern soll später die Rede sein; wir wenden uns jetzt den normalen Substanzen zu, für welche ein durch das Brewstersche Gesetz (2) bestimmter Winkel der totalen Polarisation vorhanden ist.

Fig. 397.



Jeder Apparat, welcher total polarisierte Strahlen gibt, heißt Polarisator. Eine spiegelnde Platte in solcher Lage, daß ein auf sie fallender Strahl unter dem Winkel der totalen Polarisation reflektiert wird (z. B. eine Glasplatte für Einfallswinkel von 54° 35′), stellt einen einfachen, wenn auch für die Praxis wenig geeigneten Polarisator dar.

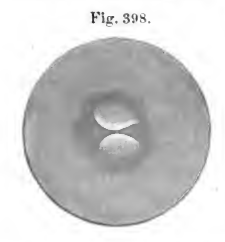
Ein polarisierter Strahl bringt auf das Auge denselben Eindruck hervor wie ein gewöhnlicher Strahl, wenn man von einer Erscheinung absieht, die unter gewissen Bedingungen auftritt, nämlich der Erscheinung der Haidingerschen Büschel. Blickt man nämlich durch irgend einen Polarisator, z. B. durch ein Nicolsches Prisma (s. unten) nach einer ausgedehnten, hell beleuchteten Fläche, z. B. nach einer Wolke, so erscheint inmitten des Gesichtsfeldes auf einige Sekunden eine sehr schwach begrenzte Figur, die Helmholtz in der Form wieder-

gegeben hat, wie man sie in Fig. 398 sieht. Sie besteht aus einer dunkeln, gelblichen und einer zu ihr senkrechten, helleren, bläulich gefärbten 8. Ist die Figur dem Auge entschwunden und man dreht den Polarisator, so erscheint sie von neuem. Jamin und Helmholtz haben die Entstehung der Haidingerschen Polarisationsbüschel auf Eigenschaften der Kristallinse des menschlichen Auges zurückgeführt.

Sieht man das Auftreten des teilweise polarisierten Lichtes bei der Reflexion unter beliebigem Winkel und des total polarisierten Lichtes bei Reflexion unter dem Winkel Φ als Folge verschiedener Reflexionsfähigkeit der in der Einfallsebene und senkrecht zu ihr polarisierten Strahlen an, so läßt sich leicht voraussehen, was eintreten muß, wenn der einfallende Strahl bereits total polarisiert war.

Wir nehmen zunächst an, auf die spiegelnde Fläche falle ein in der Polarisationsebene total polarisierter Strahl, dessen Schwingungen also (nach Fresnel) parallel zur spiegelnden Oberfläche erfolgen. Ein solcher Strahl wird bei allen Werten des Einfallswinkels zum Teil reflektiert, zum Teil gebrochen; die quantitativen Gesetze hierfür werden wir später ableiten.

Fig. 398.



Ist der einfallende Strahl in einer zur Polarisationsebene senkrechten Ebene polarisiert, gehen also die Schwingungen in der Polarisationsebene vor sich, dann ist die Amplitude des reflektierten Strahles relativ klein; ist aber der Einfallswinkel gleich dem Winkel Φ der totalen Polarisation, so wird der Strahl überhaupt nicht reflektiert und die Amplitude des gebrochenen Strahles ist gleich der des einfallenden. Es tritt hier die überraschende Erscheinung auf, daß ein Strahl, der dem Auge keinerlei Besonderheiten zeigt, für einen gewissen Wert des Einfallswinkels unfähig ist, reflektiert zu werden.

Ein senkrecht zur Einfallsebene polarisierter Strahl wird gar nicht reflektiert, wenn sein Einfallswinkel gleich dem Winkel der totalen Polarisation ist.

Endlich wollen wir noch den allgemeinen Fall betrachten, wo ein Strahl reflektiert wird, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen beliebigen Winkel α einschließt. Es sei a die Amplitude, $J_0 = ka^2$ die Lichtstärke des einfallenden Strahles. Wir ersetzen den gegebenen Strahl durch zwei Strahlen, von denen der eine in der Einfallsebene, der andere senkrecht zu ihr polarisiert ist. Die Amplitude des ersteren ist offenbar gleich $a_1 = a \cos \alpha$, die des anderen $a_2 = a \sin \alpha$. Jeder dieser beiden Strahlen wird entsprechend den quantitativen Gesetzen reflektiert, welche weiter unten abgeleitet werden sollen. Bei gegebenem

Einfallswinkel sind die Amplituden der reflektierten Strahlen jedenfalls proportional den Amplituden a_1 und a_2 der beiden einfallenden Strahlen; bezeichnet man erstere mit a_1' und a_2', so kann man die Beziehungen

$$a_1' = c_1 a \cos\alpha; \qquad a_2' = c_2 a \sin\alpha \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

gelten lassen, wo die Faktoren c_1 und c_2 von der spiegelnden Substanz und dem Einfallswinkel, nicht aber von α abhängen.

Die beiden reflektierten Strahlen ersetzen wir wiederum durch einen einzigen Strahl mit der Amplitude

$$A' = \sqrt{(a_1')^2 + (a_2')^2} = a\sqrt{c_1^2\cos^2\alpha + c_2^2\sin^2\alpha} \quad \ldots \quad (4)$$

Es sei β der Winkel zwischen der Polarisationsebene dieses Strahles und der Einfallsebene. Da überhaupt die Winkel zwischen den Polarisationsebenen bei gegebener Strahlrichtung gleich den Winkeln zwischen den Ebenen sind, in denen die Schwingungen erfolgen, so ist

$$tg\,\beta = \frac{a_2'}{a_1'} = \frac{c_2}{c_1}\,tg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Es ist aber $c_2 < c_1$, da der zweite der Ersatzstrahlen in geringerem Grade reflektiert wird, als der erste. Hieraus folgt

$$\beta < \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Bei der Reflexion eines polarisierten Strahles dreht sich seine Polarisationsebene und nähert sich hierbei der Einfallsebene.

Ist der Einfallswinkel $\varphi = \Phi$, dann wird der zweite Strahl überhaupt nicht reflektiert; es ist $c_2 = 0$; c_1 nimmt einen besonderen Wert c an, welcher von der spiegelnden Substanz abhängt. Es ist der Winkel $\beta = 0$; der reflektierte Strahl ist in der Einfallsebene polarisiert. Seine Amplitude A_0 hat den speziellen Wert, welcher für $c_2 = 0$ und $c_1 = c$ erhalten wird; es ist also $A_0 = ca\cos\alpha$, wo c von α nicht abhängt. Die Lichtstärke J des reflektierten Strahles ist gleich $J = kA_0^2 = kc^2a^2\cos^2\alpha$; da aber $ka^2 = J_0$ gleich der Lichtstärke des einfallenden Strahles ist, so ist

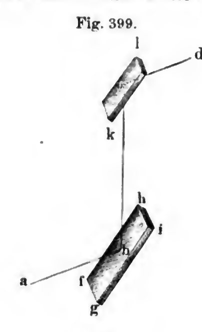
$$J = J_0 c^2 \cos^2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Diese Formel drückt das Gesetz von Malus aus: Wenn der Einfallswinkel eines polarisierten Strahles gleich dem Winkel der totalen Polarisation ist, so ist die Lichtstärke des reflektierten Strahles (des in der Einfallsebene polarisierten) proportional dem Kosinusquadrate des Winkels zwischen der Polarisationsebene des einfallenden Strahles und der Einfallsebene. Für $\alpha = 90^0$ ist $J = 0$; d. h. der Strahl wird überhaupt nicht reflektiert.

Mit Hilfe zweier Spiegel *gh* und *kl* (Fig. 399) kann man die soeben betrachteten Erscheinungen verfolgen und unter Anwendung eines

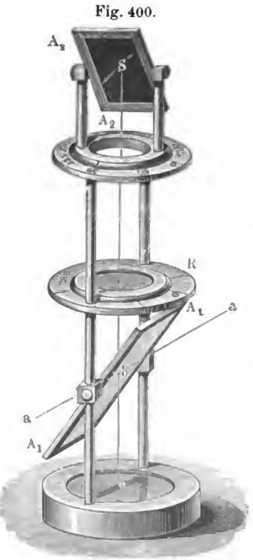
Photometers das Malussche Gesetz prüfen. Fällt der Strahl *a* auf *gh* unter dem Winkel Φ der totalen Polarisation, dann ist der reflektierte

Fig. 399.



Strahl vollkommen polarisiert, seine Schwingungen sind senkrecht zur Ebene der Zeichnung. Hat der zweite Spiegel *kl* die Lage, welche in unserer Figur angedeutet ist, d. h. ist er parallel zu *gh*, so hat der reflektierte Strahl *d* die größte Lichtstärke, welche möglich ist, wenn der Einfallswinkel gleich Φ ist. Dreht man den Spiegel *kl* um den einfallenden Strahl als Achse, so nimmt die Lichtstärke des reflektierten Strahles *d* ab und wird gleich Null, wenn der Drehungswinkel 90° beträgt, so daß also die Einfallsebene senkrecht zur Ebene der Figur wird. Bei weiterer Drehung erscheint der Strahl *d* von neuem und erreicht seine größte Lichtstärke für den Drehungswinkel 180°, wenn also *d* wieder mit der Zeichenebene zusammenfällt. Dreht man den Spiegel weiter um 90°, so verschwindet *d* wiederum. Während der Spiegel eine volle Umdrehung macht, erreicht die Intensität des reflektierten Strahles zweimal ihr Maximum und wird zweimal gleich Null; der Einfallswinkel bleibt hierbei immer unverändert gleich Φ.

Fig. 400.



Anstatt den Spiegel *kl* zu drehen, könnte man auch den einfallenden Strahl drehen, was praktisch ausführbar ist, indem man den Spiegel *gh* dreht oder die den Strahl *a* aussendende Lichtquelle. Somit hat man hier den Fall, wo ein Strahl, welcher von einem Spiegel reflektiert wird, die Reflexionsfähigkeit einbüßt und von neuem erlangt, während er sich um sich selbst um je 90° dreht.

Wie wir sahen, stellt ein Spiegel, auf welchen Strahlen unter dem Winkel Φ einfallen, einen Polarisator dar. Derselbe Spiegel kann auch als Analysator dienen, d. h. als Apparat, welcher die Frage

entscheidet, ob ein gegebener Strahl ein gewöhnlicher, teilweise polarisierter oder vollkommen polarisierter Strahl ist. Trifft ein Strahl den als Analysator dienenden Spiegel unter dem Winkel Φ und macht der Spiegel um jenen Strahl als Achse eine volle Umdrehung, dann wird die Lichtstärke J sich während der Drehung gar nicht ändern, falls der Strahl ein gewöhnlicher war; war er teilweise polarisiert, so hat J zwei Minima und zwei Maxima. War der Strahl vollständig polarisiert, so wird die Lichtstärke J zweimal gleich Null; die Lagen des Spiegels, bei welchen dies eintritt, bestimmen die Polarisationsebene des Strahles, welche zu der diesen Lagen des Spiegels entsprechenden Einfallsebene senkrecht ist. Bemerkt muß hierbei werden, daß der umgekehrte Schluß in beiden ersten Fällen nicht richtig wäre; ein kreisförmig oder elliptisch polarisierter Strahl zeigt unter den genannten Bedingungen ebensolche Erscheinungen, wie ein gewöhnlicher oder teilweise polarisierter Strahl.

Den Analysator verläßt jedenfalls ein vollständig polarisierter Strahl, wobei die Lage der Polarisationsebene für den gegebenen Analysator charakteristisch ist. Man sagt in diesem Falle, der auf den Analysator fallende Strahl wird auf die betreffende Ebene reduziert.

Polarisator und Analysator zusammen geben einen sogenannten Polarisationsapparat.

In Fig. 400 ist der Nörrenbergsche Polarisationsapparat abgebildet. Er besteht aus einem horizontalen gewöhnlichen Spiegel e, den Trägern, welche die Glastafel A_1A_1 halten, dem Tischchen R und dem Spiegel S aus schwarzem Glase.

Die Tafel S dreht sich um eine horizontale Achse. Das Tischchen A_1A_1 kann gehoben und gesenkt, sein mit einer Öffnung versehener mittlerer Teil kann gedreht werden. Der Spiegel S ist um eine horizontale Achse drehbar, er stützt sich auf eine ringförmige Fassung, an der man ihn außerdem um die vertikale Achse des ganzen Apparates drehen kann. Mittels eines Winkelmaßes stellt man die Spiegel S und A_1A_1 derart ein, daß die an jeden von ihnen gezogenen Senkrechten mit der vertikalen Achse des Apparates den Winkel Φ der totalen Polarisation bilden (für Glas $54^0\,35'$); denselben Winkel müssen offenbar die Spiegelebenen mit der Horizontalebene einschließen. Der ganze Apparat wird z. B. dem Fenster gegenüber so aufgestellt, daß die auf A_1A_1 fallenden Strahlen a_1 unter anderem auch vertikal nach unten reflektiert werden können. Diese Strahlen treffen A_1A_1 unter dem Winkel Φ, es werden daher die vertikal abwärts gespiegelten Strahlen vollständig polarisiert. Vom Spiegel e werden sie vertikal nach oben geworfen, gehen zum Teil durch die Glastafel A_1A_1 hindurch, sowie durch die Öffnung des Tischchens R und gelangen zum Spiegel S. Je nach der Lage des letzteren werden sie in höherem oder geringerem Grade reflektiert; sie werden gar nicht reflektiert, wenn die

Einfallsebenen beider Spiegel zueinander senkrecht sind: diese Lage der Spiegel entspricht unserer Figur. Die Lichtstärke der von S reflektierten Strahlen wird durch die Formel (7) bestimmt, wo α der Winkel zwischen den zu den Spiegeln S und $A_1 A_1$ senkrechten Vertikalebenen ist. Als Polarisator dient im Nörrenbergschen Apparate die spiegelnde Tafel $A_1 A_1$, an Stelle des Spiegels S kann auch ein anderer Analysator verwandt werden, z. B. ein Nicolsches Prisma (s. unten).

Es versteht sich von selbst, daß alle diese Erscheinungen sich ebenso, wie auf die sichtbaren, so auch auf die unsichtbaren Strahlen beziehen. Pfund (1906) zeigte, daß bei der Reflexion von einem Selenspiegel die infraroten Strahlen $\lambda = 13\,\mu$ vollständig polarisiert werden.

§ 3. Polarisation bei der einfachen Brechung. Gelangt ein gewöhnlicher Strahl an die Trennungsfläche zweier Medien, so wird er zum Teil reflektiert, zum Teil gebrochen. Sieht man von der Absorption ab, so kann man sagen, daß der reflektierte Strahl zusammen mit dem gebrochenen den einfallenden Strahl ergibt; letzteren kann man, wie wir sahen, durch zwei Strahlen ersetzen, von denen der eine in der Polarisationsebene, der andere senkrecht hierzu polarisiert ist. Da diese beiden Strahlen verschiedene Reflexion erfahren, indem sie den teilweise polarisierten gespiegelten Strahl bilden, so müssen sie offenbar auch verschiedene Brechung erfahren. Hieraus folgt, daß ein gebrochener Strahl ebenfalls teilweise polarisiert ist. Beim reflektierten Strahl erfolgt die Mehrzahl der Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene, in der dieser Strahl teilweise polarisiert ist. Hieraus folgt, daß beim gebrochenen Strahl die Mehrzahl der Schwingungen in der Einfallsebene selbst erfolgt, d. h. daß der gebrochene Strahl senkrecht zur Einfallsebene teilweise polarisiert ist. Der Grad der Polarisation ist um so höher, je näher der Einfallswinkel φ dem Winkel Φ der totalen Polarisation kommt. Ist der Einfallswinkel $\varphi = \Phi$, so ist der Grad der Polarisation des gebrochenen Strahles ein Maximum; aber völlige Polarisation dieses Strahles tritt bei $\varphi = \Phi$ nicht ein. Dies wird verständlich, wenn man sich dessen erinnert, daß bei $\varphi = \Phi$ einer der Ersatzstrahlen für den gewöhnlichen Strahl gar nicht reflektiert, also vollständig gebrochen wird, der andere Strahl aber teilweise reflektiert, also zum Teil auch gebrochen wird. Somit werden bei jedem Werte von φ beide Strahlen gebrochen und kann daher der gebrochene Strahl nicht vollständig polarisiert sein.

Ein gebrochener Strahl ist teilweise polarisiert senkrecht zur Einfallsebene (die Mehrzahl der Schwingungen liegt nach Fresnel in dieser Ebene): ist der Einfallswinkel $\varphi = \Phi$, so ist der Grad der Polarisation ein Maximum.

Ist der einfallende Strahl in der Einfallsebene vollständig polarisiert, so wird ein relativ kleiner Teil desselben bei allen Werten von φ gebrochen.

Ist der einfallende Strahl senkrecht zur Einfallsebene vollständig polarisiert, so wird im allgemeinen ein beträchtlicher Teil desselben gebrochen; ist $\varphi = \Phi$, so wird der Strahl vollständig gebrochen, d. h. seine Amplitude ist dann gleich der Amplitude a des einfallenden Strahles.

Wir nehmen endlich an, der einfallende Strahl sei in einer Ebene polarisiert, welche mit der Einfallsebene den Winkel α bildet; zerlegen wir ihn in zwei Strahlen mit den Amplituden $a_1 = a \cos \alpha$ und $a_2 = a \sin \alpha$. Die Amplituden der beiden gebrochenen Strahlen bezeichnen wir mit a_1'' und a_2''; die Amplituden a_1' und a_2' der beiden reflektierten Strahlen hatten wir durch die Formeln (3) auf S. 703 bestimmt. Wir müssen offenbar die Beziehungen

$$(a_1'')^2 + (a_1')^2 = a_1^2 \quad \text{und} \quad (a_2'')^2 + (a_2')^2 = a_2^2$$

erhalten. Setzt man hierin $a_1 = a \cos \alpha$, $a_2 = a \sin \alpha$, $a_1' = c_1 a \cos \alpha$ und $a_2' = c_2 a \sin \alpha$, so erhält man

$$a_1'' = \sqrt{1 - c_1^2}\, a \cos \alpha \quad \text{und} \quad a_2'' = \sqrt{1 - c_2^2}\, a \sin \alpha \quad . \; . \; . \quad (8)$$

wo $c_2 < c_1$ und $c_2 = 0$ für $\varphi = \Phi$ ist. Zwei gebrochene Strahlen setzen sich zu einem einzigen zusammen, dessen Amplitude gleich

$$A'' = \sqrt{(a_1'')^2 + (a_2'')^2} = a \sqrt{1 - c_1^2 \cos^2 \alpha - c_2^2 \sin^2 \alpha} \quad . \; . \; . \quad (9)$$

ist. Vergleicht man diesen Ausdruck mit Formel (4), so erhält man, wie gehörig,

$$(A')^2 + (A'')^2 = a^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Die Polarisationsebene des gebrochenen Strahles bildet mit der Einfallsebene den Winkel γ, der durch folgende Formel bestimmt wird:

$$tg\,\gamma = \frac{a_2''}{a_1''} = \frac{\sqrt{1 - c_2^2}}{\sqrt{1 - c_1^2}}\, tg\,\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Da $c_2 < c_1$ ist, so erhält man

$$\gamma > \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

während für den reflektierten Strahl $\beta < \alpha$ war.

Bei Brechung eines polarisierten Strahles dreht sich seine Polarisationsebene und entfernt sich dabei von der Einfallsebene.

Wir sahen, daß für einen natürlichen einfallenden Strahl der reflektierte und der gebrochene Strahl teilweise polarisiert sind und man sie (vgl. S. 700) als Vereinigung eines natürlichen und eines polarisierten Strahles ansehen kann. Die Mehrzahl der in bestimmten zueinander senkrechten Richtungen vor sich gehenden Schwingungen müssen offenbar

im reflektierten und gebrochenen Strahle einander gleich sein; man kann somit sagen: Wenn einfache Strahlen einfallen, so enthalten die reflektierten und gebrochenen Strahlen gleiche Mengen polarisierter Strahlen, wobei ihre Polarisationsebenen zueinander senkrecht sind (Gesetz von Arago). Läßt man die gebrochenen, teilweise polarisierten Strahlen sich nochmals brechen, so nimmt ihr Prozentgehalt an polarisierten Strahlen, d. h. ihr Grad der Polarisation, zu, und wiederholt sich die Brechung eine große Anzahl von Malen, so werden zuletzt Strahlen erhalten, die man als vollständig polarisiert ansehen kann, wenn bei jeder Brechung der Winkel $\varphi = \Phi$ ist, d. h. gleich dem Winkel der totalen Polarisation. Vielfach wiederholte Brechung bei dem Werte $\varphi = \Phi$ für den Einfallswinkel liefert Strahlen, welche senkrecht zur Einfallsebene polarisiert sind. Hierauf beruht die Konstruktion eines Polarisators, der aus einer großen Zahl übereinandergelegter dünner Glasplatten besteht. Polarisatoren dieser Art sind unter dem Namen „Glasplattensatz" bekannt; man könnte sie als Lamellenpolarisatoren bezeichnen. Sie sind dadurch besonders bequem, daß Strahlen, welche den Einfallswinkel $\varphi = \Phi$ haben, reflektierte und gebrochene Strahlen ergeben, die in zueinander senkrechten Ebenen vollständig polarisiert sind.

Es können offenbar die Glaslamellen sowohl als Polarisator wie auch als Analysator dienen.

Indessen aus vielen Gründen werden sie jetzt fast gar nicht mehr gebraucht.

§ 4. Interferenz polarisierter Strahlen. Die Gesetze für die Interferenz polarisierter Strahlen sind von Fresnel und Arago entdeckt worden; es gibt deren vier:

I. Gesetz: Zwei in derselben Ebene polarisierte Strahlen interferieren wie gewöhnliche Strahlen.

Dies Gesetz bedarf keiner weiteren Erläuterung.

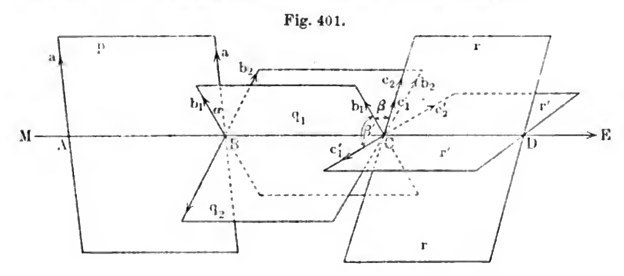
II. Gesetz: Zwei Strahlen, welche in senkrecht zueinander stehenden Ebenen polarisiert sind, zeigen keinerlei Interferenz.

Die Lichtstärke, welche zwei solche Strahlen zusammengenommen geben, hängt also von ihrem Gangunterschiede nicht ab. Fresnel leitete aus diesem Gesetze den Beweis dafür ab, daß die Lichtschwingungen senkrecht zum Strahle erfolgen, daß sie also Querschwingungen sind. Verdet hat den nicht vollkommen strengen Beweis Fresnels durch einen strengeren ersetzt.

III. Gesetz: Zerlegt man einen in einer gewissen Ebene P polarisierten Strahl in zwei Strahlen, deren Polarisations-

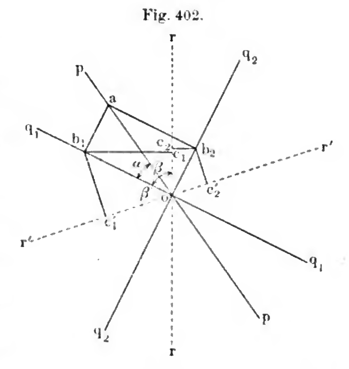
ebenen Q_1 und Q_2 sind, und reduziert diese beiden Strahlen mit Hilfe eines Analysators auf eine Polarisationsebene R, so interferieren sie miteinander. Bei Berechnung der schließlichen Amplitude hat man jedoch eine halbe Wellenlänge zu dem wirklich vorhandenen Gangunterschiede δ hinzuzufügen, wenn P und R in verschiedenen der von den Ebenen Q_1 und Q_2 gebildeten rechten Winkel liegen.

Fig. 401.



Dieses wichtige Gesetz bedarf der Erläuterung; wir betrachten zu diesem Zwecke die Fig. 401 und 402. In der ersten von ihnen ist die Ausbreitungsrichtung des Strahles durch die Gerade $MABCDE$ gegeben, in der anderen ist angenommen, der Strahl gehe durch den Punkt O hindurch und sei senkrecht zur Zeichenebene, in welcher die Durchschnitte der verschiedenen durch den Strahl gehenden Ebenen dargestellt sind. In keiner der beiden Figuren sind die Polarisationsebenen P, Q_1, Q_2 und R wiedergegeben, sondern nur die Schwingungsebenen, welche nach **Fresnel** zu jenen ersteren senkrecht sind. Der Buchstabe O kommt nur in der Fig. 402 vor. In der Richtung MAB verläuft der Strahl mit der Schwingungsebene p (pp in Fig. 402) und der Amplitude $a = Aa = Ba = Oa$. Im Punkte B erfolgt die Zerlegung des Strahles in zwei, deren Schwingungsebenen q_1 und q_2, deren Amplituden $b_1 = Bb_1 = Ob_1$ und $b_2 = Bb_2 = Ob_2$ sind; die Ebenen q_1 und q_2 sind zueinander senkrecht. Die Phasendifferenz der

Fig. 402.



beiden Strahlen in B ist gleich Null. Bezeichnet man den Winkel zwischen den Ebenen p und q_1 mit α, so ist $b_1 = a \cos \alpha$, $b_2 = a \sin \alpha$. Beide Strahlen breiten sich, wie wir annehmen, bis nach C aus, ohne ihre Amplituden zu ändern, so daß $b_1 = Cb_1$, $b_2 = Cb_2$ ist. Auf dem Wege BC erlangen die Strahlen eine Phasendifferenz Δ, da ihre Ausbreitungsgeschwindigkeiten verschieden sind, so daß die Zahl der Wellenlängen, welche in BC aufgeht, eine ungleiche ist. Sind die Wellenlängen λ_1 und λ_2, so ist $\Delta = 2\pi \,.\, BC\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$. Im Punkte C treffen die Strahlen den Analysator, z. B. einen Spiegel oder eine Anzahl Glaslamellen, unter dem Winkel Φ der totalen Polarisation. Der Analysator „reduziert" die Schwingungsebenen beider Strahlen auf eine bestimmte Ebene, hinsichtlich deren Lage man zwei Fälle zu unterscheiden hat.

1. Die schließliche Schwingungsebene rr (Fig. 401 und 402) liegt innerhalb derselben Flächenwinkel zwischen q_1 und q_2 wie die ursprüngliche Schwingungsebene p; mit anderen Worten, der Winkel pOr liegt innerhalb eines der Winkel q_1Oq_2. Mit β bezeichnen wir den Winkel rOq_1 zwischen den Ebenen r und q_1 und zählen ihn als positiv von q_2 aus in derselben Richtung wie den Winkel α. Die beiden Strahlen mit den Amplituden b_1 und b_2 geben nach Reduktion auf die Ebene r zwei neue Strahlen mit derselben Schwingungsebene und den Amplituden

$$c_1 = Cc_1 = Oc_1 = b_1 \cos \beta = a \cos \alpha \cos \beta$$

und

$$c_2 = Cc_2 = Oc_2 = b_2 \sin \beta = a \sin \alpha \sin \beta,$$

wobei die Amplituden c_1 und c_2 in derselben Richtung positiv gezählt werden. Diese beiden Strahlen werden durch einen einzigen Strahl ersetzt, dessen Schwingungsebene r und dessen Amplitude a_1 ist; es ist

$$a_1^2 = c_1^2 + c_2^2 + 2c_1c_2 \cos \Delta \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Δ bedeutet die Phasendifferenz, welche die Strahlen auf dem Wege BC erlangt haben.

2. Die schließliche Schwingungsebene $r'r'$ (Fig. 401 und 402) liegt innerhalb der Flächenwinkel zwischen q_1 und q_2, durch welche die ursprüngliche Schwingungsebene p nicht hindurchgeht; mit anderen Worten, der Winkel pOr' enthält nur eine der Ebenen q_1 oder q_2. Es sei β' der Winkel zwischen q_1 und r', welcher von q_1 aus nach der α entgegengesetzt liegenden Richtung positiv gezählt wird. In diesem Falle geben die beiden Strahlen mit den Amplituden b_1 und b_2 nach Reduktion auf die Ebene r' zwei Strahlen mit den Amplituden

$$c_1' = Cc_1' = Oc_1' = b_1 \cos \beta' = a \cos \alpha \cos \beta'$$

und

$$c_2' = Cc_2' = Oc_2' = -b_2 \sin \beta' = -a \sin \alpha \sin \beta'.$$

Das Minuszeichen vor der Amplitude entspricht der Phasenänderung um π, oder, was dasselbe ist, der Hinzufügung einer halben Wellenlänge zur Weglänge eines der Strahlen. Geometrisch ist dies dadurch ausgedrückt, daß c_1' und c_2' nach verschiedenen Seiten gerichtet sind. Die beiden Strahlen mit den Amplituden c_1' und c_2' (c_2 ohne Minuszeichen genommen), welche sich vom Punkte C aus weiter ausbreiten, setzen sich zu einem Strahl mit der Amplitude a_1' zusammen, wo

$$(a_1')^2 = (c_1')^2 + (c_2')^2 + 2\,c_1'c_2' \cos(\varDelta + \pi)$$

ist, oder

$$(a_1')^2 = (c_1')^2 + (c_2')^2 - 2\,c_1'c_2' \cos\varDelta \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Ein Beispiel wird den Unterschied zwischen beiden obigen Fällen noch klarer werden lassen. Wir setzen $\alpha = 45^0$ und zuerst $\beta = 45^0$, sodann $\beta' = 45^0$. Außerdem setzen wir $\varDelta = 0$ oder, was dasselbe ist, $\varDelta = 2\,n\pi$, wo n eine ganze Zahl ist. Für $\alpha = 45^0$ ist $b_1 = b_2 = \frac{a}{\sqrt{2}}$; wir haben ferner die Ebene r und den Winkel $\beta = 45^0$. Dann ist $c_1 = \frac{b_1}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$, $c_2 = \frac{b_2}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$, und endlich nach Formel (13) $a_1^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2\,\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2} = a^2$. Haben wir die Ebene r' und den Winkel $\beta' = 45^0$, so ist gleichfalls $c_1 = \frac{a}{2}$, $c_2 = \frac{a}{2}$ (das Minuszeichen lassen wir fort, da es durch Vermehrung der Phase um π ersetzt ist) und nach Formel (14) $(a_1')^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\,\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2} = 0$. Dies Resultat läßt sich wohl verstehen; $\varDelta = 2\,n\pi$ zeigt, daß in C gleichzeitig Schwingungen in den Richtungen Cb_1 und Cb_2 beginnen, also auch gleichzeitig in den Richtungen Cc_1 und Cc_2 oder in den Richtungen Cc_1' und Cc_2'. Im ersten Falle summieren sich die gleichen Amplituden c_1 und c_2, im zweiten Falle subtrahieren sich die ebenfalls gleichen Amplituden c_1' und c_2'.

Nach obigem können wir den Sinn des wichtigen III. Gesetzes als genügend klargestellt ansehen.

IV. Gesetz. Zerlegt man einen gewöhnlichen Strahl in zwei Strahlen, welche in den Ebenen Q_1 und Q_2 polarisiert sind und reduziert darauf diese beiden Strahlen mit Hilfe eines Analysators auf dieselbe Polarisationsebene R, so interferieren sie miteinander nicht.

Von M bis nach B (Fig. 401) verläuft ein gewöhnlicher Strahl; in B spaltet sich derselbe in zwei Strahlen, deren Polarisationsebenen q_1 und q_2 sind und die in C auf die Schwingungsebene r oder r' reduziert werden. Es läßt sich alsdann beweisen, daß die Licht-

stärke des schließlich entstehenden Strahles weder von der Phasendifferenz Δ der beiden Strahlen BC, noch von der Lage der Ebene r oder r' abhängig ist. Dies wird klar, wenn man sich ins Gedächtnis zurückruft die Erläuterungen auf S. 697 über den gewöhnlichen Strahl und seine Zerlegung in zwei Strahlen, die in senkrecht zueinander befindlichen Ebenen polarisiert sind. Wie wir sahen, entspricht ein gewöhnlicher Strahl seinen Eigenschaften nach einem polarisierten Strahle, dessen Polarisationsebene sich sehr schnell dreht, und stellen die Amplituden $b_1 = b_2 = \frac{a}{\sqrt{2}}$ der beiden polarisierten Strahlen, in welche er zerlegt wird, Mittelwerte der sich schnell innerhalb der Grenzen o und a ändernden Werte dar. Denken wir uns, die Ebene p (Fig. 401 und 402) drehe sich schnell um die Richtung des Strahles (AB oder O) und die schließliche Schwingungsebene sei r; liegt dann p innerhalb des Winkels $b_1 B b_2$, so haben die Schwingungen der beiden Strahlen BC gleichzeitig die Richtungen von B nach b_1 und b_2. Die schließliche Amplitude a_1 wird nach Formel (13) gefunden, denn p und r liegen in gleichen Winkelräumen zwischen q_1 und q_2. Dreht sich aber p um so viel, daß Ba sich innerhalb des Flächenwinkels $b_1 B b_2$ befindet, so erfolgen die Schwingungen der beiden Strahlen BC gleichzeitig in den Richtungen von B nach b_1 und b_2. Die schließliche Amplitude a_1 der in der Ebene r vor sich gehenden Schwingungen wird durch Formel (14) bestimmt, denn jetzt liegen p und r in verschiedenen Winkelräumen zwischen q_1 und q_2. Das dritte Glied des Ausdrucks für a_1 tritt gleich oft mit dem (+)- wie mit dem (—)-Zeichen auf, daher wird der Mittelwert a_1 durch folgenden Ausdruck bestimmt:

$$a_1^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2},$$

d. h. $a_1 = \frac{a}{\sqrt{2}}$ unabhängig von Δ und für jede Lage r oder r' der schließlichen Schwingungsebene.

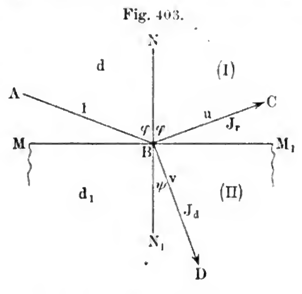
§ 5. Fresnels Theorie der Spiegelung und Brechung polarisierter Strahlen. Die Fresnelschen Formeln. Der große französische Gelehrte Fresnel stellte als erster Formeln auf für die Lichtstärke der reflektierten und der gebrochenen Strahlen. Er stützte sich dabei vollständig auf die mechanische Theorie, welche die Erscheinungen der Strahlungsenergie als sich im Äther ausbreitende elastische Schwingungen betrachtet. Die Art, wie er seine Formeln abgeleitet hat, hat gegenwärtig nur historisches Interesse, aber die Formeln selbst sind zweifellos richtig, da sie sich auch ebenso aus der elektromagnetischen Theorie ergeben, die im letzten Bande behandelt werden wird. Wegen der großen Bedeutung dieser Formeln führen wir sie an, aber ohne

jeden Beweis. Wir bemerken nur, daß Fresnel seinen Berechnungen die Voraussetzung zugrunde legt, daß die Dichte (d) des Äthers in den verschiedenen Stoffen verschieden ist, während die Elastizität e (Scherungsmodul, Bd. I) in allen isotropen Körpern dieselbe ist. F. Neumann hat wesentlich dieselben Formeln abgeleitet unter der umgekehrten Voraussetzung, daß die Dichte d des Äthers in allen Körpern gleich ist und die Elastizität e verschieden.

Wir wollen folgende Bezeichnungen einführen. Auf die Ebene MM_1 (Fig. 403), die zwei Medien (I) und (II) voneinander trennt, fällt der Strahl AB; NN_1 ist die Normale zur Ebene MM_1, BC der reflektierte Strahl, BD der gebrochene; φ der Einfallswinkel, ψ der Brechungswinkel, d und d_1 die Dichten des Äthers, die aber in unseren Formeln nicht vorkommen werden. Die Intensität des auffallenden Strahles bezeichnen wir mit J, die des reflektierten mit J_r, die des gebrochenen mit J_d. Die Amplituden der Schwingungen 1, u, v werden ebenfalls in unseren Formeln nicht vorkommen. Offenbar ist

$$J = J_r + J_d \quad \ldots \quad (15)$$

Fig. 403.



I. Fall. Die einfallenden Strahlen sind in der Einfallsebene polarisiert, die Schwingungen erfolgen somit senkrecht zu den Ebenen der Fig. 403 oder parallel zu der spiegelnden Fläche MM_1.

Wir wollen diesen Fall durch das hinzugefügte Zeichen $\|$ bezeichnen. Die Intensitäten $J_{r,\|}$ und $J_{d,\|}$ des reflektierten und des gebrochenen Strahles werden ausgedrückt durch die Formeln

$$J_{r,\|} = \frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)} J \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

$$J_{d,\|} = \frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi + \psi)} J \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

Den letzten Ausdruck könnte man auch auf Grund der Formel (15) erhalten, nach welcher $J_d = J - J_r$ ist. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß (16) und (17) der Gleichung (15) genügen.

Für senkrecht einfallende Strahlen hat man die Grenzwerte der Ausdrücke (16) und (17) für unendlich kleine Werte von φ und ψ zu finden; ersetzt man die Sinus durch die Bogen und setzt

$$n = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{\varphi}{\psi},$$

so ist

$$\left.\begin{aligned} J_r &= \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 J \\ J_d &= \frac{4\,n}{(n+1)^2} J \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Für Glas ist n nahezu gleich $\frac{3}{2}$; es ist daher $J_r = \frac{1}{25} J$, $J_d = \frac{24}{25} J$.

II. Fall. Die einfallenden Strahlen sind senkrecht zur Einfallsebene polarisiert; die Schwingungen gehen in der Einfallsebene selbst vor sich.

Für die Lichtstärke erhält man

$$J_{r,\perp} = \frac{tg^2(\varphi - \psi)}{tg^2(\varphi + \psi)} J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

$$J_{d,\perp} = \frac{\sin 2\varphi \, \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi + \psi)\cos^2(\varphi + \psi)} J \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Für senkrecht einfallende Strahlen, d. h. für $\varphi = 0$ und $\psi = 0$ erhält man hieraus

$$J_r = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} J,$$

$$J_d = \frac{4\,n}{(n+1)^2} J,$$

welche Formeln identisch mit (18) sind, was auch verständlich ist, da bei senkrecht einfallenden Strahlen der Unterschied zwischen der Polarisation in der Einfallsebene und senkrecht zu ihr verschwindet. Die Ausdrücke (19) und (20) genügen der Beziehung (15).

Nimmt φ den besonderen Wert Φ an, bei welchem $\Phi + \psi = 90^0$ ist, so ist $J_{r,\perp} = 0$; d. h. der Strahl wird überhaupt nicht reflektiert. In diesem Falle ist $\sin\psi = \cos\Phi$, folglich

$$tg\,\Phi = \frac{\sin\Phi}{\cos\Phi} = \frac{\sin\Phi}{\sin\psi} = n.$$

Es ist dies das uns bereits bekannte (vgl. S. 701) Brewstersche Gesetz.

III. Fall. Die einfallenden Strahlen sind in einer Ebene polarisiert, welche mit der Einfallsebene den Winkel α bildet.

$$\left.\begin{aligned} J_{r,\alpha} &= \left[\frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)}\cos^2\alpha + \frac{tg^2(\varphi - \psi)}{tg^2(\varphi + \psi)}\sin^2\alpha\right] J \\ J_{d,\alpha} &= \left[\frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi + \psi)}\cos^2\alpha + \frac{\sin 2\varphi \, \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi + \psi)\cos^2(\varphi - \psi)}\sin^2\alpha\right] J \end{aligned}\right\} (20,a)$$

Die Schwingungen beim reflektierten Strahle erfolgen in einer Ebene, welche mit der spiegelnden Fläche den Winkel β bildet; $tg\,\beta$ ist dabei gleich dem Verhältnis der eben gegebenen Werte für die Amplituden, nämlich

$$tg\,\beta = \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos(\varphi - \psi)}\,tg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Die Formel (21) zeigt, daß sich die Polarisationsebene bei der Reflexion dreht und dabei der Einfallsebene nähert, denn es ist $\beta < \alpha$, vgl. (6) auf S. 703. Für $\varphi + \psi = 90^0$ ist $\beta = 0$.

Die Schwingungen des gebrochenen Strahles bilden mit der spiegelnden Fläche den Winkel γ; es ist

$$tg\,\gamma = \frac{1}{\cos(\varphi - \psi)}\,tg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

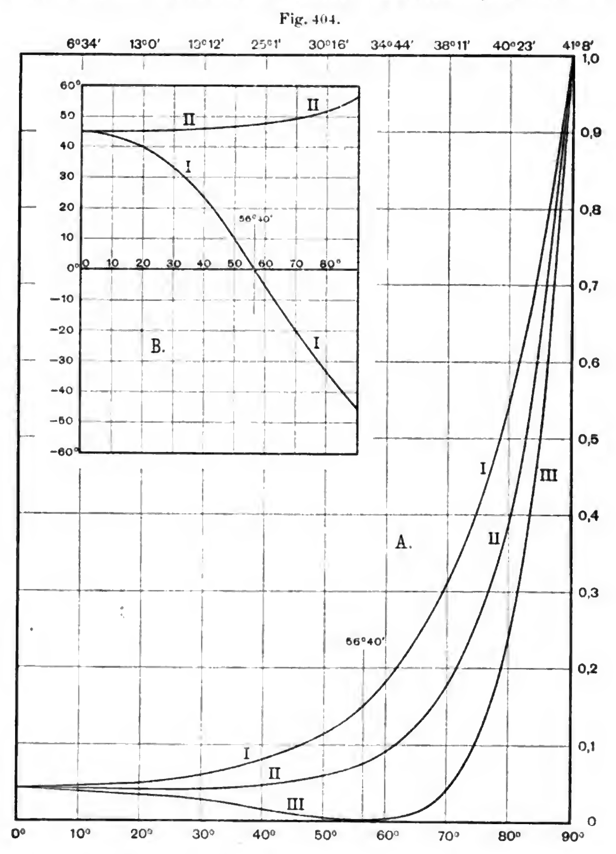
Offenbar ist γ der Winkel zwischen der Polarisationsebene des gebrochenen Strahles und der Einfallsebene. Man sieht aus (22), daß $\gamma > \alpha$ ist, d. h. daß sich bei der Brechung die Polarisationsebene von der Einfallsebene entfernt, vgl. (12) auf S. 707.

Die folgenden Abbildungen von Kurven, welche zur Veranschaulichung der Fresnelschen Formeln dienen können, stammen von A. Gerschun. Diese Kurven sind in Fig. 404 A und B dargestellt. Die erste Figur (A) zeigt drei Kurven; die Ordinaten entsprechen der Intensität J_r des vom Glase reflektierten Lichtes, wobei der Brechungsquotient des Glases gleich $n = 1{,}52$ gesetzt ist. Die Intensität J des einfallenden Lichtes ist als Einheit angenommen. Die Abszissen (unterer Rand der Zeichnung) entsprechen den Einfallswinkeln φ; die hinzugehörigen Werte der Brechungswinkel ψ sind am oberen Rande der Figur angegeben. Kurve I gilt für Strahlen, welche in der Einfallsebene polarisiert sind, vgl. Formel (16), wo $J = 1$ ist. Kurve II liefert die Lichtstärke der reflektierten Strahlen für den Fall, daß die einfallenden Strahlen in einer Ebene polarisiert sind, welche mit der Einfallsebene den Winkel $\alpha = 45^0$ einschließt; vgl. die erste von den Formeln (20, a), wo $\cos^2\alpha = \sin^2\alpha = 0{,}5$ ist. Die Kurve III endlich bezieht sich auf Strahlen, die in einer zur Einfallsebene senkrechten Ebene polarisiert sind, s. Formel (19). Diese Kurve tangiert die Abszissenachse ($J_{r,\perp} = 0$), wenn φ gleich dem Grenzwinkel der Totalreflexion ($56^0\,40'$) wird, dessen Tangente gleich $n = 1{,}52$ ist.

Fig. 404 B veranschaulicht die Drehung der Polarisationsebene bei der Reflexion (I) und Brechung (II). Es ist hierbei vorausgesetzt, daß die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen mit der Einfallsebene den Winkel $\alpha = 45^0$ bildet. Die Abszissen stellen die Einfallswinkel φ dar, die Ordinaten dagegen entsprechen den Werten der Winkel β und γ, s. die Formeln (21) und (22). Ähnliche graphische Darstellungen sind von Lafay (1899) gegeben worden.

IV. Fall. Die einfallenden Strahlen sind natürliche Strahlen. Wir ersetzen den natürlichen Strahl durch zwei Strahlen, welche in der Einfallsebene und senkrecht zu derselben polarisiert sind.

Fig. 404.



Die Lichtintensitäten J_r des reflektierten und J_d des gebrochenen Strahles werden ebenso erhalten wie die Formel (20, a), wobei die Faktoren $\cos^2\alpha$ und $\sin\alpha$ durch $\frac{1}{2}$ ersetzt werden:

$$\left.\begin{aligned} J_r &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(\varphi-\psi)}{\sin^2(\varphi+\psi)}+\frac{tg^2(\varphi-\psi)}{tg^2(\varphi+\psi)}\right]J \\ &= \frac{1}{2}\frac{\sin^2(\varphi-\psi)}{\sin^2(\varphi+\psi)}\left[1+\frac{\cos^2(\varphi+\psi)}{\cos^2(\varphi-\psi)}\right]J \\ J_d &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi+\psi)}+\frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi+\psi)\cos^2(\varphi-\psi)}\right]J \\ &= \frac{1}{2}\frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi+\psi)}\left[1+\frac{1}{\cos^2(\varphi-\psi)}\right]J \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Der reflektierte und der gebrochene Strahl sind **teilweise** polarisiert, denn wenn man jeden von ihnen in zwei Strahlen zerlegt, die in der Einfallsebene bzw. senkrecht zu ihr polarisiert sind, so sind die Lichtstärken dieser Strahlen ungleich: die beiden Glieder, aus denen die Größen J_r und J_d zusammengesetzt sind, stellen gerade die Lichtstärken zweier Paare senkrecht zueinander polarisierter Strahlen dar, welche den reflektierten und den gebrochenen Strahl ersetzen. Der Überschuß des einen Gliedes über das andere liefert die Menge des polarisierten Lichtes, welches den reflektierten und gebrochenen Strahlen beigemengt ist. Bezeichnen wir denselben mit $J_{r\,(\mathrm{pol.})}$ und $J_{d\,(\mathrm{pol.})}$, so ist:

$$\left.\begin{aligned} J_{r\,(\mathrm{pol.})} &= \frac{1}{2}\frac{\sin^2(\varphi-\psi)}{\sin^2(\varphi+\psi)}\left[1-\frac{\cos^2(\varphi+\psi)}{\cos^2(\varphi-\psi)}\right]J \\ &= \frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi \sin^2(\varphi-\psi)}{2\sin^2(\varphi+\psi)\cos^2(\varphi-\psi)}J \\ J_{d\,(\mathrm{pol.})} &= \frac{1}{2}\frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi+\psi)}\left[\frac{1}{\cos^2(\varphi-\psi)}-1\right]J \\ &= \frac{\sin 2\varphi \sin^2\psi \sin^2(\varphi-\psi)}{2\sin^2(\varphi+\psi)\cos^2(\varphi-\psi)}J \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Die rechten Seiten sind einander gleich. Hierdurch bestätigt sich das Aragosche Gesetz (S. 708): in den reflektierten und gebrochenen Strahlen sind gleiche absolute Mengen polarisierten Lichtes enthalten.

Mehrmalige Brechung. Ein Strahl, welcher unter dem Winkel α gegen die Einfallsebene polarisiert ist, durchsetzt eine Reihe von planparallelen Platten. Seine Polarisationsebene bildet nach der ersten Brechung den Winkel γ_1 mit der Einfallsebene, wo $\gamma_1 = \gamma$ ist, das durch Formel (22) gegeben war, d. h.

$$tg\,\gamma_1 = \frac{1}{\cos(\varphi-\psi)}\,tg\,\alpha.$$

Nach der zweiten Brechung, d. h. nach Austritt des Strahles aus der ersten Platte (Einfallswinkel ψ), haben wir anstatt γ_1 den Winkel γ_2, wobei folgende Relation besteht:

$$tg\,\gamma_2 = \frac{1}{\cos(\varphi-\psi)}\,tg\,\gamma_1 = \frac{1}{\cos^2(\varphi-\psi)}\,tg\,\alpha.$$

Nach m Brechungen erhält man für den Winkel γ_m:

$$tg\,\gamma_m = \frac{1}{cos^m\,(\varphi - \psi)}\,tg\,\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

Der Wert von $tg\,\gamma_m$ wächst unbegrenzt bei Zunahme von m und für sehr große Werte von m kann man $\gamma_m = 90^0$ setzen. Wird ein Strahl vielmals gebrochen, so kann man ihn schließlich als senkrecht zur Einfallsebene vollständig polarisiert ansehen.

Fresnel untersuchte sehr ausführlich die totale Reflexion. Bei $sin\,\varphi = n$, wo n den Brechungskoeffizienten bedeutet beim Übergange aus dem ersten Medium ins zweite ($n < 1$), erhält man $J_r = J$ und $J_d = 0$, und zwar für alle vier oben untersuchten Fälle. Besonders wichtig ist der Fall, wo $sin\,\varphi > n$, d. h. wenn der Einfallswinkel größer ist als der Winkel der vollständigen inneren Reflexion. Wir wollen annehmen, daß die Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit der Einfallsebene den Winkel α bildet. Wir zerlegen diesen Strahl in zwei Strahlen mit den Amplituden

$$A = cos\,\alpha,\; A_\perp = sin\,\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

Es ergibt sich, daß beide Strahlen vollkommen reflektiert werden, so daß für jedes φ, wenn $sin\,\varphi > n$,

$$J_r = J \quad \text{und} \quad J_d = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

Weiter ergibt sich, daß bei der Reflexion der beiden Strahlen mit den Amplituden (26) eine Veränderung ihrer Phase eintritt, so daß zwischen den beiden geradlinig reflektierten Strahlen eine Phasendifferenz δ entsteht, welche bestimmt wird durch die Formel

$$cos\,\delta = \frac{2\,sin^4\,\varphi}{(1 + n^2)\,sin^2\,\varphi - n^2} - 1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

wo $n < 1$ ist. Zwei Schwingungen mit den Amplituden (26) und der Phasendifferenz (28) setzen sich zu einer Bewegung auf einer Ellipse zusammen. Strahlen, welche unter einem Winkel reflektiert werden, der größer als der Winkel der totalen Reflexion ist, sind elliptisch polarisiert; es ist $cos\,\delta = 1$, folglich $\delta = 0$ bei $sin\,\varphi = n$ und bei $sin\,\varphi = 1$. Dies heißt, daß die Phasendifferenz gleich Null ist, daß also die Ellipse in eine gerade Linie übergeht und die Strahlen geradlinig polarisiert sind, sowohl für den Winkel der totalen Reflexion, als auch in dem Falle, daß die Strahlen an der Fläche dahingleiten ($\varphi = 90^0$). Zwischen diesen beiden Werten $\delta = 0$ liegt der Maximalwert für den Gangunterschied bei

$$sin\,\varphi = \sqrt{\frac{2}{1 + n^2}},$$

für diesen ist

$$cos\,\delta = \frac{4\,n^2 - (1 - n^2)^2}{(1 + n^2)^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Ein reflektierter Strahl ist **kreisförmig polarisiert**, wenn die Amplituden einander gleich sind und der Gangunterschied gleich $\delta = \frac{\pi}{2}$ ist (Bd. I, Abt. 1, S. 146). Der ersten Bedingung wird genügt, wenn man $\alpha = 45^0$ setzt. Der zweiten Bedingung kann man jedoch nicht durch bloße Reflexion genügen, denn $\cos\delta = 0$ gibt für $\sin\varphi$ mögliche Werte nur, wenn $n > \sqrt{2} - 1$, d. h. wenn $\frac{1}{n} > 2{,}414$ (Diamant) ist. Fresnel hat gezeigt, daß man die Phasendifferenz $\delta = \frac{\pi}{2}$ durch zwei oder drei Reflexionen erhalten kann, wenn man eine gewisse Glassorte (Spiegelglas) aus der Fabrik von St. Gobain verwendet, für welche $\frac{1}{n} = 1{,}51$ ist. Formel (29) gibt für diese Glassorte bei $\varphi = 55^0$ die größte Phasendifferenz, etwa $\delta = \frac{\pi}{4}$ $\left(\text{Gangunterschied } \frac{\lambda}{8}\right)$. Nach zweimaliger Reflexion erhält man $\delta = \frac{\pi}{2}$.

Fig. 405.

Fig. 406.

Fresnel hat sich aus der genannten Glassorte ein schiefes Parallelepipedon (Fig. 405) herstellen lassen, durch welches er den Strahl $ABCD$ hindurchsandte, dessen Polarisationsebene im Teile AB mit der Einfallsebene den Winkel $\alpha = 45^0$ bildete und dessen Einfallswinkel in B und C gleich $\varphi = 55^0$ war. Der austretende Strahl CD erwies sich tatsächlich als kreisförmig polarisiert. Dies wurde dadurch erwiesen, daß der Analysator (ein Spiegel, Nicolsches Prisma, Glaslamellen) im Strahle keine Spuren von Polarisation nachwies, und daß beim Durchgange durch ein zweites Parallelepipedon derselben Art (Fig. 406) wiederum ein geradlinig polarisierter Strahl $\left(\text{Phasendifferenz } \frac{4\pi}{4} = \pi\right)$ erhalten wurde, wobei die Polarisationsebene zu der ursprünglichen senkrecht war.

Bei $\varphi = 69^0\,12'\,33''$ erhält man $\delta = \frac{\pi}{6}$ $\left(\text{Gangunterschied } \frac{\lambda}{12}\right)$, daher gibt eine dreimalige Reflexion einen kreisförmig polarisierten Strahl. Fresnel hat auch ein Parallelepipedon konstruiert, welches diesem Falle entspricht. Weiter unten werden wir die Einrichtung des **Kompensators von Babinet** kennen lernen, welcher zur genauen Untersuchung des elliptisch polarisierten Lichtes dient.

Nachdem wir uns von der Existenz elliptisch polarisierter Strahlen überzeugt haben, sind wir nunmehr berechtigt, unsere Vorstellung über

den gewöhnlichen Strahl zu erweitern. Wir hatten ihn als einen Strahl angesehen, dessen Polarisationsebene sehr schnell wechselt. Die Versuche von Dove haben in der Tat gezeigt, daß ein polarisierter Strahl mit sehr schnell wechselnder Polarisationsebene alle Eigenschaften eines gewöhnlichen Strahles besitzt. Dennoch wäre es richtiger, anzunehmen, daß die Schwingungen beim gewöhnlichen Strahle auf Ellipsen vor sich gehen, welche in schneller Folge sowohl die Richtung ihrer Achsen, als auch die Größe ihrer Halbachsen ändern. Zerlegt man solche Bewegungen auf Ellipsen in zwei geradlinige Bewegungen, so sieht man, daß nicht nur ihre Phasendifferenz, sondern auch ihre Amplituden sich ununterbrochen ändern.

Die Fresnelschen Formeln sind wiederholt experimentell geprüft worden. Rood hat photometrisch das weiße Licht untersucht, welches durch eine Glasplatte hindurchgegangen war, Rayleigh und Conroy das von einer solchen Platte reflektierte Licht. Murphy (1896) hat mit Hilfe eines Spektrophotometers das reflektierte Licht für Strahlen von verschiedener Wellenlänge untersucht. Rybár (1913) hat eine Methode ausgearbeitet, welche die absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes bei beliebigem Einfallswinkel zu bestimmen gestattet. Im allgemeinen haben alle die Messungen zu Resultaten geführt, welche mit den Fresnelschen Formeln in recht guter Übereinstimmung waren.

Indem wir hiermit die Untersuchung über die Polarisationserscheinungen der Strahlen bei der Reflexion und Brechung beschließen, erübrigt uns noch darauf hinzuweisen, daß der allgemeine Charakter der Erscheinungen davon unabhängig ist, ob die Strahlen sichtbare sind oder unsichtbare. Die Fresnelschen Formeln beziehen sich in gleicher Weise auf die sichtbaren wie auf die unsichtbaren Strahlen. Die Frage nach der „Polarisation der Wärmestrahlen" hat einstmals die Gelehrten viel beschäftigt. Da wir den Begriff von „Wärmestrahlen" völlig ausgeschlossen haben, weil sie ja nichts anderes sind als infrarote Strahlen, so haben wir auf die Frage nach ihrer Polarisation nicht besonders einzugehen. Der rein äußerliche und nebensächliche Unterschied zwischen den Polarisationserscheinungen der sichtbaren und infraroten Strahlen besteht nur in ihren Beobachtungsmethoden. An Stelle des Auges oder Photometers tritt bei ihnen die Thermosäule oder das Bolometer. Wir werden daher auf die Arbeiten nicht näher eingehen, in welchen nachgewiesen worden ist, daß eine „Polarisation der Wärmestrahlen" existiert, und daß sie bei der Reflexion und Brechung entsprechend der Fresnelschen Formeln erfolgt. Wir weisen nur darauf hin, daß solche Untersuchungen von Bérard, Knoblauch, De la Provostaye und Desains, Forbes, Melloni, Magnus u. a. stammen.

Eine interessante Anwendung der Fresnelschen Formeln für die Erklärung einiger Erscheinungen der Oberflächenfarben von Körpern kann man in Walters Buche „Oberflächenfarben", Braunschweig 1895,

finden. Da r von λ abhängt, so ist klar, daß eine an sich farblose Oberfläche eine Färbung aufweisen muß, wenn von ihr Strahlen reflektiert werden.

§ 6. Polarisation bei der Emission, Zerstreuung und Beugung. Wir haben bisher die Polarisation von Strahlen betrachtet, welche bei der Reflexion und Brechung auftritt. Ein anderer wichtiger Fall, nämlich die Polarisation bei der Doppelbrechung, war von uns auf S. 700 erwähnt worden. Weitere Polarisationserscheinungen treten noch auf bei der Emission, der inneren und äußeren Diffusion und der Beugung. Hiervon soll im folgenden einiges Wenige gesagt werden.

I. Die Polarisation bei der Emission ist von Arago (1824) entdeckt worden, welcher wahrnahm, daß Strahlen, die von glühendem Platin in geneigter Richtung ausgesandt werden, teilweise polarisiert sind, und zwar in einer zur Emissionsebene senkrechten Ebene. De la Provostaye und Desains haben dieselbe Erscheinung an infraroten Strahlen nachgewiesen. Ferner haben Magnus, Kirchhoff, Möller und Violle den Grad der Polarisation der Strahlen gemessen, die von Körpern bei einer Temperatur von 100° ausgesandt werden. Hierbei wurde gefunden, daß Strahlen, welche mit der strahlenden Fläche einen Winkel von 55° bilden, folgende in Prozenten ausgedrückte Mengen polarisierter Strahlen emittieren: Cu 22,4, Al 28,5, Hg 32,0, Glas 10,4, Wachs 7,3, Glycerin 5,6, Paraffin 6 Proz. Mit der Theorie dieser Erscheinung haben sich Kolaček und später W. Uljanin und Millikan beschäftigt; sie haben das Auftreten der Polarisation dadurch erklärt, daß die Strahlen beim Verlassen der Oberfläche des sie emittierenden Körpers eine Brechung erleiden.

II. Die Polarisation bei äußerer Diffusion von Strahlen, welche auf eine matte Oberfläche auftreffen, haben zuerst De la Provostaye und Desains (1852) untersucht, hierauf Wright (1900) an Platten, welche durch Kompression von Pulvern erhalten worden waren. Es zeigte sich hierbei, daß die Strahlen bei Diffusion an absolut matten Oberflächen nicht polarisiert, dagegen die einfallenden polarisierten Strahlen vollkommen depolarisiert werden. Ist jedoch die Diffusion keine vollständige und tritt neben derselben auch regelmäßige Reflexion auf, so erfolgt auch Polarisation. Eine Polarisation dieser Art hat Lafay für mattes Glas untersucht.

III. Die Polarisation bei innerer Diffusion der Strahlen ist eine auch in theoretischer Hinsicht wichtige Erscheinung. Wir haben die Erscheinung der inneren Diffusion des Lichtes auf S. 132 kennen gelernt. Man beobachtet diese in trüben Medien, als deren typisches Beispiel eine Emulsion dienen kann, die man durch Mischung einer Lösung von Mastix in Spiritus und Wasser erhält. Sendet man durch eine solche Lösung ein Bündel Lichtstrahlen und beobachtet den

bläulichen Weg derselben in einer zu ihm senkrechten Richtung, so findet man, daß die zerstreuten Strahlen in der Diffusionsebene fast vollständig polarisiert sind.

Tyndall, der diese Erscheinung zuerst studiert hat, zeigte, daß man sie auch in gasförmigen Körpern wahrnimmt. Er füllte Röhren, die an einem Ende durch ein flaches Glas bedeckt waren, mit Dämpfen von HCl, HJ, CS_2, Jodmethyl, Jodäthyl usw.; die Dämpfe erschienen durchsichtig und farblos. Ließ man jedoch in der Richtung der Röhrenachse ein Bündel heller Strahlen hindurchtreten, so erschien in der Röhre eine bläuliche Wolke. Die Dämpfe wurden also trübe und zerstreuten die Lichtstrahlen, wobei sich erwies, daß die Strahlen vollständig polarisiert waren, wenn man senkrecht zur Röhrenachse blickte. Auf S. 578 war die Theorie erwähnt worden, welche Rayleigh für die innere Diffusion von Strahlen entwickelt hatte; wir können an dieser Stelle hinzufügen, daß diese Theorie auch die Polarisation zerstreuter Strahlen vollständig erklärt. Die vorliegende Art von Polarisation haben Kober, Soret, Lallemand und in neuerer Zeit Pernter, Ehrenhaft (1903), Mie (1907), E. Müller (1907), Dimmer (1908), Steubing (1908) u. a. untersucht; Pernter fand, daß die Polarisation um so geringer ist, je weißlicher das trübe Medium ist, d. h. je größer die Dimensionen der Teilchen sind, welche die Trübung hervorbringen. Ferner fand er, daß in dem Falle, wo die seitlichen Strahlen eine schöne hellblaue Färbung zeigen, die grünen Strahlen am stärksten polarisiert sind; ist dagegen die Färbung weißlich, so tritt das Maximum der Polarisation für die roten Strahlen ein. v. Hauer (1918) findet das Maximum der Polarisation stets im Rot. Valentiner und Mecklenburg (1914) haben ein „Tyndallmeter" konstruiert, das durch Messung der Intensität des zerstreuten Lichtes den Betrag der Trübung zu bestimmen gestattet.

Im Anschluß an den großartigen Aufschwung der Kolloidchemie, an die in sehr vieler Hinsicht wichtige Untersuchung der Brownschen Bewegung und anderer hierhin gehörigen Erscheinungen ist in letzter Zeit viel über diesen Gegenstand gearbeitet worden. Beim Durchgang des Lichtes durch trübe Medien treten Beugungserscheinungen auf. Das Problem der Lichtausbreitung in denselben bei kleinen Konzentrationen ist in umfassender Weise von G. Mie (1908) behandelt; er hat die Theorie der Beugung elektromagnetischer Wellen an kleinen Kugeln beliebigen Materials, die nur durch die Konstanten des massiven Materials charakterisiert sind, entwickelt. Mie schreibt den in der Flüssigkeit suspendierten, der Einfachheit halber kugelförmig angenommenen Metallteilchen für jede Wellenlänge den Absorptionskoeffizienten und den Brechungsexponenten zu, wie sie durch Messung am Material tatsächlich bestimmt worden sind, und zeigt, daß eine ebene Welle, welche durch eine solche Lösung hindurchgeht, aus zwei Gründen eine

Absorption erleidet, einmal tritt in der Kugel Joulesche Wärme auf, zweitens wird das Teilchen durch die auffallende Welle in einen elektromagnetischen Schwingungszustand versetzt, es sendet Kugelwellen derselben Schwingungszahl aus und die Energie dieser seitlichen diffusen Strahlung wird der Primärwelle entzogen. Da diese beiden Anteile in verschiedener Weise von der Größe der Teilchen abhängen, so werden ganz verschiedene Absorptionskurven je nach der Größe der Kugeln erhalten. Die Miesche Theorie führt ebenfalls zu dem Rayleighschen Gesetz (Strahlung proportional λ^{-4}, S. 579) und zu der Polarisation der Strahlung. Die verschiedenen Farben der kolloidalen Lösungen, z. B. die der kolloidalen Goldlösungen, lassen sich nach der Mieschen Theorie erklären durch das Zusammenwirken der Absorption und Reflexion der Goldteilchen. Die letzteren haben nämlich ein scharfes Maximum des Absorptionsvermögens im Grün und zweitens ein Maximum des Reflexionsvermögens im Rotgelb. Sehr kleine Teile reflektieren schwach und absorbieren stark, sie machen die Lösung daher rubinrot. Grobe Teilchen reflektieren stark, zugleich wird die Kurve der reinen Absorption für sie niedriger und flacher; sie machen die Lösung deswegen blau. Für die Farbe der allergröbsten Lösungen ist allein die Eigenschaft des Goldes maßgebend, den rotgelben Teil des Spektrums stark zu reflektieren; dadurch kommt ihre weniger satte blaugraue Farbe zustande. Die Miesche Theorie ist von Steubing, Pihlblad (1918) und anderen bestätigt worden. Weitergeführt wurde sie durch Gans und Happel (1909), welche die Absorption und Dispersion kolloidaler Medien mit kugelförmigen, in beliebiger Dichte gelagerten Partikeln behandelten. Später wurden dann diese Untersuchungen von Gans (1912) auch ausgedehnt auf den Fall, daß die eingelagerten Teilchen die Gestalt von Ellipsoiden besitzen. Ferner hat Gans (1920) nachgewiesen, daß das von einer trüben Lösung ausgestrahlte Licht linear polarisiert ist, wenn die Teilchen kugelförmig sind; es ist zum Teil depolarisiert, wenn die Form eine andere ist, und zwar ist der Depolarisationsgrad um so größer, je mehr die Form von der Kugel abweicht. Auf diese Weise konnte z. B. nachgewiesen werden, daß die Silbersubmikronen eine Form besitzen, die Rotationsellipsoiden entspricht.

Weitere Untersuchungen über die optischen Eigenschaften von kolloidalen Lösungen sind in letzter Zeit ausgeführt von Gans und seinen Schülern, Diesselhorst und Freundlich (1916), Senftleben und Benedict (1919), Schirman (1919) u. a. Diesselhorst und Freundlich weisen darauf hin, daß bei kugeligen Teilchen sich das Tyndallicht und die Absorption bei einer Bewegung des Sols (Bd. I, Abt. 2, S. 283) nicht ändern kann, wohl aber bei nichtkugeligen Teilchen, und zwar tritt bei diesen je nach den Versuchsbedingungen eine Verstärkung oder Schwächung des Tyndallichtes ein. Aus Fließversuchen kann man somit nachweisen, ob die Teilchen kugelig, scheibenförmig

oder stäbchenförmig sind. Senftleben und Benedict finden, daß auch manche Flammen, z. B. die der Hefnerkerze, die Eigenschaften trüber Medien besitzen. Strutt (1919) hat nachgewiesen, daß auch manche feste Körper, wie manche Quarze das Tyndallicht zeigen, was wahrscheinlich von Einschlüssen herrührt. Marie Schirman hat das Einzelpartikelchen theoretisch und experimentell untersucht und einen Bericht über die Optik kleinster Teilchen gegeben (Jahrb. f. Radioakt. und Elektronik **18**, 22, 1921).

IV. Polarisation bei der Beugung. Dieser Fall steht mit dem vorhergehenden im engsten Zusammenhang, da beim Durchgang des Lichtes durch trübe Medien stets die Beugung mitspielt. Wir wollen uns hier auf einige wenige Worte beschränken. Bereits Arago machte die Beobachtung, daß die Strahlen bei der Beugung teilweise polarisiert werden. Theoretisch und experimentell ist die Frage zuerst von Stokes (1849) untersucht worden, hierauf von Holtzmann, Eisenlohr, Lommel, Ditscheiner, K. Exner und vielen anderen, in neuerer Zeit von Poincaré, Lamb, Carslow, Rayleigh, Voigt, Pogány u. a. Besonders interessant ist der Einfluß, welchen die Beugung auf bereits polarisierte Strahlen ausübt. Fallen die polarisierten Strahlen auf ein Gitter, so unterscheidet sich die Polarisation der Beugungsstrahlen von derjenigen der einfallenden, mit Ausnahme des Falles, wo die Polarisationsebene der letzteren parallel oder senkrecht zu den Gitterlinien ist. Hierher kann man auch die von Quincke, Ambronn, Du Bois und Rubens u. a. untersuchte Erscheinung rechnen, welche darin besteht, daß ein enger Spalt in verschiedenen Ebenen polarisierte Strahlen in ungleichem Maße hindurchläßt. Du Bois und Rubens benutzen Strahlen, für welche $\lambda = 2$ bis $3\,\mu$. Später (1904) benutzten sie die Reststrahlen von Flußspat ($\lambda = 25{,}5\,\mu$) und von Steinsalz ($\lambda = 51{,}2\,\mu$). Das Gitter stellten sie aus Draht von $25\,\mu$ Dicke her, ebenso breit waren die Zwischenräume des Gitters. Sie bestimmten mit Hilfe einer Thermosäule die Intensität des ungebeugten Teiles des Lichtes. Wir wollen mit q die Intensität des Lichtes bezeichnen, wenn das aufs Gitter fallende Licht nicht polarisiert ist, mit $q\perp$ und $q\,\|$ die entsprechenden Intensitäten, wenn das Licht $\perp$ oder $\|$ zu den Spalten polarisiert ist. Es ergaben sich folgende Zahlen:

λ	q	$q\perp$	$q\,\|$	$q\perp : q\,\|$
$5\ \mu$	0,223	0,198	0,248	0,80
$25{,}5\ \mu$	0,297	0,230	0,265	0,63
$51{,}2\ \mu$	0,535	0,332	0,738	0,45

Also $q\perp < q\,\|$, d. h. die Strahlen, deren Schwingungsebene parallel den Drähten des Gitters ist, werden stärker geschwächt als die Strahlen mit senkrechten Schwingungen, und dieser Unterschied ist um so größer,

je größer λ ist. Dieses stimmt vollständig mit den Folgerungen aus der elektromagnetischen Lichttheorie überein, sowie auch der Wert von q, der laut dieser Theorie für kleine λ $q = 0{,}25$, für große λ $q = 0{,}5$ sein muß.

Noch weiter ging Braun (1904), der dünne metallische Fäden auf Glas aufspannte und sie dann durch elektrische Entladungen zerstäubte. Dabei blieben auf dem Glase durchsichtige dünne metallische Streifen, denen Braun eine gitterähnliche Struktur zuschreibt. Diese Streifen erschienen dunkler, wenn das durch sie hindurchgehende Licht ⊥ zu ihrer Längsrichtung polarisiert war, als bei || Polarisation. Besonders interessant ist, daß dieses Gitter, wenn es zwischen einen Polarisator und einen senkrecht dazu stehenden Analysator (z. B. Nicolprismen, Kapitel XVI) gebracht wird, das Gesichtsfeld aufhellt, wenn die Richtung der Streifen mit den Hauptschnitten des Analysators und Polarisators einen Winkel von 45° einschließt. Das Gitter zerlegt die Schwingungen, die aus dem Polarisator auf dasselbe treffen, wobei diejenigen Schwingungen, die senkrecht zu den Streifen des Gitters sind, durch dieses hindurchgehen und im Analysator von neuem zerlegt werden; der eine Teil geht dabei durch den Analysator hindurch. Ist diese Erklärung richtig, so ist es Braun gelungen, im Gebiet des sichtbaren Lichtes ein Experiment zu verwirklichen, das, wie wir sehen werden, als erster Hertz für sehr lange elektrische Wellen verwirklicht hat. Durch weitere Experimente mit besonderen Gittern (hölzerne Plättchen mit Gold durchtränkt) bemühte sich Braun zu beweisen, daß bei diesen Versuchen nicht eine Doppelbrechung vorlag, durch die derartige Erscheinungen ebenfalls hätten erklärt werden können.

Wir werden hierauf in Bd. V zurückkommen.

§ 7. Reflexion an Metallen und Stoffen, welche die Strahlen stark absorbieren. Die Fresnelschen Formeln und die sich aus ihnen ergebenden Gesetze finden keine Bestätigung bei Strahlen, welche von Substanzen reflektiert werden, deren Absorptionsvermögen ein sehr hohes ist, z. B. von Substanzen, welche anomale Dispersion zeigen (S. 358) und insbesondere von Metallen.

Bereits Malus hat gezeigt, daß man durch einfache Reflexion der gewöhnlichen Strahlen an einer Metalloberfläche geradlinig polarisierte Strahlen nicht zu erhalten vermag. Die Erscheinungen, welche bei Reflexion von Strahlen an den erwähnten Substanzen vor sich gehen, sind sehr verwickelt und durchaus nicht gleichartig. Wir wollen hier nur auf den allgemeinen Charakter der hierher gehörigen Erscheinungen verweisen.

Trifft ein natürlicher Strahl beispielsweise eine Metalloberfläche, so ist der reflektierte Strahl im allgemeinen teilweise polarisiert. Bei einem bestimmten Werte des Einfallswinkels $\varphi = \Phi$ ist der Grad der

Polarisation ein Maximum, vollständige Polarisation wird aber auch hier nicht erreicht; der Winkel Φ heißt der Haupteinfallswinkel. Für Stahl ist $\Phi = 75^0$, für Silber 73^0, für Quecksilber 79^0 usw.

Bei mehrfacher Reflexion entstehen Strahlen, welche in der Einfallsebene vollständig polarisiert sind. Für Co, Pb u. a. ist nur eine geringe Anzahl von Reflexionen erforderlich; für Stahl gegen acht, für Silber, welches selbst bei $\varphi = \Phi$ nur schwach polarisiert, eine sehr große Anzahl von Reflexionen.

Ist der einfallende Strahl in der Einfallsebene oder senkrecht zu ihr polarisiert, so ist der reflektierte Strahl in derselben Ebene polarisiert; die Lichtstärke dieses Strahles hängt in beiden Fällen vom Einfallswinkel ab, ist aber niemals gleich Null. Bei der Reflexion erfährt der Strahl eine Phasenänderung (den Verlust eines Teiles einer ganzen Wellenlänge); die Größe dieser Änderung ist in beiden Fällen verschieden. Bildet die Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit der Einfallsebene den Winkel α, so erfahren die beiden Strahlen, in welche er zerlegt wird, bei der Reflexion eine verschiedene Änderung der Amplituden und Phasen. Infolgedessen wird der reflektierte Strahl elliptisch polarisiert. Die Phasendifferenz δ der beiden Strahlen, aus denen er besteht, ist gleich π bei senkrechtem Einfall ($\varphi = 0$) und gleich Null bei gleitendem Einfall $\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$. Sie ist gleich $\frac{\pi}{2}$, wenn der Winkel φ gleich dem Haupteinfallswinkel ist.

Wir setzen, wie früher, die Amplituden des einfallenden Strahles gleich der Einheit und bezeichnen mit u die Amplitude des reflektierten, wobei sich $u_{\parallel}$ und $u_{\perp}$ auf den Fall beziehen, wo der einfallende Strahl parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Bildet die Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit der Einfallsebene den Winkel α, so hat man für den reflektierten Strahl die Amplituden $u_{\parallel} \cos \alpha$ und $u_{\perp} \sin \alpha$, während die Phasendifferenz gleich δ ist. Beseitigt man diese Phasendifferenz ohne die Amplituden zu ändern (wir werden weiter unten sehen, wie dies geschieht), so erhält man einen geradlinig polarisierten Strahl, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen gewissen Winkel β bildet, für welchen

$$tg\,\beta = \frac{u_{\perp}}{u_{\parallel}}\, tg\,\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (30)$$

ist. Dieser Winkel heißt der Winkel der wiederhergestellten Polarisation. Ist $\alpha = 45^0$, so ist

$$tg\,\beta = \frac{u_{\perp}}{u_{\parallel}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (31)$$

Ist der Einfallswinkel $\varphi = \Phi$, d. h. gleich dem Haupteinfallswinkel, so wird der Winkel der wiederhergestellten Polarisation als das

Hauptazimut bezeichnet; wir wollen ihn mit ω bezeichnen. Offenbar ist für $\alpha = 45^0$

$$tg\,\omega = \frac{u_\perp(\Phi)}{u_\parallel(\Phi)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Ist $\varphi = \Phi$ und $\alpha = \omega$, so sind die Amplituden der reflektierten Strahlen gleich

$$u_\parallel(\Phi)\cos\omega, \quad u_\perp(\Phi)\sin\omega.$$

Nach Formel (32) sind sie einander gleich und da bei $\varphi = \Phi$ die Phasendifferenz $\delta = \frac{\pi}{2}$ ist, so leuchtet ein, daß für $\varphi = \Phi$ und $\alpha = \omega$ der reflektierte Strahl kreisförmig polarisiert ist.

Ist der Einfallswinkel gleich dem Haupteinfallswinkel Φ, und bildet die Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen Winkel, welcher dem Hauptazimute gleich ist, so ist der reflektierte Strahl kreisförmig polarisiert.

Für Stahl ist $\omega = 27^0$, für Silber 43^0, für Quecksilber 35^0. Die Winkel Φ und ω hängen von den Wellenlängen ab; so ist z. B. für Stahl:

Strahlenart:	Rot	Gelb (D)	Grün (E)	Blau (F)	Violett (H)
$\Phi =$	$77^0\,4'$	$76^0\,40'$	$75^0\,47'$	$75^0\,8'$	$74^0\,32'$
$\omega =$	$16^0\,29'$	$16^0\,48'$	$17^0\,30'$	$18^0\,29'$	$20^0\,7'$

Ohne auf weitere Einzelheiten einzugehen, wollen wir nur darauf hinweisen, daß sich mit diesen Fragen Babinet, Quincke, Glan, Wernicke, Hennig, Drude, E. Wiedemann, Schenk, Behrens, Pflüger, Kath (1897) u. a. beschäftigt haben. Letzterer findet, daß bei senkrechtem Einfall der Strahlen die Phasenänderung für Silber 0,55 λ, für Gold Werten zwischen 0,25 λ und 0,3 λ und für Platin 0,39 λ entspricht.

Die Versuche von Jamin, Seebeck, Airy u. a. haben gezeigt, daß die Fresnelschen Formeln streng vielleicht für gar keine oder nur für jedenfalls wenige Körper gelten. Der Zustand der Körperoberfläche spielt hierbei eine sehr wichtige Rolle. So liefert z. B. eine Glasplatte, auf welche ein gewöhnlicher Strahl fällt, bei keinem Werte des Einfallswinkels einen vollständig polarisierten Strahl, falls sie an ihrer Oberfläche, etwa durch langes Liegen an der Luft, irgendwelche physikalischen oder chemischen Veränderungen erlitten hat. Jamin fand, daß nur Substanzen, deren Brechungsquotient (beim Übergange aus Luft) nahezu 1,42 beträgt, bei der Reflexion Resultate geben, welche mit den Fresnelschen Formeln übereinstimmen. Ist $n > 1{,}45$, so bleibt der Strahl $\alpha = 0$ bei der Reflexion gegen den Strahl $\alpha = 90^0$ zurück; das Umgekehrte tritt ein, wenn der Brechungsquotient $n < 1{,}40$ ist. Somit entsteht bei Reflexion eines Strahles, für welchen $90^0 > \alpha > 0^0$ ist, im allgemeinen ein elliptisch polarisierter Strahl.

Wir begnügen uns mit dieser Beschreibung der Erscheinungen die Theorie wird im letzten Band dargelegt werden.

§ 8. Polarisation des Sonnenlichtes. Wir können jetzt zum Kapitel XII über die optischen Vorgänge in der Atmosphäre einige Worte hinzufügen, die sich auf die Polarisation des Sonnenlichtes beziehen. Die direkten Sonnenstrahlen sind selbstverständlich nicht polarisiert, wohl aber sind die von der Atmosphäre reflektierten Strahlen, die zum Beobachter von verschiedenen Punkten des Himmels gelangen, teilweise polarisiert, wie dies Arago (1809) gezeigt hat. Er fand, daß die Polarisationsebene im allgemeinen durch die Sonne, den Beobachter und den betrachteten Punkt am Himmel hindurchgeht; die Strahlen sind in der Einfallsebene polarisiert. Beträgt die Höhe der Sonne nicht über 30°, so beobachtet man an der ihr gegenüberliegenden Seite des Himmels in einer Höhe von 12 bis 25° den sogenannten Aragoschen neutralen Punkt, welcher unpolarisiertes Licht aussendet. Unterhalb dieses Punktes ist die Polarisationsebene dem Horizonte parallel, d. h. ist das Licht senkrecht zur Einfallsebene der Strahlen polarisiert. Babinet hat 1840 einen zweiten neutralen Punkt oberhalb der Sonne auf demselben Vertikalkreise mit ihr entdeckt. Endlich hat Brewster einen dritten neutralen Punkt in derselben Vertikalebene, aber unterhalb der Sonne, gefunden. Außerhalb des durch die Sonne gehenden Vertikalkreises gibt es keine neutralen Punkte, senden also alle Punkte teilweise polarisierte Strahlen aus.

H. Becquerel hat (1880) gefunden, daß die Polarisationsebene nicht ganz mit der durch die Sonne und den Beobachter hindurchgehenden Ebene zusammenfällt, sondern mit ihr im allgemeinen einen Winkel bildet.

Diese Abweichung erklärte er durch Drehung der Polarisationsebene im Magnetfelde (s. Bd. V), womit sich die Tatsache im Einklang befindet, daß die Abweichung jener Ebene für die blauen Strahlen größer ist als für die roten.

Das Maximum der Polarisation beobachtet man an Punkten, deren Winkelabstand von der Sonne 90° beträgt; in der Nähe der Sonne ist die Polarisation am schwächsten; befindet sich die Sonne in der Nähe des Horizontes, so ist die Polarisation am Horizonte in 90° Sonnenabstand geringer als im Vertikal der Sonne in demselben Abstande.

Bernard hat gefunden, daß die Polarisation mit Abnahme der Sonnenhöhe wächst. Rubenson hat (1859 bis 1862) die Polarisation des Sonnenlichtes sorgfältig untersucht. Er bestätigte die von Bernard entdeckte Erscheinung und fand, daß die Polarisation sich im Sommer tagsüber stärker ändert als im Winter.

Jensen hat (1898) insbesondere die Polarisation im Zenit untersucht. Als Maß für den Grad der Polarisation nahm er den Ausdruck

$$J = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2}$$

an, in welchem i_1 und i_2 die Lichtstärke zweier Strahlen ist, welche man erhält, wenn man einen teilweise polarisierten Strahl in zwei Strahlen zerlegt, die in zwei aufeinander senkrechten Ebenen polarisiert sind; eine dieser Ebenen (Strahl i_1) fällt mit der Ebene zusammen, in welcher der gegebene Strahl teilweise polarisiert ist. Ist dieser Strahl gar nicht polarisiert, so ist $i_1 = i_2$ und $J = 0$; ist er vollständig polarisiert, so ist $i_2 = 0$ und $J = 1$. Jensen fand, daß für das Zenit $J = 0{,}102$ ist, wenn die Sonnenhöhe $53{,}5^0$ beträgt. Das Maximum $J = 0{,}718$ wird erhalten, wenn die Sonnenhöhe gleich -2^0 ist. Cornu und Piltschikow haben die Polarisation der Mondstrahlen untersucht. Piltschikow fand hierbei, daß sich die Polarisation vermindert beim Übergange vom Vollmond zum Neumond.

Busch hat (1890) die Abhängigkeit der Lage der neutralen Punkte von der Sonnenhöhe untersucht; er fand eine sicher ausgeprägte Beziehung zwischen der Lage der neutralen Punkte und den Sonnenflecken. Die Perioden dieser beiden Erscheinungen fallen vollkommen zusammen. Die Höhe der neutralen Punkte ändert sich mit der Zahl der Sonnenflecken. 1903 fand er von neuem diese Beobachtungen bestätigt. Eine unerwartete starke Erhöhung beider Punkte, die 1902 stattfand (das Maximum der Sonnenflecken mußte auf 1901 fallen), findet ihre Erklärung durch den ungewöhnlichen Zustand der Atmosphäre, der vielleicht durch das Erdbeben in Martinique bedingt war. 1904 war diese Erhöhung schon bedeutend geringer. Neuere Untersuchungen über die Punkte von Arago und Babinet sind von Sack (1904 bis 1906) ausgeführt worden.

Eine sehr interessante Erscheinung hat Piltschikow beobachtet gelegentlich der totalen Sonnenfinsternis am 30. August 1905 in Philippeville (Algier). Es wurde beobachtet, daß die Polarisation im Punkte, welcher auf der vertikalen Ebene, die durch die Sonne geht, liegt und von ihr um 90^0 entfernt ist, im Moment der totalen Verdunklung plötzlich auf 0 herabsank.

Es kann heutzutage keinem Zweifel mehr unterliegen, daß die Polarisationserscheinung der Sonnenstrahlen identisch ist mit der Erscheinung der Polarisation bei innerer Diffusion, von welcher auf S. 721 die Rede war und die in trüben Medien auftritt. Die Entscheidung in dieser Frage haben die Arbeiten von Pernter gebracht, die wir bereits in § 6 (S. 722) erwähnt hatten. Pernter hat gezeigt, daß die Abhängigkeit der Polarisation von der Wellenlänge λ bei hellem blauen Himmel die gleiche ist, wie die von ihm für ein helles, blau gefärbtes trübes Medium (Maximum im Grün) gefundene. Ist jedoch die Himmelsbläue herabgemindert, so verschiebt sich das Maximum nach Rot, wie dies auch in trüben Medien eintritt, wenn die suspendierten Teilchen größer sind und die Färbung eine weißliche ist. Pernter fand auch in anderer Beziehung Identität der

Polarisation in trüben Medien und in der Atmosphäre. Unter anderem fand er, daß sich der Grad der Polarisation in trüben Medien bei Abnahme der Lichthelligkeit vermindert; hierdurch erklärt sich der von Piltschikow beobachtete Zusammenhang zwischen der Polarisation der Mondstrahlen und der Mondphase.

Landerer (1892) fand, daß das Licht der Venus nicht polarisiert ist. Analoge Resultate erhielt Salet (1906) für den Merkur. Im Literaturverzeichnis weisen wir auf einige neuere Arbeiten hin.

Alle hierhin gehörigen Fragen sind eingehend dargestellt in dem Werk von Busch und Jensen: Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation. Jahrb. d. Hamburger wiss. Anst. **28**, 1910; ferner in Dorno: Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung, Braunschweig 1919. Die Theorie ist in letzter Zeit weiter bearbeitet worden von Fr. Ahlgrimm: Jahrb. d. Hamburger wiss. Anst. **32**, 1914.

Literatur.

Zu § 1.

Fresnel: Oeuvres **1**, 441—799; Ann. chim. et phys. (2) **46**, 225, 1831; Pogg. Ann. **22**, 90, 1831.
F. Neumann: Pogg. Ann. **25**, 456, 1832.

Zu § 2.

Brewster: Phil. Trans. 1815, p. 125.
J. Kanonnikow: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **30**, 374, 1898; Chem Centralbl. **2**, 697, 1898.
Haidinger: Pogg. Ann. **63**, 29, 1844; **67**, 435, 1846; **68**, 73, 1846; **85**, 350, 1852; **91**, 591, 1854, **93**, 318, 1854; **96**, 314, 1855.
Helmholtz: Physiologische Optik, 2. Auflage, S. 570, 1896.
Jamin: Compt. rend. **26**, 197, 1848; Pogg. Ann. **74**, 145, 1848.
Malus: Bull. de la Soc. Philom. **1**, Nr. 16; Mém. d'Arcueil **1**, 113, 1808.
Nörrenberg s. Bertin: Ann. chim. et phys. (3) **69**, 87, 1863.
Biot: Traité de physique **4**, 355.
Pfund: Astrophys. Journ. **24**, 19, 1906.

Zu § 3.

Arago: Oeuvres **1**, 150, 185, 217, 468; Compt. rend. **30**, 365, 405, 1850.

Zu § 4.

Fresnel et Arago: Ann. chim. et phys. (2) **10**, 288, 1819.
Fresnel: Oeuvres **1**, 507; **2**, 493.
Verdet: Compt. rend. **32**, 46, 1850.

Zu § 5.

Fresnel: Oeuvres **1**, 441—799.
Lafay: Journ. de phys. (3) **8**, 96, 1899.
Newton: Optice, lib. II, observ. 1, 2.
Stokes: Phil. Trans. (5) **8**, 1848.

Quincke: Pogg. Ann. 127, 1, 199, 1866; 128, 355, 1866.
Jamin: Ann. chim. et phys. (3) 30.
Hall: Phys. Rev. 15, 65, 1902.
F. Neumann: vgl. § 1.
MacCullagh: Trans. Irish Acad. 18, I, 31, 1837.
Dove: Pogg. Ann. 71, 115, 1847.
Schaefer und Gross: Ann. d. Phys. 32, 648, 1910.
Voigt: Ann. d. Phys. 34, 797, 1911.

Zu § 6.

I. Arago: Oeuvres compl. 7, 403, 1858; Ann. chim. et phys. (2) 27, 89, 1824.
De la Provostaye et Desains: Ann. chim. et phys. (3) 28, 252, 1850; 32, 112, 1851.
Kirchhoff: Pogg. Ann. 109, 275, 1860.
Magnus: Pogg. Ann. 127, 600, 1866; 128, 161, 1866; 134, 45, 1868.
Möller: Wied. Ann. 24, 266, 1885.
Violle: Compt. rend. 105, 111, 1887.
Koláček: Wied. Ann. 39, 236, 1890; 64, 398, 1898.
W. Uljanin: „Das Lambertsche Gesetz und die Polarisation Aragos“ (russ.). Kasan 1899; Wied. Ann. 62, 687, 1897; Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 40, 1895.
Millikan: Phys. Rev. 3, 81, 177, 1895.
II. De la Provostaye et Desains: Ann. chim. et phys. (3) 34, 1852.
Lafay: Ann. chim. et phys. (7) 16, 503, 1899.
Wright: Drud. Ann. 1, 17, 1900.
III. Tyndall: Proc. Roy. Soc. 17, 92, 222, 317, 1868.
Soret: Arch. Sc. phys. 20, 429, 1888; 34, 156, 1869; Ann. chim. et phys. (6) 14, 1888; Compt. rend. 107, 867, 1888.
Lallemand: Ann. chim. et phys. (4) 17, 200, 1871.
Pernter: Denkschr. d. math.-naturw. Kl. d. Wien. Akad. 1901, S. 73.
Rayleigh: Phil. Mag. (5) 47, 375, 1899.
Kober: Pogg. Ann. 144, 395, 1871.
Mecklenburg: Kolloid-Ztschr. 14, 172, 1914; 15, 149, 1914.
v. Hauer: Ann. d. Phys. 57, 145, 1918.
E. Müller: Ann. d. Phys. 24, 1, 1907.
Ehrenhaft: Ann. d. Phys. 11, 489, 1903.
Mie: Ann. d. Phys. 25, 377, 1908; Verh. d. D. Phys. Ges. 9, 492, 1907; Phys. Ztschr. 8, 769, 1907.
Gans: Ann. d. Phys. 29, 277, 1909; 37, 881, 1912; 47, 270, 1915; 62, 331, 1920.
Gans und Calatroni: Ann. d. Phys. 61, 465, 1920.
Steubing: Ann. d. Phys. 26, 329, 1908.
Isnardi: Ann. d. Phys. 62, 573, 1920.
Senftleben und Benedict: Ann. d. Phys. 60, 297, 1919; Verh. d. D. Phys. Ges. 7, 8, 1919; Phys. Ztschr. 20, 282, 1919.
Talbot: Phil. Mag. 30, 459, 1918.
Schirman: Ann. d. Phys. 59, 493, 1919.
Pihlblad: Diss., Upsala 1918; Beibl. 43, 109, 1919.
Strutt: Proc. Roy. Soc. 95, 476, 1919.
IV. Arago: Oeuvres compl. 7, 431, 1813.
Stokes: Trans. Cambr. phil. Soc. 9, 1, 1849; Phil. Mag. (4) 13, 158, 1857; Pogg. Ann. 101, 154, 1857.
Holtzmann: Pogg. Ann. 89, 446, 1856.
Eisenlohr: Pogg. Ann. 104, 337, 1858.
Lommel: Grun. Arch. 38, 209, 1862.

Fröhlich: Wied. Ann. **3**, 376, 568, 1878; **4**, 319, 1878; **5**, 134, 1878; **6**, **8**, **13**, **15**, **22**, 1879—1884.
Ditscheiner: Wien. Ber. **67**, 205, 1873.
K. Exner: Wien. Ber. **101**, 8, 1892.
Du Bois: Wied. Ann. **46**, 5, 42, 1892; **48**, 546, 1893.
Poincaré: Acta Math. **16**, 297, 1892; **20**, 313, 1897.
Lamb: Proc. Lond. math. Soc. **29**, 523, 1898.
Carslow: Proc. Lond. math. Soc. **30**, 121, 1899.
Rayleigh: Proc. Roy. Soc. **79**, 532, 1907.
Voigt: Gött. Nachr. 1911.
Pogány: Ann. d. Phys. **37**, 257, 1912.
Quincke: Pogg. Ann. **149**, 273, 1873.
Ambronn: Wied. Ann. **48**, 716, 1893.
Du Bois und Rubens: Wied. Ann. **49**, 593, 1893; Ann. d. Phys. **35**, 243, 1911.
Th. Meyer: Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 126, 1914.
Braun: Wied. Ann. **49**, 593, 1893; Verh. d. D. Phys. Ges. **6**, 77, 1904.

Zu § 7.

Malus: Mém. de l'Acad. des Sc. **11**.
Babinet: Compt. rend. **8**, 709, 1838.
Glan: Pogg. Ann. **155**, 1, 258, 1875; **156**, 235, 1875; Wied. Ann. **7**, 321, 640, 1879; **47**, 253, 1892.
Wernicke: Pogg. Ann. **159**, 198, 1876; Wied. Ann. **25**, 203, 1885; **30**, 452, 1885.
Hennig: Gött. Nachr. 1887, S. 366.
Drude: Wied. Ann. **36**, 532, 865, 1889; **39**, 481, 1890; **42**, 186, 1891; **50**, 595, 1893; **51**, 77, 1894; **64**, 159, 1898.
Kath: Wied. Ann. **62**, 328, 1897.
Jamin: Compt. rend. **21**, 430, 1845; **22**, 477, 1846; **23**, 1103, 1846; **24**, 714, 1847; **26**, 83, 383, 1848; **27**, 147, 1848; Ann. chim. et phys. (3), **19**, 296, 1847; **22**, 311, 1848; Pogg. Ann., Ergbd. **2**, 437, 1848; **74**. 528, 1848.
Seebeck: Pogg. Ann. **20**, 35, 1830.
Airy: Phil. Mag. (3) **1**, 25, 1833.

Zu § 8.

Arago: Oeuvres **4**, 435; Ann. chim. et phys. (2) **4**, 95, 99, 1817.
Babinet: Compt. rend. **11**, 618, 1840; **15**, 43, 1842; **20**, 801, 1845; **23**, 195, 233, 1846.
Klöden: De luce aëre polarisata. Diss. Berlin 1837.
Brewster: Compt. rend. **20**, 803, 1845; **30**, 533, 1850; Trans. of Edinb. **23**, 213, 1865.
Bernard: Compt rend. **37**, 795, 1854.
H. Becquerel: Ann. chim. et phys. (5) **19**, 90, 1880; Compt. rend. **108**, 997, 1889.
F. Busch: Atmosphärische Polarisation. Ber. d. Gymn. zu Arnsberg 1890; Met. Ztschr. **3**, 532, 1886; **1889**, 81; **1890**, 67; **1896**, 158; **1903**, 317; **1905**, 248.
Piltschikow (Piltschikoff): Compt. rend. **114**, 468, 1892; **115**, 555, 1892.
Soret: Compt. rend. **107**, 621, 867, 1888; Ann. chim. et phys (6) **14**, 503, 1888.
Sack: Met. Ztschr. **141**, 472, 1905; **142**, 1449, 1906.
Cornu: Ann. chim. et phys. (6) **21**, 203, 1890.
Wheatstone: Brit. Ass. Rep. **2**, 10, 1848.
Hurion: Ann. chim. et phys. (7) **7**, 456, 1896.

MacConnel: Nature **37**, 177, 1887; Phil. Mag. **27**, 81, 1889.
Jensen: Beiträge zur Photometrie des Himmels. Diss., Kiel 1898; Met. Ztschr. **36**, 545, 1901.
Pernter: vgl. § 6.
Spring: Arch. Sc. phys. (4) **7**, 225, 1899.
Crova: Ann. chim. et phys. (6) **21**, 203, 1890.

Sechzehntes Kapitel.

Doppelbrechung.

§ 1. Anisotrope Körper. Kristalle. Auf S. 37 in Bd. I, Abt. 1 hatten wir als isotrope solche Substanzen oder, wie man weniger genau zu sagen pflegt, solche Körper bezeichnet, welche nach allen Richtungen genau die gleichen Eigenschaften besitzen; anisotrop dagegen hatten wir solche Körper genannt, welche in verschiedenen Richtungen ungleiche Eigenschaften zeigen, z. B. ungleiche Ausdehnbarkeit, Wärmeleitung usw.

In den vorhergehenden Kapiteln hatten wir ausschließlich von der Ausbreitung der strahlenden Energie in isotropen Medien gehandelt. Jetzt wollen wir uns der Frage zuwenden, in welcher Weise sich die Strahlen in anisotropen Medien ausbreiten, zu denen, wie wir in Bd. I gesehen haben, die Kristalle gehören.

Die anisotrope Substanz wollen wir als homogen ansehen, d. h. voraussetzen, daß sie in allen Punkten die gleichen Eigenschaften hat; in diesem Falle sind ihre Eigenschaften die gleichen in allen einander parallelen Richtungen. Ein anisotroper Körper kann auch inhomogen sein; wir wollen jedoch annehmen, daß ein gewisser endlicher Bruchteil desselben als homogen angesehen werden kann. Die Anisotropie kann auch künstlich in Körpern erzeugt werden, die an sich isotrop sind; hiervon werden wir uns weiter unten überzeugen; an dieser Stelle wollen wir jedoch nur die Erscheinungen betrachten, welche beim Durchgange von Strahlen durch Körper auftreten, die von Natur anisotrop sind, nämlich durch Kristalle.

In Bd. I, Abt. 2, S. 291 hatten wir die sechs Systeme kennen gelernt, in welche die Kristalle entsprechend ihren geometrischen Eigenschaften eingeteilt werden. Entsprechend ihren optischen Eigenschaften zerfallen sämtliche Kristalle in folgende drei Gruppen:

I. Kristalle des regulären Systems, zu denen beispielsweise der Würfel und das Oktaeder gehören. Diese Kristalle sind optisch isotrop, zeichnen sich daher hinsichtlich der in ihnen auftretenden optischen Erscheinungen durch keinerlei Besonderheiten aus.

II. Einachsige Kristalle, zu denen alle Kristalle des quadratischen und hexagonalen Systems gehören.

III. Zweiachsige Kristalle; zu diesen gehören die Kristalle des rhombischen, monoklinoedrischen und triklinoedrischen Systems.

Von der Einteilung der einachsigen und zweiachsigen Kristalle, entsprechend ihren optischen Eigenschaften, wird später die Rede sein.

Wir wenden uns zunächst den einachsigen Kristallen zu.

In jedem einachsigen Kristall ist eine bestimmte Gerade vorhanden, welche seine kristallographische Achse genannt wird; die Lage dieser Achse wird durch die geometrischen Eigenschaften seiner Oberfläche bestimmt. Im folgenden wird angenommen werden, daß die Lage der kristallographischen Achse in jedem gegebenen Falle bekannt ist.

Jede Gerade, welche der kristallographischen Achse parallel ist, heißt optische Achse des Kristalls.

Als Hauptschnitt eines einachsigen Kristalls im weitesten Sinne des Wortes hat man jede der kristallographischen Achse parallele Ebene zu verstehen, also jede Ebene, welche eine optische Achse in sich enthält.

Aus dieser Definition folgt, daß man durch jeden Punkt eine optische Achse ziehen und unendlich viele Hauptschnitte legen kann, welche einander längs dieser optischen Achse schneiden. Ferner kann man offenbar durch jede Gerade einen Hauptschnitt legen.

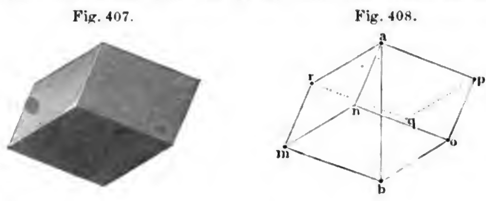
Bei Betrachtung der optischen Erscheinungen, welche in einachsigen Kristallen auftreten, pflegt man indes den Begriff des Hauptschnittes etwas einzuschränken. Irgend eine Ebene P bilde einen Teil der Oberfläche eines Körpers, den man aus einem Kristall auf mechanischem Wege erhalten hat, etwa durch Zersägen, Schleifen usw.; die Form eines so erhaltenen Körpers kann eine durchaus verschiedene sein, es kann eine Platte, ein Prisma usw. erhalten worden sein. Die Ebene P kann im besonderen Falle auch der natürlichen Oberfläche des Kristalls angehören, welcher keinerlei mechanische Formänderung erfahren hat. Gelangt zu einem Punkt M der Ebene P ein Strahl, so ist, wie auch bei den isotropen Körpern, die Senkrechte N von besonderer Bedeutung, welche im Punkte M zur Ebene P errichtet ist. Untersucht man den Übergang eines Strahles aus dem umgebenden Raume ins Innere eines Kristalls, so pflegt man der Kürze halber als Hauptschnitt diejenige der kristallographischen Achse parallele Ebene zu bezeichnen, welche durch die Senkrechte N zu der künstlichen oder natürlichen Fläche P hindurchgeht, das ist also die Ebene, welche durch die Senkrechte N und die durch den Punkt M gezogene optische Achse hindurchgeht. Um Mißverständnissen vorzubeugen, wollen wir letztere Ebene als Hauptschnitt des Kristalls oder der aus demselben herausgeschnittenen Platte bezeichnen.

Hat man es im besonderen Falle mit einem natürlichen Kristall zu tun, so stellt eine jede Ebene, welche der kristallographischen Achse parallel und zu einer seiner natürlichen Begrenzungsflächen senkrecht ist, einen Hauptschnitt dar.

Unter den einachsigen Kristallen, welche die von uns zu betrachtenden Erscheinungen hervorrufen, spielt eine besondere Rolle der isländische Kalkspat, ein Kristall des Calciumcarbonats. Aus demselben werden die Hauptbestandteile der hier vorkommenden Apparate hergestellt, so z. B. die Nicolschen Prismen, welche bereits früher, z. B. auf S. 706, erwähnt worden sind.

Die Erscheinung der sogenannten Doppelbrechung ist am isländischen Kalkspat (Doppelspat) zuerst von Erasmus Bartholinus (1670) entdeckt worden. Huygens (1690) und Malus (1802) haben zuerst diese Erscheinung theoretisch und experimentell untersucht. Der Kalkspat kommt in durchsichtigen hexagonalen Kristallen von verschiedener Form vor, unter anderem in der Form von länglichen Parallel-

Fig. 407. Fig. 408.



epipeda, deren Spaltungsflächen (Bd. I, Abt. 2, S. 298) eine solche Lage haben, daß der Kristall leicht in der Form eines Rhomboeders (Fig. 407) erhalten werden kann. Letzteres kann man als hemiedrische (Bd. I, S. 295) Form einer sechsseitigen Doppelpyramide ansehen. In Fig. 408 ist ein solcher Kristall nochmals schematisch dargestellt. Er ist von sechs Rhomben begrenzt, deren stumpfe Winkel gleich 101° 53′ sind; drei Seitenflächen des Kristalls treffen sich im Punkte a, die drei anderen im Punkte b, und bilden miteinander gleiche stumpfe Flächenwinkel von 105,5°. Die Gerade ab ist die kristallographische Achse und jede ihr Parallele eine optische Achse des Kristalls. Sie bildet Winkel von 45° 22′ mit den Seitenflächen und Winkel von 63° 45′ mit den Seitenkanten.

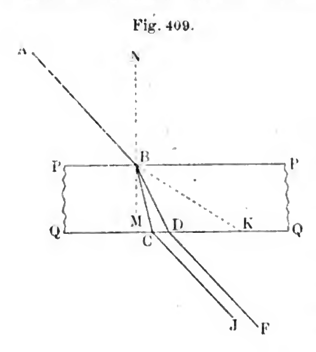
Entsprechend der im obigen gegebenen Definition bezeichnen wir als Hauptschnitt jede Ebene, welche durch ab geht, zu einer der Kristallflächen senkrecht ist und dieselbe längs einer Diagonale schneidet.

§ 2. Beschreibung der Erscheinungen, welche beim Durchgang von Strahlen durch einen einachsigen Kristall auftreten. Zunächst sei bemerkt, daß sich die Ausbreitung von Strahlen in der Richtung der



optischen Kristallachse in nichts von der Strahlenausbreitung in einem isotropen Medium unterscheidet. Wenn z. B. auf eine Platte, deren Seitenflächen zur Kristallachse senkrecht sind, ein senkrechter Strahl fällt, so geht er durch die Platte hindurch, ohne irgendwelche Änderungen, abgesehen von einer gewissen Absorption, zu erleiden; hierbei ist es gleichgültig, ob der Strahl polarisiert war oder nicht. Ist es ein gelber Strahl, welcher der D-Linie des Sonnenspektrums entspricht, so ist seine Ausbreitungsgeschwindigkeit V_o (die Bedeutung des Index o wird später erläutert werden) im Kalkspat nur der 1,6585te Teil seiner Ausbreitungsgeschwindigkeit V in der Luft. Somit ist für dieses Material und diesen Strahl der Brechungsquotient n_o gleich

Fig. 409.



$$n_o = \frac{V}{V_o} = 1{,}6585 \quad \cdot \cdot \ (1)$$

Wir gehen jetzt zum allgemeinen Falle über.

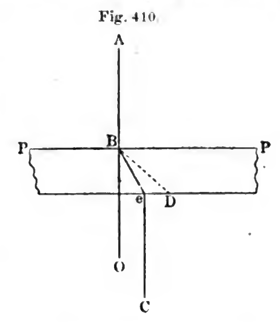
Fällt auf die natürlich oder künstlich erhaltene Seitenfläche PP (Fig. 409) eines Kristalls ein Strahl AB, so teilt er sich im allgemeinen in zwei Strahlen, welche sich im Innern des Kristalls in verschiedenen Richtungen BD und BC ausbreiten. Hierin besteht eben die sogenannte Doppelbrechung, welches die besonders hervortretende optische Eigenschaft der anisotropen Körper ist. Ist aus dem Kristall eine planparallele Platte $PPQQ$ herausgeschnitten, so werden nach der zweimaligen Brechung zwei Strahlen CJ und DF erhalten, welche der anfänglichen Richtung AB parallel sind.

Ändert man die Lage der Ebene P in bezug auf die Kristallachse und ebenso den Einfallswinkel ABN des Strahles und seine Lage auf der Kegelfläche, deren Achse die Senkrechte BN ist, so kommt man für die Richtungen der beiden Strahlen BC und BD zu folgendem Ergebnis: Einer der beiden Strahlen (BC) folgt in allen Beziehungen den Brechungsgesetzen, mit denen wir uns bei Betrachtung des Überganges von Strahlen aus einem isotropen Medium ins andere bekannt gemacht hatten. Er bleibt in der Einfallsebene ABN und das Verhältnis des Sinus seines Einfallswinkels φ zum Sinus seines Brechungswinkels ψ ist eine konstante Größe, gleich dem Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Strahles AB außerhalb des Kristalls und des im Innern des Kristalls gebrochenen Strahles, d. h. kurz gleich dem Brechungsquotienten dieses Strahles. Wir wollen diesen Strahl als

ordentlichen Strahl bezeichnen und die auf ihn bezüglichen Größen mit dem Index „o“ (ordinaire) versehen. Für isländischen Kalkspat und den gelben Strahl D hat der Brechungsquotient n_o den Wert 1,6585, vgl. Formel (1): der Strahl BC ist in vielen Fällen der Senkrechten BM näher als der andere Strahl. Letzteres gilt übrigens, wie wir sehen werden, nicht für alle einachsigen Kristalle.

Der andere Strahl BD heißt der außerordentliche Strahl; die auf ihn bezüglichen Größen sollen mit dem Index „e“ (extraordinaire) versehen werden. Er folgt im allgemeinen keinem der gewöhnlichen Brechungsgesetze. Er bleibt nicht (außer in besonderen Fällen) in der Einfallsebene, d. h. also in der Ebene der Fig. 409, sondern wird zur Seite gebrochen. Die Geschwindigkeit V_e', mit welcher er sich ausbreitet, kann alle möglichen, zwischen den Grenzen V_e und V_o gelegenen Werte annehmen, wo V_o die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles ist. und es hängt V_e' von der Richtung des Strahles in bezug auf seine optische Achse ab, d. h. von der Lage der Ebene PP und des Strahles AB. Der andere Grenzwert V_e ist gleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit des außerordentlichen Strahles in der zur optischen Achse senkrechten Richtung. Die Abweichung des außerordentlichen Strahles von den gewöhnlichen Brechungsgesetzen zeigt sich besonders darin, daß bei senkrechtem Einfall des Strahles AB (Fig. 410) der außerordentliche Strahl Be im allgemeinen zur Seite abgelenkt wird, während der ordentliche Strahl BO die Ebene PP selbstverständlich ungebrochen durchsetzt.

Fig. 410



Hieraus folgt, daß das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels nicht nur eine veränderliche Größe ist, sondern daß es für den in Fig. 410 dargestellten Fall sogar gleich Null oder (beim Übergange aus dem Kristall in die Luft in der Richtung der Senkrechten eC) gleich Unendlich ist. In der Tat hat das genannte Verhältnis der Sinusse für den außerordentlichen Strahl keinerlei physikalische Bedeutung. Als Brechungsquotient n_e' des außerordentlichen Strahles gilt das Verhältnis der Geschwindigkeit V des Strahles in der Luft zur Geschwindigkeit V_e' des außerordentlichen Strahles im Kristall. Diese Größe schwankt innerhalb der Grenzen n_e und n_o, wo n_o der Brechungsquotient des ordentlichen Strahles ist, n_e dagegen der kleinste oder größte Wert von n_e', je nachdem $V_e' > V_o$ oder $V_e' < V_o$ ist oder, was

dasselbe besagt, je nachdem $n'_e < n_o$ oder $n'_e > n_o$ ist. Man hat somit folgende Brechungsquotienten

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für den ordentlichen Strahl} \cdots & n_o = \frac{V}{V_o} = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi} \\ \text{für den außerordentlichen Strahl} & \left\{\begin{array}{l} n'_e = \frac{V}{V'_e} \\ n_e = \frac{V}{V_e} \end{array}\right. \end{array}\right\} \cdots\cdots (2)$$

Für isländischen Kalkspat und den gelben Strahl D ist

$$n_o = 1{,}6585; \qquad n_e = 1{,}4864 \cdots\cdots\cdots (3)$$

und überhaupt $n'_e < n_o$, folglich $V'_e > V_o$.

Wenn vom Brechungsquotienten des außerordentlichen Strahles für einen gegebenen einachsigen Kristall die Rede ist, so versteht man darunter immer den größten oder kleinsten Wert, d. h. das von dem anderen Grenzwerte n_o möglichst weit entfernte n_e.

Die Lichtstärke des ordentlichen und außerordentlichen Strahles ist die gleiche, und man kann sagen, gleich der halben Lichtstärke des einfallenden Strahles, wobei man natürlich von dem geringen Verluste absieht, der bei Reflexion der Strahlen an den Oberflächen und infolge der Absorption im Innern des Kristalls entsteht.

Die Untersuchung beider Strahlen zeigt, daß sowohl der ordentliche als auch der außerordentliche Strahl stets vollständig polarisiert sind. Selbstverständlich tritt keine Polarisation auf, wenn sich ein Strahl in der Richtung der optischen Achse ausbreitet, denn einachsige Kristalle haben, wie bereits erwähnt, in dieser Richtung die Eigenschaften isotroper Substanzen. Die Polarisation beider Strahlen läßt sich im allgemeinen Falle leicht nachweisen, wenn man sie unter dem Winkel der totalen Polarisation (S. 700) auf einen Spiegel fallen läßt. Hierbei findet man, daß es für jeden Strahl eine solche Lage des Spiegels gibt, d. h. eine solche Lage der Einfallsebene, bei welcher derselbe gar nicht reflektiert wird. Entsprechend unserer Ausdrucksweise (S. 696) sagen wir, der Strahl sei in einer zu seiner Einfallsebene senkrechten Ebene polarisiert. Bei Bestimmung der Polarisationsebenen beider Strahlen findet man, daß sie in Ebenen polarisiert sind, die nahezu senkrecht zueinander sind. Die Abweichungen von der senkrechten Lage jener Ebenen sind so gering, daß wir sie für das Folgende vernachlässigen können.

Ändert man die Richtung des einfallenden Strahles derart, daß in derselben Richtung innerhalb des Kristalls sich zuerst der ordentliche, darauf der außerordentliche Strahl ausbreitet, so zeigt sich, daß die Polarisationsebenen dieser beiden Strahlen genau senkrecht zueinander sind. Der ordentliche Strahl ist in der Ebene des

Hauptschnittes polarisiert, d. h. in der Ebene, welche durch diesen Strahl und die optische Achse hindurchgeht, der außerordentliche Strahl dagegen ist polarisiert in einer Ebene, welche zur Ebene des Hauptschnittes senkrecht ist und ihrerseits durch diesen Strahl und die optische Achse hindurchgeht: in letzterer Ebene erfolgen (nach Fresnel) seine Schwingungen.

Fällt ein Strahl senkrecht auf die Oberfläche einer einachsigen Kristallsubstanz (Fig. 410), so kommt der außerordentliche Strahl Be in eine Ebene zu liegen, welche durch die Senkrechte BA und die optische Achse BD hindurchgeht, also in der Ebene des Hauptschnittes jenes Kristalls (S. 734). In diesem Falle sind die Polarisationsebenen der beiden Strahlen genau senkrecht zueinander; die Schwingungen des Strahles Be erfolgen in der Zeichenebene, die des Strahles BO sind zu ihr senkrecht.

Dasselbe gilt auch, wenn die optische Achse in der Einfallsebene liegt, wenn sie z. B. die Richtung von BK in Fig. 409 hat. In diesem Falle bleibt der außerordentliche Strahl in der Einfallsebene, mit welcher offenbar die beiden Hauptschnitte zusammenfallen, die den beiden gebrochenen Strahlen entsprechen, sowie auch der Hauptschnitt des Kristalls selbst (S. 734). Auch in diesem Falle sind die Polarisationsebenen der Strahlen genau senkrecht zueinander; eine derselben fällt mit der Einfallsebene zusammen.

Im folgenden werden wir, wie gesagt, annehmen, daß die Polarisationsebenen des ordentlichen und außerordentlichen Strahles in allen Fällen zueinander senkrecht sind. Wir bezeichnen sie mit P und Q. Sehr bequem ist es, sich zu denken, sie seien die Ebenen der möglichen Schwingungen, welche der gegebenen Ausbreitungsrichtung des Strahles entsprechen. Ist der einfallende Strahl nicht polarisiert, so geben alle seine Schwingungen, indem sie sich in Schwingungen in den Ebenen P und Q zerlegen, je zwei Strahlen von gleicher Lichtstärke.

Wir nehmen nunmehr an, auf die Oberfläche eines einachsigen Kristalls falle ein bereits polarisierter Strahl, der also etwa von einem Spiegel unter dem Winkel der totalen Polarisation reflektiert ist, eine Reihe Glaslamellen durchsetzt hat oder einer der beiden Strahlen ist, welche bereits durch einen anderen Kristall hindurchgegangen sind. Wir denken uns der Einfachheit halber, die optische Kristallachse liege in der Einfallsebene, welche sonach mit dem Hauptschnitte des Kristalls zusammenfällt; es sei α der Winkel zwischen diesem Hauptschnitte und der Polarisationsebene M des einfallenden Strahles. Ist dann α von Null und 90° verschieden, so erhält man zwei Strahlen, einen ordentlichen und einen außerordentlichen, welche sich in denselben Richtungen ausbreiten, wie bei einem einfallenden nicht polarisierten Strahle. Die Lichtstärken J_o und J_e dieser Strahlen sind

aber im allgemeinen einander nicht gleich. Ist J die Lichtstärke des einfallenden Strahles, so ist

$$\left.\begin{aligned} J_o &= J\cos^2\alpha \\ J_e &= J\sin^2\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Das Gesetz, welches durch diese Formeln ausgedrückt wird, läßt sich leicht verstehen. Sei a die Amplitude der Schwingungen im einfallenden Strahle, dann ist $J = Ca^2$, wo C einen Proportionalitätsfaktor darstellt. Es seien P und Q wiederum die Ebenen der möglichen Schwingungen im Kristall (nicht etwa der Polarisationsebene), und zwar gehöre P dem ordentlichen, Q dem außerordentlichen Strahle an, so daß Q die Ebene des Hauptschnittes für den Kristall ist. Der Winkel α zwischen der Polarisationsebene M des einfallenden Strahles und dem Hauptschnitte ist gleich dem Winkel zwischen der Ebene P und der Ebene, in welcher die Schwingungen des einfallenden Strahles (senkrecht zu M) mit der Amplitude a erfolgen. Wir zerlegen a in zwei Komponenten a_o und a_e, welche in den Ebenen P und Q der möglichen Schwingungen liegen: es ist dann $a_o = a\cos\alpha$, $a_e = a\sin\alpha$. Diese Schwingungen breiten sich in den Ebenen P und Q aus und bilden den ordentlichen und außerordentlichen Strahl, deren Lichtstärke $J_o = Ca_o^2 = Ca^2\cos^2\alpha$ und $J_e = Ca_e^2 = Ca^2\sin^2\alpha$ ist. Setzt man $Ca^2 = J$ ein, so findet man Formel (4).

Fällt die Polarisationsebene M des einfallenden Strahles mit dem Hauptschnitte Q zusammen (seine Schwingungen also mit der Ebene P), so ist $\alpha = 0$, folglich $J_o = J$, $J_e = 0$. In diesem Falle geht der einfallende Strahl ungeteilt durch den Kristall in der Richtung des ordentlichen hindurch: einen zweiten Strahl gibt es hierbei nicht. Ist umgekehrt die Polarisationsebene M zu der Ebene des Hauptschnittes im Kristall senkrecht, so ist $\alpha = 90^\circ$, folglich $J_o = 0$, $J_e = J$; der Strahl geht ungeteilt in der Richtung des außerordentlichen hindurch. In den soeben betrachteten beiden Fällen haben wir im Kristall nur einen Strahl vor uns.

Ist $\alpha = 45^\circ$, so ist

$$J_o = J_e = \tfrac{1}{2}J \qquad (5)$$

wie für den Fall, daß der einfallende Strahl unpolarisiert ist. Bei allen anderen Werten des Winkels α, also bei allen anderen Lagen der Ebene M, erhält man zwei Strahlen von ungleicher Lichtstärke. In allen Fällen aber ist

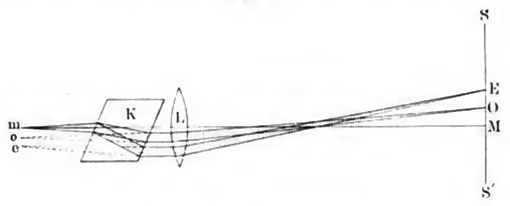
$$J_o + J_e = J \qquad (6)$$

Dreht sich die Polarisationsebene M um den einfallenden Strahl und vollendet hierbei eine volle Umdrehung (360°), so verschwindet zweimal J_o, ebenso zweimal J_e und wird viermal $J_o = J_e = \frac{1}{2}J$.

Die soeben erwähnten Erscheinungen lassen sich leicht am isländischen Kalkspat zeigen. Schleift man zwei Ebenen senkrecht zur

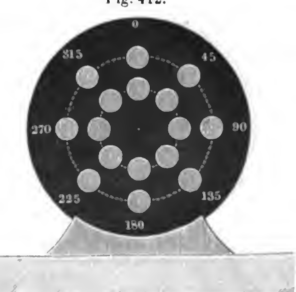
optischen Kristallachse und läßt einen Strahl senkrecht auf eine derselben fallen, so durchdringt er den Kristall, ohne irgendwelche Änderungen zu erleiden. Läßt man durch eine kleine runde Blendenöffnung einen Strahl senkrecht auf eine der natürlichen Flächen eines Kalkspatkristalles fallen, so entstehen auf einem in den Weg des Strahles ge-

Fig. 411.



stellten Schirme zwei helle Kreise, von denen sich der eine auf der Verlängerung des einfallenden Strahles befindet, der andere zur Seite abgelenkt ist: diese Lage entspricht der Fig. 410. Dreht man jetzt den Kristall um die Richtung des einfallenden Strahles, so bleibt der erste helle Fleck unbeweglich, der zweite dagegen bewegt sich um ihn im Kreise herum.

Fig. 412.



Wir nehmen nunmehr an, in *m* (Fig. 411) befinde sich die Blendenöffnung, deren Bild bei alleinigem Vorhandensein der Linse *L* auf dem Schirme SS_1 in *M* entstehen würde. Bringt man in den Weg der Strahlen einen Kalkspatkristall, so daß *K* die Ebene seines Hauptschnittes ist, so treten aus dem Kristall zwei Strahlen aus: diese scheinen von den Punkten *o* und *e* herzukommen, welche sich unterhalb der optischen Linsenachse *mM* befinden: die Linse gibt jetzt zwei Bilder in *O* und in *E*. Fig. 412 zeigt den Schirm *SS'* in der Vorderansicht, die beiden unter der Ziffer 0 befindlichen hellen Kreise entsprechen den Punkten *O* und *E* in Fig. 411. Dreht man den Kristall *K* um die Gerade *mM*, so drehen sich die Lichtflecke *O* und *E* um *M* und nehmen hierbei verschiedene Lagen ein, von denen in Fig. 412 acht dargestellt sind.

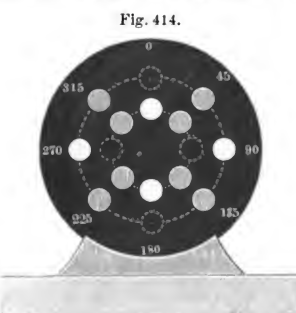
Wir denken uns nun zwei Kristalle, deren Hauptschnitte K_1 und K_2 (Fig. 413) einander parallel sind, etwa beide vertikal; in *m* befinde

sich eine runde Blendenöffnung. Zwischen beide Kristalle sei ein Schirm DD' mit kleiner Öffnung gebracht, durch welche man einen der aus K_1 austretenden Strahlen hindurchläßt; dies sei z. B. der ordentliche Strahl, welcher, wie die Figur zeigt, in der Ebene K_1 polarisiert ist, die ihrerseits mit dem Hauptschnitte K_2 des zweiten Kristalls zu-

Fig. 413.

sammenfällt. Auf dem Schirme SS' entsteht dann nur ein heller Fleck, entsprechend dem ordentlichen Strahle des zweiten Kristalls. Dieser Fall ist in Fig. 414 gegenüber der Ziffer 0 dargestellt; der Ort des fehlenden Lichtfleckes ist durch einen punktierten Kreis angedeutet.

Fig. 414.



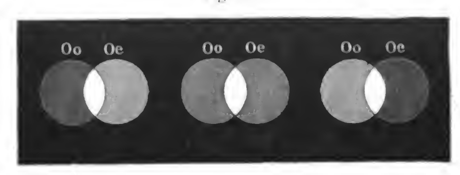
Dreht man den Kristall K_2 um die Gerade mM, so zeigen die beiden hellen Kreise auf dem Schirme bei Drehung um M abwechselnd Zu- und Abnahme der Helligkeit. Fallen die Ebenen K_1 und K_2 zusammen, d. h. bilden sie den Winkel $\alpha = 0^0$ oder $\alpha = 180^0$, so erscheint nur das ordentliche Bild. Ist $\alpha = 90^0$ oder 270^0, so erscheint nur das außerordentliche Bild; bei $\alpha = 45^0$, 135^0, 225^0 oder 315^0 haben beide Lichtflecke die gleiche Helligkeit. Bei beliebigem Werte des Winkels α, welchen K_1 und K_2 miteinander bilden, treten zwei Lichtflecke auf; wir bezeichnen ihre Helligkeit mit $J_{o,o}$ und $J_{o,e}$, wobei der erste Index o andeutet, daß beide Strahlen aus einem ordentlichen Strahle hervorgegangen sind, dessen Lichtstärke $J_o = \frac{1}{2} J$ ist; J bedeutet die Lichtstärke des auf K_1 fallenden Strahlenbündels. Auf Grund der Formeln (4), in denen jetzt $J_o = \frac{1}{2} J$ an Stelle von J, ferner $J_{o,o}$ bzw. $J_{o,e}$ anstatt J_o und J_e zu setzen ist, erhält man

$$\left.\begin{aligned} J_{o,o} &= \tfrac{1}{2} J \cos^2 \alpha \\ J_{o,e} &= \tfrac{1}{2} J \sin^2 \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7,a)$$

Dreht man K_1 anstatt K_2, und zwar um den aus ihm austretenden Strahl, so verändern die Lichtflecke ihre Lage nicht, wohl aber ihre Helligkeit. Die Formel (7, a) ist der mathematische Ausdruck des Gesetzes von Malus.

Um experimentell nachzuweisen, daß $J_{o,o} + J_{o,e} = Const. = \frac{1}{2} J$ ist, erweitert man die Blendenöffnung so lange, bis die auf dem Schirme erscheinenden beiden Lichtkreise einander teilweise überdecken. Der beiden Lichtkreisen gemeinsame Teil behält dann immer die gleiche Helligkeit, welche gleich derjenigen ist, die beim Verschwinden des einen Kreises der andere erhält. In Fig. 415 sind diese beiden Lichtkreise für verschiedene Werte von α dargestellt; die Fälle, wo O_o allein hell, $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^0$, oder wo O_e allein hell ist $\alpha = 90$ und $\alpha = 270^0$, sind aus begreiflichem Grunde nicht besonders dargestellt.

Fig. 415.



Bringt man den Schirm DD' (Fig. 413) in solche Lage, daß der außerordentliche Strahl des ersten Kristalls die in demselben befindliche Öffnung passiert, so vertauschen, da ja die Polarisationsebene desselben senkrecht zu K_2 ist, die beiden Bilder auf dem Schirme ihre Rollen. Das auf dem Schirme entstehende Bild kann wiederum durch Fig. 414 dargestellt werden, wenn man sich diese Figur um 90^0 um ihren Mittelpunkt gedreht denkt. Die Intensitäten $J_{e,o}$ und $J_{e,e}$ sind dann gleich

$$\left.\begin{aligned} J_{e,o} &= \tfrac{1}{2} J \sin^2 \alpha \\ J_{e,e} &= \tfrac{1}{2} J \cos^2 \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7,b)$$

Entfernt man den Schirm DD' ganz, so entstehen auf SS' überhaupt vier Lichtkreise, deren Helligkeiten durch die Formeln (7, a) und (7, b) bestimmt sind. Die Summe der Intensitäten aller vier Lichtkreise ist gleich

$$J_{o,o} + J_{o,e} + J_{e,o} + J_{e,e} = J \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7,c)$$

wenn man, wie früher, von den Lichtverlusten infolge von Reflexion und Absorption absieht.

§ 3. Huygens' Ellipsoid; positive und negative Kristalle. Beim Studium der Strahlenausbreitung im Kalkspat kam Huygens zu folgendem Ergebnis. Die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles ist in allen



Richtungen im Innern des Kristalls die gleiche. Breiten sich von einem innerhalb des Kristalls gelegenen Punkte M (Fig. 416) nach allen Richtungen Strahlen aus, so ist die Wellenfläche, welche den *ordentlichen* Strahlen entspricht, eine *Kugelfläche* $AEBFA$.

Die Geschwindigkeit der von M ausgehenden außerordentlichen Strahlen ist in verschiedenen Richtungen verschieden. Wir ziehen durch M die optische Achse AB; in der Richtung dieser Achse ist die Geschwindigkeit des außerordentlichen Strahles ein Minimum, und zwar ist sie gleich der Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles. In allen Richtungen, welche mit der Achse denselben Winkel φ bilden, ist die Geschwindigkeit die gleiche; sie ist ein Maximum in allen Richtungen, welche zur optischen Achse senkrecht sind. Hieraus folgt, wenn man

Fig. 416.

vom Punkte M aus nach allen Richtungen Radienvektoren $MN = \varrho$ zieht, welche den Geschwindigkeiten der außerordentlichen, sich in diesen Richtungen ausbreitenden Strahlen proportional sind, daß der geometrische Ort der Endpunkte N aller dieser Radienvektoren, d. h. die den außerordentlichen Strahlen entsprechende Wellenfläche eine gewisse *Rotationsfläche* ist, deren Achse mit der optischen Achse AB zusammenfällt. *Huygens* fand, daß diese Fläche ein *Rotationsellipsoid* ist, und zwar für den isländischen Kalkspat — ein *abgeplattetes*. Sein Durchschnitt mit der durch die Achse AB gehenden Ebene ist die Ellipse $ACBDA$.

Hieraus folgt, daß die *Wellenfläche im isländischen Kalkspat aus zwei Teilen besteht, aus einem abgeplatteten Rotationsellipsoid und einer demselben eingeschriebenen Kugel*, so daß der Kugeldurchmesser mit der kleinen Achse, der Rotationsachse des Ellipsoids, zusammenfällt. Wir bezeichnen die halbe Rotationsachse

des Rotationsellipsoids, das sich um den Punkt M herum innerhalb einer gewissen Zeit ausgebildet hat, mit $p = MA = MB$ (es ist dies auch der Kugelradius), die große Halbachse, d. h. den Radius des äquatorialen Querschnittes mit $q = MC = MD$. Die Größen p und q kann man alsdann als Maß der beiden Geschwindigkeiten ansehen, die auf S. 737 mit V_0 und V_e bezeichnet worden waren. Wählt man MA zur x-Achse, MC zur y-Achse, so ist die Gleichung der Ellipse

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Sei $MN = \varrho$ das Maß für die Geschwindigkeit V_e' des außerordentlichen Strahles in der Richtung MN, welche mit der optischen Achse den Winkel $AMN = \varphi$ bildet, dann ist $x = \varrho \cos\varphi$; $y = \varrho \sin\varphi$. Setzt man diese Größen in Formel (8) ein, so ist

$$\varrho = \frac{pq}{\sqrt{p^2 \sin^2\varphi + q^2 \cos^2\varphi}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Durch diese Formel wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit des außerordentlichen Strahles in der Richtung bestimmt, welche mit der optischen Achse den Winkel φ bildet. Legt man durch den Punkt N eine Tangentialebene ST an das Ellipsoid und fällt von dem Mittelpunkte M aus die Senkrechte MH auf diese Ebene, so erhält man für deren Länge $\sigma = MH$ und den Winkel $\alpha = \angle AMH$ folgende aus der analytischen Geometrie bekannte Ausdrücke:

$$tg\,\alpha = \frac{p^2}{q^2}\, tg\,\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

$$\sigma = \sqrt{p^2 \cos^2\alpha + q^2 \sin^2\alpha} \quad \ldots \quad (11)$$

Wir erinnern noch an folgenden Satz: wenn man vom Mittelpunkte eines Rotationsellipsoids eine Senkrechte an die Tangentialebene zieht, so liegen diese Senkrechte, die Rotationsachse des Ellipsoids und der Berührungspunkt in einer und derselben Ebene.

Breitet sich das Licht im Vakuum auf eine gewisse Entfernung s in derselben Zeit aus, in welcher sich um M herum die vorhin betrachtete Wellenfläche ausbreitet, dann ist

$$\frac{s}{p} = n_0; \quad \frac{s}{q} = n_e; \quad \frac{s}{\varrho} = n_e' \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Schreibt man Formel (9) in der Form

$$\frac{1}{\varrho} = \sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{p^2} + \frac{\sin^2\varphi}{q^2}}$$

und multipliziert beide Seiten mit s, so erhält man den Ausdruck

$$n_e' = \sqrt{n_0^2 \cos^2\varphi + n_e^2 \sin^2\varphi} \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

Durch diese Formel wird der Brechungsquotient des außerordentlichen Strahles bestimmt, welcher mit der optischen Achse den Winkel φ bildet.

Für den isländischen Kalkspat ist $q > p$, d. h. $V_e > V_o$, folglich $n_e < n_o$; diese Beziehung gilt aber nicht für alle einachsigen Kristalle, deren es zwei Arten gibt:

I. Negative Kristalle; für diese ist $q > p$; die Geschwindigkeit des außerordentlichen Strahles ist größer als die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles, so daß die Wellenfläche aus einem abgeplatteten Rotationsellipsoid besteht, in welches eine Kugel eingeschrieben ist. Hierher gehört der isländische Kalkspat.

II. Positive Kristalle, für welche $q < p$, die Geschwindigkeit des außerordentlichen Strahles kleiner ist als die des ordentlichen, so daß die Geschwindigkeit des senkrecht zur optischen Achse verlaufenden außerordentlichen Strahles die kleinste unter allen möglichen Geschwindigkeiten ist, während sie für die negativen Kristalle das Maximum darstellte. Die Wellenfläche besteht aus einem langgezogenen Rotationsellipsoid, eingeschrieben in eine Kugel, deren Radius gleich der großen Halbachse, d. h. gleich der halben Rotationsachse ist.

Fig. 417.

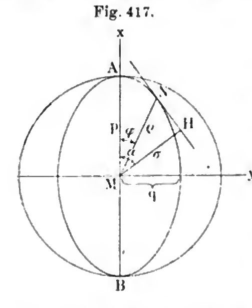


Fig. 417 stellt einen Meridianschnitt der Wellenfläche eines positiven Kristalls dar; wie in Fig. 416, so ist auch hier AB die optische Achse. Die Formeln (9), (10), (11) und (13) behalten auch für diesen Fall ihre Geltung. Sowohl aus der Figur als aus der Formel (10) ist ersichtlich, daß $\alpha > \varphi$ ist.

Es möge hier eine Aufzählung einiger negativer und positiver einachsiger Kristalle folgen unter Beifügung der numerischen Werte der Brechungsquotienten n_o und n_e für den gelben Strahl D.

Negative Kristalle.

Substanz	n_o >	n_e
Ammoniumhydroarsenat $[(NH_4)H_2AsO_4]$	1,5766	1,5271
Kaliumdihydrophosphat (KH_2PO_4)	1,5093	1,4684
Kaliumdihydroarsenat (KH_2AsO_4)	1,5674	1,5179
Anatas	2,5354	2,4959
Nickelsulfat	1,5109	1,4873
Apatit	1,6390	1,6345
Kalkspat	1,6584	1,4864
Korund	1,7682	1,6598
Salpetersaures Natron	1,5874	1,5361
Grüner Turmalin	1,6425	1,6220
Beryll	1,5740	1,5674

Positive Kristalle.

Substanz	n_o <	n_e
Rutil	2,6158	2,9029
Zirkon	1,9313	1,9931
Bergkristall	1,5442	1,5533
Eis	1,3091	1,3104
Saures Schwefelkalium	1,4550	1,5153
Kalomel	1,97	2,66
Zinnober	2,854	3,201

Für den isländischen Kalkspat seien noch wegen seiner besonderen Bedeutung die numerischen Daten angeführt, welche **Sarasin** für n_o und n_e und einige bestimmte Strahlen gefunden hat.

Strahlenart	n_o	n_e
A	1,6499	1,4826
B	1,6528	1,4839
D	1,6583	1,4864
F	1,6678	1,4907
H	1,6832	1,4977
(Cadmiumlinie $\lambda = 0{,}214\,\mu$)	1,8459	1,5600

Zu den negativen Kristallen gehören auch Chlorcalcium, Rubin, Saphir, Smaragd: zu den positiven Apophyllit, Amethyst, Dioptas, Quarz usw.

Carvallo hat (1898) die Werte von n_o und n_e für **infrarote** Strahlen im **Quarz** bestimmt. Einige derselben sind die folgenden:

λ	0,673 1	0,991 4	1,307 0	1,497 2	1,761 4	2,171 9
n_o	1,541 39	1,535 14	1,530 90	1,528 65	1,524 68	1,517 99
n_e	1,550 41	1,543 92	1,539 51	1,537 16	1,533 01	1,526 09
$n_e - n_o$	0,009 02	0,008 78	0.008 61	0,008 51	0,008 33	0,008 10

Kalomel besitzt ein außerordentlich großes Doppelbrechungsvermögen. **Dufet** findet für drei Spektralstrahlen folgende Werte von n_o und n_e:

	Li (rot)	Na (gelb)	Tl (grün)
n_o	1,955 60	1,973 25	1,990 85
n_e	2,600 6	2,655 9	2,712 9



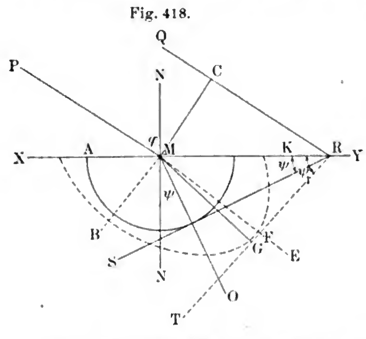
Die Brechungsquotienten beider Strahlen hängen von der Temperatur ab. Für Kalkspat und den gelben Strahl D ist beispielsweise

$$n_o = 1{,}658\,24 + 0{,}000\,002\,43\,t.$$

Auf die Doppelbrechung der flüssigen Kristalle kommen wir in Bd. III zurück.

§ 4. Konstruktion der gebrochenen Strahlen. In Bd. I, Abt. 1, S. 181 hatten wir das Huygenssche Prinzip kennen gelernt und auf S. 191 dasselbe zur Konstruktion eines gebrochenen Strahles beim Übergange aus einem isotropen Medium ins andere angewandt. Unter der Annahme, daß die einfallende Welle eben ist, hatten wir (vgl. Bd. I, Abt. 1, Fig. 86 auf S. 191) die gebrochene ebene Welle derart erhalten, daß wir an die als Halbkugeln betrachteten Elemente der Wellenflächen die gemeinsame Tangente legten.

Fig. 418.



Huygens hat gezeigt, in welcher Weise eine vollkommen analoge Konstruktion uns die Richtung der gebrochenen Strahlen liefern kann, wenn die Strahlen aus einem isotropen Medium, etwa aus dem Vakuum, in einen einachsigen Kristall übergehen.

XY (Fig. 418) sei die natürliche oder künstliche Fläche eines einachsigen negativen Kristalls, PM und QR einfallende Strahlen, NM die Senkrechte zur Fläche XY. Während der Strahl im Vakuum den Weg CR zurücklegt, bildet sich um den Punkt M herum eine Wellenfläche, welche aus einer Kugel und einem Rotationsellipsoid besteht. Der Radius MA jener Kugel ist aus der Beziehung $CR : MA = n_o$ bestimmt; die Rotationsachse dieses Ellipsoids fällt mit der durch M gehenden optischen Achse zusammen. Im allgemeinen liegt diese Achse nicht in der Einfallsebene (der Zeichenebene); sie ist durch Punkte angedeutet, so daß der Punkt B außerhalb der Zeichenebene liegend gedacht werden muß.

Alle Ellipsoide, welche sich um die verschiedenen zwischen M und R liegenden Punkte K herum bilden, sind einander ähnlich, und da ihre linearen Dimensionen den Entfernungen KR proportional sind, so folgt, daß ihre Umhüllende ihre gemeinsame Tangentialebene RT ist. Letztere stellt die gebrochene außerordentliche Welle dar, während die

Tangente RS, wie im isotropen Medium, die gebrochene ordentliche Welle gibt. Nach dem Huygensschen Prinzip erhält man den gebrochenen Strahl, wenn man den Punkt M mit dem Berührungspunkte verbindet. Auf diese Weise erhalten wir den gebrochenen ordentlichen Strahl MO, welcher in der Einfallsebene liegt. Die Ebene RT berührt das Ellipsoid in einem gewissen Punkte F, welcher im allgemeinen außerhalb der Zeichenebene (Einfallsebene) liegt; hieraus folgt, daß der gebrochene außerordentliche Strahl MFE im allgemeinen nicht in der Einfallsebene liegt. Dagegen liegt die Senkrechte MG zur gebrochenen außerordentlichen Welle RT offenbar immer in der Einfallsebene. Die ebene Wellenfläche RT breitet sich in der Richtung MG parallel zu sich selbst aus.

Die angeführte Konstruktion erläutert das Auftreten der Doppelbrechung und die Lage des außerordentlichen Strahles außerhalb der Einfallsebene. Wir sehen ferner, daß der außerordentliche Strahl und die außerordentlich ebene Welle sich in verschiedenen Richtungen mit verschiedenen Geschwindigkeiten ausbreiten, deren Maß MF (gleich ϱ in Fig. 416) und MG (gleich σ in derselben Figur) ist. Wir sehen ferner, daß der außerordentliche Strahl zu der ihm entsprechenden ebenen Welle nicht senkrecht ist. Auf Grund des auf S. 745 angeführten Lehrsatzes sieht man, daß die Geraden MG, MF und die Achse MB in derselben Ebene liegen, nämlich in dem Hauptschnitte, welcher durch den außerordentlichen Strahl geht, aber mit dem durch die Geraden NN und MB bestimmten Hauptschnitte des Kristalls nicht zusammenfällt.

Für positive Kristalle hat man eine vollkommen analoge Konstruktion; sie unterscheidet sich von der vorigen nur dadurch, daß hier das Ellipsoid innerhalb der Kugel liegt.

Der Unterschied, welchen die Geschwindigkeiten des außerordentlichen Strahles und der außerordentlichen Welle zeigen, veranlaßt die Einführung einer neuen Größe, des Brechungsquotienten der Wellen. Sei n_o der Brechungsquotient des ordentlichen Strahles, n_e' der des außerordentlichen, N_o der ordentlichen Welle, N_e' der außerordentlichen Welle, sei ferner V die Geschwindigkeit im Vakuum, ferner V_o die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles, V_e' die des außerordentlichen Strahles, W_o der ordentlichen Welle, W_e' der außerordentlichen Welle, so werden die Brechungsquotienten durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$n_o = \frac{V}{V_o}; \quad n_e' = \frac{V}{V_e'}; \quad N_o = \frac{V}{W_o}; \quad N_e' = \frac{V}{W_e'} \quad \ldots \quad (14)$$

Ist t die Zeit, innerhalb welcher sich der Strahl im Vakuum von C bis nach R ausbreitet, so ist

$$CR = Vt; \quad MA = V_o t = W_o t; \quad MF = V_e' t; \quad MG = W_e' t.$$

Offenbar ist $V_o = W_o$ und $n_o = N_o$. Ist der Einfallswinkel $PMN = CMR = \varphi$, der Brechungswinkel des ordentlichen Strahles und der ordentlichen Welle $NMO = MRS = \psi$, der Brechungswinkel der außerordentlichen Welle $GMN = MRT = \psi'$, so ist ferner

$$MB = V_o t = W_0 t = MR \sin\psi; \quad MG = W_e' t = MR \sin\psi';$$
$$RC = Vt = MR \sin\varphi.$$

Hieraus findet man

$$N_o = \frac{V}{W_0} = \frac{RC}{MB} = \frac{MR \sin\varphi}{MR \sin\psi} = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = n_o$$
$$N_e' = \frac{V}{W_e'} = \frac{RC}{MG} = \frac{MR \sin\varphi}{MR \sin\psi'} = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi'}.$$

Somit sind die Brechungsquotienten beider Wellen gleich den Verhältnissen vom Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels. Es ist jedoch $N_o = n_o$ eine konstante Größe, während N_e' von der Richtung abhängt, in welcher sich die gebrochene außerordentliche Welle ausbreitet. Daß die Größe $n_e' = V : V_e' = RC : MF$ sich nicht in ebenso einfacher Weise durch den Einfallswinkel φ und den Brechungswinkel FMN ausdrücken läßt, war bereits auf S. 737 gesagt worden.

Es ist leicht, für N_e' einen Ausdruck zu finden, welcher der Formel (13) für n_e' analog ist. Fig. 416 (S. 744) gibt

$$N_o = \frac{s}{p} = n_o; \qquad N_e = \frac{s}{q} = n_e,$$

dagegen

$$N_e' = \frac{s}{\sigma}.$$

Formel (11) gibt

$$\frac{\sigma}{s} = \sqrt{\frac{p^2}{s^2}\cos^2\alpha + \frac{q^2}{s^2}\sin^2\alpha},$$

d. h.

$$\frac{1}{N_e'} = \sqrt{\frac{\cos^2\alpha}{N_o^2} + \frac{\sin^2\alpha}{N_e^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14,a)$$

Wir betrachten nunmehr einige Sonderfälle.

I. Die optische Achse liegt in der Einfallsebene, welche sonach mit dem Hauptschnitte des Kristalls zusammenfällt. Fig. 419 stellt diesen Fall für einen negativen Kristall dar, dessen optische Achse OR ist; SO und $S'S''$ sind einfallende Strahlen. Die beiden Tangenten, welche von S'' ausgehen, bestimmen den ordentlichen Strahl OH und den außerordentlichen OE. Die Lage der optischen Achse ist in beiden Figuren I und II die gleiche, die Richtungen des einfallenden Strahles aber sind verschieden. Fig. 420 zeigt dieselben Ver-

hältnisse für den positiven Kristall; auch hier ist OH der ordentliche, OE der außerordentliche Strahl. Im vorliegenden Spezialfalle bleibt, wie man sieht, der außerordentliche Strahl in der Einfallsebene. Vergleicht man Fig. 419 und 420 miteinander, so sieht man ferner, daß das erste Mal der außerordentliche Strahl weiter, das zweite Mal näher zu der Senkrechten liegt als der ordentliche Strahl. Aus diesem Grunde nannte Biot die Kristalle, auf welche sich Fig. 419 bezieht, repulsive (abstoßende), die anderen attraktive (anziehende)

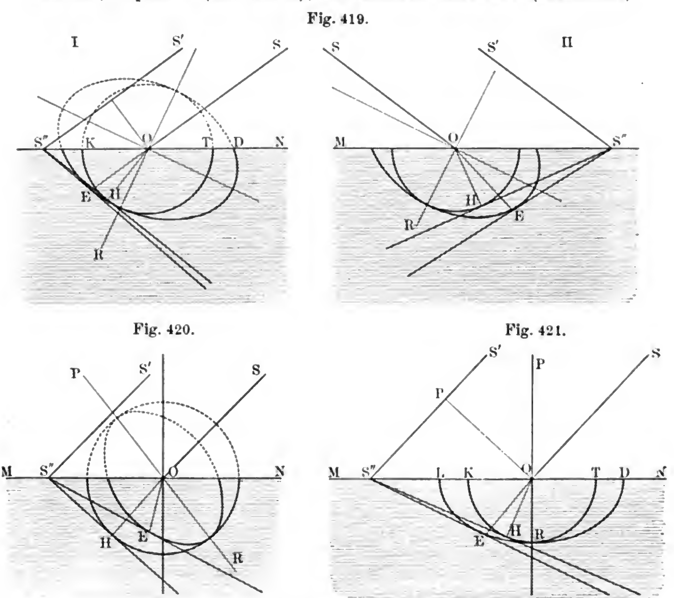


Fig. 419.

Fig. 420.

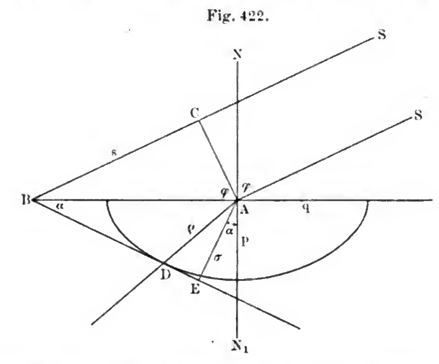
Fig. 421.

Kristalle; Fresnel schlug dagegen vor, diese Benennungen durch die jetzt üblichen — negative bzw. positive Kristalle — zu ersetzen.

II. Die Achse ist senkrecht zur ebenen Kristallfläche; dies ist ein speziellerer Fall des soeben betrachteten. Fig. 421 zeigt die entsprechende Konstruktion für einen negativen Kristall. Die optische Achse ist hier OR, der ordentliche Strahl OH, der außerordentliche OE, der einfallende Strahl SO. Offenbar ist $n_o = PS'' : OK$, wo $OK = OH = OR = OT$ ist, ferner ist $n_e = PS'' : OL$ und $n_e' = PS'' : OE$.

Für diesen wichtigen Fall läßt sich der Brechungswinkel des außerordentlichen Strahles leicht finden. Wir wenden uns zu diesem Zwecke der Fig. 422 zu; hier ist SA der einfallende Strahl, $SAN = \varphi$ der gegebene Einfallswinkel, $DAN_1 = \psi$ der gesuchte Brechungswinkel des außerordentlichen Strahles AD. Sei $BC = s$; es ist dann

Fig. 422.



$n_o = s:p$ und $n_e = s:q$. Ferner sei $AE = \sigma$ senkrecht zu BD. Wir hatten die Gleichung, vgl. (10), S. 745

$$tg\,\alpha = \frac{p^2}{q^2}\,tg\,\psi_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

(der Winkel ψ_1 war dort mit φ bezeichnet) Aus der Figur sieht man, daß

$$\frac{s}{\sin\varphi} = AB = \frac{\sigma}{\sin\alpha}$$

ist: substituiert man für σ seinen Wert aus (11), so erhält man

$$\frac{s}{\sin\varphi} = \frac{\sqrt{p^2\cos^2\alpha + q^2\sin^2\alpha}}{\sin\alpha} = \sqrt{p^2 cotg^2\alpha + q^2}:$$

hieraus folgt nach Formel (15)

$$s = \sin\varphi\,\sqrt{\frac{q^4\,cotg^2\,\psi_1}{p^2} + q^2} = \frac{q}{p}\,\sin\varphi\,\sqrt{q^2\,cotg^2\,\psi_1 + p^2}$$

oder

$$1 = \frac{\left(\frac{s}{p}\right)^2}{\left(\frac{s}{q}\right)^2}\,\sin^2\varphi\,\left(\frac{cotg^2\,\psi_1}{s^2:q^2} + \frac{1}{s^2:p^2}\right),$$

$$1 = \frac{n_o^2}{n_e^2}\,\sin^2\varphi\,\left(\frac{cotg^2\,\psi_1}{n_e^2} + \frac{1}{n_o^2}\right).$$

Hieraus ergibt sich

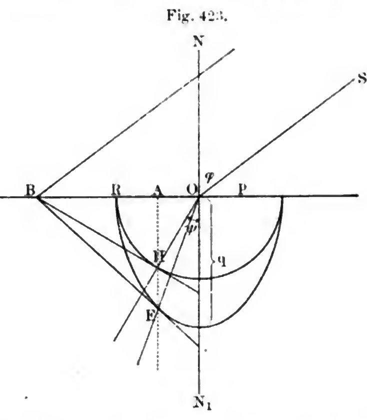
$$tg\,\psi_1 = \frac{n_o \sin \varphi}{n_e \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \varphi}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Formel (15) gibt

$$tg\,\alpha = \frac{p^2}{q^2}\, tg\,\psi = \frac{n_e^2}{n_o^2}\, tg\,\psi_1 = \frac{n_e \sin \varphi}{n_o \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \varphi}} \quad \ldots \quad (17)$$

Durch diese beiden Formeln wird die Richtung des außerordentlichen Strahles bzw. der außerordentlichen Welle bestimmt, wenn die Achse senkrecht zur Kristallfläche ist. Die Geschwindigkeiten von Strahl und Welle verhalten sich zueinander wie ϱ zu σ, wobei $\varrho = AD$ durch Formel (9) auf S. 745 gegeben ist.

Fig. 423.



III. **Die Achse ist parallel zur Kristalloberfläche und liegt in der Einfallsebene.** Fig. 423 zeigt die Konstruktion der gebrochenen Strahlen für diesen Fall. Die optische Achse ist OR, der ordentliche Strahl OH, der außerordentliche OE. Der Einfallswinkel ist $SON = \varphi$, der Brechungswinkel des ordentlichen Strahles $HON_1 = \psi$, des außerordentlichen Strahles $EON_1 = \psi_1$. Vergleicht man die Fig. 422 mit Fig. 423, so sieht man, daß für den außerordentlichen Strahl die Achsen p und q gewissermaßen ihre Stellen vertauscht haben. Eine Herleitung, welche der vorhergehenden ähnlich ist, gibt für $tg\,\psi_1$ einen Ausdruck, den man auch direkt aus (16) erhält, wenn man die Größen n_o und n_e miteinander vertauscht, nämlich

$$tg\,\psi_1 = \frac{n_e \sin \varphi}{n_o \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \varphi}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Es ist aber, wie wir wissen, $\sin \psi = \sin \varphi : n_o$, mithin

$$tg\,\psi = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{n_o^2 - \sin^2 \varphi}}.$$

Hieraus erhält man folgende bemerkenswerte Beziehung:

$$\frac{tg\,\psi_1}{tg\,\psi} = \frac{n_e}{n_o} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

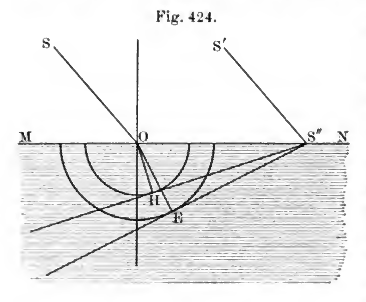
welche sich leicht unmittelbar ableiten läßt auf Grund der bekannten Eigenschaft der Ellipse, daß die Punkte E und H auf einer Geraden EHA, welche zu $N_1 O$ parallel ist, liegen und daß hierbei $EA:HA = q:p$ ist. Offenbar ist

$$tg\,\psi_1 : tg\,\psi = AH : AE = p : q = \frac{s}{q} : \frac{s}{p} = n_e : n_o.$$

Die Formel (19) hat eine wichtige praktische Bedeutung.

IV. **Die Achse ist senkrecht zur Einfallsebene** und liegt daher, wie im vorhergehenden Falle, in der Ebene, auf welche die Strahlen fallen. Die Einfallsebene schneidet in diesem Falle das Ellipsoid in einem äquatorialen Kreise. Fig. 424 zeigt den Gang der Strahlen für diesen Fall. Wie man sieht, wird der außerordentliche Strahl OE durch ganz dieselbe geometrische Konstruktion erhalten, wie der ordentliche Strahl. Hieraus folgt, daß sein Brechungsquotient eine konstante Größe ist, welche vom Einfallswinkel φ des Strahles SO unabhängig ist und gleich dem Verhältnis von $\sin\varphi$ zu $\sin\psi_1$ ist, wo ψ_1 den Brechungswinkel des außerordentlichen Strahles bezeichnet. Ferner sieht man aber auch, daß dieser Brechungsquotient der Größe n_e gleich ist, denn es ist OE gleich dem Radius des äquatorialen Durchschnittes unseres Rotationsellipsoids. Es ist somit

Fig. 424.



$$\left.\begin{aligned} n_o &= \frac{\sin\varphi}{\sin\psi} \\ n_e &= \frac{\sin\varphi}{\sin\psi_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

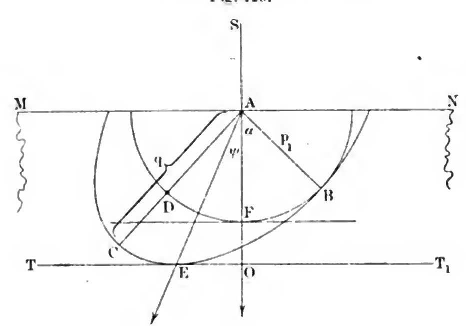
Beide Strahlen werden in diesem Falle entsprechend den gewöhnlichen Brechungsgesetzen gebrochen.

Man kann dies zur experimentellen Bestimmung der Größe n_e benutzen. Schneidet man aus einem Kristall ein derartiges Prisma heraus, daß dessen brechende Kante der optischen Achse parallel ist, die Einfallsebene hingegen, wie immer, senkrecht zu dieser Kante ist, so läßt sich n_e auf gewöhnliche Art nach Formel (1), S. 210,

finden, indem man das Minimum der Ablenkung beobachtet, welche der außerordentliche Strahl durch dieses Prisma erfährt.

V. Der Strahl ist senkrecht zur ebenen Kristallfläche; die optische Achse hat eine beliebige Richtung. Wir wählen als Zeichenebene die Ebene, welche durch den einfallenden Strahl SA (Fig. 425) und durch die optische Achse AB hindurchgeht, also den Hauptschnitt des Kristalls selbst. Die an das Rotationsellipsoid gezogene Tangente muß der Kristallfläche MN parallel sein. Offenbar liegt der Berührungspunkt E, folglich auch der außerordentliche Strahl AE in der Zeichenebene, d. h. in der Hauptebene des Kristalls. Somit fällt hier der außerordentliche Strahl in die Ebene des Hauptschnittes, während der ordentliche Strahl AO dieselbe ungebrochen durchsetzt.

Fig. 425.



Wir wollen nun den Winkel $\psi = EAO$ unter der Annahme aufsuchen, daß die Achse AB mit der Senkrechten SAO den Winkel $\alpha = BAO$ bildet. Da $AO \perp TT_1$, so kann man die Formel (10), S. 745, heranziehen, in welcher $\varphi = EAB = \psi + \alpha$ ist; sie gibt

$$tg(\psi + \alpha) = \frac{q^2}{p^2} tg\,\alpha = \frac{n_o^2}{n_e^2} tg\,\alpha;$$

hieraus folgt

$$tg\,\psi = \frac{(n_o^2 - n_e^2)\,tg\,\alpha}{n_e^2 + n_o^2\,tg^2\,\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Für $\alpha = 0$ ist $\psi = 0$; die Berührungspunkte F und E fallen mit dem Punkte B zusammen; die Geschwindigkeit beider Strahlen ist die gleiche. Für $\alpha = 90^0$ ist ebenfalls $\psi = 0$; die Berührungspunkte D und C liegen auf AO, so daß beide Strahlen zwar nicht gebrochen werden, sich aber in der Richtung AO mit ungleichen Geschwindig-

keiten V_o und V_e ausbreiten, welche zu AD und AC oder p und q proportional oder endlich n_o und n_e umgekehrt proportional sind, d. h.

$$\frac{V_o}{V_e} = \frac{n_e}{n_o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Das Maximum des Winkels ψ tritt für $tg\,\alpha = n_e : n_o$ ein; es ist, wie sich leicht finden läßt, gleich

$$tg\,\psi = \frac{n_o^2 - n_e^2}{2\,n_o\,n_e}.$$

§ 5. Polarisatoren. Auf S. 701 war gezeigt worden, wie ein einfacher Spiegel als Polarisator dienen kann, d. h. als Apparat, welcher jeden durchgehenden Strahl in einer gewissen, ganz bestimmten Ebene polarisiert. Ferner war dort gesagt worden, daß ein solcher Spiegel auch benutzt werden kann als Analysator, welcher einen Strahl auf eine bestimmte Polarisationsebene „reduziert". Auf S. 708 war angegeben worden, daß eine Reihe von Glaslamellen ebenfalls sowohl als Polarisator, als auch als Analysator dienen kann. Die Erscheinungen der Doppelbrechung setzen uns in den Stand, eine große Zahl von Apparaten zu konstruieren, welche als Polarisatoren dienen können: sie können im allgemeinen auch als Analysatoren dienen. Wir wollen die Einrichtung einiger von ihnen näher betrachten.

Fig. 426.

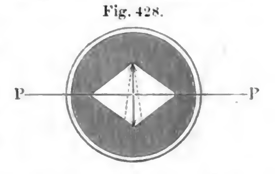
Fig. 427.

I. Nicolsches Prisma, auch kurz „Nicol" genannt. Dieser überaus wichtige Apparat wird aus einem Kristall des isländischen Kalkspats angefertigt, wie er in Fig. 426 abgebildet ist. Die durch den Punkt B hindurchgehende optische Achse liegt in der Ebene $ABCD$, welche den Hauptschnitt des Kristalls darstellt. Die Grundflächen des Kristalls (z. B. P) bilden mit den Kanten KK Winkel von 71°. Zunächst schneidet man zwei neue Grundflächen ab, welche durch A und C gehen und mit den beiden Kanten KK Winkel von 68° bilden. In Fig. 427 ist die neue Gestalt der Hauptschnittsebene dargestellt; hier ist $\angle a = \angle c = 68°$; die Ebene $abcd$ ist die gleiche wie Ebene $ABCD$ in Fig. 426, so daß z. B. die Gerade ab der Diagonale AB des oberen Vierecks entspricht. Darauf zersägt man den Kristall längs der zu $abcd$ senkrechten Ebene gf und senkrecht zu ab und cd und klebt

beide Hälften mit Kanadabalsam aufeinander. Der einfallende Strahl *s s* zerfällt beim Eintritt in den Kristall in zwei Strahlen, den ordentlichen Strahl *s o* und den außerordentlichen *s e*, welche beide in der Zeichenebene liegen, da die optische Achse hier (Fall I, S. 750) in der Einfallsebene gelegen ist. Der Brechungsquotient (für den gelben Strahl *D*) des ordentlichen Strahles ist gleich 1,658, der des Kanadabalsams gleich 1,549; es ist daher totale Reflexion möglich, und sie tritt in der Tat unter den gegebenen geometrischen Verhältnissen ein. Der Strahl *s o* wird nach erfolgter Reflexion von der geschwärzten Seitenfläche des Kristalls absorbiert. Der außerordentliche Strahl *s e*, welcher den Kanten des Kristalls fast parallel verläuft, hat einen Brechungsquotienten gleich 1,515; dieser Strahl durchsetzt daher die Kanadabalsamschicht und tritt in der Richtung *e s'* wieder aus.

Auf diese Weise liefert der Nicol vollständig polarisierte Strahlen, deren Polarisationsebene senkrecht zum Hauptschnitt des Kristalls ist: in letzterer gehen nach der Fresnelschen Annahme die Schwingungen vor sich. In Fig. 428 sieht man die Nicols samt ihrer ringförmigen Einfassung; *PP* ist die Polarisationsebene des austretenden Strahles, die zu *PP* Senkrechte ist die Durchschnittslinie des Kristallhauptschnittes.

Fig. 428.



Fällt auf den Nicol ein bereits polarisierter Strahl, dessen Polarisationsebene mit der Ebene *PP* den Winkel α bildet und dessen Lichtstärke gleich J ist, so tritt aus dem Prisma ein wie immer in der Ebene *PP* polarisierter Strahl aus; seine Lichtstärke i ist offenbar gleich

$$i = J\cos^2\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Ist das einfallende Licht unpolarisiert, so ist $i = \frac{1}{2}J$.

Bei $\alpha = 90^0$ ist $i = 0$; in diesem Falle geht der einfallende Strahl ungeteilt in der Richtung *so* (Fig. 427) weiter.

Stellt man zwei Nicols derart auf, daß die Strahlen beide nacheinander durchsetzen, so hängt die Lichtstärke i des austretenden Strahles von dem Winkel φ zwischen den Hauptschnitten der beiden Nicols ab.

Ist $\varphi = 0$, d. h. fallen die Hauptschnitte der Nicols zusammen, so geht der aus dem ersten Prisma austretende Strahl auch durch das zweite frei hindurch, und zwar auf dem Wege des außerordentlichen Strahles; die Lichtstärke J' des Strahles, welcher beide Prismen durchsetzt hat, unterscheidet sich nur wenig von $\frac{1}{2}J$. Man sagt in diesem Falle, die Nicols seien einander „parallel" oder sie seien auf „Helligkeit" eingestellt. Dreht man einen der Nicols um seine geometrische

Achse, d. h. um die Richtung des Strahles selbst, so nimmt J' nach dem folgenden Gesetze ab:

$$J' = \frac{1}{2} J \cos^2 \varphi \quad \ldots \ldots \quad (24)$$

Bei $\varphi = 90^0$ ist $J' = 0$, es wird gar kein Licht hindurchgelassen, obgleich jeder der Nicols an sich völlig durchsichtig ist. Man spricht in diesem Falle von „gekreuzten" Nicols oder sagt, sie seien auf „Dunkelheit" eingestellt.

Ignatowski (1910) brachte an die Seitenfläche des Nicols (die linke in Fig. 428) ein gläsernes Prisma an, durch das der ordentliche Strahl frei hinaustritt. Dadurch wird die sehr beträchtliche Erwärmung des Prismas beseitigt, die bei länger dauernder Beobachtung hervorgerufen wird durch die Absorption der ordentlichen Strahlen an der geschwärzten Seitenfläche des Prismas.

Fig. 429.



II. Das Foucaultsche Prisma unterscheidet sich vom Nicol dadurch, daß die Kanadabalsamschicht durch eine dünne Luftschicht ersetzt ist. In diesem Falle kann die Ebene fg (Fig. 427) eine viel geringere Neigung gegen bc haben, wodurch das Prisma bedeutend kürzer werden kann und weniger teuer wird.

III. Turmalinzange. Der Turmalin hat die bemerkenswerte Eigenschaft, senkrecht zu seiner optischen Achse verlaufende ordentliche Strahlen vollständig zu absorbieren. Schneidet man aus einem Turmalinkristall eine Platte parallel zur Achse heraus, so teilt sich jeder diese Platte unter rechtem Winkel treffende Strahl in zwei Strahlen, von denen nur der außerordentliche hindurchgeht. Leider ist der Turmalin, welcher eine starke (meist grüne) Färbung hat, nur von geringer Durchsichtigkeit, weshalb auch der austretende außerordentliche Strahl eine relativ geringe Intensität besitzt. Eine bequeme Vereinigung zweier Turmalinplatten, von denen die eine als Polarisator, die andere als Analysator dient, stellt die sogenannte Turmalinzange dar, die in Fig. 429 abgebildet ist. Zwei Turmalinplatten sind in der Mitte von Korkscheiben befestigt, die mittels einer ringförmigen Fassung in den Drahtringen der Zange drehbar sind. Zwischen die Turmalinplatten können die zu untersuchenden Kristalle gebracht werden (s. das folgende Kapitel); bei einer gewissen Einstellung (bei gekreuzten Platten) wird Dunkelheit erhalten: der durch den ersten Kristall hindurchgegangene Strahl wird vom zweiten absorbiert.

Das Nicolsche, das Foucaultsche Prisma und die Turmalinzange geben nur einen, vollkommen polarisierten Strahl. Weniger vorteilhaft sind die Apparate beschaffen, aus welchen zwei in senkrecht zueinander liegenden Ebenen polarisierte Strahlen austreten. Man sucht hier den Winkelabstand zwischen diesen austretenden Strahlen möglichst groß zu machen.

IV. Ein Polarisator aus Kalkspat und Glas ist in Fig. 430 und 431 in zwei verschiedenen Lagen abgebildet. Die beiden Prismen G und K sind mit Kanadabalsam aufeinandergeklebt; G besteht aus Glas, K aus isländischem Kalkspat, wobei die optische Achse der brechenden Kante des Prismas parallel liegt. Fällt ein Strahl auf das Prisma K, so gehen beide Strahlen vereint bis zur Grenzfläche beider Prismen, jedoch mit verschiedener Geschwindigkeit, weiter. Der außerordentliche Strahl tritt, fast ohne Brechung zu erleiden, in das Glasprisma ein und geht in der Richtung nach e weiter; der ordentliche Strahl hat im Glase G einen geringeren Brechungsquotienten als in K und tritt daher in der Richtung nach o aus. Ein auf das Glasprisma G fallender Strahl spaltet sich ebenfalls an der Grenzfläche (Fig. 431), wobei der ordentliche Strahl beim Übergange in ein Medium, welches für ihn das optisch dichtere ist, zur Basis des Prismas K hin gebrochen wird.

Fig. 430.

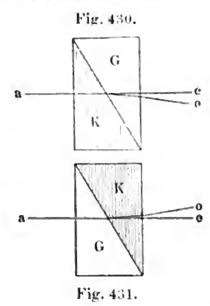
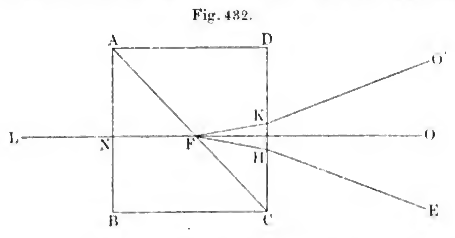


Fig. 431.

Fig. 432.

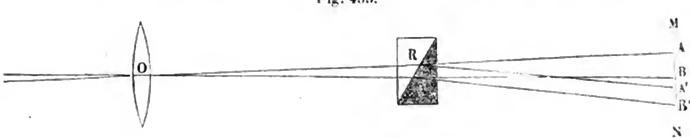


V. Rochons Prisma. Zwei Prismen aus isländischem Kalkspat, ABC und ADC (Fig. 432), sind aufeinandergeklebt. In ABC ist die optische Achse parallel zu BC, in ADC ist sie den Seitenflächen des Prismas parallel, d. h. senkrecht zur Zeichenebene. Der an der Achse entlang gehende Strahl LF wird nicht gespalten; auf dem weiteren Wege schlägt der ordentliche Strahl die Richtung FO, der außerordentliche, da er in ein für ihn optisch dichteres Medium eintritt, die Richtung FHE ein.

VI. Wollastons Prisma. Dasselbe unterscheidet sich von dem vorhergehenden nur dadurch, daß im Prisma ABC die Achse parallel zur Kante AB ist. Es breiten sich an NF entlang zwei Strahlen mit verschiedenen Geschwindigkeiten aus. Der ordentliche Strahl verläuft von F aus auf dem Wege des außerordentlichen, seine Geschwindigkeit nimmt zu und daher tritt er in der Richtung FHE aus. Umgekehrt muß der außerordentliche Strahl innerhalb ADC auf dem Wege des ordentlichen Strahles verlaufen; seine Gechwindigkeit nimmt ab, er geht daher in der Richtung FKO' weiter. Die Divergenz der Strahlen ist hier bedeutender als im Rochonschen Prisma.

Fernere Abänderungen der betrachteten Apparate stellen die Polarisatoren von Hartnack und Prazmowski, Glan, Sénarmont, Ahrens, Dove, Jamin, Zenker, Grosse, Feussner, Bertrand, Eichenwald u. a. dar. Die Bedingungen für die vorteilhafteste Anordnung der polarisierenden Prismen haben D. Bobylew, Feussner, Hans Schulz u. a. untersucht. Die soeben beschriebenen Polarisatoren können

Fig. 433.

auch als Analysatoren oder Polariskope dienen, d. h. zur Untersuchung polarisierter Strahlen verwandt werden. Einen Polarisator für infrarote Strahlen hat Uljanin konstruiert.

§ 6. Einige Polarisationsinstrumente.

I. Polarisationsphotometer. Die Konstruktion einiger von diesen Apparaten ist bereits in Kapitel IX auf S. 454 bis 461 beschrieben worden.

II. Das Rochonsche Mikrometer dient dazu, die Winkelgröße und absolute Entfernung von Körpern zu finden, deren Größe bekannt ist, oder umgekehrt zur Größenbestimmung bei bekannter Entfernung vom Beobachter. Der Hauptbestandteil dieses Apparates ist ein Rochonsches Prisma aus Quarz (Bergkristall), bei welchem der außerordentliche Strahl größere Brechbarkeit besitzt und daher den Weg FKO' (Fig. 432) einschlägt, indem er sich der Basis des zweiten Prismas nähert.

Das Prisma R (Fig. 433) wird in einem Fernrohr zwischen dem Objektiv O und der Brennebene MN derart eingeschaltet, daß man es längs der Geraden OB verschieben und an einer besonderen Skala die Entfernung $RB = d$ ablesen kann; sei $OB = f$ und $\angle ARA' = r$ Verschiebt man jetzt R derart, daß die beiden Bilder AB und $A'B'$

des betrachteten Gegenstandes einander berühren, also derart, daß die Punkte B und A' einander decken, so ist

$$f\,tg\,A\,O\,B = A\,B = A\,A' = d\,tg\,r.$$

Hieraus folgt

$$tg\,A\,O\,B = \frac{tg\,r}{f}\,d = C\,d.$$

Hat man C ein für allemal bestimmt, so erhält man nach obiger Formel die Winkelgröße $A\,O\,B$ des Körpers. Ist die absolute Größe l des Körpers bekannt (ist z. B. l der Teil eines mit Teilung versehenen Stabes), so ist seine Entfernung D vom Objektiv O gleich

$$D = \frac{l}{tg\,A\,O\,B} = \frac{l}{C\,d}.$$

Polariskope und Polarimeter. Diese Apparate dienen dazu, auf folgende drei Fragen Antwort zu erhalten: Sind die gegebenen Strahlen polarisiert? Welches ist die Lage der Polarisationsebene? Welcher Bruchteil der Strahlen ist vollständig polarisiert? Die auf letztere Frage bezüglichen Messungen werden mit Hilfe der Polarimeter ausgeführt. Ein Polariskop — das von Savart — werden wir erst im folgenden Kapitel betrachten.

Als einfachstes Polariskop kann, wie bereits gesagt, jeder der vorhin genannten Polarisatoren dienen, der hier als Analysator auftritt. Nachdem die gegebenen Strahlen beispielsweise ein Nicolsches Prisma durchsetzt haben, dreht man letzteres um seine Achse und beobachtet die Lichtstärke J. Ändert sich hierbei J gar nicht, so sind unter den Strahlen keine geradlinig polarisierten, es sind entweder gewöhnliche Strahlen oder — wie wir später sehen werden — kreisförmig polarisierte Strahlen. Ändert sich J und erreicht bei einer Drehung des Prismas um 360^0 zwei Maxima und zwei Minima, so ist, wie wir ebenfalls später sehen werden, das Licht entweder teilweise geradlinig oder elliptisch polarisiert. Wird die Lichtstärke J bei zwei Lagen des Nicols gleich Null, so weist dies darauf hin, daß das Licht vollständig geradlinig polarisiert ist, und zwar in einer Ebene, welche bei diesen Lagen des Prismas dessen Hauptschnitte parallel ist. Ein Spiegel oder eine Reihe von Glaslamellen können demselben Zwecke dienen wie der Nicol.

Sind die Strahlen teilweise polarisiert, so bestimmt das Minimum der Lichtstärke J die Lage der Polarisationsebene; dieses Minimum läßt sich indes schwer mit Genauigkeit ermitteln, ebenso auch die Lage, bei der für vollständig polarisierte Strahlen $J = 0$ wird. Genauere Resultate erhält man mit solchen Apparaten, bei denen die Lage der Polarisationsebene durch den gleichen Helligkeitsgrad zweier benachbarter Teile des Gesichtsfeldes bestimmt wird. Apparate dieser Art sind die sogenannten Halbschattenanalysatoren oder -polariskope bzw. -polarimeter.

Derartige Apparate lassen sich in zwei Klassen teilen: 1. Polarimeter, deren Halbschattenvorrichtung stets streng polarisiertes Licht erzeugt und 2. solche, deren Halbschattenvorrichtung elliptisch polarisiertes Licht aussendet. Zur ersten Klasse gehören die Polarimeter nach Cornu, Lippich und das vierteilige Kontrastpolarimeter nach Lummer. Zur zweiten Klasse zählen das Polarimeter nach Laurent und das von Lummer angegebene Polarimeter, welches die bei Totalreflexion und Silberreflexion entstehenden Phasendifferenzen zur Erzeugung der Halbschattenwirkung benutzt. Wegen gewisser Fehler, auf die besonders Lippich (1891) hingewiesen hat, dürfen Apparate der zweiten Klasse für wissenschaftlich strenge Messungen nicht verwendet werden. Mit der Theorie der Halbschattenpolarimeter hat sich in letzter Zeit (1920) Hans Schulz beschäftigt.

Der Apparat von Cornu besteht aus einem in zwei Hälften geschnittenen Nicol, dessen Schnittfläche durch die Achse des Nicols geht und zur Ebene des Hauptschnittes senkrecht ist. Die zu PP senkrechte dunkle Linie in Fig. 428 stellt jene Schnittebene dar. Von jeder Prismenhälfte wird ein keilförmiges Stück abgeschnitten, wie die punktierten Geraden in Fig. 428 es andeuten, und beträgt der Flächenwinkel jedes der Keile 2,5°. Die beiden Prismenhälften werden sodann aufeinandergeklebt, wodurch man einen Nicol erhält, bei welchem die Gerade PP aus zwei unter 5° geneigten Hälften besteht. Dringt durch diesen Nicol vollständig oder teilweise polarisiertes Licht, so kann man bei Drehung des Apparates mit relativ großer Genauigkeit diejenige Lage finden, für welche beide Hälften des Gesichtsfeldes gleich stark beleuchtet erscheinen. Die gesuchte Polarisationsebene ist senkrecht zur Ebene, welche den stumpfen Winkel von 175° zwischen den beiden Hauptschnitten beider Nicolhälften halbiert. Halbschattenpolariskope sind auch von Lippich und Heele konstruiert worden.

Das Polarimeter von Arago dient dazu, zu bestimmen, welcher Bruchteil p des einfallenden Lichtes polarisiert ist. Nehmen wir an, das Azimut der Polarisationsebene sei gleich 0°. Das gegebene Lichtbündel kann man sich in zwei vollständig polarisierte Strahlen zerlegt denken, deren Intensitäten $p + \frac{1}{2}(1 - p)$ und $\frac{1}{2}(1 - p)$ sind; ersterer ist im Azimut 0°, letzterer im Azimut 90° polarisiert. Lassen wir Lichtstrahlen auf einen Glasstapel fallen, welcher eine solche Lage hat, daß die Einfallsebene mit dem Azimut 0° zusammenfällt, und suchen wir denjenigen Einfallswinkel φ, für welchen die austretenden Strahlen total polarisiert sind. In diesem Falle ist der gesuchte Bruch p eine Funktion des Winkels φ, so daß man $p = f(\varphi)$ setzen kann. Der physikalische Sinn dieser Funktion ist der folgende: Nehmen wir an, der Glasstapel lasse den Bruchteil m der Strahlen hindurch, welche im Azimut 0° polarisiert sind, und den Bruchteil n der im Azimut 90° polarisierten Strahlen. Die Brüche m und n werden aus den ent-

sprechenden Fresnelschen Formeln (S. 712) und dem Lichtverlust infolge von Absorption bestimmt. Die Bedingung für die Depolarisation der Strahlen lautet:

$$m\left(p + \frac{1-p}{2}\right) = n\,\frac{1-p}{2},$$

und hieraus erhält man

$$p = \frac{n-m}{n+m}.$$

Man braucht die Größen n und m nicht zu berechnen; für einen gegebenen Apparat kann man auf empirischem Wege eine Reihe zusammengehöriger Werte der Größen p und φ finden. Zu diesem Zwecke läßt man total polarisierte Strahlen ein Plättchen durchdringen, welches aus einem einachsigen Kristall parallel der optischen Achse herausgeschnitten ist, welche mit der Polarisationsebene der Strahlen einen Winkel $\alpha < 45^0$ bildet. Aus dem Kristall treten zwei in senkrecht zueinander liegenden Ebenen total polarisierte Strahlen aus; ihre Helligkeiten sind gleich $\cos^2\alpha$ und $\sin^2\alpha$, falls die Helligkeit des einfallenden Strahles als Einheit gewählt ist. Ihre Gesamtheit kann man durch das unpolarisierte Licht $\sin^2\alpha$ und das total polarisierte $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$, d. h. durch das teilweise polarisierte Licht ersetzen, für welches

$$p = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \cos 2\alpha.$$

ist.

Für dieses Licht bestimmt man den Winkel φ der totalen Depolarisation der Strahlen, welche aus dem Glasstapel austreten; ist α bekannt, so läßt sich p finden. Die Depolarisation wird mit Hilfe eines Doppelquarzes oder Nicols bestimmt (vgl. Kapitel XVIII).

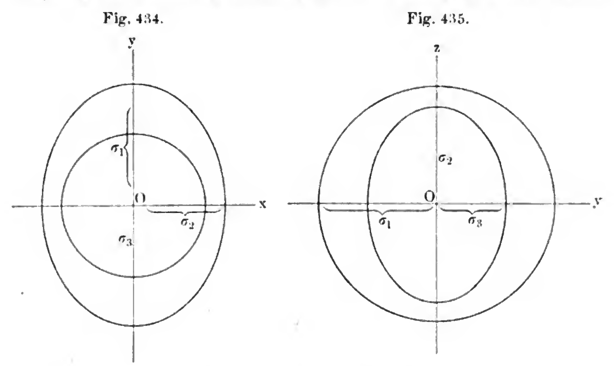
Ein ausgezeichnetes Polarimeter hat Cornu konstruiert. Es besteht aus einem doppeltbrechenden Wollastonschen Prisma (S. 760), welches von einer viereckigen Blendenöffnung zwei nebeneinander gelegene Bilder liefert. Die eine der beiden Polarisationsebenen der Strahlen in diesem Prisma muß mit der Polarisationsebene des zu untersuchenden, teilweise polarisierten Lichtes zusammenfallen. Die beiden erwähnten Bilder werden durch einen Nicol beobachtet, den man um seine Achse so lange dreht, bis beide Bilder gleich hell erscheinen. Mißt man am Apparate den Winkel zwischen den Hauptschnitten der beiden Prismen, so kann man leicht den Polarisationsgrad der untersuchten Strahlen finden.

Wild hat ebenfalls ein Polarimeter konstruiert, das seinem auf S. 459 beschriebenen Photometer zum Teil ähnlich ist. Wegen der Beschreibung der Lummerschen Polarimeter verweisen wir auf die Originalabhandlungen.

§ 7. Zweiachsige Kristalle; Wellenfläche. Die Strahlenbrechung in zweiachsigen Kristallen ist von viel verwickelteren Erscheinungen begleitet als die in einachsigen. Fällt auf die natürliche oder künstlich erhaltene Oberfläche eines zweiachsigen Kristalles ein Lichtstrahl, so spaltet er sich im allgemeinen in zwei Strahlen, welche beide von den Brechungsgesetzen, wie sie für isotrope Medien gelten, abweichen.

Im zweiachsigen Kristall gibt es drei aufeinander senkrechte Richtungen, die wir Hauptrichtungen nennen wollen; sie sind in allen Punkten des Kristalls gleich, d. h. einander parallel. Im Innern des Kristalls befinde sich ein leuchtender Punkt O: wir machen ihn zum Ursprung der Koordinatenachsen x, y, z, die wir parallel den Haupt-

Fig. 434. Fig. 435.



richtungen ziehen, und bezeichnen mit V_1, V_2, V_3 drei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ebener Wellen, die in den Hauptrichtungen x, y, z möglich sind, und mit t die Zeit, die der Entstehung der betrachteten Wellenoberfläche entspricht; es sei

$$\sigma_1 = V_1 t, \quad \sigma_2 = V_2 t, \quad \sigma_3 = V_3 t \quad \ldots \ldots \quad (25)$$

Wir wollen nicht die Gleichung der Wellenoberfläche bei zweiachsigen Kristallen ableiten, wollen uns aber bemühen, eine Vorstellung von ihrer Form zu erhalten, indem wir die Kurven bestimmen, in denen sie von den Koordinatenachsen geschnitten wird. Wir nehmen an, daß

$$V_1 > V_2 > V_3, \quad \text{d. h.} \quad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad \ldots \ldots \quad (26)$$

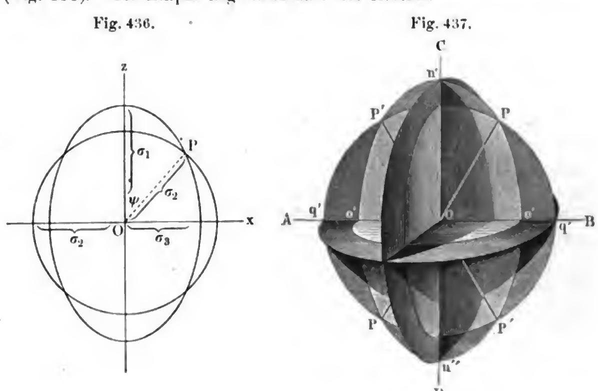
In jeder Richtung können sich zwei ebene Wellen ausbreiten. Längs den Hauptrichtungen sind diese Geschwindigkeiten zwei der Größen V_1, V_2 und V_3.

In der Ebene xy (Fig. 434) breitet sich eine der beiden Wellen, deren Ebenen senkrecht zur Ebene xy stehen, nach allen Richtungen

mit der gleichen Geschwindigkeit V_3 aus: längs Ox ist die Geschwindigkeit der anderen Welle gleich V_2, längs der Achse y ist sie gleich V_1. Daraus ergibt sich die Schnittlinie der Wellenoberfläche mit der Ebene xy als Kreis vom Radius σ_1 und als Ellipse, deren Halbachsen σ_2 und σ_3 sind (s. Fig. 434). Der Kreis liegt innerhalb der Ellipse.

In der Ebene yz (Fig. 435) besitzt die eine der beiden Wellen in allen Richtungen die gleiche Geschwindigkeit V_1: längs Oy ist die Geschwindigkeit der zweiten Welle gleich V_3, längs Oz gleich V_2. Dieses ergibt als Schnittlinie der Wellenoberfläche mit der Ebene yz einen Kreis vom Radius σ_1 und eine Ellipse mit den Halbachsen σ_2 und σ_3 (Fig. 435). Die Ellipse liegt innerhalb des Kreises.

Fig. 436. Fig. 437.



Besonders wichtig ist die Ebene xz. In ihr breitet sich die eine der beiden Wellen nach allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit V_2 aus; längs Ox beträgt die Geschwindigkeit der zweiten Welle V_3; längs Oz V_1. Dies ergibt (Fig. 436) als Schnittlinie der Wellenoberfläche mit der Ebene xz einen Kreis vom Radius σ_2 und eine Ellipse mit den Halbachsen σ_1 und σ_3.

Überblicken wir die drei Fälle, so sind die möglichen Geschwindigkeiten:

längs der x-Achse	V_2 und V_3
" " y- "	V_3 " V_1
" " z- "	V_1 " V_2

Nachdem wir so die Durchschnittskurven der Wellenfläche mit den drei Koordinatenebenen bestimmt haben, können wir uns von der Form dieser Fläche eine genügend klare Vorstellung machen. Fig. 437 stellt

ein Modell jener Fläche dar, wie man es sich etwa aus Pappe herstellen könnte; AB entspricht der x-Achse in den vorhergehenden Figuren, CD der z-Achse.

Das größte Interesse bieten die Teile der Wellenfläche dar, welche in der Nähe der durch die Richtungen der größten und der kleinsten Elastizitäten e_1 und e_3 hindurchgehenden Ebene xOz liegen. Jeder Richtung im Raume entsprechen, wie wir sehen, im allgemeinen zwei Geschwindigkeiten V' und V'' der ebenen Wellen, welche die inneren und äußeren Teile der Oberfläche berühren. Es gibt jedoch zwei Richtungen (genauer gesagt vier, da man jede Richtung nach beiden Seiten zu rechnen hat), denen nur eine einzige Ausbreitungsgeschwindigkeit der ebenen Welle entspricht. Dies wird sowohl bei Betrachtung des Elastizitätsellipsoids, als auch der Wellenfläche klar werden.

Fig. 438.

Wir erinnern uns, daß nach dem Huygensschen Prinzip die ebenen Wellen die Tangenten zur Wellenoberfläche sind; die Länge des Lotes, das aus dem Mittelpunkt der Wellenoberfläche auf die Tangente gefällt wird, bestimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der entsprechenden ebenen Welle; die Gerade, die den Mittelpunkt der Wellenoberfläche mit dem Berührungspunkt verbindet, bestimmt die Richtung des Strahles, der dieser selben ebenen Welle entspricht; die Länge dieser Geraden bestimmt die Geschwindigkeit des Strahles.

Wir wenden uns der Fig. 438 zu, in welcher die Ebene xOz abermals vorkommt. Man kann vier Tangenten RS ziehen (in der Figur ist nur eine angegeben), welche dem Kreise und der Ellipse gemeinsam sind. Die durch RS gehenden, zur Zeichenebene senkrechten Ebenen berühren die Wellenfläche zum mindesten in zwei Punkten Q und T, und es ist jedenfalls klar, daß in demselben Raumquadranten keine zweite Ebene parallel zu RS vorhanden ist, welche ebenfalls die Wellenfläche berührt. Die Gerade mT ist senkrecht zu RS (denn T ist der Berührungspunkt des Kreises) und bestimmt eine der vier zu den Kreisschnitten des Elastizitätsellipsoids senkrechten Richtungen, in denen sich nur eine ebene Welle ausbreitet. Die durch mT gemessene Geschwindigkeit dieser Welle ist offenbar gleich V_2. Die Gerade mT und die andere in der Figur fortgelassene, symmetrisch zu ihr liegende

Gerade heißen die **optischen Achsen der Wellen** des zweiachsigen Kristalls oder die **Achsen der inneren konischen Refraktion**; der Sinn der letztgenannten Bezeichnungsweise wird später erläutert werden. Als Winkel zwischen diesen beiden Achsen sieht man immer den von ihnen eingeschlossenen **spitzen** Winkel an. Bezeichnet man ihn mit 2Φ, so ist in Fig. 438 $\Phi = CmT$. Die Halbierende dieses Winkels heißt die **Mittellinie** des zweiachsigen Kristalls. Bei der Fig. 437 fällt sie mit der z-Achse zusammen, sie kann jedoch auch senkrecht zu dieser Achse sein.

Ein zweiachsiger Kristall heißt **positiv**, wenn die Mittellinie mit der Richtung der x-Achse zusammenfällt, längs der wir die beiden kleinen Geschwindigkeiten V_2 und V_3 haben; in **negativen** Kristallen hat die Mittellinie die Richtung der z-Achse, längs der wir die beiden größeren Geschwindigkeiten V_1 und V_2 haben. Das Vorzeichen des Kristalls ist unbestimmt, wenn die optischen Achsen rechte Winkel miteinander bilden.

Die beiden Geraden PP, welche die Durchschnittspunkte von Ellipse und Kreis in der Ebene xOz verbinden, heißen die **optischen Achsen der Strahlen**, den spitzen Winkel zwischen ihnen bezeichnen wir mit $2\Psi = 2PmC$. Der Winkel PmT zwischen den beiden Arten von Achsen ist in den zweiachsigen Kristallen überhaupt sehr klein. Die Achsen mP heißen auch **Achsen der äußeren konischen Refraktion**.

Wir bestimmen jetzt die Größe der Winkel Φ und Ψ mit Hilfe der drei Brechungsquotienten n_1, n_2 und n_3. Ist V die Geschwindigkeit der Welle im Vakuum, so sind die Brechungsquotienten jener Wellen gleich

$$n_1 = \frac{V}{V_1} < n_2 = \frac{V}{V_2} < n_3 = \frac{V}{V_3} \quad \ldots \ldots \quad (27)$$

Endlich erhalten wir für die Radien der Kreise und die Halbachsen der Ellipsen, welche in den Fig. 434, 435, 436 abgebildet sind, auf Grund der Formel (25) die Beziehungen

$$\sigma_1 = \frac{C}{n_1} > \sigma_2 = \frac{C}{n_2} > \sigma_3 = \frac{C}{n_3} \quad \ldots \ldots \quad (28)$$

Die Theorie zeigt, daß

$$tg\,\Phi = \frac{n_3}{n_1}\sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_3^2 - n_2^2}} \quad \ldots \ldots \quad (29)$$

$$tg\,\Psi = \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_3^2 - n_2^2}} \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

Nach (29) und (30) erhält man

$$tg\,\Phi = \frac{n_3}{n_1}\,tg\,\Psi \quad \ldots \ldots \quad (31)$$

Diese Formel setzt die beiden Winkel Φ und Ψ zwischen der Mittellinie und den Achsen der Wellen und Strahlen miteinander in Relation.

Die Formeln (29) und (30) zeigen uns, daß die Winkel Φ und Ψ von den Brechungsquotienten abhängen; da aber letztere ihrerseits von der Wellenlänge λ der Strahlen abhängen, so ist klar, daß sich Φ und Ψ im allgemeinen zugleich mit λ ändern, oder daß die Richtung der Wellenachsen und Strahlenachsen für Strahlen von verschiedener Brechbarkeit verschieden sind.

Nachdem wir die Form der Wellenfläche betrachtet haben, können wir nun noch einige Aussagen über die Richtung der gebrochenen Strahlen machen, welche sich im Innern des Kristalls ausbreiten, wenn auf eine seiner natürlichen oder künstlich gebildeten Flächen Strahlen auffallen. Nach dem Huygensschen Prinzip erhalten wir eine analoge Konstruktion, wie die für die gebrochenen Strahlen in einachsigen Kristallen (vgl. Fig. 418, 419, 420 usw.). Der Unterschied besteht hier darin, daß die Form der Wellenfläche für zweiachsige Kristalle eine viel weniger einfache ist. An diese lassen sich im allgemeinen zwei Tangentialebenen legen, wobei indes beide Berührungspunkte derselben außerhalb der Einfallsebene liegen, weshalb auch beide gebrochenen Strahlen aus der Einfallsebene heraustreten.

Im besonderen Falle, wo die Einfallsebene mit einer der Ebenen zusammenfällt, welche wir als Koordinatenebenen wählten (vgl. Fig. 434, 435, 436), findet man, daß beide Punkte in derselben Ebene liegen (wegen der Symmetrie der Wellenfläche), so daß beide Strahlen in der Einfallsebene verbleiben. Da in allen drei Fällen einer der Durchschnitte der Einfallsebene mit der Wellenfläche ein Kreis ist, so leuchtet ein, daß für einen der beiden Strahlen der Brechungsquotient vom Einfallswinkel unabhängig und gleich dem Verhältnis vom Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels ist; er ist gleich einer der drei Größen n_1, n_2 und n_3. Diesem Strahle gegenüber verhält sich der Kristall wie ein isotropes Medium.

Schneidet man aus dem Kristall ein Prisma heraus, dessen brechende Kante einer der Koordinatenachsen Ox, Oy oder Oz parallel, d. h. zu einer der Symmetrieebenen zOy, xOz oder xOy der Wellenfläche senkrecht ist, so können die Brechungsquotienten n_1, n_2 und n_3, welche den Kristall charakterisieren, durch einfache Beobachtung des Minimums der Ablenkung gefunden werden (vgl. S. 210). Viola (1899) und Cornu (1901) haben Methoden zur Bestimmung der drei Brechungsquotienten angegeben, und Apparate zur Messung konstruiert.

Zu den zweiachsigen Kristallen gehören die Kristalle der drei letzten auf S. 734 genannten Systeme; über die Lage des Elastizitätsellipsoids und der optischen Achsen kann folgendes ausgesagt werden.

Bei den Kristallen des rhombischen Systems (Bd. I, Abt. 2, S. 295) fallen die Achsen des Elastizitätsellipsoids (der Richtung nach) mit den drei zueinander senkrechten kristallographischen Achsen zusammen.

Bei den Kristallen des monoklinen Systems fällt die kristallographische Achse, welche senkrecht zu der die beiden anderen, gegeneinander geneigten Achsen enthaltenden Ebene ist, immer mit einer der Achsen des Elastizitätsellipsoids zusammen. Die Ebene der optischen Achsen fällt entweder mit der Symmetrieebene zusammen oder steht senkrecht zu derselben.

Im ersten Falle ist die Lage der Mittellinie für die verschiedenen Strahlen verschieden, ändert sich also im Zusammenhange mit der Wellenlänge λ; gleichzeitig variiert auch der Winkel zwischen den optischen Achsen. Im zweiten Falle kann die Lage der Ebene, welche die optischen Achsen enthält, von λ abhängen. Für die Kristalle des triklinen Systems hat man ein einfaches Gesetz, welches die Richtungen der kristallographischen und optischen Achsen in Beziehung setzt, nicht gefunden.

§ 8. Polarisation von Wellen und Strahlen in zweiachsigen Kristallen. In einem zweiachsigen Kristall breiten sich in jeder Richtung, mit Ausnahme derjenigen von mT (Fig. 438), zwei ebene Wellen aus; in der Richtung mT kommt, wie wir sahen, nur eine ebene Welle RS zustande. Im allgemeinen sind bei zwei ebenen Wellen die Schwingungen geradlinig polarisiert. Wie sich beweisen läßt, halbieren die Ebenen, in denen die Schwingungen erfolgen, den Winkel zwischen beiden Ebenen, welche durch die Senkrechte der beiden parallelen ebenen Wellen und die beiden optischen Achsen der Wellen hindurchgehen.

Die Strahlen sind im allgemeinen gegen die ebenen Wellenflächen geneigt; in jeder gegebenen Richtung können sich zwei Strahlen ausbreiten. Man kann beweisen, daß die Schwingungsebenen dieser Strahlen den Winkel der Ebenen halbieren, welche durch ihre gemeinsame Richtung und die optischen Achsen der Strahlen gelegt sind. Ferner läßt sich beweisen, daß die Schwingungsrichtung in der ebenen Welle und dem ihr entsprechenden Strahle parallel zu der Projektion des Strahles auf die ebene Welle ist.

§ 9. Konische Refraktion. Der englische Mathematiker Hamilton ist bei seinen theoretischen Untersuchungen über die Form der Wellenfläche in zweiachsigen Kristallen zur Entdeckung der überaus merkwürdigen Erscheinungen der konischen Refraktion geführt worden.

Lloyd hat auf experimentellem Wege die Richtigkeit der Hamiltonschen Schlüsse nachgewiesen; hierin besteht denn auch eine bemerkenswerte Bestätigung der Richtigkeit jener Grundannahmen, auf welche die gegenwärtige Lehre von der Ausbreitung der strahlenden Energie im allgemeinen und insbesondere im Innern der Kristalle zurückgeht. Die auf analytischem Wege gemachte Entdeckung jener seltsamen physikalischen Erscheinung bedeutet einen Triumph der Wissenschaft, den man dreist der Entdeckung des Neptun auf Grund der Berechnungen von Leverrier und Adams an die Seite stellen kann. Es gibt zwei Arten der konischen Refraktion, die innere und die äußere.

I. Innere konische Refraktion. Wir sahen, daß sich in der Richtung mT (Fig. 438) der optischen Achse der Wellen nur eine ebene Welle RS ausbreitet, welche den Kreis und die Ellipse berührt. Dieser Welle entsprechen zwei Strahlen mT und mQ, welche in der Ebene der optischen Achsen liegen; einer von ihnen, der Strahl mT, ist zur Welle senkrecht. Bei Untersuchung über die Form der Wellenfläche fand Hamilton, daß sie an vier Stellen P (Fig. 436 oder Fig. 437, P und P') trichterförmige Vertiefungen hat, und daß an diesen Stellen die Tangentialebene RS die Wellenfläche nicht bloß in den beiden Punkten T und S berührt, sondern in allen Punkten eines gewissen Kreises, dessen Durchmesser gleich TQ ist. Der ebenen Welle RS entspricht somit eine unendliche Anzahl von Strahlen, welche längs den Seitenlinien eines Kegels mit runder Grundfläche gelagert sind; eine jener Seitenlinien (Strahl mT), welche mit der optischen Achse der Wellen zusammenfällt, ist zur Ebene jener Grundfläche senkrecht. Bei ihrem Austritt aus dem Kristall werden alle Strahlen zur ebenen Welle senkrecht, so daß man einen hohlen Strahlenzylinder erhält, der auf einem Schirme oder der Netzhaut des Auges einen hellen Ring entstehen läßt; der Durchmesser dieses Ringes ist von der Entfernung des Schirmes vom Kristall unabhängig. Die beschriebene Erscheinung heißt innere konische Refraktion.

In Fig. 439 ist der Querschnitt der Wellenfläche, der bereits in Fig. 436 dargestellt war, nochmals wiedergegeben. Rechts oben ist der Tangentialkreis und der innere Strahlenkegel punktiert angedeutet.

Lloyd hat die Erscheinung der inneren konischen Refraktion an einer aus einem Aragonitkristall herausgeschnittenen Platte $ABCD$ (Fig. 440) beobachtet, deren ebene Flächen AB und CD senkrecht zur Mittellinie waren, welche den Winkel der optischen Achsen halbiert; MN ist ein mit Öffnung versehener Schirm, durch welchen die von der Lichtquelle S kommenden Strahlen hindurchgehen; eine zweite Blende PQ mit der Öffnung E konnte auf der Oberfläche AB verschoben werden; YV ist der zur Beobachtung dienende Schirm. Bei einer gewissen ganz bestimmten Richtung von SE erhielt man im Innern des Kristalls einen hohlen Strahlenkegel EFG, und auf dem Schirme YV

einen hellen Ring, dessen Durchmesser HJ von der Entfernung zwischen dem Kristall und jenem Schirme unabhängig war. Die Öffnung des Kegels war gleich $1^0\,50'$.

Es gibt verschiedene Apparate, welche zur Beobachtung der inneren konischen Refraktion geeignet sind. Einen derselben zeigt die Fig. 441. Ein Aragonitkristall ist senkrecht zur Mittellinie, welche den Winkel

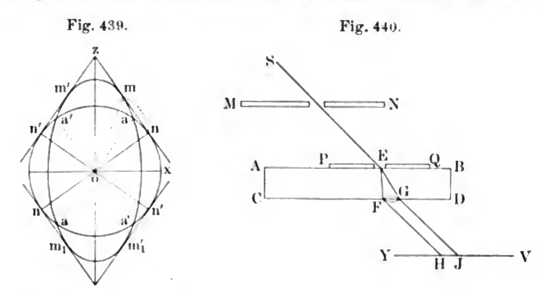
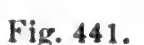
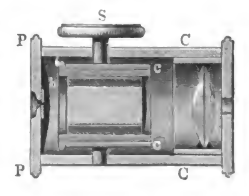


Fig. 439. Fig. 440.

zwischen den Achsen halbiert, abgeschliffen und, in einem Kork befestigt, in die Fassung c hineingestellt; diese kann man um eine Achse mittels des Schraubenkopfes S drehen. Bei h befindet sich eine sehr kleine, in einem Stanniolblatt angebrachte Öffnung, am anderen Ende eine Lupe. Richtet man den Apparat gegen das Licht und blickt in die rechts befindliche Öffnung, so kann man durch Drehung von S diejenige Lage des Kristalls finden, bei welcher der erwähnte helle Ring erscheint.


Fig. 441.

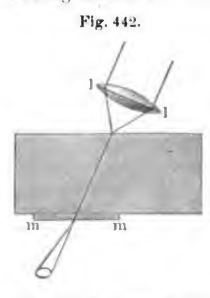


Die späteren Untersuchungen zeigten indessen, daß die Erscheinung der inneren konischen Refraktion nicht so einfach ist, wie oben geschildert. Schon 1839 bemerkte Poggendorff, daß der helle Ring eigentlich aus zwei Ringen besteht, die voneinander durch einen dunkeln Zwischenring getrennt sind. Diese Erscheinung, die auch Haidinger (1853) beobachtet hat, wurde von Voigt (1905) erklärt. Voigt zeigte, daß nur ein relativ kleiner Teil des Lichtes wirklich eine innere konische Refraktion erleidet. Dieses Licht ist aber so schwach, daß der von ihm gebildete Ring verhältnismäßig dunkel erscheint. Die beiden anderen hellen konzentrischen Ringe rühren aber nicht von einer konischen Refraktion her, sondern nur von einer gewöhnlichen Doppelbrechung.

In einer Reihe weiterer Arbeiten untersuchte Voigt die konische Refraktion in solchen Kristallen, welche die Polarisationsebene drehen (Kapitel XVIII, § 2).

II. Äußere konische Refraktion. Die Erscheinung der inneren konischen Refraktion beruht darauf, daß einer ebenen Welle *RS* (Fig. 438) eine unendliche Anzahl von Strahlen entspricht. Umgekehrt ist die äußere konische Refraktion eine Folge davon, daß einem Strahle *mP*, welcher sich innerhalb des Kristalls in der Richtung der optischen Achse der Strahlen ausbreitet, eine unzählige Menge von ebenen Wellen entspricht, welche die ebene Wellenfläche im Punkte *P* berühren. Alle diese ebenen Wellen breiten sich bei ihrem Austritte aus dem Kristall in verschiedenen Richtungen aus, wobei die zu ihnen senkrechten Strahlen sich an den Seitenlinien eines gewissen Kegels entlang ausbreiten. Diese Strahlen liefern auf einem Schirme einen hellen Ring, dessen Durchmesser sich bei Zunahme der Entfernung zwischen Schirm und Kristall vergrößert. Die Öffnung jenes Kegels wird durch den Winkel zwischen den Tangenten bestimmt, welche man im Punkte *P* (Fig. 436, 437 oder 438) an den Kreis und die Ellipse ziehen kann.

Fig. 442.



Die beschriebene Erscheinung der äußeren konischen Refraktion kann nach einer Methode erhalten werden, die durch Fig. 442 erläutert wird. Mittels der Linse *ll* richtet man auf eine Aragonitplatte ein konvergierendes Strahlenbündel, innerhalb dessen sich der Strahlenkegel befindet, den man erhält, wenn ein Lichtstrahl sich im Innern des Kristalls längs der optischen Achse der Strahlen von unten nach oben ausbreitet. Dieser Kegel bildet im Innern des Kristalls einen Strahl, der bei seinem Austritt und Durchgang durch die in entsprechender Lage befindliche Blende nun abermals ein divergierendes Bündel von Strahlen liefert, welche die Richtung der Seitenlinien eines Kegels haben. Der Durchmesser des hellen, auf einem Schirme erscheinenden Ringes wächst, falls sich jener Schirm vom Kristall entfernt. Bemerken wollen wir hierbei noch, daß diejenigen Strahlen, welche aus *ll* austreten und innerhalb oder außerhalb des oben erwähnten Hohlkegels liegen, bei ihrer Ausbreitung im Kristall nach verschiedenen Richtungen zwar die

	n_1	n_2	n_3
Aragonit	1,530 13	1,681 57	1,685 89
Glimmer	1,560 9	1,594 1	1,599 7
Schwefel (prismat.) . .	1,950 5	2,038 3	2,240 5
Topas	1,611 61	1,613 75	1,621 09

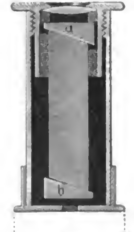
Blende *mm*, nicht aber die Öffnung treffen. Die Öffnung des Strahlenkegels beträgt für den Aragonit ungefähr 3°. Wir führen einige Beispiele für die Brechungskoeffizienten n_1, n_2, n_3 an (s. vorstehende Tabelle).

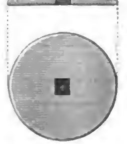
Auf einen sehr interessanten Fall wies Karandejew (1915) hin, und zwar für Chloranhydrid-Sulfokadinen, $C_{15}H_{17}SO_2Cl$, das von N. Lepeschkin entdeckt wurde. Die Größen n sind für die Fraunhoferschen Linien *C*, *D*, *E*, *F* angegeben.

	n_1	n_2	n_3
C	1,4999	1,6093	1,7412
D	1,5028	1,6161	1,7530
E	1,5069	1,6257	1,7697
F	1,5110	1,6350	1,7856

§ 10. Pleochroismus. Polarisation bei der Fluoreszenz. Auf S. 758 war auseinandergesetzt worden, daß der Turmalin den ordentlichen Strahl, welcher senkrecht zur optischen Achse verläuft — bei welchem nach der Fresnelschen Annahme die Schwingungen senkrecht zur Achse erfolgen —, vollständig absorbiert. Eine ähnliche Eigenschaft zeigen viele doppelbrechende Kristalle, vielleicht sogar alle, obgleich die Eigenschaft für die sichtbaren Strahlen keineswegs scharf ausgesprochen ist. Überhaupt kann man sagen, daß die Absorption der Strahlen in doppelbrechenden Kristallen von der Schwingungsrichtung abhängt und ferner auch von der Wellenlänge. Es ist daher das Licht der Strahlen, welche einen Kristall in verschiedenen Richtungen durchsetzt haben, nicht gleichartig, d. h. die Kristalle erscheinen verschieden gefärbt, je nach der Richtung, in welcher man durch sie hindurchblickt. Diese Erscheinung wurde früher Dichroismus genannt. Gegenwärtig bezeichnet man sie mit mehr Recht als Pleochroismus, denn man beobachtet je nach der Richtung des Strahles und seiner Polarisationsebene stets einen ununterbrochenen Übergang zwischen den Hauptfarben. Cordier hat zuerst den Pleochroismus beobachtet, und zwar an einem Mineral, das gegenwärtig Cordierit genannt wird. Hierauf wurde die Erscheinung von Brewster, Arago, Biot und insbesondere von Haidinger studiert; die dichroiskopische Lupe des letzteren dient dazu, selbst schwache Spuren von Pleochroismus zu entdecken. Fig. 443 zeigt die Haidingersche Lupe; sie besteht aus einem länglichen Kristall von isländischem Kalkspat, an dessen Enden zwei Glasprismen *a* und *b* befestigt sind. Auf der Seite von *b* befindet sich eine Metallfassung

Fig. 443.





mit viereckiger Öffnung, auf der Seite von a eine Lupe, durch welche jene Öffnung gesehen werden kann. Der Beobachter erblickt zwei nebeneinander liegende Bilder der Öffnung, die verschiedene Färbung haben, wenn der zur Untersuchung vor die Öffnung gebrachte Kristall Pleochroismus besitzt.

Starken Pleochroismus zeigt der Turmalin; dieser Kristall ist in der Richtung der Achse fast undurchsichtig, während er senkrecht zur Achse ziemlich durchsichtig ist.

Pleochroismus beobachtet man ferner u. a. an folgenden Kristallen:

Kristall	I	II
Apatit	hellgelb	grün
Beryll (sibirischer)	grünlichweiß	hellblau
Apophylit	gelblichweiß	grün
Zirkon (von Ceylon)	hellblau	hellgelb
Pennin	grünlichblau	braungelb

Die erste Kolumne gibt die Färbung an, welche man bei Hindurchblicken längs der Achse beobachtet, die zweite, wenn man senkrecht zur Achse hindurchsieht.

Babinet hat aus seinen Beobachtungen den Schluß gezogen, daß in positiven Kristallen der außerordentliche Strahl, in negativen der ordentliche Strahl absorbiert wird, also jedesmal der Strahl, der sich langsamer ausbreitet. Die Regel hat sich jedoch in der Folge nicht bestätigt.

In zweiachsigen Kristallen beobachtet man eine verwickeltere Erscheinung des Pleochroismus. Die Schwingungen, welche parallel zu den drei Achsen des Elastizitätsellipsoids erfolgen, werden in verschiedener Weise absorbiert. Ein Würfel, dessen Kanten diesen Achsen parallel sind, zeigt drei verschiedene Färbungen, je nach der Richtung, in welcher man durch ihn hindurchblickt. Pleochroismus beobachtet man z. B. in den Kristallen von essigsaurem Kupfer, Cordierit (die Bezeichnung „Dichroit“ ist ungenau) u. a.

Merritt hat den Pleochroismus am isländischen Kalkspat, dem Quarz und Turmalin für infrarote Strahlen untersucht, indem er die Absorption des ordentlichen und außerordentlichen Strahles für Wellenlängen zwischen $0{,}8\,\mu$ und etwa $5\,\mu$ bestimmte. Er fand hierbei, daß die beiden Kurven, welche die Absorption der genannten beiden Strahlen als Funktion von λ darstellen, durchaus verschieden sind. Für den Turmalin schneiden sie sich bei $\lambda = 2{,}30\,\mu$ und $\lambda = 3{,}48\,\mu$, so daß der Pleochroismus gewissermaßen zweimal sein Vorzeichen wechselt.

Königsberger hat ebenfalls den Pleochroismus für infrarote Strahlen untersucht, und zwar am Quarz, Baryt, Gips, Aragonit, Amethyst, Beryll usw.

Pleochroismus von ultravioletten Strahlen hat zuerst W. Agaphonow bei sechs Substanzen beobachtet, nämlich bei drei Mineralien: dem Turmalin, Axinit und Andalusit und bei drei organischen Säuren: der Nitroanis-, Zimt- und Hemimellitsäure.

Sénarmont gelang es, künstlichen Pleochroismus an Kristallen hervorzurufen, die an sich farblos waren, indem er sie aus Lösungen kristallisieren ließ, welche gefärbte Substanzen enthielten, so z. B. an Kristallen von Strontiumnitrat, welches durch eine Campêcheholzlösung gefärbt war.

Mit der Theorie des Pleochroismus haben sich insbesondere Voigt, Drude, Carvallo, Moreau u. a. beschäftigt. Seherr-Thoss beobachtete Pleochroismus an Kautschuk, wenn derselbe gereckt war.

Untersuchungen über den Pleochroismus stammen ferner von Grailich, Mallard, H. Becquerel, Hagen, Camichel, Carvallo, Stewart, Laspeyres, W. Ramsay, Seherr-Thoss, Pulfrich, Voigt, Ites (1902) u. a., Meslin (1903), Boussinesq (1905), Ambronn (1907) u. a. Die Theorie des Pleochroismus haben besonders Voigt, Drude, Carvallo, Moreau u. a. entwickelt.

Im VIII. Kapitel hatten wir uns mit den Erscheinungen der Fluoreszenz bekannt gemacht und gesehen, daß das Licht, welches von fluoreszierenden Körpern nach allen Seiten hin ausgesandt wird, innerhalb dieser Körper entsteht, wenn sie namentlich von kurzwelligen Strahlen beleuchtet werden. Zeigt ein fluoreszierender Körper Doppelbrechung, so müssen die von ihm ausgesandten Strahlen offenbar in zwei zueinander senkrechten Ebenen polarisiert sein, wobei man erwarten könnte, daß die Helligkeit dieser und jener Strahlen die gleiche ist, falls der Körper keinen Pleochroismus zeigt. Indes hat schon Grailich (1858) bemerkt, daß in einigen Fällen die ausgesandten Strahlen in einer bestimmten Ebene stärker polarisiert sind als in der hierzu senkrechten, daß also an der Entstehungsstelle der Fluoreszenz innerhalb des Kristalls sich leichter eine Schwingung in einer bestimmten Richtung ausbildet, als in der hierzu senkrechten Richtung. Grailich beobachtete diese Erscheinung an einigen Cyandoppelsalzen (z. B. des Platins und Calciums), welche keinen Pleochroismus besaßen. Lommel und Maskelyne (1869) bestätigten diese Beobachtungen; endlich haben Sohncke (1896) und Gerhard C. Schmidt (1897) sehr eingehend die Polarisation der Strahlen bei der Fluoreszenz untersucht. Sie fanden, daß Dämpfe, Flüssigkeiten, amorphe Körper und Kristalle des regulären Systems unpolarisierte Fluoreszenz zeigen, auch wenn sie mit polarisierten Strahlen erregt werden; doch haben später Wood und Dunoyer gezeigt, daß beim K, Na und Jod das Fluoreszenzlicht bei niedrigen Temperaturen

teilweise polarisiert ist (S. 406). In neuester Zeit hat F. Weigert (Verh. d. D. Phys. Ges. **1**, 100, 1920) gefunden, daß viele Anilinfarbstoffe, z. B. Fluoreszein, Eosin, Magdalarot usw., in Wasser oder Alkohol gelöst, ferner Uranglas polarisiertes Fluoreszenzlicht aussenden, wenn sie durch polarisiertes Licht erregt werden. Durch Zusatz von Gelatine zu den wässerigen Lösungen konnte der Anteil an polarisiertem Licht bis zu 37 Proz. gesteigert werden; dieser Anteil ist größer, als er jemals bei der Resonanzstrahlung des K, Na oder J beobachtet wurde (S. 406). Die Polarisation nahm zu mit wachsender Molekulargröße, mit zunehmender Viskosität des Mediums und mit abnehmender Temperatur, also mit Verringerung der Beweglichkeit der Einzelteilchen. In doppeltbrechenden Kristallen ist die Fluoreszenz nach Sohncke immer polarisiert. So sendet beispielsweise isländischer Kalkspat Strahlen aus, welche in einer zur Achse senkrechten Ebene teilweise polarisiert sind, Apatit — parallel zur Achse total polarisierte Strahlen. G. C. Schmidt fand jedoch, daß auch Ausnahmen vorkommen: Urannitrat sendet Strahlen aus, bei denen eine bestimmte Ebene für die Polarisation nicht bevorzugt wird.

Ferner hat G. C. Schmidt (1899) gefunden, daß isotrope feste Körper (Glas unter Druck) und Flüssigkeiten (Schwefelkohlenstoff im elektrischen Felde), wenn in denselben Doppelbrechung (s. unten) hervorgerufen ist, keine polarisierte Fluoreszenz zeigen.

Endlich machte G. C. Schmidt die Entdeckung, daß auch das Phosphoreszenz- und Thermolumineszenzlicht in den Fällen polarisiert ist, wo ein Kristall polarisierte Fluoreszenz aufzuweisen hat.

Sehr eingehend hat Nichols mit seinen Schülern die Absorption und Fluoreszenz einer großen Anzahl von Uransalzen untersucht. Uranylammoniumchlorid und andere ähnlich gebaute Uranylsalze sind pleochroitisch und sind ihre Absorptions- und Fluoreszenzspektra polarisiert, und zwar besitzen sie fünf Banden, von denen eine jede ein Dublett darstellt, dessen Komponenten senkrecht zueinander polarisiert sind.

In neuester Zeit (1919) hat Weigert einen neuen Effekt des polarisierten Lichtes gefunden. Chlorsilber, das durch Reduktionsmittel oder durch Belichtung teilweise reduziert ist (das sogenannte Photochlorid, S. 418), ist farbenempfindlich, und zwar sind die Farben, wie Wiener (S. 421) nachgewiesen, Körperfarben. Weigert ließ nun polarisiertes, farbiges Licht auf die lichtempfindliche Schicht fallen und fand diese bei der Betrachtung mit einem Nicol dichroitisch. Läßt man gewöhnliches, lichtempfindliches Papier in diffusem Tageslicht dunkel anlaufen und bestrahlt es dann mit einer Bogenlampe, deren Licht durch eine rote Glasscheibe und ein Nicol gegangen ist, so erhält man einen roten Fleck, dessen Intensität, mit einem Nicol betrachtet, ein Maximum bei gleicher Polarisationsebene mit dem ursprünglichen Licht, bei senk-

rechter Richtung dazu ein Minimum zeigt. Die gefärbten Stellen sind auch doppelbrechend. Die Empfindlichkeit des Effekts ist am größten im Rot und nimmt nach Blau ab. Bei längerer Dauer der Erregung treten auch für die anderen Farben, welche die Erregungsstrahlung nicht enthält, dichroitische Effekte ein. Auch an Kollodiumschichten, die mit lichtempfindlichen Farbstoffen, wie Pinacyanol, gefärbt waren, ließen sich Dichroismus und Doppelbrechung beobachten, die von der Bestrahlungsdauer abhängig waren. Hiernach läßt sich also die Polarisationsebene des Lichtes photographisch festlegen und isotrope Schichten durch Bestrahlung doppelbrechend machen. Die Erscheinung wird Weigerteffekt genannt.

Schlußbemerkung: Die Erscheinungen der Doppelbrechung, welche wir in diesem Kapitel betrachtet haben, treten bei allen Formen der strahlenden Energie auf. Für infrarote Strahlen ist dies zuerst von Knoblauch und De la Provostaye und Desains unmittelbar gezeigt worden. Auch für die elektrischen Strahlen ist die Doppelbrechung erwiesen worden; die hierher gehörigen Erscheinungen werden wir im vierten Bande betrachten.

Isotrope Körper (z. B. Glas) werden anisotrop und doppelbrechend unter Einwirkung deformierender äußerer Kräfte. Diese Erscheinung wird im folgenden Kapitel betrachtet werden. Flüssigkeiten können Doppelbrechung zeigen erstens, wenn sie sich in Bewegung befinden und zweitens, wenn in ihnen ein elektrisches Feld hervorgerufen worden ist. Der erste von diesen beiden Fällen wird ebenfalls im folgenden Kapitel, der letztere im vierten Bande betrachtet werden.

Literatur.

Zu § 1, 2, 3 und 4.

Erasmus Bartholinus: Experimenta crystalli Islandici disdiaclastici. Hafniae 1670.
Huygens: Traité de la lumière. Leyden 1690.
Malus: Théorie de la double réfraction. Paris 1810.
Carvallo: Compt. rend. **126**, 728, 1898.
Dufet: Bull. Soc. franç. de minéralogie **21**, 90, 1898.
Viola: Ztschr. f. Kristallographie **37**, 120, 1902.

Zu § 5 und 6.

Ewald: Zur Begründung der Kristalloptik. Theorie der Dispersion, Reflexion und Brechung. Ann. d. Phys. **49**, 1, 117, 1916.
Nicol: Edinb. new phil. Journ. **6**, 83, 1828; **27**, 332, 1839; Pogg. Ann. **29**, 182, 1833; **44**, 168, 1838; **49**, 238, 1840; **50**, 25, 1840.
Foucault: Compt. rend. **45**, 238, 1857; Pogg. Ann. **102**, 642, 1857.
Rochon: Journ. de phys. **53**, 192, 1801; Nova acta Acad. Petropol. **6**, 1801.
Wollaston: Phil. Trans. I, 126, 1820.

Hartnack und Prazmowski: Carls Repert. **2,** 217, 1866; Ann. chim. et phys. (4) **7,** 181, 1866; Pogg. Ann. **127,** 494, 1866; **128,** 336, 1866.
Sénarmont: Ann. chim. et phys. (3) **50,** 480, 1857.
Ahrens: Phil. Mag. (5) **19,** 69, 1885.
Dove: Pogg. Ann. **122,** 18, 564, 1864.
Glan: Carls Repert. **16,** 570, 1880; **17,** 195, 1881; Wied. Ann. **1,** 351, 1877.
Jamin: Pogg. Ann. **137,** 174, 1869.
Grosse: Die gebräuchlichen Polarisationsprismen. Clausthal 1887.
Zenker: Instr. **4,** 50, 1884.
Feussner: Instr. **4,** 41, 1884.
Bertrand: Compt. rend. **99,** 538, 1884.
D. Bobylew: Polarisationsprismen von vorteilhaftester Konstruktion (russ.). St. Petersburg 1870.
Hans Schulz: Instr. **36,** 247, 1916; **38,** 96, 1918; **39,** 350, 1919.
Uljanin: „Das Lambertsche Gesetz und die Polarisation Aragos" (russ.). S. 56. Kasan 1899; Verh. d. D. Phys. Ges. **15,** 13, 1896.

Zu § 8.

Rochon: s. weiter oben.
Jellet: Brit. Ass. Rep. 1860, II, 13.
Lippich: Instr. **14,** 326, 1894; Wien. Ber. **105,** IIa, 317, 1896.
Heele: Instr. **16,** 269, 1896.
Cornu: Bull. de la Soc. chim. **14,** 140, 1870.
Arago: Oeuvres **10,** 270.
Wild: Pogg. Ann. **118,** 193, 1863.
Cornu (Polarimeter): Assoc. franç. pour l'avancement des Sciences: De la Rochelle 1882, p. 253; Limoges 1890, p. 267.
Lummer: Instr. **15,** 293, 1895; **16,** 210, 1896.
Lippich: Akad. Wien. 1891, S. 695.
Hans Schulz: Phys. Ztschr. **21,** 33, 1920.

Zu § 9.

Rudberg: Pogg. Ann. **14,** 45, 1828; **17,** 1, 1829.
Offret: Bull. soc. minéral. de France **13,** 405, 1890.
Jerofejew: Kristall. Untersuchungen, S. 255. St. Petersburg 1870.
v. Lang: Wien. Ber. **79,** II. 793, 1877.
Schrauf: Wien. Ber. **41,** II, 769, 1860; Groth, Ztschr. f. Krist. **18,** 126, 1891 (Schwefel).
Pape: Pogg. Ann. Ergbd. **6,** 351, 1874.
Calderon: Groth, Ztschr. f. Krist. **1,** 73, 1877.
Viola: Instr. **19,** 276, 1899.
Cornu: Compt. rend. **133,** 125, 463, 1901.
Hamilton: Trans. Irish Acad. **17,** 132, 1837 (mitgeteilt 1832).
Lloyd: Trans. Irish Acad. **17,** 145, 1833; Phil. Mag. (3) **2,** 112, 207, 1833; Pogg. Ann. **28,** 91, 104, 1833.
Voigt: Phys. Ztschr. **6,** 672, 818, 1905; Ann. d. Phys. **18,** 673, 1905; Neues Jahrb. f. Mineral. **1,** 35, 1915.

Zu § 10.

Babinet: Compt. rend. **4,** 759, 1837; **7,** 832, 1838.
Merritt: Wied. Ann. **55,** 49, 1895.
Grailich: Kristallogr.-optische Untersuchungen, S. 52, 1858.

Mallard: Traité de Cristallographie **2**, 353, 1884.
H. Becquerel: Ann. chim et phys. (6) **14**, 170, 1888; Compt. rend. **108**, 891, 1889.
Drude: Wied. Ann. **32**, 585, 1888; **40**, 665, 1890; Ztschr. f. Krist. **13**, 568, 1887.
Camichel: Ann. chim. et phys. (7) **5**, 433, 1895.
Carvallo: Ann. chim. et phys. (7) **7**, 58, 1896.
Stewart: Phys. Review 1897, p. 433.
Grailich: Kristallogr.-optische Untersuchungen, S. 64. Wien 1858.
Arago: Journ. de phys. **90**, 41, 1820.
Biot: Bull. Soc. philomathique 1819, p. 109, 132.
Haidinger: Pogg. Ann. **65**, 1, 1845.
Sénarmont: Ann. chim. et phys. **41**, 319, 1854.
Beer: Pogg. Ann. **82**, 429, 1851.
Hagen: Pogg. Ann. **116**, 33, 1859.
Laspeyres: Ztschr. f. Krist. **4**, 454, 1880.
Ramsay: Ztschr. f. Krist. **13**, 97, 1888.
Königsberger: Wied. Ann. **61**, 687, 1897.
Agaphonow: Journ. d. phys.-chem. Ges. **28**, 200, 1896; Compt. rend. **123**, 490, 1896; Arch. sc. phys. (4) **1**, 34, 1896; „Über die Absorption des Lichtes durch Kristalle und über den Pleochroismus" (russ.). Diss. St. Petersburg 1902.
Seherr-Thoss: Wied. Ann. **6**, 270, 1879.
Pulfrich: Über Absorption des Lichtes usw. Diss. Bonn 1881.
Voigt: Wied. Ann. **23**, 577, 1884; Ann. d. Phys. **9**, 367, 1902; Kompend. d. theoret. Physik **2**, 719, 1896; Gött. Nachr. 1902, S. 48.
Drude: Wied. Ann. **32**, 584, 1887; **40**, 665, 1890.
Carvallo: Compt. rend. **114**, 661, 1892.
Moreau: Compt. rend. **119**, 327, 1894; **120**, 258, 602, 1895.
Lommel: Wied. Ann. **8**, 634, 1879.
Knoblauch: Pogg. Ann. **74**, 177, 1847.
De la Provostaye et Desains: Compt. rend. **29**, 121, 1849.
Maskelyne: Proc. Roy. Soc. **28**, 477, 1879.
Sohncke: Wied. Ann. **58**, 417, 1896.
G. C. Schmidt: Wied. Ann. **60**, 740, 1897; **68**, 779, 1899.
Nichols: Phys. Rev. **6**, 385, 1915; **8**, 364, 1916; **9**, 113, 1917; **10**, 348, 1917; **11**, 285, 421, 1918; **14**, 201, 293, 1919.
Weigert: Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 479, 616, 623, 1919; Ztschr. f. Phys. **2**, 1, 1920; Ann. d. Phys. **63**, 681, 1919; Koll. Ztschr. **28**, 115, 153, 1921; Die Naturw. **9**, 583, 1921.

Siebzehntes Kapitel.

Interferenz polarisierter Strahlen.

§ 1. Allgemeine Bemerkungen. In diesem Kapitel werden wir zwei Gruppen von Erscheinungen betrachten, welche auftreten, wenn sich zwei polarisierte Strahlen in derselben Richtung ausbreiten.

Die erste Gruppe ist unter dem Namen der chromatischen Polarisationserscheinungen bekannt. Sie wird beobachtet, wenn beide Strahlen in einer Ebene polarisiert sind, so daß die Schwingungs-

richtungen bei ihnen zusammenfallen. Im Kapitel XV, § 4, S. 708 hatten wir die vier Gesetze für die Interferenz polarisierter Strahlen aufgezählt. Von besonderer Wichtigkeit sind für die Erklärung der chromatischen Polarisation die Gesetze III und IV (S. 708 u. 711). Die Gesetze lehrten, daß bei Zerlegung eines gewöhnlichen Strahles in zwei Strahlen mit den zueinander senkrechten Polarisationsebenen Q_1 und Q_2 und darauf folgende Reduktion beider Strahlen auf dieselbe Polarisationsebene A, d. h. geometrisch gesprochen, bei Projektion ihrer Schwingungen auf eine gemeinsame Ebene, die hierbei erhaltenen beiden Strahlen miteinander nicht interferieren (IV. Gesetz). Geschieht aber dasselbe mit einem Strahl, der bereits in einer gewissen Ebene P polarisiert ist, so interferieren die schließlich erhaltenen, in der Ebene A polarisierten Strahlen miteinander. Zur Phasendifferenz, welche beim Durchgange von senkrecht zueinander polarisierten Strahlen längs der Durchschnittsgeraden der Ebenen Q_1 und Q_2 auftritt, hat man jedoch π hinzuzufügen oder $\frac{1}{2}\lambda$ zum Gangunterschiede, wenn die Ebenen P und A nicht in gleichen, von den Ebenen Q_1 und Q_2 gebildeten Raumquadranten liegen (III. Gesetz).

Eine ausführliche Erläuterung obiger beiden Gesetze war auf S. 708 bis 712 gegeben worden. Aus dem III. Gesetze folgt, daß eine Drehung einer der Ebenen P oder A um 90^0 dieselbe Wirkung zur Folge hat, wie eine Änderung des Gangunterschiedes der interferierenden Strahlen um eine halbe Wellenlänge. Eine solche Änderung bringt, wie uns bekannt ist, im besonderen Falle statt einer gewissen Interferenzerscheinung die entgegengesetzte hervor, also z. B. statt eines Maximums der Lichtstärke ein Minimum und umgekehrt. Hieraus kann man einen weiteren Schluß ziehen. Bei der Interferenz der Strahlen hängt das Ergebnis von dem optischen Gangunterschiede der Strahlen ab, d. h. von dem Unterschiede der Anzahl Wellen, welche auf dem einen und anderen Strahl zwischen deren Ausgangs- und Konvergenzpunkte liegen und somit auch von der Wellenlänge λ oder für sichtbare Strahlen von deren Farbe. Hat man es mit weißen Strahlen zu tun, so tritt infolge der Interferenz eine gewisse Färbung auf, da die einen Strahlen sich verstärken, andere hingegen einander schwächen. Die Drehung einer der Ebenen P oder A um 90^0 entspricht einer Vermehrung des Gangunterschiedes um $\frac{1}{2}\lambda$, unabhängig von dem Werte der Wellenlänge λ. Infolgedessen wird der Ertrag der Interferenz gewissermaßen in sein Gegenteil verwandelt: die Strahlen, welche sich zuerst gegenseitig verstärkten, schwächen jetzt einander und umgekehrt. Offenbar muß hierbei die auftretende Färbung in die komplementäre übergehen. Somit führt das III. Gesetz zu folgendem Ergebnis: war der ursprüngliche in der Ebene P polarisierte Strahl ein weißer, so geht bei Drehung einer der Ebenen P oder A um 90^0 die Farbe, welche infolge von Interferenz der beiden in der Ebene A polarisierten

Strahlen auftritt, in die komplementäre über. Da bei den hierher gehörigen Erscheinungen im allgemeinen Farben auftreten, so hat man diese — nicht ganz zutreffend — als Erscheinungen der chromatischen Polarisation bezeichnet.

Die zweite Gruppe der Erscheinungen, welche wir in diesem Kapitel betrachten, enthält die Erscheinungen der elliptischen und kreisförmigen (zirkularen) Polarisation des Lichtes, auf die bereits wiederholt hingewiesen worden ist (S. 699 und 719). Das II. Gesetz der Interferenz polarisierter Strahlen (S. 708) sagt aus, daß Strahlen, welche in zueinander senkrechten Ebenen polarisiert sind, miteinander nicht interferieren. Das heißt, wenn sich in einer Richtung zwei Strahlen ausbreiten, polarisiert in senkrecht zueinander liegenden Ebenen, so ist bei jedem Gangunterschiede derselben die Lichtstärke J, welche sie zusammengenommen geben, gleich der Summe der Lichtstärken J_1 und J_2 dieser beiden Strahlen. Anstatt einer Änderung der Lichtstärke, welche man beobachtet, wenn beide Strahlen in einer Ebene polarisiert sind, wird hier eine Änderung im geometrischen Charakter der Bewegungen selbst wahrgenommen. Zwei senkrecht zueinander erfolgende Schwingungen setzen sich zu einer elliptischen (Bd. I, Abt. 1, S. 145) zusammen oder zu einer kreisförmigen, wenn die Amplituden der beiden Schwingungen gleich und ihre Phasendifferenz gleich $\frac{\pi}{2}$ oder wenn ihr Gangunterschied gleich $(n + \frac{1}{4})\lambda$ ist, wo n eine ganze Zahl darstellt. In Bd. I, S. 138 ff. hatten wir verschiedene Fälle der Zusammensetzung und Zerlegung von Schwingungen betrachtet, die wir im folgenden anwenden wollen. Wie erwähnt, waren wir bereits einigen Fällen begegnet, wo elliptisch polarisierte Strahlen auftraten. In diesem Kapitel werden wir noch einen derartigen Fall kennen lernen, hauptsächlich aber haben wir hier die Methoden zur Untersuchung elliptisch oder kreisförmig polarisierten Lichtes zu beschreiben.

§ 2. Elliptische Polarisation und chromatische Polarisation bei der Doppelbrechung. Im vorhergehenden Paragraphen waren die theoretischen Bedingungen aufgezählt worden, unter denen die eben genannten Erscheinungen auftreten, und auf die Bedeutung hingewiesen, welche hierbei die Gesetze der Zusammensetzung von Schwingungen und der Interferenz polarisierter Strahlen haben. Hier wollen wir die physikalischen Bedingungen ins Auge fassen, unter denen jene Erscheinungen tatsächlich auftreten. Sie werden beim Durchgange von Strahlen durch doppeltbrechende Medien beobachtet. Der Übersichtlichkeit halber wollen wir diejenigen Eigenschaften dieser Medien zusammenstellen, aus welchen wir unsere weiteren Schlüsse ziehen werden.

1. Fällt auf einen doppeltbrechenden Kristall, etwa einen isländischen Kalkspatkristall, ein gewöhnlicher Strahl von der Lichtstärke J,

so treten aus demselben zwei Strahlen von der Intensität $\frac{1}{2}J$ aus, welche in zwei aufeinander senkrechten Ebenen Q_1 und Q_2 geradlinig polarisiert sind. Fällt auf einen Kristall ein Lichtstrahl von der Intensität J, welcher in einer gewissen Ebene P geradlinig polarisiert ist, so treten aus demselben zwei Strahlen von den Intensitäten $J\cos^2\alpha$ und $J\sin^2\alpha$ aus, welche ebenfalls geradlinig in den Ebenen Q_1 und Q_2 polarisiert sind, wobei α der Winkel zwischen den Ebenen P und Q_1 ist. Der erste Fall tritt ein, wenn der Kristall als Polarisator dient, der zweite, wenn er als Analysator auftritt (s. unten). In beiden Fällen „reduziert" (geometrisch gesprochen „projiziert") er die eintretenden Schwingungen auf zwei bestimmte Ebenen.

2. Ein Nicolsches Prisma, ein Glasstapel, ein Spiegel, welcher die Strahlen unter dem Winkel der totalen Polarisation reflektiert oder irgend ein anderer von den in Kapitel XVI, § 7, S. 761 angegebenen Apparaten „reduziert" (projiziert) die eintretenden Schwingungen auf irgend eine bestimmte Ebene.

3. In einachsigen negativen Kristallen ist die Geschwindigkeit V_o des ordentlichen Strahles kleiner als die Geschwindigkeit V_e des außerordentlichen; für die Brechungsquotienten gilt die Beziehung $n_o > n_e$. In einachsigen positiven Kristallen ist umgekehrt $V_o > V_e$ und $n_o < n_e$.

4. Fällt auf eine aus einem einachsigen Kristall senkrecht zur Achse herausgeschnittene Platte ein Strahl unter rechtem Winkel, so geht er durch diese hindurch, ohne irgendwelche Änderungen zu erleiden (abgesehen von Reflexion und Absorption). Fällt auf eine derartige Platte ein geneigter Strahl, so bleiben innerhalb der Platte beide Strahlen, in welche er zerfällt, in der Einfallsebene.

5. Fällt auf eine aus einem einachsigen Kristall parallel zur Achse herausgeschnittene Platte ein Strahl unter rechtem Winkel, so gehen beide Strahlen, in welche er zerfällt, ungebrochen durch die Platte mit den Geschwindigkeiten V_o und V_e. Fällt auf eine solche Platte ein geneigter Strahl, so bleibt der außerordentliche Strahl nur dann in der Einfallsebene, wenn die Achse parallel oder senkrecht zu dieser Ebene ist. Im allgemeinen aber tritt der außerordentliche Strahl aus der Einfallsebene heraus.

6. Wenn auf eine aus einem zweiachsigen Kristall parallel zu den optischen Achsen oder senkrecht zur Mittellinie (S. 767) herausgeschnittene Platte ein Strahl unter rechtem Winkel einfällt, so gehen in beiden Fällen die beiden Strahlen, in welche er zerfällt, mit verschiedenen Geschwindigkeiten durch die Platte hindurch, ohne gebrochen zu werden.

Stellt man die vorhergehenden Fälle zusammen, so lassen sich die physikalischen Bedingungen angeben, unter denen chromatische Polarisation auftritt, wie sie durch Interferenz von polarisierten

Strahlen erzeugt wird, die mit Hilfe eines Analysators (Nicol, Spiegel, Glasstapel usw.) auf eine Ebene reduziert sind.

Die Erscheinungen der chromatischen Polarisation treten nicht ein, wenn gewöhnliche (unpolarisierte) Strahlen zuerst durch eine doppeltbrechende Platte und hierauf durch den Analysator hindurch gelangen. Die Platte liefert zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen; durch den Analysator auf eine Polarisationsebene reduziert, interferieren diese Strahlen nach dem IV. Gesetz (S. 711) nicht miteinander. Die auf die doppeltbrechende Platte fallenden Strahlen müssen bereits polarisiert sein, es muß daher vor dieser Platte ein Polarisator aufgestellt sein. Das Schema für die Apparate, welche die chromatische Polarisation liefern, ist somit das folgende:

Polarisator — doppeltbrechende Platte — Analysator.

In den Polarisator treten gewöhnliche Strahlen ein, es treten aus ihm geradlinig polarisierte Strahlen aus. Jeder von den letzteren gibt in der Platte im allgemeinen Strahlen, die sich in ihr mit verschiedenen Geschwindigkeiten nach verschiedenen Richtungen ausbreiten, die aber aus derselben parallel zu der Richtung des einfallenden Strahles austreten. Betrachtet man ein Strahlenbündel, welches die Platte trifft, so findet man leicht, daß in der Richtung jeder diesen Strahlen parallelen, geometrischen Geraden sich nach Austritt aus der Platte zwei senkrecht aufeinander polarisierte Strahlen ausbreiten, welche jedoch aus zwei verschiedenen, im allgemeinen einander nahen einfallenden Strahlen entstanden sind. Der Analysator reduziert diese beiden Strahlen auf eine Polarisationsebene; sie breiten sich im Analysator mit der gleichen Geschwindigkeit aus (wenn der Analysator z. B. ein Nicol ist) und interferieren mit derjenigen Phasendifferenz, welche sie beim Eintritt in den Analysator hatten. Als Ertrag der Interferenz tritt eine Färbung der den Analysator verlassenden Strahlen auf, falls zum Polarisator weiße Strahlen gelangt waren. Die Färbung muß abhängen:

a) vom Winkel zwischen den Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators;

b) von der Substanz und Dicke der doppeltbrechenden Platte;

c) von der Richtung, in welcher sie aus dem Kristall herausgeschnitten ist;

d) von der Richtung, in welcher die Strahlen durch die Platte gehen;

e) von der Lage der Platte selbst, die man um eine zu ihren Seitenflächen senkrechte Gerade drehen kann.

Man pflegt zwei Hauptarten der chromatischen Polarisation zu unterscheiden:

A. Chromatische Polarisation bei parallelen Strahlen, wenn durch alle drei Apparate ein Bündel paralleler Strahlen geht. In diesem Falle unterscheiden sich die verschiedenen Teile dieses Bündels in nichts voneinander, daher wird das Gesichtsfeld, welches durch den sichtbaren Teil der Plattenoberfläche bestimmt wird, gleichmäßig gefärbt erscheinen, wenn alle Teile der Platte geometrisch (z. B. hinsichtlich ihrer Dicke) und optisch gleich sind.

B. Chromatische Polarisation bei konvergierenden Strahlen, wenn durch die Platte ein konvergierendes (oder divergierendes) Strahlenbündel hindurchgeht. Verschiedene Teile dieses Bündels durchsetzen die Platte in verschiedenen Richtungen, erscheinen daher nach ihrem Austritte aus der Platte verschieden gefärbt (Punkt *d*). Im Gesichtsfelde erhält man Kurven, die geometrischen Örter der Punkte mit gleichem Gangunterschiede der interferierenden Strahlen. In homogenem Lichte erscheinen diese Kurven als helle und dunkle Linien, bei einfallendem weißen Lichte sind sie verschiedenfarbig. Die Formen der Kurven können sehr verschiedenartig sein. Wir wollen im folgenden nur die einfacheren Fälle betrachten.

Eine Drehung des Polarisators oder Analysators hat eine Farbenänderung bei parallen Strahlen, eine Änderung der Lage und Färbung der Kurven bei konvergierenden Strahlen zur Folge. Eine Drehung um 90°, welche, wie wir sahen, denselben Effekt hat, wie eine Änderung des Gangunterschiedes aller Strahlen um $\frac{1}{2}\lambda$, muß alle Farben durch ihre Komplementärfarben, die hellen Stellen durch dunkle ersetzen und umgekehrt. Ersetzt man den Analysator oder Polarisator durch ein doppeltbrechendes Prisma, etwa ein Kalkspatprisma, so erhält man bei parallelen Strahlen zwei Bilder der Kristalloberfläche, welche zueinander komplementäre Färbung haben. Decken diese Bilder einander teilweise, so bleibt ihr gemeinsamer Teil weiß, wie immer die Farben der beiden Bilder durch Drehung des Polarisators oder Analysators auch geändert werden mögen.

Unter den verschiedenen gegenseitigen Lagen von Analysator und Polarisator, als welche wir der Einfachheit halber uns Nicols denken wollen, sind zwei von besonderem Interesse, wo nämlich ihre Polarisationsebenen *P* und *A* einander parallel oder aufeinander senkrecht sind. Im ersten Falle, bei sogenannten parallelen Nicols, erhält man das Maximum der Lichtstärke (S. 757); im zweiten Falle, bei gekreuzten Nicols, erhält man vollkommene Dunkelheit. Bei parallelen Nicols fallen die Ebenen *P* und *A* zusammen, eine Vermehrung um eine halbe Wellenlänge, von welcher im III. Gesetze die Rede ist (S. 709 und 711), tritt hier nicht auf. Umgekehrt hat man bei gekreuzten Nicols eine halbe Wellenlänge zu demjenigen Gangunterschiede δ hinzuzufügen, mit welchem die beiden Strahlen, nachdem sie die Kristallplatte durchsetzt haben, in den Analysator eintreten.

Übrigens liefert uns eine später herzuleitende Formel den Betrag der Interferenz zweier Strahlen im Analysator für alle gegenseitigen Lagen von Polarisator und Analysator. Wir hatten auf das Hinzukommen einer halben Wellenlänge bei gekreuzten Nicols verwiesen, um zu erklären, welche Färbungen auftreten müssen, wenn zwischen gekreuzten Nicols sich eine Kristallplatte von wechselnder Dicke befindet. Wir nehmen zunächst an, die Plattendicke sei so gering oder die Differenz der Ausbreitungsgeschwindigkeiten beider Strahlen sei so klein, daß man den Gangunterschied δ derselben vernachlässigen kann. Die Phasendifferenz der beiden in den Analysator eintretenden Strahlen ist dann gleich π (der optische Gangunterschied gleich $\frac{1}{2}\lambda$) und man erhält beinahe vollkommenes Schwarz. Mit Zunahme der Plattendicke nimmt auch der Gangunterschied δ jener Strahlen zu, und nähert sich δ einer halben Wellenlänge des blauen Lichtes, so verstärken sich am meisten die blauen Strahlen im Analysator und man erhält eine schwache blaue Färbung. Im weiteren erscheinen gemischte Färbungen und man findet leicht, daß die Reihenfolge der Farben bei gekreuzten Nicols und allmählicher Zunahme der Plattendicke dieselbe sein muß, wie die Farbenfolge bei den Newtonschen Farbenringen, vgl. S. 613. Von besonderem Interesse ist die violette Färbung (Anfang der zweiten Farbengruppe, vgl. S. 613), welche entsteht, wenn der Gangunterschied δ gleich der Wellenlänge λ der gelben Strahlen ist. Es werden dann die gelben Strahlen ausgelöscht, die violetten am meisten verstärkt. Man nennt diese Färbung die empfindliche (teinte sensible), da sie bei der geringsten Verminderung oder Vermehrung des Gangunterschiedes δ in Rot bzw. Blau übergeht. Hier erfolgt bei Änderung von δ ein besonders scharfer und schneller Farbenwechsel.

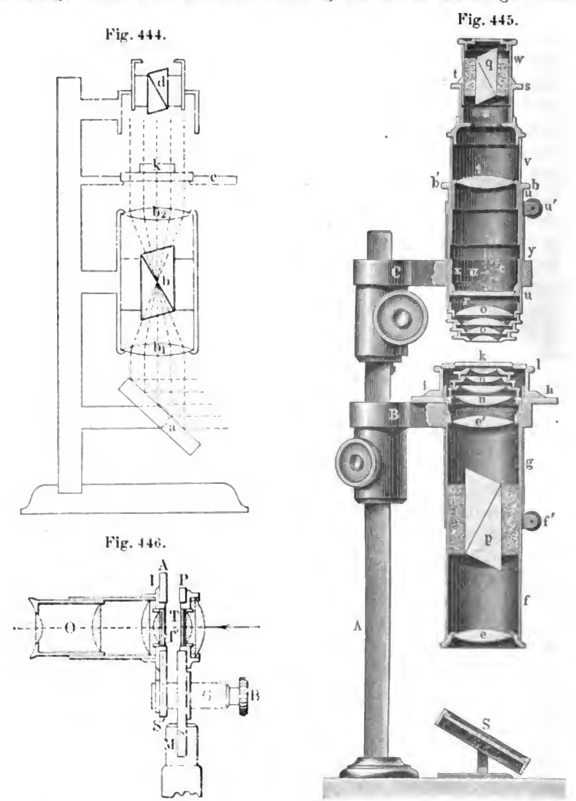
Die Erscheinungen der chromatischen Polarisation bei parallelen Strahlen sind von Arago (1811) entdeckt und von Biot näher untersucht worden; Young und Fresnel haben eine theoretische Erklärung für dieselben gefunden. Brewster hat die Erscheinungen entdeckt, welche man bei konvergierenden Strahlen beobachtet. Die Theorie dieser Erscheinungen ist von Airy, F. Neumann, Ohm, Friess, Zech, Lommel, J. Müller, Bertin, Pitsch u. a. entwickelt worden. Pilgrim hat die Farben, welche bei obigen Erscheinungen auftreten, einer eingehenden Untersuchung unterworfen.

§ 3. Apparate zur Beobachtung der chromatischen Polarisation.

Diese Apparate müssen einen Analysator und einen Polarisator enthalten, zwischen denen sich hinreichender Raum zur bequemen Aufnahme einer doppeltbrechenden Platte befindet. Ihre Einrichtung ist verschieden, je nachdem sie zur Beobachtung in parallelen oder konvergierenden Strahlen bestimmt sind.

Zur Untersuchung sehr kleiner Kristalle dienen die Polarisationsmikroskope. Ferner gibt es Apparate, welche nicht nur zur Beobachtung, sondern auch zur Ausführung bestimmter Messungen dienen,

Fig. 444. Fig. 445. Fig. 446.



z. B. zur Messung des Winkels zwischen den Achsen zweiachsiger Kristalle. Endlich dienen besondere Apparate zur Projektion der chromatischen Polarisationserscheinungen auf einen Schirm.

Auf S. 704 war ein Nörrenbergscher Apparat (Fig. 400) abgebildet worden, bei welchem als Polarisator der Spiegel $A_1 A_2$, als Analysator

der Spiegel S dient. Dieser Apparat kann dazu dienen, die chromatische Polarisation bei parallelen Strahlen zu beobachten, wenn die Kristallplatte über die mittlere Öffnung des Tischchens R gebracht wird. Eine als Orthoskop bezeichnete Abänderung des Nörrenbergschen Apparates ist in Fig. 444 schematisch dargestellt. Als Polarisator dient der Nicol b, welcher sich zwischen den Linsen b_1 und b_2 in solcher Lage befindet, daß der gemeinsame Brennpunkt der letzteren in die Mitte des Nicols fällt. Der Spiegel a dient bloß dazu, die Strahlen nach der Linse b_1 zu lenken; durch die zu untersuchende Platte k gehen parallele Strahlen hindurch; d ist der Analysator.

Sehr verbreitet ist der Apparat von Groth, dessen einzelne Teile bei verschiedener Kombinierung zu verschiedenen Zwecken dienen können. Fig. 445 zeigt die Einrichtung dieses Apparates für konvergierendes Licht, d. h. als Konoskop. Die Linsen e und e' dienen dazu, möglichst viel vom hellen Himmelsgrunde auf den Spiegel S fallendes Licht auf das Linsensystem zu werfen, welches aus vier plankonvexen Linsen n besteht. Dieses Linsensystem liefert ein Bündel Strahlen, welche sich auf der auf die runde Glasplatte k gelegten Kristallplatte vereinigen.

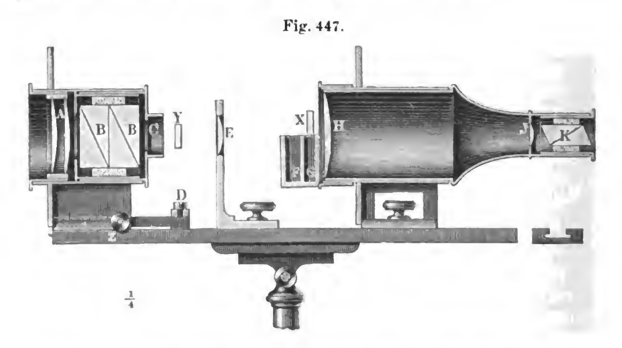
Das andere Linsensystem o liefert ein Bild der Interferenzfigur in der Ebene r ganz in der Nähe der obersten von den Linsen o. Endlich ist noch ein Okular t und ein Analysator vorhanden. Entfernt man aus der unteren Röhre das Linsensystem n und setzt an Stelle der oberen Röhre eine solche ein, welche nur einen Nicol q (ohne Linsen) enthält, so entspricht der Apparat dem in Fig. 444 abgebildeten Schema und kann als Orthoskop, d. h. zur Beobachtung bei parallelen Strahlen dienen.

Sehr bequem zur Beobachtung bei konvergierendem Lichte ist die in Fig. 429 auf S. 758 abgebildete Turmalinzange. Bringt man zwischen deren beide Turmalinplatten die zu untersuchende Platte und sieht durch den ganzen Apparat nach einer hellen Stelle des Himmelsgrundes, so sammeln sich an den verschiedenen Punkten der Netzhaut im Auge Strahlen, welche die Platte in verschiedenen Richtungen durchsetzt haben, weshalb man die Interferenzstreifen sieht, von denen auf S. 784 die Rede war; die genaue Form derselben soll für einige besondere Fälle weiter unten angegeben werden. Bertin hat die gewöhnliche Turmalinzange durch den in Fig. 446 abgebildeten Apparat ersetzt. Die Turmalinplatten T und T'' sind hier an den Stäbchen S und S' befestigt, deren Entfernung man mit Hilfe der Schraube GB verändern kann. Die von rechts her kommenden Strahlen werden in einer zwischen T und T' liegenden Ebene vereinigt; zwei links von T'' befindliche Linsen geben ein Bild dieser Ebene, welches mit Hilfe des zusammengesetzten Okulars O betrachtet wird. Man kann diesen Apparat als ein Polarisationsmikroskop (s. unten) ansehen.

Zur objektiven Beobachtung der chromatischen Polarisationserscheinungen auf einem Schirme dienen verschiedene Projektionsapparate,

von denen nur der Dubosqsche (Fig. 447) betrachtet werden soll. Das Licht einer Bogenlampe oder Drummondsches Kalklicht wird mittels der Linsen A in der Ebene Y konzentriert, in welcher sich die mit konvergierenden Strahlen zu untersuchende Platte befindet. B ist der Polarisator (ein Sénarmontsches Doppelprisma), K der Analysator, E, H, J sind plankonvexe Linsen. Zu Versuchen mit parallelen Strahlen bringt man die zu untersuchende Platte nach X, in einen der runden Rahmen F oder G. Die Entfernungen CE und EH können geändert werden; sie müssen bei Versuchen mit parallelen Strahlen größer sein als bei solchen mit konvergierenden Strahlen.

Fig. 447.



§ 4. Erscheinungen der chromatischen Polarisation bei parallelen Strahlen. Nachdem wir in § 2 den allgemeinen Charakter dieser Erscheinung kennen gelernt haben, wollen wir nunmehr die Gesetze, nach denen sie auftreten, näher betrachten.

Auf eine planparallele Platte KK (Fig. 448), die in beliebiger Richtung aus einem einachsigen oder zweiachsigen Kristall herausgeschnitten ist, fallen senkrechte Strahlen ein, die einen Polarisator passiert haben, also geradlinig polarisiert sind. Bei zweiachsigen Kristallen gibt jeder Strahl im allgemeinen zwei Strahlen BC und BE, oder LE und LH, die senkrecht zueinander polarisiert sind. Nach jeder Richtung, z. B. EF, treten zwei Strahlen mit einer gewissen Phasendifferenz φ aus, welche bei Zurücklegung der ungleichen Wege BE und $LE = BC$ mit verschiedenen Geschwindigkeiten erlangt worden ist. Diese Strahlen treten hierauf in den Analysator ein, wo sie miteinander interferieren. J_0 sei die Lichtstärke der auf die Platte KK fallenden Strahlen, a_0 ihre Amplitude. Wir wollen die Lichtstärke J und die Amplitude a der Strahlen aufsuchen, welche in den Analysator gelangen, wobei wir, wie auch sonst, von der Reflexion und Absorption, welche die Strahlen er-

leiden, absehen. Zu dem Zwecke wenden wir uns der Fig. 449 zu, deren Ebene senkrecht zu dem durch den Punkt E hindurchgelangten Strahl ist. PP ist die Polarisationsebene der auf die untersuchte Platte auffallenden Strahlen; $Q_1 Q_1$ und $Q_2 Q_2$ sind die Polarisationsebenen der Strahlen innerhalb der Platte, und AA die Polarisationsebene des Analysators; ferner sei $\angle (Q_1 P) = \alpha$, $\angle (Q_1 A) = \beta$ und $\angle (PA) = \alpha - \beta = \omega$. Die Winkel α und β rechnen wir von der Ebene Q_1 aus nach derselben Seite hin positiv. Bei „parallelen Nicols" ist $\omega = 0$; bei „gekreuzten" $\omega = 90^0$. Die Schwingungen erfolgen nach Fresnel senkrecht zur Polarisationsebene der Strahlen. Zur Vereinfachung der Zeichnung nehmen wir an, die Schwingungen erfolgten in den Polarisationsebenen, was offenbar auf die weiteren Schlüsse keinen Einfluß ausüben kann. Man könnte übrigens auch die Annahme machen, daß in

Fig. 448.

Fig. 449.

der Zeichnung nicht die Polarisationsebenen selbst, sondern die zu ihnen senkrechten Schwingungsebenen dargestellt seien. Der Strahl mit der Amplitude a_0 gibt im Innern des Kristalls zwei Strahlen mit den Amplituden b_1 und b_2, welche folgende Werte haben (vgl. Fig. 449):

$$b_1 = a_0 \cos\alpha; \quad b_2 = a_0 \sin\alpha \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Diese Strahlen liefern ihrerseits im Analysator zwei Strahlen mit der Phasendifferenz φ und folgenden Amplituden (s. die Figur):

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= b_1 \cos\beta = a_0 \cos\alpha \cos\beta \\ c_2 &= b_2 \sin\beta = a_0 \sin\alpha \sin\beta \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Amplitude a des Strahles im Analysator finden wir nach der allgemeinen Formel (2) auf S. 584, welche sich auf die Zusammensetzung von gleichgerichteten Schwingungen bezieht:

$$a^2 = c_1{}^2 + c_2{}^2 + 2\, c_1 c_2 \cos\varphi.$$

Setzt man hierin die Werte aus (2) ein, so ist

$$a^2 = a_0^2 [\cos^2\alpha \cos^2\beta + \sin^2\alpha \sin^2\beta + 2 \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \cos\varphi].$$

Anstatt a^2 und a_0^2 wollen wir die ihnen proportionalen Größen J und J_0 einführen, und $\cos\varphi = 1 + 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$ setzen. Dann ist

$$J = J_0 \left[(\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta)^2 - 4 \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]$$

oder

$$J = J_0 \left[\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2\frac{\varphi}{2}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

hierbei ist

$$\alpha - \beta = \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

der Winkel „zwischen den Nicols". Die Phasendifferenz φ ist für alle Strahlen, d. h. für alle Punkte der Plattenoberfläche die gleiche. Sind h_1 und h_2 die Längen der Geraden BC und BE (Fig. 448), λ_1 und λ_2 die Wellenlängen der Strahlen BC und BE, welche einer bestimmten Wellenlänge λ in der Luft entsprechen, so ist die Phasendifferenz φ offenbar gleich

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{h_2}{\lambda_2} - \frac{h_1}{\lambda_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Phasendifferenz φ hängt von der Wellenlänge λ der einfallenden Strahlen ab.

Eine Platte, welche senkrecht zur Achse aus einem einachsigen Kristall herausgeschnitten sei, zeigt in parallelen Strahlen gar keine chromatische Polarisation, da hier keine Doppelbrechung auftritt. Eine Platte, welche parallel zur Achse aus einem einachsigen Kristall geschnitten ist, gibt die Beziehung $h_1 = h_2 = h$, wo h die Plattendicke ist, denn beide Strahlen durchsetzen jene Platte, ohne Brechung zu erleiden.

Bezeichnet man, wie früher, die Größen für den ordentlichen und außerordentlichen Strahl mit den Indizes o und e, so ist

$$\varphi = 2\pi h\left(\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{2\pi h}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{\lambda_o} - \frac{\lambda}{\lambda_e}\right) = \frac{2\pi h}{\lambda}(n_o - n_e) \quad . \quad . \quad (6)$$

wo n_o und n_e die beiden Brechungsquotienten des einachsigen Kristalls sind. Ist $n_o < n_e$, so muß in der Klammer die Differenz $n_e - n_o$ stehen. Wir gehen nunmehr zur Betrachtung einiger besonderer Fälle über:

1. Ist $\alpha = 0^0$ oder $\beta = 0^0$ oder 90^0, so ist

$$J = J_0 \cos^2\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

unabhängig von dem Werte für λ. Es gibt im allgemeinen vier Stellungen der Platte, bei denen die Farben verschwinden.

2. Bei parallelen Nicols ($\omega = \alpha - \beta = 0$) verschwinden die Farben für zwei Stellungen der Platte ($\alpha = 0^0$ und $\alpha = 90^0$), wobei das Gesichtsfeld hell ist ($J = J_0$).

3. Bei gekreuzten Nicols ($\omega = \alpha - \beta = 90^0$) verschwinden die Farben für dieselben beiden Stellungen der Platte ($\alpha = 0^0$ und $\alpha = 90^0$), wobei das Gesichtsfeld dunkel ist ($J = 0$).

4. Dreht man den Analysator um 90^0, substituiert man also $\beta + 90^0$ für β, so erhält man für J den Ausdruck

$$J' = J_0 \left[\sin^2(\alpha - \beta) + \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right].$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit (3), so sieht man, daß $J + J' = J_0$ ist. Eine Drehung des Analysators um 90^0 ruft die Komplementärfarbe der ursprünglichen Farbe hervor.

5. Bei parallelen Nicols ($\omega = \alpha - \beta = 0$, $\beta = \alpha$) ist, vgl. (3),

$$J = J_0 \left(1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Für verschiedene Werte von λ schwankt die Lichtstärke J zwischen den Grenzen J_0 und $J_0 \cos^2 2\alpha$; alle Strahlen haben wenigstens die Intensität $J_0 \cos^2 2\alpha$, welches offenbar die Intensität des weißen Lichtes ist, das in der beobachteten Färbung enthalten ist. Ist $\alpha = +45^0$, so schwankt J zwischen J_0 und Null (für einen Wert von λ, für welchen $\sin \frac{\varphi}{2} = 1$ ist). Weißes Licht ist hier gar nicht beigemengt, man erhält daher eine helle und gesättigte Farbe.

6. Bei gekreuzten Nicols ($\omega = \alpha - \beta = 90^0$) ist $\sin 2\beta = -\sin 2\alpha$; folglich ist in diesem Falle, vgl. (3),

$$J = J_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Diese Größe schwankt für verschiedene λ (oder φ) zwischen $J = 0$ und $J = J_0 \sin^2 2\alpha$. Eine Beimengung von weißem Lichte kann auch gänzlich fehlen, wenn für einige Strahlen $\sin \varphi = 0$ ist. Die hellste Färbung entsteht, wenn $\alpha = 45^0$ ist, wenn also J zwischen $J = 0$ und $J = J_0$ schwankt.

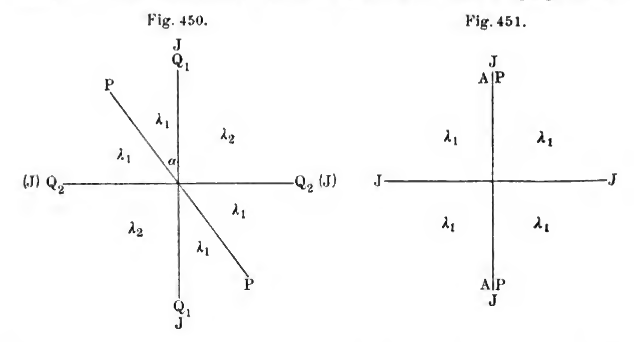
Man kann alle Fälle, welche durch Drehung des Analysators bei unbeweglichem Polarisator (P) und Platte (Q_1 und Q_2) entstehen, schematisch darstellen. Wir bezeichnen symbolisch mit λ_1 den Farbenton, den man erhält, wenn P oder A sich in einem und demselben von den rechten Winkeln befinden, welche von den Ebenen Q_1 und Q_2 gebildet werden; diesem Falle entspricht unsere Fig. 449. Mit λ_2 wollen wir die Komplementärfarbe bezeichnen, für welche P und A in verschiedenen rechten Winkeln liegen (Q_1, Q_2). Man erhält offenbar λ_1, wenn Q_1 und Q_2 im stumpfen Winkel (A, P) liegen und λ_2, wenn eine der Ebenen Q_1 und Q_2 im spitzen, die andere im stumpfen Winkelraume (A, P) liegt. Gegeben ist der Winkel $\alpha = (P, Q_1)$, die Ebene A jedoch

kann alle möglichen Azimute haben. Hierbei können zwei Fälle eintreten:

I. Es ist $\alpha = (P, Q_1) = 0$ oder 90^0. Das Gesichtsfeld weist keinerlei Färbung auf; es ist hell oder dunkel, je nach dem Azimut des Analysators.

II. Es ist $\alpha = (P, Q_1)$, weder gleich 0^0 noch gleich 90^0. Fig. 450 zeigt die Farbentöne, welche bei verschiedenen Azimuten der Ebene A auftreten. Der Buchstabe J deutet auf Farblosigkeit des Gesichtsfeldes hin, falls A mit Q_1 oder Q_2 zusammenfällt. Die hellsten Färbungen treten für $\alpha = 45^0$ auf, und zwar in den Azimuten $\omega = (P, A) = 0^0$ und gleich 90^0.

Wir sehen nunmehr zu, welche Erscheinungen auftreten, wenn man bei feststehenden Nicols, also bei einem gegebenen



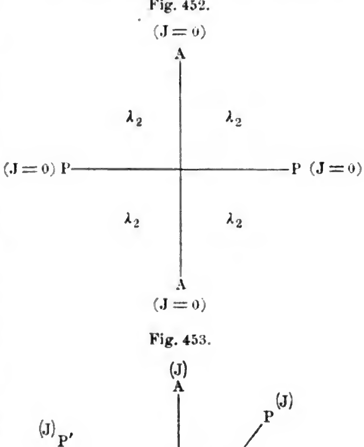
Werte des Winkels $\omega = (P, A)$ die Platte dreht, d. h. das Azimut $\alpha = (P, Q_1)$ der Ebene Q_1 ändert. Hier sind drei Fälle möglich.

I. $\omega = (P, A) = 0^0$; die Nicols sind einander parallel. Die Zusammensetzung des farbigen Bündels bleibt für alle Werte des Azimuts α die gleiche; der auftretende Farbenton ist λ_1; er erreicht die größte Helligkeit für $\alpha = +45^0$. Für $\alpha = 0^0$ und 90^0 verschwindet die Farbe, an ihrer Stelle tritt Weiß auf. Fig. 451 stellt den Fall $\omega = 0$ schematisch dar. Der Buchstabe J deutet an, daß das Gesichtsfeld weiß erscheint.

II. $\omega = (P, A) = 90^0$; die Nicols sind gekreuzt. Man erhält für alle Werte von α den gleichen Farbenton λ_2, der am hellsten bei $\alpha = +45^0$ ist. Für $\alpha = 0^0$ und gleich 90^0 wird das Gesichtsfeld vollkommen dunkel, wie dies in der Fig. 452 durch das Symbol $J = 0$ angedeutet ist.

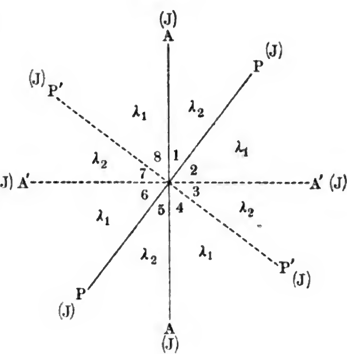
Die Farben, welche man bei gekreuzten Nicols beobachtet, entsprechen bei zunehmender Plattendicke h der Farbenfolge, von welcher auf S. 785 die Rede war, und die identisch ist mit der Farbenfolge bei den Newtonschen Farbenringen. Ist φ sehr klein, so ist J nahezu gleich Null, die auftretende Färbung schwarz. Ist $\varphi = 2\pi$ für gelbe Strahlen, so entsteht jene empfindliche Färbung, von der ebenfalls auf S. 785 bereits die Rede war.

Fig. 452.



III. $\omega = (P, A)$ hat einen beliebigen Wert. Man erhält bei einer vollen Umdrehung der Platte (wenn α von 0^0 bis 360^0 wächst) acht Farbenwechsel, wobei viermal die eine Farbe λ_1, viermal deren Komplementärfarbe λ_2 auftritt. Der Wechsel erfolgt achtmal durch Weiß hindurch, nämlich sobald eine der Polarisationsebenen im Kristall mit einer der Ebenen A oder P zusammenfällt oder auf einer derselben senkrecht steht (vgl. weiter oben Nr. 1, S. 790); eine Drehung um 180^0 bringt natürlich keinerlei Änderung hervor. Formel (3) kann auch in folgender Form geschrieben werden:

Fig. 453.



$$J = J_0 \left\{ \cos^2 \omega - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \omega) \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right\} \quad . \; . \; . \quad (10)$$

Man ersieht hieraus, daß J bei einer Drehung der Platte um 90^0, d. h. bei einer Änderung von α um 90^0 ungeändert bleibt. Fig. 453 erläutert den allgemeinen Fall, wo der Wert von ω ein willkürlicher ist. Der Buchstabe J deutet auf weiße Färbung des Gesichtsfeldes hin. Die Ebenen $A\,A$, $P\,P$ und die zu ihnen senkrechten Ebenen $A'A'$ und $P'P'$ teilen die Zeichenebene in acht Sektoren. Liegen die Polarisations-

ebenen Q_1 und Q_2 des Kristalls in paarzahligen Sektoren (2, 4, 6, 8), so befinden sich A und P in denselben Raumquadranten (im Sinne des III. Gesetzes der Interferenz polarisierter Strahlen, S. 708 u. 780); gehen jedoch die Ebenen Q_1 und Q_2 durch unpaarzahlige Sektoren hindurch, so gehen A und P durch verschiedene Raumquadranten. Die auftretenden Färbungen sind für die verschiedenen Reihen von Stellungen der Platte verschieden, z. B. rosa (λ_1) bei einer, grünlich (λ_2) bei der anderen Reihe von Plattenstellungen. Bei parallelen Nicols verschwinden die unpaarzahligen Sektoren. Es bleibt, wie oben gezeigt, eine Farbe übrig, deren Intensität sich bei Drehung der Platte verändert.

Die Erscheinung der chromatischen Polarisation im parallelen weißen Lichte ist von größter Helligkeit, wenn der Gangunterschied der Strahlen in der Platte gleich einer Wellenlänge oder gleich einer kleinen Anzahl von Wellenlängen der sichtbaren Strahlen ist; sie verschwindet, wenn dieser Unterschied beispielsweise mehr als acht Wellenlängen beträgt. Die Ursache hierfür ist dieselbe, wie die, weshalb auch die Zahl der sichtbaren Newtonschen Farbenringe bei einfallendem weißen Lichte eine geringe ist. Bei großem Gangunterschiede entsteht Licht, in dessen Spektrum eine große Zahl dunkler Streifen auftritt. Hieraus folgt, daß der durch die Formel (5) und (6) gegebene Winkel φ nur ein kleines Vielfaches von 360° sein darf. Für eine parallel zur Achse herausgeschnittene einachsige Platte muß

$$h = \frac{k\lambda}{n_o - n_e}$$

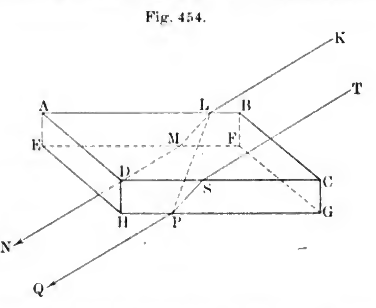
sein, vgl. (6), wo h die Plattendicke und k eine kleine Zahl ist, die möglichst nahe an 1 liegt und 5 und 6 nicht übersteigt. Hieraus folgt, daß die Platte um so dünner sein muß, je stärker doppelbrechend sie ist, d. h. je größer die Differenz $n_o - n_e$ oder $n_e - n_o$ ist (vgl. S. 747). Für isländischen Kalkspat ist $n_o - n_e$ sehr groß (S. 738), es ist daher kaum möglich, aus diesem Mineral Platten herzustellen, welche bei parallelen Strahlen gefärbt erscheinen. Umgekehrt ist beim Bergkristall $n_e - n_o$ eine sehr kleine Größe, eine Platte aus Bergkristall zeigt daher erst dann keine Färbung, wenn $h > 0{,}5$ mm ist. Bei einem Gipsblättchen tritt die empfindliche Färbung ein, wenn seine Dicke $h = 0{,}065$ mm beträgt.

Zwei Platten aus einachsigen Kristallen von der Dicke h_1 und h_2, welche parallel zur Achse geschnitten und derart übereinandergelegt sind, daß ihre Hauptschnitte zusammenfallen, bringen, wie man leicht einsieht, eine ebensolche Wirkung hervor, wie eine Platte von der Dicke $h = h_1 + h_2$. Ein ähnliches Ergebnis erhält man, wenn man in derselben Weise zwei verschiedene positive oder negative Kristalle vereinigt. Wenn man dagegen die Platten derart aufeinanderlegt, daß ihre Hauptschnitte senkrecht werden, so wird der ordentliche Strahl

der ersten Platte in der zweiten zum außerordentlichen Strahle und umgekehrt; sind dann die Platten von derselben Substanz, so bringen sie zusammengenommen dieselbe Wirkung hervor, wie eine Platte von der Dicke $h = h_1 - h_2$. Daher kann man auch das Auftreten von Farben bei großen Werten von $n_o - n_e$ beobachten, falls man z. B. zwei Kalkspatplatten von ungleicher Dicke „gekreuzt" übereinanderbringt. Eine ähnliche Erscheinung tritt auf, wenn man zwei beliebige positive oder negative Kristalle gekreuzt übereinanderlegt. Vereinigt man dagegen einen positiven Kristall mit einem negativen, so tritt, falls ihre Hauptschnitte parallel sind, gewissermaßen eine Subtraktion der Wirkungen, bei senkrechten Hauptschnitten eine Summation der Wirkungen ein.

Wir haben die Erscheinungen in Betracht gezogen, welche an einer planparallelen Platte auftreten, falls sie von parallelen Strahlen durchsetzt wird, und haben dabei das Auftreten einer gleichmäßigen Färbung festgestellt. Es ist leicht einzusehen, daß man farbige Kurven gleicher Dicke erhalten muß, falls die gewählte Platte nicht planparallel ist, so z. B. farbige Ringe, falls man statt einer Platte eine Linse anwendet.

Fig. 454.



§ 5. Einachsige Kristalle in konvergierenden Strahlen. Fallen auf die Oberfläche $ABCD$ (Fig. 454) eines einachsigen Kristalls geneigte Strahlen, welche in einer gewissen Ebene P polarisiert sind, so spaltet sich jeder Strahl KL in zwei Strahlen: in den ordentlichen LMN, welcher in der Einfallsebene verbleibt, und den außerordentlichen Strahl LPQ, welcher im allgemeinen aus dieser Ebene heraustritt. Ersterer ist in dem Hauptschnitte polarisiert, welcher durch den Strahl und die optische Achse hindurchgeht; letzterer in einer zum Hauptschnitte senkrechten Ebene. In der Richtung PQ tritt außer dem außerordentlichen Strahle LPQ auch noch der ordentliche Strahl SPQ aus, welcher durch Spaltung des Strahles TS entstanden ist. Hieraus ist ersichtlich, daß sich längs jeder der Geraden, welche den einfallenden Strahlen parallel sind, auf der anderen Seite der Kristallplatte zwei Strahlen ausbreiten, welche in den zueinander senkrechten Ebenen Q_1 und Q_2 polarisiert sind. Diese treten darauf in den Analysator ein, d. h. werden auf die gemeinsame Polarisationsebene A reduziert. Hier bleibt die Formel (3)

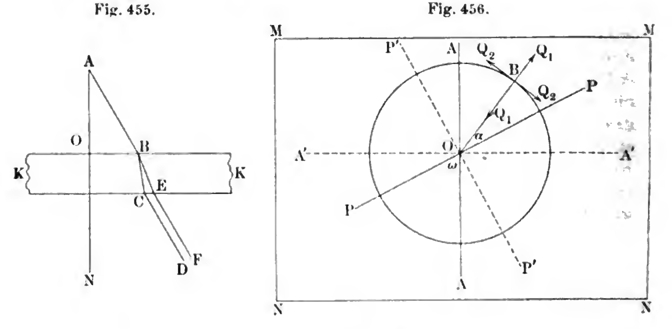
in Geltung, welche die Lichtstärke J_1 der in den Analysator eingetretenen Strahlen bestimmt. Wir wollen dieser Formel folgende Form geben:

$$J = J_0 \left\{ \cos^2 \omega - \sin 2\,\alpha \sin^2 (\alpha - \omega) \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right\} \quad . \; . \; . \quad (11)$$

wo ω der Winkel „zwischen den Nicols" ist, d. h. zwischen den Ebenen A und P, α der Winkel zwischen den Ebenen P und Q_1, also zwischen der Polarisationsebene des Polarisators und dem Hauptschnitte des Kristalls; φ ist die Phasendifferenz der beiden Strahlen PQ (Fig. 454), welche die Platte verlassen haben.

Fallen auf die Platte divergierende Strahlen, so entspricht einer jeden Richtung offenbar nicht ein einziger Strahl, was physikalisch unmöglich ist, sondern ein ganzes Bündel untereinander paralleler Strahlen.

Fig. 455. Fig. 456.



Jeder Richtung entsprechen dann bestimmte Winkel α und φ, folglich auch eine bestimmte Lichtstärke J bei homogenen Strahlen und eine bestimmte Farbe bei einfallendem weißen Lichte. Wenn man jedes der Bündel von parallelen Strahlen, welche die Platte durchsetzt haben, in einem Punkte einer gewissen Ebene S sammelt, so erscheinen auf letzterer Kurven, welche der Erscheinung der chromatischen Polarisation für den gegebenen besonderen Fall entsprechen. Blickt man durch eine Turmalinzange, welche einen Kristall enthält, so tritt die Netzhaut an Stelle jener Ebene S. Theoretisch läßt sich die Form jener Kurven bestimmen, wenn man annimmt, daß von einem Punkte A aus (Fig. 455) divergierende Strahlen auf eine Platte KK fallen. Jeder Richtung AB entsprechen bestimmte Werte von α, ω, φ und J oder eine bestimmte Farbe, welche auch in einem entsprechenden Punkte B' der Projektionsebene S auftritt. Die Punkte B' haben aber auf der Ebene S dieselbe Anordnung, wie die Punkte B auf der Kristalloberfläche. Wir können daher die Größe J oder die entsprechende Farbe für den Punkt B

ermitteln, d. h. auf geometrischem Wege die gesuchten Kurven auf der Kristalloberfläche erhalten.

Ist die Platte aus einem einachsigen Kristall senkrecht zur Achse herausgeschnitten, dann verbleiben beide Strahlen in der Einfallsebene (Fig. 455). Die ordentlichen Strahlen sind in Ebenen polarisiert, welche durch die Senkrechte AN gehen, die außerordentlichen Strahlen in senkrecht zu jenen gelegenen Ebenen. In Fig. 456 ist $MMNN$ die Plattenoberfläche; O und B sind Punkte, welche den gleichen Buchstaben in Fig. 455 entsprechen, so daß durch O ein zu der Platte senkrechter Strahl hindurchgeht. Der durch B gehende Strahl hat die Einfallsebene OB; $Q_1 Q_1$ und $Q_2 Q_2$ sind die Polarisationsebenen der Strahlen, in welche er zerfällt; PP und AA sind die Polarisationsebenen der beiden Nicols; endlich ist $\angle POA = \omega$, $\angle POB = \alpha$. Alle Punkte der durch O gehenden Geraden haben ein gemeinsames α, aber verschiedene φ, welche mit Zunahme des Neigungswinkels der Strahlen offenbar auch zunehmen. Es muß daher längs jeder Geraden, welche durch O geht, dieselbe Lichtstärke J oder dieselbe Farbe auftreten, welche bei gegebenen α und ω der zunehmenden Plattendicke für parallele Strahlen entspricht. Alle Punkte, welche gleichen Abstand von O haben, unterscheiden sich durch den Winkel α, man erhält daher längs einer Kreislinie mit dem Mittelpunkt O jene Reihenfolge der Helligkeiten oder Färbungen, welche man bei Drehung des Kristalls in parallelen Strahlen beobachtet, wenn bei konstanten Werten für ω und φ sich die Werte für α ändern.

Fig. 457.



Wir betrachten einige besondere Fälle:

Die Nicols seien in paralleler Lage ($\omega = 0$); es ist dann

$$J = J_0 \left(1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right).$$

Für $\alpha = 0$ und $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ist $J = J_0$ unabhängig von φ, d. h. für alle Abstände des Punktes B von O. Die Figur ist von einem hellen Kreuze durchschnitten, dessen Arme zu der gemeinsamen Ebene A und P parallel bzw. senkrecht sind. Ein anderer Wert für α gibt einen Wert für J, der sich zwischen den Grenzen J_0 und $J_0\,(1 - \sin^2 2\alpha)$ ändert, und zwar für $\alpha = 45^0$ zwischen J_0 und Null. In homogenem Lichte erhält man eine Reihe konzentrischer heller und dunkler Ringe, durchschnitten von einem hellen Kreuze, vgl. Fig. 457. Bei einfallendem weißen Lichte ist die Zahl der Ringe klein und das Kreuz weiß. Die dunkelsten oder die am stärksten gefärbten Stellen der Ringe liegen bei $\alpha = \pm 45^0$.

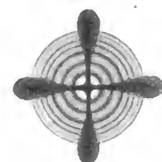
Die Nicols seien **gekreuzt** ($\omega = 90^0$); es ist dann

$$J = J_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

Für $\alpha = 0$ und $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ist $J = 0$, welches auch die Werte von φ sein mögen; man erhält also ein **schwarzes Kreuz**. Zwischen den Armen jenes Kreuzes befinden sich helle und dunkle oder gefärbte konzentrische Ringe. Die Farbenfolge ist hier die gleiche, wie bei den Newtonschen Farbenringen. Dies stellt die Fig. 458 dar. Bei einfallendem homogenen Licht erhält man eine große Anzahl Ringe.

Es kann nicht schwer fallen, vorauszusagen, was für ein Bild bei beliebiger Lage des Nicols eintreten muß, wo ω einen ganz willkürlichen Wert hat. Vergleicht man Fig. 453 mit 456 und berücksichtigt S. 793, so findet man, daß im allgemeinen zwei helle Kreuze entstehen müssen, welche das Gesichtsfeld in acht Sektoren teilen; die Färbung der geradzahligen und ungeradzahligen Sektoren ist eine verschiedene.

Fig. 458.



Einige einachsige Kristalle zeigen Erscheinungen, welche von den oben betrachteten normalen wesentlich abweichen. So geben z. B. senkrecht zur Achse geschliffene Apophylitplatten im weißen Lichte Ringe, deren Farben abwechselnd dunkelviolett und schmutzig gelb sind. Es erklärt sich dies dadurch, daß der Apophylit für rote Strahlen einen positiven, für blaue Strahlen einen negativen Kristall darstellt: für gelbe Strahlen endlich besitzt er überhaupt nicht die Fähigkeit der Doppelbrechung.

Bei einer **einachsigen parallel zur Achse** geschnittenen Platte tritt der außerordentliche Strahl im allgemeinen aus der Einfallsebene heraus, und ist φ für Punkte, welche gleichen Abstand von dem Mittelpunkte O (Fig. 455) haben, verschieden. Dieser Fall unterscheidet sich dadurch wesentlich von dem vorhergehenden, daß alle Ebenen Q_1 der homogenen Strahlen die Kristalloberfläche in Geraden schneiden, welche sowohl untereinander, als auch zu der in derselben Ebene gelegenen Achse parallel sind. Man kann daher α als allen Punkten der Platte gemeinsam ansehen, welche sich nur durch den Wert für φ unterscheiden. Ist $\alpha = 0$ oder $\alpha = \frac{\pi}{2}$, so ist bei parallelen Nicols das ganze Gesichtsfeld gleichmäßig hell, bei gekreuzten Nicols gleichmäßig dunkel. Keine chromatische Polarisation tritt auf, wenn der Hauptschnitt der Ebene parallel zu einer der Polarisationsebenen des Nicols ist. Bei anderer Lage der Platte entsteht eine Figur, welche aus zwei Hyperbelsystemen besteht (Fig. 459). Die Asymptoten, welche sich in der Mitte der Figur

treffen, sind hell bei parallelen Nicols und dunkel bei gekreuzten. Die Kurven treten am schärfsten hervor bei $\alpha = 45^0$, d. h. wenn der Hauptschnitt des Kristalls mit der Polarisationsebene der auf die Platte einfallenden Strahlen einen Winkel von 45^0 bildet.

§ 6. Isochromatische Flächen. Bertin hat den Begriff der isochromatischen Flächen eingeführt, und ihre Bedeutung für Fragen gezeigt, welche der im vorhergehenden Paragraphen behandelten analog sind. Es sei O ein gewisser, im Innern des Kristalls befindlicher Punkt, von dem aus sich nach allen Richtungen Strahlen ausbreiten, und zwar je zwei nach derselben Richtung. Jedem Punkte A entspricht ein bestimmter optischer Gangunterschied δ zweier Strahlen, welche von O

Fig. 459.

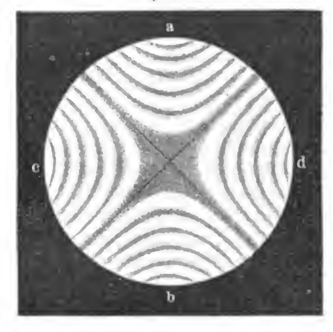


Fig. 460.



nach A gelangt sind. Ist die Entfernung $OA = r$, die Dauer einer Schwingung T, die Ausbreitungsgeschwindigkeit des einen Strahles V_1, des anderen V_2, die Wellenlänge bei beiden Strahlen $\lambda_1 = V_1 T$ und $\lambda_2 = V_2 T$, so ist offenbar

$$\delta = \frac{r}{\lambda_1} - \frac{r}{\lambda_2} = \frac{r}{T}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

Den geometrischen Ort der Punkte, für welche der Gangunterschied δ, folglich auch die Phasendifferenz zweier Strahlen die gleiche ist, bezeichnet Bertin als isochromatische Fläche. Ihre Gleichung lautet $\delta = C$, wo C eine Konstante ist oder

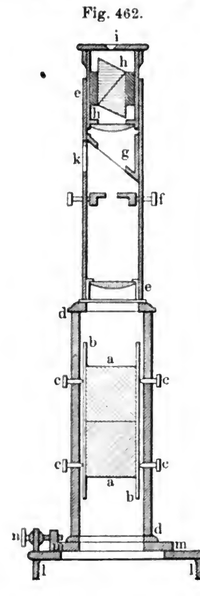
$$r\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = C \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

V_1 und V_2, folglich auch r, sind Funktionen der Richtung. In einachsigen Kristallen ist in der Achsenrichtung $V_1 = V_2$ und somit $r = \infty$ für alle Flächen (12). In diesen Kristallen haben die iso-

chromatischen Flächen die in Fig. 460 abgebildete Gestalt. Es sind dies Rotationsflächen vierter Ordnung. Die Achse hat die Richtung der Kristallachse; die Meridionalkurven in den mittleren Teilen sind nur wenig von Hyperbeln verschieden, sie haben jedoch keine Asymptoten. Bertin hat folgenden Satz bewiesen: Denkt man sich den Mittelpunkt O aller isochromatischen Flächen, welche den verschiedenen Werten von δ oder den verschiedenen Werten von C entsprechen, in irgend einem Punkte der Kristallflächen gelegen, so stellen die Durchschnitte dieser Flächen mit einer anderen Kristallfläche die gesuchten Kurven dar, welche für eine gegebene Platte die Erscheinung der chromatischen Polarisation bei konvergierenden Strahlen charakterisieren. Fig. 460 zeigt, daß für einachsige Kristalle die isochromatischen Kurven konzentrische Kreise sind, falls die Platte senkrecht zur optischen Achse geschnitten ist; die Kurven unterscheiden sich nur wenig von Hyperbeln, wenn die Platte parallel zur Achse herausgeschnitten ist, denn der mittlere Teil der in Fig. 460 dargestellten krummen Fläche unterscheidet sich nur wenig von einem Rotationshyperboloid.

Fig. 461.

Fig. 462.



Sind die Seitenflächen der Platte gegen die Kristallachse geneigt, so entstehen Kurven, welche sich nur wenig von Ellipsen oder Hyperbeln unterscheiden.

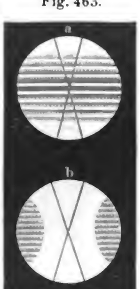
Für zweiachsige Kristalle ist in den Richtungen der optischen Achsen der Strahlen $V_1 = V_2$; in diesen Richtungen muß der Radiusvektor r der isochromatischen Fläche gleich ∞ sein. Fig. 461 zeigt eine derartige Fläche; durch Punkte ist die Richtung der optischen Achsen und der Durchschnitt des Oberflächenteiles angedeutet, welcher einem kleinen Werte von δ entspricht.

§ 7. Polariskop von Savart. Dieser Aparat zeichnet sich durch ungewöhnliche Empfindlichkeit aus und dient dazu, die geringsten Spuren von Polarisation in einem gegebenen Strahlenbündel nachzuweisen. Sein wesentlichster Bestandteil ist eine Savartsche Platte, welche aus zwei Platten eines einachsigen Kristalls besteht, nämlich aus zwei Quarz-

platten, die unter einem Winkel von 45° gegen die optische Achse herausgeschliffen und derart übereinandergelegt sind, daß ihre Hauptschnitte zueinander senkrecht stehen. Im Savartschen Polariskop befindet sich eine derartige Platte in solcher Lage vor einem als Analysator dienenden Nicol, daß dessen Polarisationsebene den Winkel zwischen den Hauptschnitten der beiden Plattenhälften halbiert.

Fig. 462 zeigt uns ein Savartsches Polariskop; *a* und *a* sind die beiden Quarzplatten, *h* der Analysator; *ee* ist ein kleines Fernrohr mit schwacher Vergrößerung; in der Brennebene *f* des Okulars befinden sich Fäden, auf welche seitlich durch die Öffnung *k* einfallendes Licht durch die Glasplatte *g* reflektiert wird, um die Fäden zu beleuchten; durch die kleine Öffnung *i* blickt der Beobachter. Das Fernrohr muß auf unendliche Entfernung eingestellt sein, da die Interferenzstreifen, von denen sogleich die Rede sein wird, in der Unendlichkeit erscheinen.

Fig. 463.



Gelangen in den Apparat Strahlen, welche auch nur eine minime Beimengung von polarisierten Strahlen haben, so tritt im Gesichtsfelde eine Reihe von Streifen auf, wie sie in Fig. 463 abgebildet sind; sie sind senkrecht zur Polarisationsebene des Analysators *h* (die beiden Kreuzfäden sind gleichfalls abgebildet). Jene Streifen sind besonders deutlich, wenn die einfallenden Strahlen in einer Ebene polarisiert sind, die den Streifen selbst parallel ist, also z. B. bei gekreuzten Nicols. Bei Drehung des Polariskops um 45° tritt inmitten des Gesichtsfeldes ein heller Querstreifen auf (Fig. 463 b). Die Streifen verschwinden, wenn das in den Apparat eintretende Licht völlig unpolarisiert ist oder wenn es aus Strahlen von gleicher Intensität (Amplitude) besteht, welche in zwei aufeinander senkrechten Ebenen polarisiert sind. Hierauf beruht die Verwendung des Polariskops im Wildschen Photometer (S. 459).

§ 8. Zweiachsige Kristalle in konvergierenden Strahlen. Von zweiachsigen Kristallen eignen sich besonders Gips und Glimmer für die Beobachtung. Gips läßt sich leicht parallel zur Ebene der optischen Achsen spalten; aus Glimmer hingegen erhält man leicht sehr dünne Plättchen, welche senkrecht zur mittleren Achse sind, die den spitzen Winkel zwischen den optischen Achsen halbiert. Die Erscheinungen, welche in zweiachsigen Kristallen bei konvergierenden Strahlen auftreten, wollen wir nicht theoretisch untersuchen, sondern uns darauf beschränken, sie zu beschreiben.

Ist die Platte aus einem Kristall senkrecht zur Mittellinie herausgeschnitten, welche den Winkel zwischen den optischen Achsen halbiert,

so entsteht zwischen gekreuzten Nicols die Fig. 464, falls die Ebene der optischen Achsen einer der Polarisationsebenen P oder A der Nicols parallel ist. Die Figur besteht aus einem dunkeln Kreuze, dessen Arme den Ebenen P und A parallel sind; ferner tritt eine Reihe von Linien auf, die, wie die Theorie zeigt, Lemniskaten sind, d. h. Linien, für deren sämtliche Punkte das Produkt ihrer Entfernungen ϱ_1 und ϱ_2 von zwei gegebenen Punkten, den sogenannten Polen, einen konstanten Wert C hat, so daß die Lemniskatengleichung folgende Form hat: $\varrho_1 \varrho_2 = C$. Ist $C < \frac{a^2}{4}$, wo a die Entfernung der Pole voneinander bedeutet, so besteht jede der Lemniskaten aus zwei gleichen, gesonderten, geschlossenen Kurven, welche je eines der Mittelpunkte umkreisen.

Ist $C = \frac{a^2}{4}$, so haben beide Kurven einen gemeinsamen Punkt in der Mitte zwischen den Polen, denn es ist für diesen Punkt offenbar

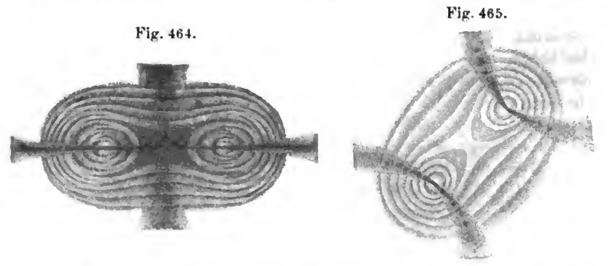


Fig. 464. Fig. 465.

$\varrho_1 \varrho_2 = \frac{a^2}{4}$ und die Lemniskaten erinnern in ihrer Gestalt an eine liegende Acht (∞). Endlich stellen bei $C > \frac{a^2}{4}$ die Lemniskaten geschlossene Kurven dar, welche beide Pole umschließen; die Lage der Lemniskatenpole wird durch die Richtung der optischen Achsen bestimmt. Mit dieser Kurvenform stimmt die Gestalt der isochromatischen Fläche der zweiachsigen Kristalle (Fig. 461) überein. Eine zur vertikalen Achse senkrechte Ebene schneidet die Flächen, für welche δ einen kleinen Wert hat (s. die punktierten Linien), in zwei geschlossenen Kurven; die eine Fläche, welche unsere Ebene tangiert, liefert eine Kurve von der Form ∞. Endlich schneiden sich die übrigen vom Mittelpunkt entfernteren Flächen mit derselben Ebene längs geschlossenen Lemniskaten. Bei parallelen Nicols entsteht an Stelle des dunkeln Kreuzes ein weißes. Dreht man bei gekreuzten Nicols die Platte derart, daß die Ebene der Achsen mit einer der Ebenen A oder P einen gewissen Winkel bildet, so dreht sich das System der Lemniskaten, ohne

Änderung zu erfahren, das dunkle Kreuz aber zerfällt in zwei dunkle Kurven. Beträgt jener Winkel 45°, so entsteht die Fig. 465; die dunkeln Kurven haben sich hier in Hyperbelbögen verwandelt. Ist die Kristallplatte sehr dünn, oder ist der Winkel zwischen den Achsen sehr klein, so können die inneren Lemniskaten auch gänzlich fehlen.

Schneidet man aus einem zweiachsigen Kristall eine Platte senkrecht zu einer der optischen Achsen heraus, so entsteht ein System von konzentrischen Ringen; die in Fig. 461 abgebildete Form der isochromatischen Flächen stimmt hiermit vollkommen überein. Die Ringe werden von zwei dunkeln Streifen geschnitten, welche im allgemeinen nicht senkrecht zueinander sind. Bei gekreuzten oder parallelen Nicols fallen diese Streifen in einen einzigen zusammen; es entspricht dies dem durch Fig. 466 dargestellten Falle. Ist die Platte parallel zur Ebene der optischen Achsen herausgeschnitten, so erscheint zwischen den Nicols ein System von Hyperbeln; ihre ungefähre Anordnung läßt sich leicht voraussehen, wenn man sich abermals der in Fig. 461 dargestellten isochromatischen Fläche zuwendet. Bei Kombinierung mehrerer zweiachsiger Kristallplatten erhält man im allgemeinen recht verwickelte Figuren.

Fig. 466.



Die Figuren lassen sich keineswegs in allen zweiachsigen Kristallen beobachten. In sehr vielen Fällen beobachtet man in weißem Lichte Figuren, die mit ihrer seltsamen Farbenfolge und ihrem allgemeinen Charakter durchaus nicht an jene oben erwähnten Figuren erinnern. Im homogenen Lichte dagegen geben eben jene Kristalle dunkle und helle Linien, welche vollkommen normale Figuren bilden, so z. B. Lemniskaten und ein dunkles Kreuz oder dunkle Hyperbeln (wenn die Platte senkrecht zur Mittellinie herausgeschnitten ist). Nimmt man die Beobachtungen in homogenem Lichte von wechselnder Wellenlänge λ vor, so sieht man, daß die Lemniskaten für jede andere Farbe anders gelegene Pole haben; dementsprechend haben auch das Kreuz oder die Hyperbeln eine verschiedene Anordnung. Wie vorhin gesagt worden, wird die Lage der Lemniskatenpole durch die Richtung der optischen Kristallachsen bestimmt. Die ungleiche Lage der Pole für verschiedene Werte von λ weist darauf hin, daß die Richtung der optischen Achsen in vielen zweiachsigen Kristallen für verschiedene λ, d. h. für Strahlen von verschiedener Brechbarkeit, verschieden ist. Man bezeichnet diese Erscheinung als Dispersion der optischen Achsen. Wie groß diese Dispersion sein kann, sieht man daraus, daß z. B. für Seignettesalz (weinsaures Doppelsalz des Kaliums und Natriums) die Differenz der Winkel zwischen den Achsen für rote und violette Strahlen bis zu 20° geht. Man unterscheidet mehrere Fälle der Dispersion der Achsen.

Bei den Kristallen des rhombischen Systems ist die Mittellinie für alle Werte von λ die gleiche; die Ebenen der Achsen fallen gewöhnlich zusammen, der Winkel, den die Achsen miteinander bilden, ist aber ein verschiedener. Hierher gehören Aragonit, Topas, Seignettesalz, Salpeter u. a. Es gibt jedoch auch Kristalle, wie z. B. Glauberit und insbesondere Brookit (Titansäure), bei denen die Ebenen der optischen Achsen für verschiedene λ aufeinander senkrecht sind.

Fig. 467.

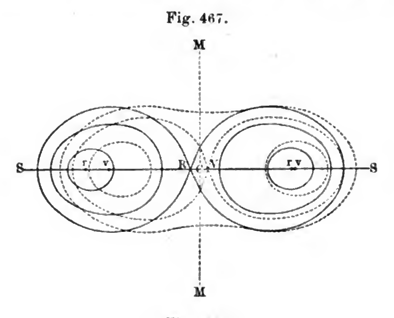
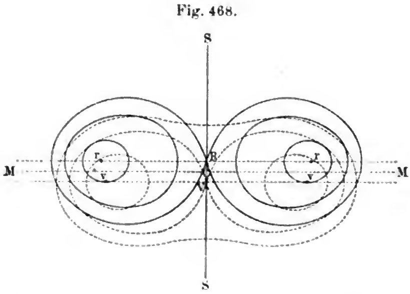


Fig. 468.



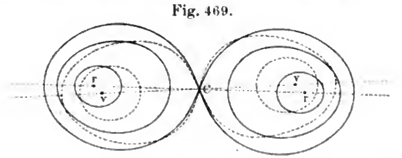
Bei den Kristallen des monoklinen Systems unterscheidet man drei Fälle von Dispersion der optischen Achsen:

1. Geneigte Dispersion, wenn die Achsen für alle Werte von λ in einer und derselben Ebene liegen, wobei indes die Mittellinien nicht zusammenzufallen brauchen. Hierher gehört Gips, Diopsid, ameisensaures Kupferoxyd u. a. Fig. 467 zeigt die Lage der Lemniskaten für rote (ausgezogene Linien) und für violette (punktierte Linien) Strahlen; *rr* und *vv* sind die entsprechenden Lemniskatenpole; *R* und *V* deuten die Lagen der Mittellinien an.

2. Horizontale Dispersion, wenn die Halbierungsgerade des stumpfen Winkels der optischen Achsen für alle Werte von λ die gleiche ist. Die optischen Achsen liegen hier in Ebenen, welche sich längs jener Halbierungsgeraden schneiden, welche demnach die Kristallfläche in parallelen Geraden schneiden, falls diese Fläche zu einer jener Ebenen senkrecht ist. Hierher gehört der Feldspat. Die vorliegende Erscheinung wird durch Fig. 468 veranschaulicht.

3. Gekreuzte Dispersion, wenn die Mittellinie, also die Halbierende des spitzen Winkels der optischen Achsen, allen Werten von λ

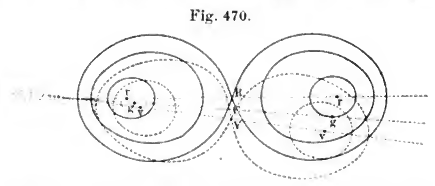
Fig. 469.



gemeinsam ist, die Ebenen der Achsen aber nicht die gleichen sind (Borax). Fig. 469 zeigt die Lage der roten und violetten Lemniskaten in diesem Falle.

Bei den Kristallen des triklinen Systems kommen verschiedene Kombinationen aller drei Arten von Dispersion der optischen Achsen vor. Als Beispiel hierfür können die Kristalle des doppeltchromsauren Kaliums dienen. Fig. 470 erläutert dies; die Punkte *rr*, *gg*, *vv* entsprechen den optischen Achsen der roten, gelben und violetten Strahlen.

Fig. 470.



In der Natur kommen zahlreiche Kristalle vor, welche verschiedenartige optische Anomalien zeigen; hierher gehören die Kristalle des regulären Systems, welche Doppelbrechung zeigen, Kristalle des quadratischen oder hexagonalen Systems, welche optisch zweiachsig sind usw. Die Frage der optischen Anomalien haben viele Gelehrte näher untersucht, insbesondere Mallard und Brauns.

Eine sehr bemerkenswerte anomale Dispersion der Achsen hat Dufet (1901) am Neodymsulfat und Praseodymsulfat entdeckt. Der Charakter dieser Erscheinungen ist vollkommen analog der anomalen Dispersion bei einfacher Brechung, und tritt diese wie jene in dem

Teile des Spektrums auf, in welchem die gegebene Substanz totale Absorption besitzt.

Sehr schöne Tafeln mit Photographien der in einachsigen und zweiachsigen Kristallen bei konvergierenden Strahlen zustande kommenden Interferenzfiguren hat Hauswaldt (1902) veröffentlicht.

§ 9. Einfluß der Temperatur auf die optischen Eigenschaften der Kristalle. Die Kristalle des regulären Systems sind optisch isotrop und behalten diese Eigenschaft bei allen Temperaturen.

Die einachsigen Kristalle bleiben einachsig bei allen Temperaturen; die Brechungsquotienten der beiden Strahlen aber ändern sich mit der Temperatur, und zwar in verschiedenem Grade für die verschiedenen Werte von λ. Es kann der Fall eintreten, daß ein Kristall bei einer gewissen Temperatur für einen bestimmten Wert von λ isotrop wird, für alle übrigen λ aber einachsig bleibt.

Bei den zweiachsigen Kristallen ist der Einfluß der Temperatur auf die Lage der optischen Achsen bisweilen sehr groß. So nehmen z. B. für Gips die Winkel zwischen den Achsen bei Temperatursteigerung bis auf Null ab, so daß der Gips für einen bestimmten Wert von λ einachsig wird. Erhöht man die Temperatur noch weiter, so beginnen die diesem λ entsprechenden Achsen von neuem zu divergieren und ordnen sich in einer Ebene an, welche senkrecht zu jener ist, in der sie bei niedriger Temperatur lagen. Diese Erscheinungen sind von Descloiseaux näher untersucht worden.

§ 10. Viertelwellen- und Halbwellenplättchen. Kompensatoren. Wenn geradlinig polarisierte Strahlen senkrecht auf eine parallel zur Achse aus einem einachsigen Kristall herausgeschnittene Platte fallen, oder auf eine zweiachsige Kristallplatte, welche parallel zur Ebene der optischen Achsen herausgeschnitten ist (Gips), oder senkrecht zu dieser Ebene und zur Mittellinie, d. h. zur Halbierungsgeraden des spitzen Winkels zwischen diesen Achsen (Glimmer), dann treten aus einer solchen Platte in der Richtung jeder Senkrechten zwei Strahlen heraus, welche in senkrecht aufeinanderstehenden Ebenen polarisiert sind. Die Amplituden der Schwingungen dieser beiden Strahlen sind

$$a_1 = a \cos \alpha; \quad a_2 = a \sin \alpha \quad \cdots \quad (13)$$

wo a die Amplitude der einfallenden Strahlen ist, α der Winkel zwischen der Polarisationsebene dieser Strahlen und der Polarisationsebene der Strahlen, welche die Schwingungsamplitude a_1 haben. Die Phasendifferenz φ der Strahlen, welche die Platte verlassen, der im besonderen Falle die Formel (6) auf S. 790 entspricht, kann allgemein in folgender Form dargestellt werden:

$$\varphi = \frac{2\pi h}{\lambda}(n_1 - n_2) \quad \cdots \quad (14)$$

wo h die Plattendicke, λ die Wellenlänge in der Luft, $n_1 = \frac{V}{V_1}$, $n_2 = \frac{V}{V_2}$ ist; hierbei ist V die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Strahles im Vakuum, V_1 und V_2 die Geschwindigkeiten beider Strahlen innerhalb der Platte. Wir setzen voraus, es sei $V_1 < V_2$, d. h. $n_1 > n_2$. Ist $\varphi = \frac{\pi}{2}$, so ist der Gangunterschied $\delta = \frac{\lambda}{4}$, und man erhält die Beziehung

$$\delta = \frac{\lambda}{4} = h(n_1 - n_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Die Platte, für welche $\varphi = \frac{\pi}{2}$ oder $\delta = \frac{\lambda}{4}$ ist, werden wir der Kürze halber als „Viertelwellenplättchen" oder „$\frac{\lambda}{4}$-Plättchen" bezeichnen. Weiter unten werden wir sehen, eine wie große Bedeutung eine solche Platte bei vielen Untersuchungen hat; sie läßt sich unschwer aus den Plättchen herausfinden, in welche sich der Glimmer so leicht spaltet. Man kann sie erkennen, indem man sie auf den unteren Spiegel des Nörrenbergschen Apparates (Fig. 400, S. 704) legt, was einer Verdoppelung ihrer Dicke entspricht; bei den beiden Hauptstellungen des oberen Analysators erscheint sie purpurrot bzw. grüngelb gefärbt. Diese Platte ist nun aber, streng genommen, ein Viertelwellenplättchen nur für einen Strahl von bestimmter Brechbarkeit, d. h. für einen bestimmten Wert von λ. Hat man sie in der angegebenen Weise ausgewählt, so ist sie ein Viertelwellenplättchen für den mittleren Teil des Spektrums, für gelbe Strahlen. Beim Glimmer beziehen sich V_1 und n_1 auf den Strahl, bei welchem die Schwingungen in der Ebene der optischen Achsen erfolgen. Die Spur dieser Ebene, längs welcher sich das Plättchen leicht spaltet, wird auf demselben durch einen Pfeil angedeutet.

Bisweilen gebraucht man auch „Halbwellenplättchen", für welche $\delta = \frac{\lambda}{2}$ ist; diese werden aus Gips hergestellt. Zwischen gekreuzten Nicols geben sie jene empfindliche Färbung, von welcher auf S. 785 die Rede war.

Als Kompensatoren bezeichnet man Apparate, welche dazu dienen, in den Weg der Strahlen eine Platte einzuschalten, in der sich die Phasendifferenz φ oder der Gangunterschied δ zweier Strahlen leicht innerhalb weiter Grenzen und in bekannter Weise ändern läßt. Weshalb man gerade diese Benennung gewählt hat, wird uns aus dem Folgenden klar werden. Den wesentlichsten Bestandteil des Babinetschen Kompensators bilden zwei prismatische Quarzplatten P_1 und P_2 (Fig. 472), welche gegeneinander unter sehr kleinem Winkel geneigt sind. In Fig. 471 hat man einen horizontalen Querschnitt jener beiden Quarzprismen vor sich. Beide Platten sind parallel zur optischen Achse

herausgeschnitten, jedoch ist bei einer derselben die Achse parallel, bei der anderen senkrecht zur brechenden Kante des Prismas. Hieraus ist ersichtlich, daß die Hauptschnitte der Prismen aufeinander senkrecht sind und jeder ordentliche Strahl des einen Prismas im anderen sich in einen außerordentlichen Strahl verwandelt und umgekehrt. Beide Prismen befinden sich in einer Metallfassung (Fig. 473), welche auf beiden Seiten runde Öffnungen freiläßt. Das Aufsatzrohr l dient dazu, den Kompensator an anderen Apparaten anzubringen. Die Lichtstrahlen gehen in der Richtung SS' (Fig. 471) hindurch; in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden sich sehr nahe beieinander zwei vertikale Fäden oder auch nur ein Faden, oder es ist endlich auf dem Prisma P_1 inmitten des Gesichtsfeldes ein vertikaler Strich eingeritzt. Das Prisma P_1 ist unbeweglich, das andere, P_2, dagegen läßt sich durch Drehung des Schraubenkopfes R nach rechts oder links verschieben; hierbei bleiben die einander zugekehrten Seitenflächen der Prismen

Fig. 471.

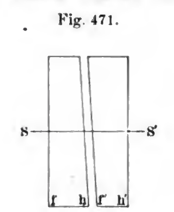


Fig. 472.

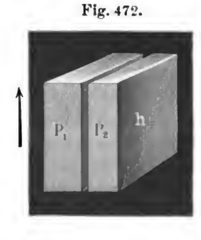
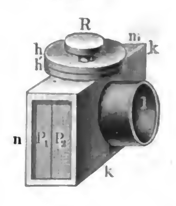


Fig. 473.



einander parallel. Die Größe der Verschiebung wird durch den Winkel bestimmt, um den sich R gedreht hat. Wir wollen nun die Strahlen SS' betrachten, welche den Faden oder den in P_1 eingeritzten Strich schneiden. Bei der in Fig. 471 dargestellten mittleren Lage der Prismen durchdringen die Strahlen gleich dicke Stellen der beiden Prismen, man sieht daher ein, daß der Gangunterschied zweier senkrecht zueinander polarisierter Strahlen innerhalb des Kompensators gleich Null ist. Zwischen gekreuzten Nicols, deren Ebenen Winkel von 45° mit den Hauptschnitten der Prismen bilden, entsteht ein dunkles Gesichtsfeld, richtiger gesagt, nimmt der vertikale dunkle Streifen die ganze Mitte des Gesichtsfeldes ein. Verschiebt man das Prisma P_2 in der Pfeilrichtung (Fig. 472), so hat jeder Strahl innerhalb P_1 eine dickere Schicht zu durchlaufen, als innerhalb P_2. Das Umgekehrte tritt ein, wenn man das Prisma P_2 nach links, vom Beobachter aus gesehen, verschiebt, den man sich auf der rechten Seite stehend denkt. In beiden Fällen wirkt der Kompensator wie eine einachsige Platte, welche parallel zur Achse herausgeschnitten ist, und eine Dicke hat, die gleich der Differenz der Weglängen ist, welche der Strahl SS_1 in beiden

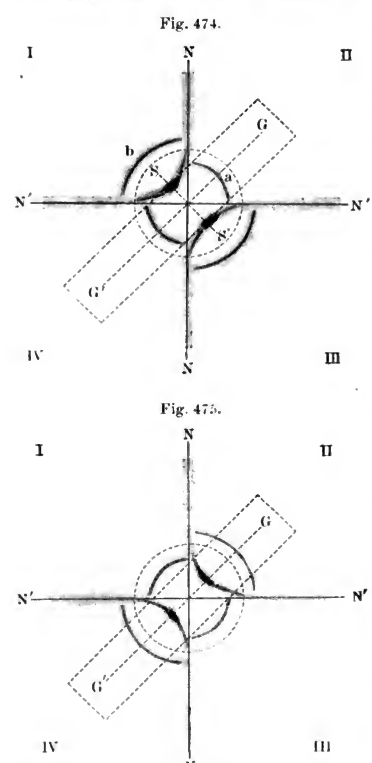
Prismen zurückgelegt hat. Je nach der Richtung, in welcher sich das Prisma P_2 verschiebt, wirkt der Kompensator wie ein positiver oder negativer Kristall. Jeder Lage des Prismas P_2 oder des Schraubenkopfes R entspricht ein bestimmter Gangunterschied δ der beiden Strahlen, den man finden kann, wenn man den Kompensator für ein bestimmtes λ kalibriert. Wie wir sahen, ist $\delta = 0$, wenn bei der vorhin angegebenen Lage des Nicols in der Mitte des Gesichtsfeldes für alle Werte von λ ein dunkler Streifen erscheint. Im Gesichtsfelde ist zu beiden Seiten von jenem zentralen eine Reihe anderer Streifen sichtbar. Diese Streifen verschieben sich, wenn R gedreht wird; sie ziehen der Reihe nach durch die Mitte des Gesichtsfeldes, wenn $\delta = \pm\lambda, \pm 2\lambda, \pm 3\lambda$ usw. ist. Beobachtet man daher die Stellungen von R, bei welchen sich die Streifen in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden (wo der erwähnte Faden oder Strich sichtbar ist), so erhält man ein für allemal diejenigen Werte von δ, welche den verschiedenen Stellungen des Schraubenkopfes R entsprechen. Soleil hat diesen Kompensator vervollkommnet; in seiner Anordnung sind auch zwei solche prismatische Platten, wobei aber in beiden die optische Achse, die parallel den Seiten der Platten ist, zugleich parallel ihren Kanten ist. Neben ihnen befindet sich noch eine planparallele Quarzplatte, deren Achse parallel zu ihren Seiten liegt, aber senkrecht zu den Achsen der beiden prismatischen Platten. Bei der Nullage ist die Dicke der doppelten Platte gleich der Dicke der planparallelen, so daß sie zusammen $\delta = 0$ ergeben. Indem man das eine der Prismen auf die eine oder die andere Seite verschiebt, kann man einen der Größe und dem Vorzeichen nach beliebigen Wert von δ erhalten. Lummer und Kynast (1907) konstruierten einen sehr vollkommenen „Spektralapparat zur Messung von Polarisationen und Phasendifferenzen". Mit der Theorie und der Vervollkommnung des Kompensators haben sich W. Voigt, K. E. F. Schmidt, Macé de Lépinay, M. Levy (Kompensator zu mikroskopischen Untersuchungen), Szivessy und andere beschäftigt.

§ 11. Bestimmung des Charakters der Kristalle. Einachsige und zweiachsige Kristalle lassen sich relativ leicht voneinander unterscheiden, wenn man die in ihnen auftretenden Erscheinungen der chromatischen Polarisation bei gekreuzten Nicols in konvergierenden Strahlen beobachtet. Hier wollen wir einige speziellere Fragen erläutern, die sich auf die besonderen Eigentümlichkeiten der Kristalle beziehen.

I. Bestimmung des Vorzeichens einachsiger Kristalle.

Erste Methode: Eine senkrecht zur Achse aus dem Kristall herausgeschnittene Platte legt man auf eine andere aus einem einachsigen Kristall von bekanntem Vorzeichen ebenfalls senkrecht zur Achse herausgeschnittene Platte, bringt beide zwischen gekreuzte Nicols und beobachtet in konvergierenden Strahlen das hierbei auftretende

Kreuz und die Ringe (Fig. 458, S. 798). Bringt die erste Platte eine Verengung der Ringe hervor, so sind beide Platten von demselben Vorzeichen, verbreitern sich dagegen die Ringe, so sind sie von entgegengesetztem Vorzeichen.



Zweite Methode: Man bringt die senkrecht zur Achse herausgeschnittene Platte zwischen gekreuzte Nicols und schaltet hierauf ein Viertelwellenplättchen aus Glimmer zwischen den zu untersuchenden Kristallen und einem der Nicols ein, wobei die Ebene der optischen Achsen des Glimmerplättchens einen Winkel von 45° mit den Polarisationsebenen der Nicols bilden muß. Es sei GG' (Fig. 474) die Spur dieser Ebene, welche der Seite des viereckigen Glimmerplättchens parallel ist. Es verschwindet dann das dunkle Kreuz von den Stellen, bis zu denen das Blättchen reicht. Ist der Kristall positiv, so verbreitern sich die Ringe in den beiden Quadranten, durch welche die Ebene GG' geht, in den beiden anderen werden sie schmäler und es erscheinen auf SS' in der Nähe des Zentrums zwei schwarze Flecke (Fig. 474). Ist der Kristall negativ, so entsteht die Fig. 475: die Ringe verengern sich, und die schwarzen Flecke treten auf in den Quadranten, durch welche die Ebene GG' geht.

II. Bestimmung des Vorzeichens zweiachsiger Kristalle. Wenn die der Mittellinie (der Halbierenden des Winkels zwischen den optischen Achsen) parallelen Schwingungen sich mit der geringsten Geschwindigkeit ausbreiten, so heißt der Kristall positiv; ist diese

Geschwindigkeit die größte, so heißt er **negativ**. Die Einführung eines Viertelwellenplättchens aus Glimmer verwandelt die Fig. 464 in die Fig. 476, wenn der Kristall positiv ist. Die Gerade GG' stellt hier die Spur der Ebene der optischen Achsen des Glimmerplättchens dar. Ist der Kristall negativ, so entsteht die Fig. 477.

Fig. 476.

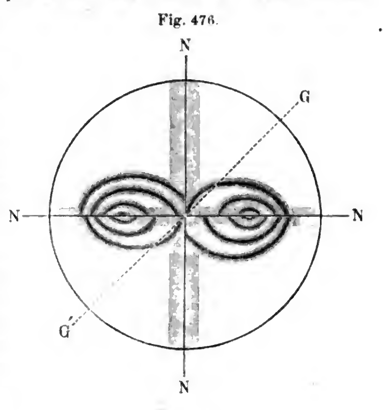
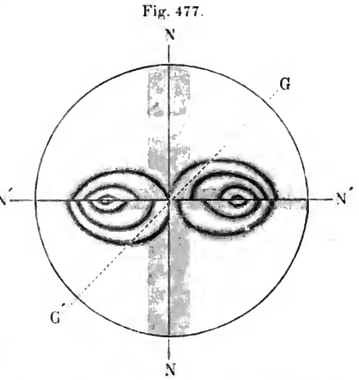


Fig. 477.



III. **Messung der Winkel zwischen den optischen Achsen.** In § 7 auf S. 768 war darauf hingewiesen worden, daß man die drei Brechungsquotienten n_1, n_2, n_3 eines zweiachsigen Kristalls durch Messung finden könne. Sind dieselben bestimmt, so kann der Winkel ω zwischen den optischen Achsen nach Formel (30) auf S. 767 berechnet werden:

$$tg\,\Psi = \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_3^2 - n_2^2}}.$$

Für negative Kristalle ist $\omega = 2\,\Psi$, für positive $\omega = 180^0 - 2\,\Psi$. Zur experimentellen Bestimmung des Winkels ω schneidet man die Platte $PPP'P'$ (Fig. 478) senkrecht zur Ebene der optischen Achsen CA und CA' heraus; es ist dann der gesuchte Winkel $\omega = ACA'$; MM' ist die Mittellinie. Die sich innerhalb der Platte längs den Achsen ausbreitenden Strahlen treten in den Richtungen AB und $A'B'$ aus und bilden miteinander den Winkel $\omega' = BDB'$, welchen man als den **scheinbaren** Winkel der Achsen bezeichnet. Der Brechungsquotient ist im vorliegenden Falle der mittlere Quotient n_2, denn die Schwingungen erfolgen parallel zur mittleren Achse des Ellipsoids, welche zur Ebene der Achsen senkrecht ist. Hieraus folgt dann:

$$\sin\frac{\omega}{2} = \sin\Psi = \frac{1}{n_2}\sin\frac{\omega'}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Hat man ω' und n_2 durch Messung gefunden, so ergibt sich ω aus dieser Formel. Die Methode, nach welcher man den Winkel ω' mißt, läßt sich mit Hilfe der Fig. 479, 480 und 481 verstehen. Man befestigt die Platte an einem zur Messung von Winkeln dienenden Apparate und bringt sie in das Konoskop (konvergierende Strahlen

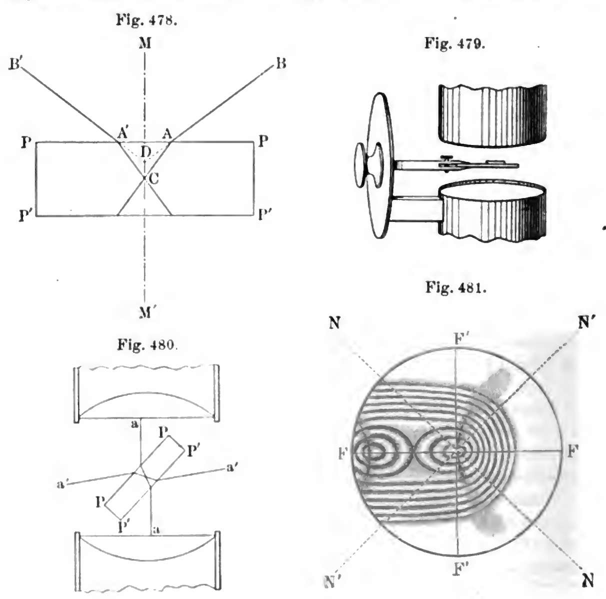


Fig. 478.
Fig. 479.
Fig. 480.
Fig. 481.

zwischen Nicols, S. 787), derart, daß die Ebene der optischen Achsen zur Drehungsachse des Apparates senkrecht wird und Winkel von 45° mit den Polarisationsebenen der gekreuzten Nicols bildet. Bei dieser Stellung beobachtet man Lemniskaten und Hyperbeln (Fig. 465, S. 802). Die Platte richtet man, wie es Fig. 480 zeigt, wobei im Gesichtsfelde der Scheitel einer Hyperbel mit dem Schnittpunkte der Okularfäden zusammenfällt (s. Fig. 481). Hierauf dreht man die Platte so, daß der Strahl $a'a'$ (Fig. 480) an der Achse des Apparates entlang geht und der Scheitel des anderen Hyperbelastes sich in der Mitte des

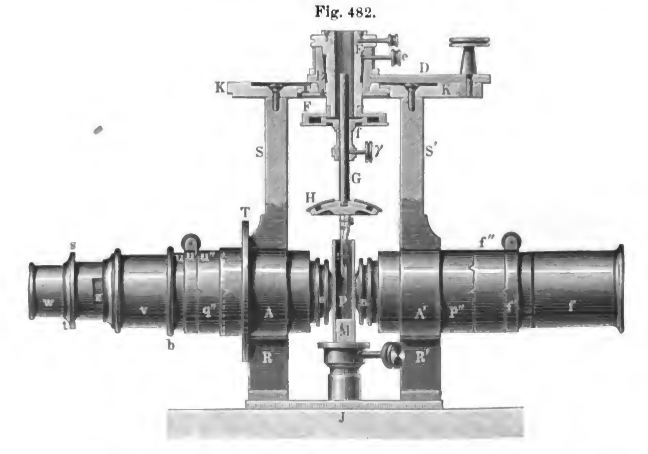
Gesichtsfeldes befindet. Der Drehungswinkel ist gleich ω'. Da er von der Wellenlänge λ (S. 803) abhängt, so hat man die Messung in homogenem Lichte vorzunehmen (z. B. im Natriumlichte).

Ist der Winkel ω' sehr groß, so hat man die Messung innerhalb einer Flüssigkeit vorzunehmen, da die Strahlen CA und CA' in der Luft totale Reflexion erleiden.

Ist N der Brechungsquotient der Flüssigkeit und ω'' der scheinbare Winkel zwischen den Achsen, so ist offenbar

$$\sin\frac{\omega}{2} = \frac{N}{n_2}\sin\frac{\omega''}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Fig. 482.



Ist der Brechungsquotient n_2 unbekannt, so schneidet man eine zweite Platte senkrecht zur Halbierungsgeraden des stumpfen Winkels zwischen den Achsen auf dem Kristall heraus. Ist für diese der scheinbare Winkel zwischen den Achsen gleich ω_1'', so erhält man analog der Formel (17) die Beziehung

$$\sin\frac{180^0 - \omega}{2} = \frac{N}{n_2}\sin\frac{\omega_1''}{2}$$

oder

$$\cos\frac{\omega}{2} = \frac{N}{n_2}\sin\frac{\omega_1''}{2}.$$

Diese Gleichung, kombiniert mit (17), gibt

$$tg\frac{\omega}{2} = \sin\frac{\omega''}{2} : \sin\frac{\omega_1''}{2}.$$



Zur Messung der scheinbaren Winkel zwischen den Achsen dienen verschiedene Apparate, deren Bau bisweilen sehr verwickelt ist. In Fig. 482 ist ein Apparat abgebildet, dessen Teile identisch mit zwei Teilen des in Fig. 445 im Durchschnitt dargestellten Konoskops sind. Hier sind diese Teile auf einem anders eingerichteten Träger in horizontaler Lage befestigt. Zwischen sie wird die zu untersuchende Platte *P* gebracht, und zwar so, daß sie sich entweder in Luft oder in dem eine Flüssigkeit enthaltenden Gefäße *M* befindet. Zur genauen Einstellung der Platte und zur Messung der Winkel dient der bewegliche Teil *H*, der sich auf einer Kugelfläche bewegt; ferner dient hierzu noch der Stab *G*, der gehoben und gesenkt werden kann, die Platte *f*, welche sich in einer horizontalen Ebene verschieben läßt, und der mit Teilung versehene Kreis *K*.

§ 12. Doppelte Strahlenbrechung infolge von zufälliger Anisotropie. Nichtkristallinische feste Körper, die für gewöhnlich isotrop erscheinen, können zeitweilig anisotrop werden, sowie auch dauernde Anisotropie zeigen. Zeitweilige Anisotropie können auch Flüssigkeiten aufweisen. Zeitweilige Anisotropie tritt bei festen Körpern auf: 1. wenn man sie deformiert, d. h. bei Kompression, Dilatation, Torsion und Biegung; 2. bei ungleichmäßiger Erwärmung; 3. in einem starken elektrischen Felde. Beständige Anisotropie tritt in nichtkristallinischen festen Körpern auf, wenn in ihrem Innern irgendwelche Spannungen vorhanden sind.

Fig. 483.

Zeitweilige Anisotropie in Flüssigkeiten tritt auf 1. in einem kräftigen elektrischen Felde; 2. in gewissen Fällen von Einwirkung deformierender Kräfte.

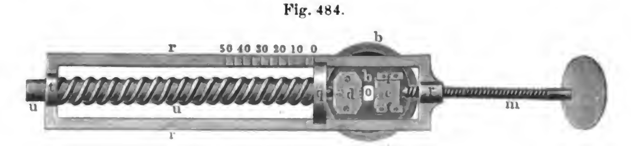
In allen genannten Fällen tritt in den Körpern Doppelbrechung auf: wenn man sie zwischen gekreuzte Nicols bringt, so wird das dunkle Gesichtsfeld hell, und es treten nicht selten verschiedenartig gefärbte Streifen auf.

Fresnel hat in folgender Weise nachgewiesen, daß Glas durch Druck doppeltbrechend wird. Vier rechtwinklige Glasprismen *a*, *b*, *c*, *d* (Fig. 483) werden nebeneinander auf eine ebene Platte gelegt, in die Zwischenräume zwischen denselben die Prismen *e*, *f*, *g*, und von beiden Seiten die Prismen *h* und *k* darangelegt. Setzt man dann nun die Prismen *a*, *b*, *c*, *d* einer longitudinalen Kompression aus und blickt in der Richtung *hk* durch das ganze Prismensystem hindurch nach einem entfernten Punkte, so erscheint er verdoppelt: in den zusammengedrückten Prismen erfolgt Doppelbrechung.

Zu Kompressionsversuchen kann der Bückingsche Schraubstock dienen, der in Fig. 484 abgebildet ist; er ermöglicht, den Grad der Kom-

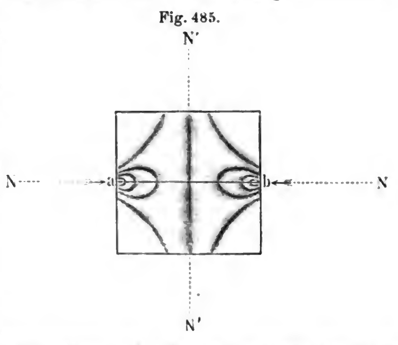
pression zu messen. Die zu komprimierende Platte wird auf die Messingscheibe *b* gelegt, und zwar gerade über die Öffnung *o* in der Scheibe. Gegen die Stahlplatte *d*, welche an *b* angeschraubt ist, stößt die Stange an, die durch den Rahmen *rtr* hindurchführt. An dieser Stange ist die Scheibe *q* befestigt und um sie herum läuft eine Spiralfeder, deren Enden sich gegen *t* und *q* stützen. Die Stahlplatte *e* gleitet zwischen den Schienen *ff* dahin, wenn man die Schraube *m* dreht. Hierbei wird

Fig. 484.



die zwischen *d* und *e* befindliche Platte einem Drucke ausgesetzt, die Teile *bcdqu* rücken nach links und die Feder wird zusammengedrückt. Die auf dem Rahmen *r* angebrachte Skala läßt den Betrag der Kompression direkt ablesen. Der ganze Apparat wird derart zwischen gekreuzte Nicols gebracht, daß Strahlen durch die Öffnung *o* hindurchgehen können. Fig. 485 stellt die Erscheinung dar, die man in einer viereckigen Glasplatte beobachtet, welche in der Richtung von *a* nach *b* komprimiert ist, während *NN* und *N'N'* die Polarisationsebenen der Nicols sind. Der erste, welcher die eben erwähnten Erscheinungen beobachtet hat, war Brewster (1815); er benutzte hierbei Glasplatten, die

Fig. 485.



er zusammendrückte oder sich biegen ließ. Sehr schön treten ähnliche Erscheinungen an fester Gelatine und anderen leicht deformierbaren durchsichtigen Körpern auf. Seebeck, Dove, Biot, Wertheim, Mach, König, Pockels, Ambronn, Sacerdote, Macé de Lépinay, Zschimmer und H. Schulz und andere haben diese Erscheinungen studiert: ihre Theorie ist von F. Neumann entwickelt worden. Längsschwingungen lassen, wie Biot gezeigt hat, eine Glaslamelle anisotrop werden; Kundt hat einen sinnreichen stroboskopischen Apparat konstruiert, mit dessen Hilfe man die Lage der Knoten und

Bäuche in einer solchen Glaslamelle unmittelbar auffinden kann (Polarisationsvibroskop). W. König hat (1901) Doppelbrechung an Glasstreifen beobachtet, welche Querschwingungen ausführen. Er fand, daß an den Schwingungsbäuchen eine ebensolche Brechung auftritt, wie wenn die Platte gebogen wird; die Achsen sind der Länge und Quere der Platte nach gelegen. An den Knotenpunkten tritt Doppelbrechung auf, verursacht durch innere Scherung; die Achsen bilden mit der Plattenachse Winkel von 45°.

Die durch Kompression bewirkte Doppelbrechung erinnert überhaupt ihrem Charakter nach an die in negativen Kristallen auftretenden Erscheinungen, wenn man die Druckrichtung der optischen Kristallachse entsprechen läßt. Es heißt dies, daß der Strahl, welcher in einer durch die Druckrichtung hindurchgehenden Ebene polarisiert ist, sich langsamer ausbreitet, als der andere Strahl. Eine derartige Brechung hatte man bis zum Jahre 1901 an allen Glasarten beobachtet, bis Pockels fand, daß in einigen sehr bleihaltigen Flintglasarten positive Brechung auftritt und daß bei einem gewissen Bleigehalte das Glas überhaupt keine Doppelbrechung infolge von einseitiger Kompression auftreten läßt.

Eine ungleichmäßig erwärmte Glasplatte kann ebenfalls zwischen gekreuzten Nicols chromatische Polarisation auftreten lassen. Dieser Fall ist von F. Neumann (1841), Hopkinson (1879) und Lord Rayleigh (1900) theoretisch untersucht worden.

Gehärtetes Glas, in welchem innere Spannungen auftreten, also anisotrope Stellen vorhanden sind, zeigt zwischen gekreuzten Nicols ebenfalls chromatische Polarisation: das dunkle Gesichtsfeld wird abwechselnd mehr oder weniger hell. Man benutzt diese Erscheinung zur Untersuchung von Objektiven, welche gebrauchsuntauglich sind, falls in ihnen innere Spannungen existieren. Eine künstlich gehärtete Glasplatte läßt zwischen den gekreuzten Nicols bisweilen sehr schöne Figuren erscheinen.

Irgendwelche Spannungen sind fast in jedem Glase vorhanden. Die optischen Eigenschaften von geglühtem Glase hat Czapski (1891) untersucht. W. König (1917) hat ein Verfahren ausgearbeitet, um einfache Verteilungen von inneren elastischen Spannungen in zylindrischen Körpern von erstarrter Gelatine hervorzurufen und mit Hilfe der künstlichen Doppelbrechung zu untersuchen.

Die durch elektrische Kräfte hervorgerufene Doppelbrechung wird in Bd. V betrachtet werden (Kerrsches und Majoranasches Phänomen).

Die optischen Eigenschaften der Kristalle werden ebenfalls geändert, wenn auf letztere Druck einwirkt. Mit dieser Frage haben sich Brewster, Pfaff, Moigno und Soleil, Mach, Bücking, Klocke, Wertheim, Brauns, Klein, Dongier u. a. beschäftigt. Die Theorie dieser Erscheinungen ist von Pockels entwickelt worden. Wir werden uns auf Angabe einiger Versuchsresultate beschränken.

Isotrope Kristalle des regulären Systems werden durch Druck doppeltbrechend.

Optisch einachsige Kristalle bleiben einachsig, wenn der Druck parallel zur optischen Achse wirkt; sie werden zweiachsig, wenn der Druck senkrecht zur Achse wirkt. Mach und Merten haben gezeigt, daß der Quarz hierbei seine Fähigkeit, die Polarisationsebene zu drehen, beibehält (s. Kapitel XVIII). Bei positiven Kristallen ist die Ebene der Achsen parallel zur Druckrichtung, bei negativen Kristallen bilden sich Achsen in einer Ebene, welche zur Druckrichtung senkrecht ist.

In negativen (S. 767) zweiachsigen Kristallen nimmt der Winkel zwischen den Achsen an Größe zu, wenn der Druck senkrecht zur Ebene der Achse wirkt, und nimmt ab, wenn er parallel zu dieser Ebene ausgeübt wird. Das Umgekehrte gilt für positive Kristalle.

Die Erscheinung der Doppelbrechung läßt sich gut beobachten in leicht deformierbaren Körpern, z. B. in wässerigen Lösungen von Gelatine usw. Hierüber haben gearbeitet E. Wiedemann, Lüdecking, Tietzen-Hennig, Bertin, Klocke, Ebner, Maurer, Fraas, Bjérken, Bruce von Hill (1901), Leicke (1904), Quincke (1904). Die Größe $n_e - n_o$ dient als Maß der Doppelbrechung. Das Verhältnis dieser Größe ω zur Deformation φ heißt spezifische Doppelbrechung. Bei der Ausreckung ist $\varphi = \Delta L$, wo L die Länge des Körpers bedeutet. Leick untersuchte Gelatine mit verschiedenem Wassergehalt, sowie mit verschiedenen Beimischungen (KCl, $NaCl$, $LiCl$, $CaCl_2$, $MgCl_2$, Na_2SO_4, KNO_3). In allen Fällen fand er Proportionalität zwischen der Doppelbrechung $(n_e - n_o)$ und der Deformation, d. h. er fand, daß die spezifische Doppelbrechung konstant sei. In reinen wässerigen Lösungen von Gelatine ist diese Größe proportional der Konzentration. Beimischungen (außer Na_2SO_4) schwächen die spezifische Doppelbrechung bedeutend. Ebenso wirken Zusätze von Glycerin und Rohrzucker.

Kundt (1886) entdeckte, daß metallische Spiegel, die durch Zerstäubung der Kathode im Vakuum hergestellt sind, Doppelbrechung aufweisen. Dessau zeigte, daß ähnliche Eigenschaften auch solche Spiegel besitzen, die durch Zerstäubung von Oxyden hergestellt sind. Kaempf (1905) bestimmte die Größe dieser Doppelbrechung und fand, daß die größte Differenz der Brechungskoeffizienten bei Pt beobachtet wird, wo sie 0,29 beträgt. Er beobachtete auch, daß sich die Doppelbrechung bei mechanischer Ausreckung ändert; daraufhin kann man annehmen, daß man ein Metall durch Ausreckung doppelbrechend machen kann. Es konnte eine Verlangsamung der Ausbreitungsgeschwindigkeit festgestellt werden für diejenigen Strahlen, deren Schwingungen mit der Richtung der Ausreckung zusammenfällt. Bei silbernen Spiegeln wurde eine starke Dispersion der durch Ausreckung hervorgerufenen Doppelbrechung beobachtet. Kaempf nimmt an, daß die Doppelbrechung, die Kundt an seinen Spiegeln beobachtete, ihre Entstehung den Defor-

mationen verdankt, die die metallischen Teilchen erleiden, wenn sie, von der Kathode losgerissen, auf die Oberfläche des Spiegels prallen. Neuerdings hat Bergholm (1914) dieselbe Erscheinung untersucht.

Sehr interessant ist die Frage nach der Doppelbrechung, die bei der Mischung mehrerer Substanzen auftritt, die jede für sich keine Doppelbrechung aufweisen. Schon Biot spricht 1842 von „polarisation lamellaire", die bei Körpern auftritt, welche aus Schichten verschiedener aber isotroper Substanzen bestehen. Auf diese Weise versucht er die Doppelbrechung einiger Alaune des regulären Systems zu erklären. Später wurde diese Erklärung von Biot von den Mineralogen abgelehnt. In letzter Zeit wurde diese Frage von Braun und Wiener theoretisch und experimentell behandelt. Wiener zeigte, daß ein Körper, der aus abwechselnden Schichten zweier verschiedener Substanzen besteht, die Eigenschaften eines einachsigen Kristalls besitzen wird, wenn die Dicke der Schichten jedes Stoffes gleich ist und klein im Verhältnis zur Wellenlänge des Lichtes.

Die optische Achse eines solchen Kristalls liegt senkrecht zu den Schichten. Wenn wir mit δ_1 und δ_2 die Dicke der entsprechenden Schichten bezeichnen und mit n_1 und n_2 ihre Brechungskoeffizienten, so erhalten wir zur Bestimmung von n_o und n_e folgende Gleichungen:

$$n_e^2(\delta_1 + \delta_2) = \delta_1 n_1^2 + \delta_2 n_2^2$$

$$\frac{\delta_1 + \delta_2}{n_e^2} = \frac{\delta_1}{n_1^2} + \frac{\delta_2}{n_2^2}.$$

Eine Doppelbrechung von dieser Art besitzt gar keine Dispersion, da n_e und n_o von der Wellenlänge nicht abhängen.

Doppelbrechung in Flüssigkeiten wird, wie bereits gesagt, durch elektrische Kräfte hervorgerufen und in einigen Fällen durch Einwirkung mechanischer Kräfte, welche in den Flüssigkeiten Deformationen hervorrufen. Eine eingehende Behandlung dieser Frage kann man in dem Buche von De Metz: „La double Réfraction accidentelle dans les liquides", Série Physico-Mathematique, No. 26, Scientia 1906, finden.

In Flüssigkeiten sind, wie neuere Beobachtungen gezeigt haben, elastische Deformationen, ähnlich denen in festen Körpern, möglich; sie treten besonders deutlich in klebrigen Flüssigkeiten auf, sowie auch in Kolloiden. Bezeichnen wir mit F einen der Moduln, die wir im Bd. I, Abt. 2, kennen gelernt haben, z. B. den Elastizitätsmodul E oder den Scherungsmodul N. Zwischen beiden letzteren hatten wir folgende Beziehung gefunden [Bd. I, Abt. 2, S. 348 (49)]:

$$N = \frac{E}{2(1 + \sigma)},$$

wo σ den Poissonschen Koeffizienten bedeutet. Da letztere Größe für Flüssigkeiten gleich 0,5 sein muß, so ist für diese

$$E = 3N \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Jede in einer nicht allzu zähflüssigen Flüssigkeit hervorgerufene elastische Deformation muß sehr schnell wieder verschwinden. Als Relaxationsdauer pflegt man das Zeitintervall zu bezeichnen, während dessen die Deformation, d. h. die letzterer als Maß dienende Größe F, sich bis auf den $e$ten Teil ihres Anfangswertes vermindert ($e = 2,7128$ ist die Basis der natürlichen Logarithmen).

Die ersten Versuche von Wertheim (1851) und Kundt und Lehmann (1874), an den Knotenstellen tönender Flüssigkeitssäulen Doppelbrechung zu erhalten, waren von keinem Erfolge gekrönt. Maxwell (1874) hat zuerst zwei Methoden benutzt, um Doppelbrechung zu beobachten. Er fand erstens, daß die Erscheinung im Kanadabalsam auftrat, in welchem er ein Schäufelchen hin und her bewegte. Ferner brachte er Gummiarabikumlösung oder Zuckersirup zwischen zwei sich konzentrisch umschließende Zylinder, von denen sich einer in schneller Rotation befand. Hierbei trat indes die gesuchte Erscheinung nicht auf.

Mach fand (1872) negative Doppelbrechung bei Kompression von Kanadabalsam und positive bei Kompression einer dichten wässerigen Lösung von Metaphosphorsäure.

Die erste Maxwellsche Methode wurde 1902 von De Metz vervollkommnet. Das Gefäß mit der zu untersuchenden Flüssigkeit wurde zwischen gekreuzten Nicols aufgestellt, deren Hauptschnitte Winkel von 45° mit dem Horizonte bildeten. Innerhalb der Flüssigkeit befanden sich zwei vertikale, einander parallele Metallplatten, die man nähern oder voneinander entfernen konnte. Die hierbei eintretende Aufhellung des Gesichtsfeldes deutete darauf hin, daß infolge der durch die Bewegung der Platten hervorgerufenen Kompressionen und Dilatationen in der Flüssigkeit Doppelbrechung eintrat. De Metz wies die beschriebene Erscheinung an 16 mehr oder weniger klebrigen Flüssigkeiten nach. Bei 40 bis 50° verschwand die Erscheinung.

Maxwell hat folgenden wichtigen Ausdruck für den Zusammenhang zwischen dem Deformationsmodul (E oder N), dem Koeffizienten der inneren Reibung η und der Relaxationsdauer T gefunden:

$$\eta = FT \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Wir wenden uns nunmehr den Versuchen zu, die man nach der zweiten Maxwellschen Methode angestellt hat, d. h. dadurch, daß man die Flüssigkeiten in den Raum zwischen zwei Zylindern brachte, von denen sich der eine drehte. Diese Methode wandte Kundt (1881) an; er fand Doppelbrechung in verschiedenen Ölen, im Kollodium, in (Benzol-) Lösungen von Kanadabalsam, Gelatine u. a. Im Glycerin jedoch, in Lösungen von Zucker, $CaCl_2$, Dextrin und anderen Flüssigkeiten trat

keine Doppelbrechung auf. Hierauf untersuchte De Metz (1888) nach derselben Methode Oliven-, Mandel- und Ricinusöl, Fischleberthran und andere Substanzen. Er fand, daß der Gangunterschied Δ des ordentlichen und außerordentlichen Strahles der Drehungsgeschwindigkeit des Zylinders nahezu proportional ist. Bei Erwärmung einer gegebenen Flüssigkeit wächst Δ proportional dem Reibungkoeffizienten η. Umlauf (1892) und Almy (1897) haben sich ebenfalls der zweiten Maxwellschen Methode bedient; in reinem Wasser und in Lösung von unterschwefligsaurem Natron konnte Almy keine Spur einer Doppelbrechung finden. Endlich hat noch Hill (1899 bis 1901) Lösungen von Gummiarabikum, Gelatine, unterschwefligsaurem Natron und Zucker untersucht. Die beiden letztgenannten Lösungen ergaben kein merkbares Resultat. Für eine Gelatinelösung fand er, daß der Gangunterschied Δ mit Zunahme der Drehgeschwindigkeit zuerst zunimmt, darauf bis auf Null sinkt und hierauf sein Vorzeichen wechselt.

Die Formel (19) kann dazu dienen, eine der Größen F oder T zu bestimmen, falls die andere bekannt ist. Die erste Untersuchung in dieser Richtung ist von Th. Schwedow ausgeführt worden. Durch unmittelbare, sehr scharfsinnige Versuche fand er, daß der Scherungsmodul N [d. h. der Wert von F in der allgemeinen Formel (19)] in einer $^1/_2$ proz. Lösung von Gelatine im Wasser gleich 0,535 Dynen pro Quadratzentimeter ist; da $\eta = 0{,}02$ C G S-Einheiten, so erhält man als Wert der Relaxationsdauer $T = 0{,}0374$ Sek. Gestützt auf die Beobachtungen von Kundt über die Doppelbrechung im Kollodium berechnete er für diese Substanz $N = 542$ Dynen pro Quadratzentimeter. Da $\eta = 0{,}36$ ist, so ergibt die Rechnung $T = 0{,}000\,66$ Sek. Reiger untersuchte die Doppelbrechung in blättrigem Kolophonium und erstarrten Gelatinelösungen, welche verschiedenerlei Beimengungen enthielten. Für derartige Substanzen hatte Maxwell den Ausdruck

$$T = \frac{t - t'}{lg\,\Delta - lg\,\Delta'} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (20)$$

gefunden, wo Δ und Δ' die Gangunterschiede zweier Strahlen nach Ablauf der Zeiten t und t' darstellen, gerechnet vom Beginn der Deformation der Substanz, die sodann sich selbst überlassen bleibt. Mit Zunahme der Temperatur nimmt die Relaxationsdauer T schnell ab. Bei 12° ist für Kolophonium $T = 4 \,.\, 10^6$ Sek., bei 40° ist $T = 700$ Sek., bei 55° ist $T = 40$ Sek. De Metz hat gefunden, daß für den sehr beweglichen Kopallack die Relaxationsdauer T mehrere Sekunden beträgt.

Bernazki (1905) beobachtete die Doppelbrechung in einigen Flüssigkeiten, z. B. Provenceröl, während diese Flüssigkeiten unter Druck durch eine kleine Röhre von rechteckigem Querschnitt flossen (1 mm Breite, 5 mm Tiefe, in der Richtung des Lichtes betrachtet). Die Polarisationsebenen bilden mit der Achse der Röhre Winkel von 45°.

Bei gekreuzten Nicols entsteht Helligkeit, sobald die Flüssigkeit in Bewegung gerät. Die Mitte des Feldes bleibt dunkel, da längs der mittleren Linie keine Doppelbrechung stattfindet.

Diesselhorst, Freundlich und Leonhardt (1915) fanden, daß die klare Lösung des Vanadinpentoxydsols beim Rühren mit einem Glasstab gelbliche, seidenglänzende Schlieren zeigt und außerordentlich doppeltbrechend wird. Senkrecht zur Flußrichtung kann man im konvergenten polarisierten Licht die Erscheinung des Achsenkreuzes feststellen; das fließende V_2O_5-Sol verhält sich wie ein positiv einachsiger Kristall; es zeigt auch Pleochroismus. Die Verfasser erklären die Erscheinung, indem sie annehmen, daß die länglich gebauten V_2O_5-Teilchen in der ruhigen Flüssigkeit regellos durcheinanderfliegen, infolge der Reibung mit dem Glasstab jedoch sich ihrer Länge nach in der Richtung der Stromlinien einstellen, also mit der längsten Achse senkrecht, ähnlich einer Kristallplatte, die man parallel zur Achse aus einem optisch einachsigen Kristall ausgeschnitten hat. Die regelmäßige Lagerung der Teilchen konnte auch mit Hilfe des elektrischen oder magnetischen Feldes erreicht werden.

Die von Maxwell entworfene Theorie ist von Th. Schwedow und in letzterer Zeit insbesondere von L. Natanson weiter entwickelt worden. Letzterer leitet für Flüssigkeiten, die sich zwischen zwei rotierenden Zylindern befinden, folgenden Ausdruck ab:

$$\Delta = \frac{A N R T}{1 + B N^2 T^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Hier bedeutet Δ den Gangunterschied zweier Strahlen in einer um r von der Rotationsachse entfernten Schicht, N ist die sekundliche Umdrehungszahl des Zylinders, T die Relaxationsdauer, R ein Koeffizient, welcher von der Art der Flüssigkeit abhängt. Die Größen A und B haben folgende Bedeutung:

$$A = \frac{4 \pi a^2 b^2}{r^2 (b^2 - a^2)}; \quad B = \frac{16 \pi^2 a^4 (b^2 - r^2)^2}{r^4 (b^2 - a^2)^2},$$

wo a und b die Radien der beiden Zylinder darstellen.

Zakrzewski (1904) prüfte (nach der zweiten Maxwellschen Methode) die Folgerungen aus der Theorie von Natanson und erhielt für Lösungen von Kollodium gute Übereinstimmung. Die Theorie von Natanson wurde später von Zaremba scharf kritisiert. Nach langem Streit erklärte sich Natanson (1905) mit einem Teil der Einwände einverstanden. Statt der Formel (21) gibt Zaremba die Formel

$$\Delta = R \frac{a^2 b^2}{r^2 (b^2 - a^2)} \operatorname{arc\,tg} 4 \pi T N \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Zum Schlusse dieses von der Doppelbrechung in Flüssigkeiten handelnden Artikels sei nochmals auf die Lehmannschen „flüssigen

Kristalle“ hingewiesen, welche wir bereits wiederholt erwähnt haben. Wir werden auf sie in Bd. III zurückkommen.

§ 13. Elliptische und kreisförmige (zirkulare) Polarisation. In Bd. I, Abt. 1 auf S. 146 war gezeigt worden, daß sich zwei aufeinander senkrechte Schwingungsbewegungen von gleicher Periode zu einer Bewegung längs einer Ellipse zusammensetzen. Ist die Phasendifferenz φ der beiden Schwingungen gleich $\varphi = (2n + \frac{1}{2})\pi$, so fallen die Ellipsenachsen mit den Richtungen der beiden Schwingungen zusammen. Für jede der beiden zusammenzusetzenden Schwingungen gibt es eine positive Richtung, in welcher die Schwingung beginnt. Wir bezeichnen als erstes Azimut die positive Richtung derjenigen Schwingung, welche zuerst beginnt, deren Phase somit die größere ist; die positive Richtung der später beginnenden Schwingung nennen wir dementsprechend das zweite Azimut. Ist die Phasendifferenz $\varphi = (2n + k)\pi$ und hierbei $0 < k < 1$, so erfolgt die Bewegung längs der Ellipse in der Richtung vom ersten Azimut zum zweiten; sie erfolgt in der entgegengesetzten Richtung, wenn $1 < k < 2$ ist, oder, was dasselbe bedeutet, wenn $0 > k > -1$ ist. Dies wird aus der Fig. 43, Bd. I, S. 145 klar, wo Ox das erste, Oy das zweite Azimut ist. Den vom ersten und zweiten Azimut gebildeten Winkel wollen wir den ersten Quadranten nennen. Ist $\varphi = n\pi$, so entsteht eine harmonische Schwingungsbewegung; ihre Richtung geht durch die Quadranten I und III, wenn n eine gerade, durch die Quadranten II und IV, wenn n eine ungerade Zahl ist.

Sind die Amplituden der zusammenzusetzenden Schwingungen einander gleich, und ist $\varphi = (2n + \frac{1}{2})\pi$, so erhält man eine kreisförmige Bewegung; sie hat die Richtung vom ersten Azimut zum zweiten, falls $\varphi = (2n + \frac{1}{2})\pi$ und die entgegengesetzte, falls $\varphi = (2n - \frac{1}{2})\pi$ ist.

Die Bewegung längs der Ellipse, welche sich bei Zusammensetzung zweier harmonischer Schwingungsbewegungen gebildet hat, kann in zwei solche Bewegungen in willkürlichen aufeinander senkrechten Richtungen zerlegt werden. Am einfachsten erhält man eine solche Zerlegung, wenn man die Ellipsenachsen als Schwingungsrichtungen wählt. Die Amplituden sind dann den beiden Halbachsen der Ellipse gleich und die Phasendifferenz ist gleich $\varphi = (2n \pm \frac{1}{2})\pi$. Die Bewegung längs dem Kreise kann man durch zwei beliebige aufeinander senkrechte Schwingungen ersetzen, deren Amplituden beide gleich dem Kreisradius, deren Phasendifferenz gleich $\varphi = (2n + \frac{1}{2})\pi$ ist.

Wenn sich in einer gegebenen Richtung mit gleicher Geschwindigkeit zwei Strahlen ausbreiten, welche in aufeinander senkrechten Ebenen polarisiert sind, so nehmen wir an, daß sich die Bewegungen der Ätherteilchen summieren und daher im allgemeinen auf Ellipsen vor sich gehen. Man nennt einen solchen Strahl elliptisch polarisiert, im besonderen Falle aber kreisförmig (zirkular) polarisiert. Es

seien a_1 und a_2 die Schwingungsamplituden zweier Strahlen und δ ihr Gangunterschied. Alles was vorhin über die Lage der Ellipse und über die Bewegungsrichtung gesagt worden war, bleibt auch hier in Geltung, wenn man anstatt $\varphi = \pi$ die Größe $\delta = \frac{\lambda}{2}$ substituiert, und wenn man als erstes Azimut die Schwingungsrichtung desjenigen Strahles bezeichnet, der sich schneller bis zu dem Orte ausbreitet, wo die Geschwindigkeiten der weiteren Ausbreitung beider Strahlen nach Größe und Richtung einander gleich werden. Kreisförmige Polarisation entsteht, wenn $a_1 = a_2$ und $\delta = (n + \frac{1}{4})\lambda$ ist. Ändert sich hierbei δ um $\frac{(2n+1)\lambda}{2}$, d. h. um eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen, so geht die Richtung der Kreisbewegung in die entgegengesetzte über. Ist $\delta = \frac{n\lambda}{2}$, so entsteht ein geradlinig polarisierter Strahl; ändert man dieses n um eine ungerade Zahl, so geht die Schwingungsrichtung aus einem Quadrantenpaar in das andere über.

Ein kreisförmig polarisierter Strahl kann immer (bei Untersuchungen, Konstruktionen usw.) durch zwei Strahlen ersetzt werden, welche in beliebigen, aufeinander senkrechten Ebenen geradlinig polarisiert sind, wobei ihre Amplituden immer einander gleich, ihr Gangunterschied immer gleich $\delta = +\frac{\lambda}{4}$ oder ihre Phasendifferenz gleich $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ gesetzt werden kann. Ein gewöhnlicher Strahl wird ebenfalls durch zwei Strahlen mit gleichen Amplituden ersetzt; für diese Strahlen aber sind δ und φ völlig unbestimmte Größen.

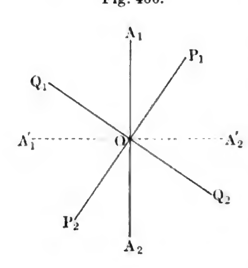
Ein elliptisch polarisierter Strahl kann ebenfalls durch zwei geradlinig polarisierte Strahlen ersetzt werden, deren Amplituden a_1 und a_2 im allgemeinen ungleich sind, deren Gangunterschied δ ein ganz bestimmter ist, wobei a_1, a_2 und δ von der Lage der aufeinander senkrechten Polarisationsebenen der beiden Strahlen abhängen. Gehen diese Ebenen durch die Ellipsenachsen, so sind a_1 und a_2 gleich den Halbachsen der Ellipse und δ kann gleich $+\frac{\lambda}{4}$ gesetzt werden. Ein teilweise polarisierter Strahl wird ebenfalls durch geradlinig polarisierte Strahlen ersetzt, deren Amplituden verschieden sind. Der Gangunterschied oder die Phasendifferenz dieser Strahlen sind aber völlig unbestimmt.

Elliptisch oder kreisförmig polarisierte Strahlen können mit Hilfe einer Platte aus einem zweiachsigen oder einem einachsigen Kristall erhalten werden, wenn im zweiten Falle die Platte nicht senkrecht zur Achse herausgeschnitten ist. Fallen senkrecht auf eine solche Platte Strahlen, so treten, wie wir sahen, aus ihr Strahlen aus, welche in

aufeinander senkrechten Ebenen polarisiert sind. Diese Strahlen breiten sich in der Platte mit ungleichen Geschwindigkeiten aus und verlassen die Platte mit einem gewissen Gangunterschiede δ. Die Schwingungsrichtung desjenigen Strahles, der innerhalb der Platte die größere Geschwindigkeit hatte, gibt das erste Azimut. Für eine einachsige Platte fällt das erste Azimut mit der Polarisationsebene des ordentlichen Strahles zusammen, d. h. mit dem Hauptschnitte, wenn der Kristall negativ ist, also der außerordentliche Strahl in ihm die größere Geschwindigkeit hat. Für positive Kristalle wird das erste Azimut umgekehrt durch die Polarisationsebene des außerordentlichen Strahles bestimmt.

Waren die einfallenden Strahlen gewöhnliche, so setzen sich die austretenden nicht zu einem Strahle zusammen, welcher in bestimmter Weise elliptisch polarisiert ist, denn die Amplituden dieser Strahlen ändern sich ununterbrochen und haben nur einen gewissen mittleren Wert.

Fig. 486.



Fällt auf die Kristallplatte ein geradlinig polarisierter Strahl (Amplitude a), dessen Schwingungsebene A mit dem ersten Azimut den Winkel α bildet, wobei wir α in der Richtung vom ersten zum zweiten Azimut positiv rechnen wollen, dann tritt aus der Platte ein im allgemeinen elliptisch polarisierter Strahl aus. Die Lage jener Ellipse und die Bewegungsrichtung der Teilchen werden durch die Amplituden $a_1 = a \cos \alpha$, $a_2 = a \sin \alpha$ und die Phasendifferenz φ oder den Gangunterschied δ bestimmt, für welche die Formeln (5) und (6) auf S. 790 gelten. Der Winkel α kann seinem Wesen nach nicht größer als 90° sein. Es sei $A_1 A_2$ (Fig. 486) die Richtung der Schwingungen im einfallenden Strahle, $P_1 P_2$ die Richtung der auf demjenigen Strahle im Kristall erfolgenden Schwingungen, welcher die größere Geschwindigkeit hat, $Q_1 Q_2$ die Schwingungsrichtung beim Strahl mit kleinerer Geschwindigkeit. In diesem Falle sind OP_1 und OQ_1 oder OP_2 und OQ_2 das erste und zweite Azimut und es ist $\angle \alpha = P_1 O A_1 = P_2 O A_2$. Die Bewegung erfolgt von OP_1 nach OQ_1 oder von OP_2 nach OQ_2, d. h. entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung. Dreht man die Ebene A um 90° und bringt sie in die Stellung $A_1' A_2'$, so sind die betreffenden Azimute OP_2 und OQ_1 oder OP_1 und OQ_2 und $\angle \alpha = P_2 O A_1' = P_1 O A_2'$. Die Bewegung erfolgt von OP_2 nach OQ_1 oder von OP_1 nach OQ_2, d. h. in der Uhrzeigerrichtung. Eine ebensolche Änderung würde auch eintreten, wenn sich die Platte selbst um 90° um die Richtung des Strahles drehen würde.

Bei Drehung der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen oder der Platte selbst um 90° wechselt die Richtung der Bewegung längs der Ellipse (oder dem Kreise).

Die aus der Platte austretenden Strahlen sind kreisförmig polarisiert, wenn $\alpha = 45^0$ und $\delta = (n + \frac{1}{4})\,\lambda$ ist.

Ein „Viertelwellenplättchen“ (S. 806) liefert kreisförmig polarisierte Strahlen, wenn die Polarisationsebene der auf dieselbe einfallenden Strahlen Winkel von 45° mit den Polarisationsebenen P der beiden Strahlen bildet, die sich in diesem Plättchen ausbreiten.

Ist $\delta = \frac{n\lambda}{2}$, so tritt ein geradlinig polarisierter Strahl aus der Platte; für ein geradzahliges n sind die Schwingungen im einfallenden und austretenden Strahle einander parallel; ist n eine ungerade Zahl, so liegen sie in verschiedenen Quadranten, symmetrisch zum ersten und zweiten Azimut. Ein Viertelwellenplättchen dreht die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen um den Winkel 2α, wenn eine der Ebenen P mit dem ersten Azimut den Winkel α bildet.

Eine Drehung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles oder der Platte selbst um 180° übt auf den Charakter des austretenden Strahles keinen Einfluß aus.

Wir sehen nunmehr zu, welchen Einfluß ein Analysator (etwa ein Nicol oder Spiegel) auf verschiedenartig polarisierte Strahlen ausübt.

Ein geradlinig polarisierter Strahl gibt bei Drehung des Analysators um 90° abwechselnd vollständige Dunkelheit und Maxima der Helligkeit. Diese Eigenschaft kommt anderen Strahlen nicht zu; das vollständige Auslöschen des Lichtes liefert daher ein hinreichendes Kennzeichen für die geradlinige Polarisation.

Ein gewöhnlicher Strahl, sowie ein kreisförmig polarisierter geben bei allen Stellungen des Analysators gleiche Helligkeit.

Ein teilweise polarisierter Strahl, sowie ein elliptisch polarisierter lassen bei Drehung des Analysators um 90° Helligkeitsänderungen auftreten, welche innerhalb gewisser Grenzwerte liegen. Hieraus sieht man, daß sich mit Hilfe eines Analysators ein gewöhnlicher Strahl von einem kreisförmig polarisierten und ein teilweise polarisierter von einem elliptisch polarisierten nicht unterscheiden lassen.

Fällt ein elliptisch polarisierter Strahl rechtwinklig auf eine doppeltbrechende Platte, welche durch die Richtung für das erste und zweite Azimut, sowie durch den Gangunterschied δ gekennzeichnet ist, dann zerfällt der einfallende Strahl in zwei Strahlen, welche in diesen Azimuten polarisiert sind; wir nennen ihre Amplituden a_1 und a_2, ihre Phasen an der Plattenoberfläche in einem gewissen Augenblicke φ_1 und φ_2, wobei a_1 und φ_1 der Schwingung angehören, welche dem ersten

Azimut parallel ist. Es sei $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_0$ und $\delta_0 = \frac{2\pi\lambda}{\varphi_1}$; die Größe δ_0 stellt gewissermaßen den Gangunterschied der Strahlen vor ihrem Eintritt in die Platte dar. Zu dieser Größe fügt die Platte noch den Gangunterschied δ hinzu; es tritt daher aus der Platte ein im allgemeinen elliptisch polarisierter Strahl aus, welcher durch Addition der geradlinig polarisierten Strahlen mit den Amplituden a_1 und a_2 und dem Gangunterschiede $\delta' = \delta_0 + \delta$ entstanden ist. Hieraus kann man folgende besonderen Fälle ableiten:

Läßt man einen elliptisch polarisierten Strahl ein Viertelwellenplättchen $\left(\delta = \frac{\lambda}{4}\right)$ derart durchsetzen, daß die beiden Azimute des Plättchens mit den Ellipsenachsen a und b zusammenfallen, so verläßt das Plättchen ein geradlinig polarisierter Strahl, denn es ist in diesem Falle $a_1 = a$, $a_2 = b$, $\delta_0 = \frac{\lambda}{4}$ oder $\frac{3\lambda}{4}$, folglich $\delta' = \frac{\lambda}{2}$ oder λ; hierbei ist $tg\,\alpha = +\frac{b}{a}$, wo α den Winkel zwischen der Schwingungsrichtung im austretenden Strahle und dem ersten Azimut des Plättchens bedeutet.

Wenn man einen kreisförmig polarisierten Strahl durch ein Viertelwellenplättchen sendet, so ist der austretende Strahl bei allen Stellungen des Plättchens geradlinig polarisiert, wobei die Polarisationsebene A mit dem ersten Azimut desselben einen Winkel von 45^0 bildet. Die Richtung vom ersten Azimut des Plättchens zur Ebene A ist zu gleicher Zeit auch die Drehungsrichtung der Teilchen auf dem Kreise. Sendet man einen kreisförmig polarisierten Strahl durch ein Halbwellenplättchen oder zwei Viertelwellenplättchen, so ist der austretende Strahl wiederum kreisförmig polarisiert, die Richtung aber, in welcher sich die Teilchen auf dem Kreise bewegen, ist der ursprünglichen entgegengesetzt.

Sendet man einen kreisförmig polarisierten Strahl durch eine Platte, in welcher man die Größe δ, von Null anfangend, allmählich größer werden lassen kann, z. B. durch einen Babinetschen Kompensator, so erhält man elliptisch, geradlinig und kreisförmig polarisierte Strahlen (vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 148, Fig. 47, wo den beiden mittleren Kreisen beispielsweise $\delta = 0$ und $\delta = \frac{\lambda}{2}$ entspricht).

Sendet man durch eine solche Platte einen elliptisch polarisierten Strahl, so erhält man der Reihe nach elliptisch und geradlinig polarisierte Strahlen, je nach dem Werte der Größe $\delta' = \delta_0 + \delta$.

Wie wir sahen, läßt sich mit Hilfe des Analysators ein gewöhnlicher Strahl von einem kreisförmig polarisierten und ein teilweise polarisierter von einem elliptisch polarisierten nicht unterscheiden. Aus dem eben Gesagten sieht man, daß sich dieselben unterscheiden

lassen, wenn man sie zuerst durch ein Viertelwellenplättchen und hierauf durch den Analysator treten läßt. Gewöhnliche und teilweise polarisierte Strahlen verschwinden bei keiner Lage des Plättchens und Analysators. Ein elliptisch polarisierter Strahl aber gibt bei bestimmter Lage des Plättchens einen geradlinig polarisierten Strahl, der durch den Analysator vollständig absorbiert werden kann. Ein kreisförmig polarisierter Strahl gibt dasselbe bei allen Lagen des Plättchens.

Hieraus erkennt man die hohe praktische Bedeutung, welche den Viertelwellenplättchen zukommt.

Zur qualitativen Analyse der Strahlen kann folgende von E. Mach gegebene Übersicht dienen, die wir dem Lehrbuch der Physik von Müller-Pfaundler entlehnen:

A. Der Analysator (ohne Plättchen) läßt bei seiner Drehung keine Änderungen der Lichtstärke J auftreten.

I. In den Weg der Strahlen ist ein Viertelwellenplättchen gestellt; bei Drehung des Analysators bleibt J ungeändert.

Die Strahlen sind gewöhnliche (unpolarisiert).

II. Viertelwellenplättchen; bei Drehung des Analysators ändert sich J zwischen dem kleinsten Werte J_1 und dem größten J_2.

1. $J_1 = 0$. Die Strahlen sind kreisförmig polarisiert.

2. $J_1 > 0$. Die Strahlen sind teilweise kreisförmig polarisiert (untermischt mit gewöhnlichen Strahlen).

B. Der Analysator läßt bei seiner Drehung Änderungen der Lichtstärke auftreten, deren Werte zwischen J_1 und J_2 liegen.

I. $J_1 = 0$. Die Strahlen sind geradlinig polarisiert.

II. $J_1 > 0$.

1. Bei bestimmter Stellung des Viertelwellenplättchens (die Azimute des Plättchens müssen mit den Azimuten des Analysators zusammenfallen, denen J_1 und J_2 entsprechen) und bei Drehung des Analysators wird $J_1 = 0$. Die Strahlen sind elliptisch polarisiert.

2. Bei allen Stellungen des Plättchens ist $J_1 > 0$.

a) Das Viertelwellenplättchen ändert die Lagen des Analysators nicht, für welche die Werte J_1 und J_2 erhalten werden. Die Strahlen sind teilweise geradlinig polarisiert.

b) Das Viertelwellenplättchen ändert diese beiden Lagen des Analysators. Die Strahlen sind teilweise elliptisch polarisiert (untermischt mit gewöhnlichen).

Man sieht nun leicht ein, wie sich die Lage und das Verhältnis der Achsen von elliptisch polarisierten Strahlen bestimmen lassen.

Die Lagen des Hauptschnittes im Analysator, bei denen die Lichtstärke ein Minimum J_1 oder Maximum J_2 wird, geben uns die Richtungen der Ellipsenachsen. Denken wir uns den Analysator auf größte

Helligkeit eingestellt, ein Viertelwellenplättchen derart eingeschaltet, daß sein erstes Azimut einer der Ellipsenachsen parallel ist und hierauf den Analysator so lange gedreht, bis $J = 0$ wird. Die Tangente dieses Drehungswinkels ist gleichzeitig dem Verhältnis der Ellipsenhalbachsen gleich. Die Drehungsrichtung ist gleichzeitig die Richtung, in welcher sich die Teilchen auf der Ellipse bewegen.

An Stelle eines Viertelwellenplättchens kann man auch einen Babinetschen Kompensator verwenden, den man auf den Gangunterschied $\delta = + \frac{\lambda}{4}$ eingestellt hat.

Mit Hilfe des Babinetschen Kompensators kann man einen elliptisch polarisierten Strahl genauer untersuchen, indem man das Verhältnis der Amplituden a_1 und a_2 und die Phasendifferenz φ_0 der beiden Strahlen bestimmt, welche in den gegebenen Ebenen P_1 und P_2 polarisiert sind und den zu untersuchenden Strahl gebildet haben. Zu diesem Zwecke stellt man den Kompensator auf die Nullstellung ein ($\delta = 0$, zwischen gekreuzten Nicols erscheint bei einfallendem weißen Lichte ein schwarzer Streifen in der Mitte des Gesichtsfeldes) und macht seine beiden Hauptschnitte den Ebenen P_1 und P_2 parallel. Hierauf läßt man den zu untersuchenden Strahl eintreten, verschiebt eines der Kompensatorprismen und dreht den Analysator so lange, bis der schwarze Streifen wiederum in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint. Es sei jetzt δ der Gangunterschied im Kompensator und α der Drehungswinkel des Analysators. Es ist dann der ursprüngliche Gangunterschied $\delta_0 = -\delta$, also $\varphi_0 = -\frac{2\pi\delta}{\lambda}$, ferner ist $tg\,\alpha$ gleich dem Verhältnis der Halbachsen a_1 und a_2.

Mit der Untersuchung der elliptischen Polarisation haben sich Jamin, Quincke, Kundt, Van der Willigen, Stokes, E. Wiedemann, Wernicke, Lundquist, Barczynski, K. E. F. Schmidt, Lummer und Kynast u. a. beschäftigt.

Elliptisch polarisierte Strahlen erhält man, wie wir auf S. 718 sahen, bei Reflexion unter einem Winkel, welcher größer als der Winkel der totalen Reflexion ist. In Fig. 406 auf S. 719 sind die beiden Rhomboeder von Fresnel abgebildet, deren jeder die Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$ oder den Gangunterschied $\frac{\lambda}{4}$ hervorruft. Man sieht leicht ein, daß sich ein solches Rhomboeder an Stelle eines Viertelwellenplättchens benutzen läßt. Die Messungen von Jamin haben die Richtigkeit der Formeln (28) und (29) auf S. 718, welche Fresnel abgeleitet hatte, erwiesen. Die elliptische Polarisation der Strahlen, welche von Metallen und stark absorbierenden Substanzen reflektiert sind, war auf S. 725 erwähnt worden.

Voigt (1901) hat eine Methode zur Untersuchung der Polarisationsart von ultravioletten Strahlen angegeben. Cotton zeigte, wie man die Bewegungsrichtung für kreisförmig polarisierte Strahlen bestimmt.

Nachdem wir die verschiedenen Formen der polarisierten Strahlen betrachtet haben, wollen wir zum Schluß noch einiges über die Versuche von Dove hinzufügen. Sein erster Versuch besteht in folgendem: Sonnenstrahlen wurden auf die Innenfläche eines hohlen Glaskegels in der Achsenrichtung desselben gesandt, mit welcher die Seitenlinien des Kegels einen Winkel von 45° bildeten. Der Einfallswinkel betrug 55°, weshalb die sich in einem Punkte der Achse sammelnden Strahlen in allen möglichen Azimuten polarisiert waren. Sie erschienen jedoch unpolarisiert. Ferner untersuchte Dove Strahlen, welche aus einem um die Strahlrichtung schnell rotierenden Polarisator austraten. Bei einem anderen Versuche ließ Dove den Polarisator zugleich mit einem Viertelwellenplättchen rotieren, d. h. er drehte einen elliptisch polarisierten Strahl, ohne das Verhältnis der Ellipsenhalbachsen zu ändern. Endlich ließ Dove den Polarisator rotieren, während das Viertelwellenplättchen fest blieb, so daß sich das Verhältnis und die Richtung der Ellipsenachsen in schneller Aufeinanderfolge änderten. In allen diesen drei Fällen zeigten die Strahlen keine Spur von Polarisation.

Indes hat Airy gezeigt, daß der aus dem rotierenden Polarisator austretende Strahl nicht mit einem gewöhnlichen Strahl identisch ist, sondern mit einer Kombination von zwei kreisförmig polarisierten Strahlen, wobei die Bewegungsrichtung in einem derselben mit der Uhrzeigerbewegung zusammenfällt, beim anderen die entgegengesetzte ist und die Umdrehungsdauer in beiden Fällen verschieden ist. Mit Hilfe eines solchen Strahles ist es Righi gelungen, eine Lichterscheinung zu erhalten, welche den bei Tönen auftretenden Schwebungen analog ist. Wir haben diese Versuche auf S. 643 beschrieben.

Literatur.

Zu § 2.

Arago: Mém. de la prem. Cl. de l'Inst. **12**, 92, 1812; Oeuvres compl. **7**, 291; **10**, 36, 58, 98, 368, 402; Gilb. Ann. **40**, 145, 1812; Ann. chim. et phys. (2) **17**, 80, 258, 1821.

Biot: Mém. de la prem. Cl. de l'Inst. **15**, 135, 1812; **13**, I, 1, 1812; **13**, II, 1, 31, 1812; Mém. d'Accueil **3**, 106, 132, 1813; Ann. chim. et phys. (2) **17**, 225, 1821; Traité de phys. **4**, 1816.

Brewster: Phil. Trans 1814, p. 187; 1818, p. 199; Treatise on New Philosophical Instruments, p. 336. Edinburgh 1813.

Young: Quarterly Rev. **11**, 42, 1814; Miscell. Works **1**, 269.

Fresnel: Ann. chim. et phys. (2) **4**, 298, 1817; **17**, 102, 167, 312, 1821; Pogg. Ann. **12**, 336, 1828; Oeuvres compl. **1**, 394, 427, 455, 495, 523, 533, 538, 542, 545, 551, 609, 763; Pogg. Ann. **12**, 336, 1828.

Airy: Cambr. Trans. **4,** 79, 198, 1831; Pogg. Ann. **23,** 204, 1831; **26,** 140, 1832
F. Neumann: Pogg. Ann. **33,** 257, 1834.
Ohm: Münch. Abhandl. **7,** 43, 265, 1853; Pogg. Ann. **90,** 327, 1853.
Friess: Wied. Ann. **31,** 90, 1884.
Zech: Pogg. Ann. **97,** 129, 1856; **102,** 354, 1857
Lommel: Pogg. Ann. **120,** 69, 1863; Wied. Ann. **18,** 56, 1883.
J. Müller: Pogg. Ann. **33,** 282, 1834; **35,** 95, 1835.
Bertin: Ann. chim. et phys. (3) **63,** 57, 1861; (6) **2,** 481, 1884; Compt. rend. **53,** 1213, 1861.
Pitsch: Wien. Ber. **91,** II a, 527, 1885.
Macé de Lépinay: Journ. de phys. (2) **2,** 162, 1883.
Pilgrim: Einige Aufgaben der Wellen- und Farbenlehre des Lichtes. Progr. d. Realanstalt in Cannstadt 1901.

Zu § 3

Descloiseaux: Ann. d. mines (6) **6,** 572, 1864; Pogg. Ann. **126,** 403, 1865.
Groth: Pogg. Ann. **144,** 49, 1871.
Laspeyres: Ztschr. f. Instr. **2,** 14, 54, 1882.
Czapski: N. Jahrb. f. Mineral., Beil. **7,** 500, 1891.
Bertin: s. oben.
Fuess: N. Jahrb. f. Mineral., Beil. **7,** 1890.
Fedorow: Arbeiten d. Geol. Komm. **10,** Nr. 2 (russ.); Ztschr. f. Krist. **22,** 229.

Zu § 6.

Bertin: s. oben.

Zu § 7.

Savart: Pogg. Ann. **49,** 292, 1840.

Zu § 8.

Mallard: Ann. Minéral. **7,** X, 60, 1876.
Brauns: Die optischen Anomalien der Kristalle. Leipzig 1891 (Preisschr. d. Jabl. Ges., Nr. 29).
Dufet: Journ. de phys. (4) **1,** 418, 1902; Bull. soc. minér. **24,** 355, 1901.
Hauswaldt: Interferenzerscheinungen an doppeltbrechenden Kristallplatten im konvergenten Polarisationslichte. Magdeburg 1902.

Zu § 9.

Descloiseaux: Ann. chim. et phys. (3) **67,** 191, 1863.

Zu § 10.

Voigt: Wied. Ann. **22,** 234, 1884.
K. E. F. Schmidt: Wied. Ann. **35,** 360, 1888.
Macé de Lépinay: Journ. de phys. (2) **10,** 204, 1891.
Jamin: Ann. chim. et phys. (3) **29,** 1850; Pogg. Ann., Ergbd. **3,** 232, 269, 1853.
Bravais: Ann. chim. et phys. (3) **43,** 139, 1855.
Szivessy: Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 271, 1919.
Lummer und Kynast: Ann. d. Phys. **22,** 721, 1907.

Zu § 11.

Adams: Proc. phys. Soc. **1,** 152; Phil. Mag. (5) **8,** 275, 1879.
Kirchhoff: Pogg. Ann. **108,** 567, 1859.
Lang: Ztschr. f. Krist. **2,** 492.
Klein: Berl. Ber. 1900, S. 248.

Zu § 12.

Fresnel: Ann. chim. et phys. (2) **4**, 298, 1817; (2) **20**, 376, 1822; Oeuvres compl. **1**, 691, 713.
Brewster: Phil. Trans. 1814, p. 431; 1815, p. 1, 29, 60; 1816, p. 46, 156; 1830, p. 87; Edinb. Trans. **8**, 281, 353, 1817; Pogg. Ann. **19**, 527, 1830.
Bücking: Ztschr. d. deutsch. geol. Ges. **32**, 199, 1880; Ztschr. f. Krist. **7**, 555, 1883.
Seebeck: Schweiggers Journ. **7**, 252, 382, 1813; **11**, 471, 1814; **12**, 1, 1814.
Dove: Pogg. Ann. **35**, 579, 1835.
Biot: Ann. chim. et phys. (2) **3**, 386, 1817; (2) **13**, 151, 386, 1820.
Wertheim: Compt. rend. **32**, 289, 1851; **33**, 576, 1851; **35**, 276, 1852; Ann. chim. et phys. (3) **40**, 156, 1854.
Mach: Pogg. Ann. **146**, 313, 1872.
Zschimmer und H. Schulz: Ann. d. Phys. **42**, 345, 1913.
F. Neumann: Pogg. Ann. **54**, 449, 1841; Berl. Abhandl. 1841.
Kundt: Pogg. Ann. **123**, 541, 1864; **151**, 126, 1874.
W. König: Ann. d. Phys. **4**, 1, 1901; **11**, 842, 1903; **52**, 553, 1917; Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 368.
Pockels: Wied. Ann. **37**, 144, 269, 372, 1889; Ann. d. Phys. **7**, 745, 1902; **9**, 220, 1902; Phys. Ztschr. **2**, 693, 1901.
Ambronn: Ber. math.-phys. Kl. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1898.
Hopkinson: Messag. of Mathem. **8**, 168, 1879.
Rayleigh: Phil. Mag. (6) **1**, 169, 1901; Arch. Néerl. (2) **5**, 32, 1900.
Czapski: Wied. Ann. **42**, 319, 1891.

Einfluß des Druckes auf Kristalle.

Brewster: Edinb. Trans. **8**, 281, 1818.
Pfaff: Pogg. Ann. **107**, 333, 1859; **108**, 598, 1859.
Moigno et Soleil: Compt. rend. **30**, 361, 1850.
Klocke: N. Jahrb. f. Mineral. **2**, 249, 1881.
Brauns: N. Jahrb. f. Mineral. **7**, 232, 1886.
Macé de Lépinay: Ann. chim. et phys. (5) **19**, 1, 1880.
Sacerdote: Ann. chim. et phys. (6) **20**, 289, 1900.
Klein: Berl. Ber. 1890, S. 724.
Pockels: Diss., Göttingen 1889; Wied. Ann. **37**, 144, 269, 1889; **39**, 440, 1890.
Mach und Merten: Wien. Ber. **72**, II, 315, 1875; Pogg. Ann. **156**, 639, 1875.
Dongier: Ann. chim. et phys. (7) **14**, 448, 1898.
Bücking: Ztschr. f. Krist. **7**, 555, 1883; Journ. de phys. (2) **3**, 106, 1884

Doppelbrechung in anderen festen Körpern.

E. Wiedemann und Lüdecking: Wied. Ann. **25**, 145, 1885.
Titzen-Hennig: Wied. Ann. **35**, 467, 1868.
Maurer: Wied. Ann. **28**, 628, 1886.
Fraas: Wied. Ann. **53**, 1074, 1894.
Bjerken: Wied. Ann. **43**, 808, 1891.
Bruce V. Hill: Phil. Mag. **2**, 524, 1901.
Leick: Diss., Greifswald 1903; Ann. d. Phys. **14**, 139, 1904.
Kundt: Wied. Ann. **27**, 59, 1886.
Dessau: Wied. Ann. **29**, 353, 1886.
Biot: Mem. de l'Acad. des Sc. **18**, 59, 1842.
Braun: Phys. Ztschr. **5**, 199, 1904; Ann. d. Phys. **16**, 278, 1905; **17**, 364, 1905.
Wiener: Phys. Ztschr. **5**, 332, 1904.
Bergholm: Ann. d. Phys. **43**, 1, 1914.

Doppelbrechung in Flüssigkeiten.

De Metz (Übersicht): Journ. russ. phys.-chem. Ges. **34**, 505—555, 1902.
Wertheim: Compt. rend. **32**, 144, 1851.
Kundt und Lehmann: Pogg. Ann. **153**, 10, 1874.
Maxwell: Pogg. Ann. **151**, 151, 1874.
Mach: Pogg. Ann. **146**, 313, 1872; Opt.-akust. Versuche, S. 25, Prag 1873.
De Metz: Compt. rend. **134**, 1353, 1902; **136**, 604, 1903; Wied. Ann. **35**, 497, 1888; Sapiski d. math. Abt. d. Odessaer Naturforscherges. **9**, 1889 (russ.).
Kundt: Wied. Ann. **13**, 110, 1881.
Umlauf: Wied. Ann. **45**, 304, 1892.
Almy: Phil. Mag. (5) **44**, 499, 1897.
Hill: Phil. Mag. (5) **48**, 485, 1899; (6) **2**, 524, 1901.
Diesselhorst, Freundlich und Leonhardt: Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 453.
Diesselhorst und Freundlich: Phys. Ztschr. **16**, 419, 1915.
Th. Schwedow: Journ. de phys. (2) **8**, 341, 1899; **9**, 34, 1890; (4) **1**, 49, 1892; Rapp. prés. au Congr. de phys. **1**, 478, Paris 1900.
Reiger: Phys. Ztschr. **2**, 213, 1901; Diss., Erlangen 1901.
Natanson: Bull. de l'Acad. des sc. de Cracovie, Classe des sc. math. et natur. 1901, p. 95, 161; Phil. Mag. (6) **2**, 469, 1901; Ztschr. f. phys. Chem. **39**, 355, 1901; Journ. d. Phys. **4**, 183, 1905; Phil. Mag. **2**, 469, 1901; Ztschr. f. phys. Chem. **39**, 355, 1901.
Zaremba: Bull. de l'Acad. des sc. de Cracovie 1903, p. 58, 380, 403, 594, 614; 1904, p. 97; Journ. d. Phys. **3**, 606, 1904.

Zu § 13.

Jamin: Ann. chim. et phys. (3) **29**, 1850; **30**, 1850; Pogg. Ann., Ergbd. **2**, 437, 1848; Ergbd. **3**, 269, 282, 1853.
Quincke: Pogg. Ann. **128**, 541, 1866.
Kundt: Pogg. Ann. **143**, 259, 1872.
Van der Willigen: Pogg. Ann. **117**, 464, 1862.
Stokes: Pogg. Ann. **91**, 300, 1854.
E. Wiedemann: Ber. Sächs. Ges. 1872.
Wernicke: Pogg. Ann. **159**, 198, 1876; Wied. Ann. **30**, 402, 1887
Lundquist: Pogg. Ann. **152**, 177, 565, 1874.
Barczynski: Diss. Rostock 1880.
K. E. F. Schmidt: Wied. Ann. **37**, 353, 1889; **51**, 416, 1894.
Voigt: Phys. Ztschr. **2**, 303, 1901.
Cotton: Journ. de phys. (3) **7**, 81, 1898.
Dove: Pogg. Ann. **71**, 97, 1847.
Airy: Undulatory Theory of Optics, p. 156 (Art. 183), 1877.

Achtzehntes Kapitel.

Drehung der Polarisationsebene.

§ 1. Drehung der Polarisationsebene. Drehung im Quarz. Breitet sich ein geradlinig polarisierter Strahl in gewissen Körpern aus, so ändert sich die Polarisationsebene, welche in einem gegebenen Punkte des Strahles unveränderlich ist, am Strahle entlang von einem Punkte

zum nächstfolgenden, indem sie sich in einer bestimmten Richtung dreht. Zieht man in jedem Punkte des Strahles senkrecht zu demselben in der Richtung der Schwingungen nach beiden Seiten eine Gerade von der Länge $2a$, wo a die Amplitude der Schwingungen ist, so liegen die Endpunkte dieser Geraden auf zwei Schraubenlinien, die um einen Zylinder mit dem Grundflächenradius a herumlaufen. Der aus einer derartigen Substanz austretende Strahl ist wiederum geradlinig polarisiert; die Richtung seiner Schwingungen wird durch die Richtung der Schwingung bestimmt, welche an der Austrittsstelle erfolgt war.

Die Polarisationsebene des austretenden Strahles bildet mit der Polarisationsebene des eintretenden Strahles einen gewissen Winkel α. Man sagt von derartigen Substanzen, daß sie die Polarisationsebene drehen, oder nennt sie auch kurz optisch aktive Substanzen. Die Drehung kann nach rechts oder nach links erfolgen, wobei man diese Richtungen vom Beobachter aus zu rechnen pflegt, welchem sich der Strahl nähert. Dementsprechend heißt die Substanz selbst rechtsdrehend oder linksdrehend; bisweilen wird auch bloß das Wort „rechts“ oder „links“ dem Namen der Substanz vorangestellt, wenn nämlich die chemische Zusammensetzung zweier Substanzen die gleiche ist (Isomerie) und sie sich hauptsächlich durch die Richtung unterscheiden, in welcher sie die Polarisationsebene drehen. Als Beispiele mögen die Rechtsweinsäure und Linksweinsäure, der Rechtsquarz und Linksquarz usw. dienen.

Man hat zwei Fälle von optischer Aktivität zu unterscheiden, nämlich:

1. in Kristallen unorganischer und organischer Substanzen,
2. in verschiedenen organischen Verbindungen, flüssigen oder gelösten.

Im ersten Falle besteht die Ursache der optischen Aktivität in Besonderheiten des inneren Baues der Kristalle; im zweiten Falle in Besonderheiten des inneren Baues der Moleküle.

Wir machen uns zunächst mit der allgemeinen Erscheinung selbst näher bekannt und betrachten zu diesem Zwecke die Drehung im Quarz.

Die Drehung der Polarisationsebene im Quarz ist von Arago (1811) entdeckt worden; Biot (1813 bis 1818) hat sie eingehend untersucht und Fresnel (1818, 1822) hat zuerst eine theoretische Erklärung gegeben. Die Drehung erfolgt im Quarz, einem einachsigen Kristall, wenn sich die Strahlen in ihm parallel zur Achse, d. h. in der Richtung ausbreiten, in welcher keine Doppelbrechung auftritt.

Wendet man homogenes Licht an, stellt zwei Nicols auf Dunkelheit ein und bringt darauf zwischen diese eine Quarzplatte, welche senkrecht zur Achse aus dem Kristall geschnitten ist, so erscheint das Gesichtsfeld erhellt und wird erst wieder dunkel, nachdem man den Analysator um einen gewissen Winkel α gedreht hat. Hieraus ist

ersichtlich, daß die aus dem Quarz austretenden, geradlinig polarisierten Strahlen eine Drehung der Polarisationsebene um den Winkel α erfahren haben, der gleich dem Drehungswinkel des Analysators bei Wiederherstellung des dunkeln Feldes ist. Je nach der Richtung, in welcher man den Analysator (bei dünner Platte) drehen mußte, unterscheidet man zwei Arten in der Natur vorkommender Quarze, den bereits erwähnten Rechtsquarz und Linksquarz. Spiegelt man einen Strahl, welcher z. B. eine Rechtsquarzplatte durchsetzt hat, derart, daß er in derselben Richtung wieder zurückkehrt, so dreht sich seine Polarisationsebene abermals nach „rechts", wobei man sich jetzt den Beobachter auf der entgegengesetzten Seite befindlich denkt, so daß der Strahl wiederum auf ihn zu geht. Da nun diese beiden Drehungen, welche die Polarisationsebene auf dem Hin- und Rückwege des Strahles erfahren hat, in Wirklichkeit einander entgegengesetzt sind, so bleibt jene Ebene hierbei unverändert. Geht ein polarisierter Strahl durch eine Quarzplatte und kehrt durch sie in derselben Richtung zurück, so ist die endgültige Drehung seiner Polarisationsebene gleich Null.

Biot hat vier Gesetze für die Drehung der Polarisationsebene im Quarz aufgestellt:

I. Gesetz. Die Größe der Drehung α ist der Plattendicke h proportional.

II. Gesetz. Die Größe der Drehung α ist für einen Strahl von gegebener Wellenlänge die gleiche im Rechtsquarz und Linksquarz.

III. Gesetz. Legt man mehrere Quarzplatten übereinander, so ist die Gesamtdrehung gleich der algebraischen Summe der Drehungen, welche von den einzelnen Platten hervorgebracht werden.

IV. Gesetz. Die Größe der Drehung α hängt von der Wellenlänge λ des Strahles ab; sie ist (angenähert) umgekehrt proportional dem Quadrate der Wellenlänge.

Wir werden sehen, daß das IV. Gesetz selbst in der vorsichtigen Fassung, welche es hier besitzt, nicht richtig ist. Jedenfalls ist aber so viel richtig, daß die Drehung α schnell zunimmt, wenn λ sich vermindert. Spricht man im allgemeinen von der Größe der Drehung α für ein gegebenes λ und einen gegebenen festen Körper, so setzt man dabei voraus, daß die Schichtdicke h der entsprechenden Substanz 1 mm beträgt. Um zu zeigen, in welchen Grenzen sich α im Zusammenhange mit λ ändert, wollen wir hier einige Grenzwerte anführen. Für den infraroten Strahl $\lambda = 2{,}14\,\mu$ findet Carvallo $\alpha = 1{,}63^0$; für $\lambda = 1{,}715\,\mu$ findet Moreau $\alpha = 1{,}83^0$; Hupe findet sogar

$$\alpha = 0{,}58^0 \quad \text{für} \quad \lambda = 2{,}9\,\mu.$$

Andererseits haben Soret und Sarasin (für die Cd-Linie 26, S. 285)

$$\alpha = 235{,}972^0 \quad \text{für} \quad \lambda = 0{,}214\,44\,\mu$$

gefunden.

Die Größe α beim Quarz haben bestimmt: Biot, Broch, Stefan, v. Lang, Gumlich, Lowry (1914) für sichtbare Strahlen; Soret und Sarasin für sichtbare und ultraviolette Strahlen; Desains und De la Provostaye, Desains, Hussel, Carvallo, Moreau, Hupe und Dongier (1897), Ingersoll (1917) für infrarote Strahlen.

Die von Broch (1846) gefundenen Zahlen beweisen deutlich, daß die Biotsche Regel ($\alpha\lambda^2 = Const.$) nicht richtig ist. Seine Resultate sind (bei 1 mm Plattendicke):

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
$\alpha =$	15,30	17,24	21,67	27,46	32,50	42,20°
$\alpha\lambda^2 =$	.7238	7429	7511	7596	7622	7842

Gumlich (1896) findet für die Linie *D* bei 20° die Drehung $\alpha = 21{,}7182^0$.

Für infrarote Strahlen fand Carvallo (1892) unter Anwendung der Thermosäule folgende Werte, an denen von Dongier (1898) einige Verbesserungen angebracht worden sind:

$\lambda =$	1,08	1,45	1,77	2,14 μ
$\alpha =$	6,18	3,43	2,28	1,60°

Moreau (1893) fand ebenfalls mit Hilfe der Thermosäule:

$\lambda =$	0,842	0,944	1,126	1,244	1,419	1,543	1,715 μ
$\alpha =$	10,28	7,95	5,53	4,21	3,21	2,32	1,83°

Hupe (1894) fand unter Anwendung des Bolometers:

$\lambda =$	0,80	0,90	1,10	1,40	1,60	1,77	2,00	2,90 μ
$\alpha =$	11,44	8,98	5,94	3,62	2,76	2,35	1,53	0,58°

Dongier (1898) fand mit Hilfe der Thermosäule:

$\lambda =$	0,761	0,868	0,940	1,035	1,369	1,744	2,20 μ
$\alpha =$	12,59	9,63	8,14	6,66	3,70	2,22	1,66°

Die beste Übereinstimmung zeigen die Resultate von Carvallo und Dongier.

Bates und Phelps (1917) haben das Drehungsvermögen des Quarzes zwischen 20 und 1000° gemessen. Die Kurve, welche die Beziehung zwischen Drehungsvermögen und Temperatur darstellt, zeigt bei 575°, dem Punkt, wo der Quarz von der Modifikation α in β übergeht, einen scharfen Knick.

Durchsetzen geradlinig polarisierte weiße Strahlen eine Quarzplatte, so stellen die austretenden Strahlen eine Vereinigung von geradlinig polarisierten Strahlen mit verschiedener Wellenlänge dar, deren

Polarisationsebenen in verschiedenen Azimuten liegen. Die Schwingungsrichtungen, welche zuerst für alle λ in einer Ebene lagen, divergieren beim Austritt aus der Quarzplatte fächerförmig. Bei einer Plattendicke von 1 mm beträgt die Divergenz der Polarisationsebenen für die sichtbaren Strahlen ungefähr 36° (sie schwankt zwischen 14 und 50°). Man bezeichnet diese Erscheinung als Dispersion der Polarisationsebenen oder Rotationsdispersion.

Bei Untersuchungen mit ultraviolettem Licht benutzt man oft Linsen aus Quarz, deren optische Achse zur Vermeidung von Doppelbrechung parallel der Achse des Kristalls gewählt wird. Aber solche Linsen rufen eine Drehung der Polarisationsebene hervor, die für die verschiedenen Stellen der Linse verschieden ist, was oft die Untersuchung kompliziert machen kann, z. B. wenn die Linse zwischen zwei gekreuzte Nicols gebracht wird. Gerschun (1903) gab eine vollständige Theorie des Durchganges eines polarisierten Strahles durch eine Quarzlinse. Auf eine ähnliche Wirkung der Quarzlinsen wies auch Wood (1903) hin.

Wenn ein weißer Strahl, nachdem er eine Quarzplatte durchsetzt hat, in den Analysator gelangt, so werden seine verschiedenen Bestandteile in ungleichem Maße absorbiert; vollkommen absorbiert wird, streng genommen, nur ein Teil, welcher einem bestimmten λ entspricht. Hieraus folgt, daß das Licht, welches den Analysator verläßt, farbig ist, und daß seine Farbe bei jeder Lagenänderung des Analysators oder jeder Änderung der Drehung wechseln muß. Wie wir wissen, bringt eine senkrecht zur Achse aus einem einachsigen Kristall herausgeschnittene Platte keine Änderung der Farbe zwischen den Nicols hervor. Quarz hingegen läßt in diesem Falle dennoch Farben auftreten, jedoch aus einem ganz anderen Grunde als z. B. eine parallel zur Achse herausgeschnittene Platte. Auch ist der Charakter der Erscheinung ein ganz anderer. Dreht man die Quarzplatte, so bleiben die Farben ungeändert. Ist die Platte parallel zur Achse herausgeschnitten, so treten bei Drehung derselben Farbenänderungen auf, wie sie auf S. 613 eingehend beschrieben worden sind, hier ist auch Abwesenheit der Farbe und völlige Dunkelheit möglich. Eine Quarzplatte läßt Farben bei allen Stellungen der Nicols auftreten. Sind die Nicols gekreuzt, so verschwindet die Farbe, für welche die Drehung 180° beträgt. Bei parallelen Nicols verschwindet die Farbe, für welche die Drehung 90° beträgt. Verschwindet Gelb, so entsteht jene empfindliche Färbung, von welcher auf S. 785 die Rede war. Dreht man den gelben Strahl um den Winkel α, so tritt die empfindliche Färbung bei einem Winkel zwischen den Nicols ein, der gleich $\alpha \pm 90°$ ist. Für eine links- oder rechtsdrehende Quarzplatte von der Dicke $h = 3{,}75$ mm beträgt der Drehungswinkel des gelben Strahles $\pm 90°$. Hieraus folgt, daß eine Quarzplatte von der Dicke 3,75 mm die empfindliche Färbung zwischen parallelen Nicols gibt. Die geringste Drehung des Analy-

sators und Einschaltung einer ebenfalls optisch aktiven Substanz in den Weg der Strahlen ändert den Farbenton und nähert ihn dem Rot oder Blau.

Einen wichtigen Bestandteil mancher Apparate bildet die sogenannte Soleilsche Doppelquarzplatte, die aus zwei Quarzplatten *A* und *B* (Fig. 487), einer rechtsdrehenden und einer linksdrehenden besteht, welche mit ihren Seitenflächen aneinandergeklebt sind; ihre Dicke beträgt 3,75 mm. Zwischen parallelen Nicols erscheinen beide Hälften in der empfindlichen Färbung. Bei der geringsten Drehung des Analysators ändern sich die Farben beider Hälften gewissermaßen in verschiedenen Richtungen und gehen in Blau bzw. Rot über; die geringste Verschiedenheit der Farben läßt sich hierbei sehr gut erkennen. Bisweilen gibt man der Doppelquarzplatte die Form einer runden Scheibe, deren beide Hälften in der Mitte aneinandergeklebt sind. Verdoppelt man die Dicke der Doppelquarzplatte, d. h. macht man sie gleich 7,5 mm, so nehmen beide Hälften zwischen gekreuzten Nicols die empfindliche Färbung an.

Fig. 487.

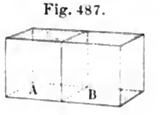
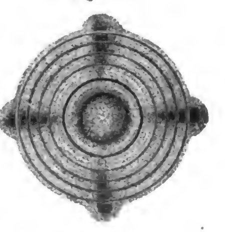


Fig. 488.



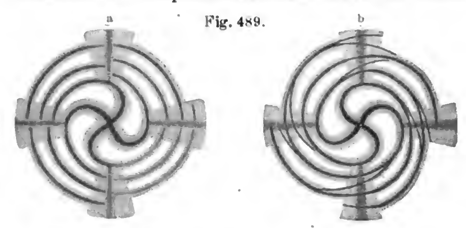
Wir gehen nunmehr zu den Erscheinungen über, welche man in konvergierenden Strahlen beobachtet. Wie wir sahen (S. 798), läßt eine einachsige, senkrecht zur Achse herausgeschnittene Kristallplatte in konvergierenden Strahlen eine Reihe farbiger Ringe mit einem hindurchgehenden dunkeln Kreuze erscheinen, wenn die Nicols gekreuzt sind, mit einem hellen Kreuze, wenn die Nicols parallel gestellt sind. Die Mitte selbst ist farblos, da längs der Achse keine Doppelbrechung stattfindet. Eine Quarzplatte dagegen gibt eine farbige Mitte, wobei deren Farbe von der Plattendicke, der Drehungsrichtung und von dem Winkel zwischen den Nicols abhängig ist. Die Arme des Kreuzes reichen nicht bis zur Mitte, so daß bei gekreuzten Nicols ein Bild entsteht, wie es die Fig. 488 zeigt. Bei parallelen Nicols treten an Stelle der dunkeln Streifen helle. Besonders bemerkenswert ist, daß die farbigen Figuren nur bei den beiden genannten Stellungen der Nicols Kreise sind. Bei anderen Stellungen der Nicols nehmen jene Figuren eine Form an, welche an die von Quadraten mit abgerundeten Ecken erinnert, wobei die Diagonalen die spitzen und stumpfen von den Hauptebenen der Nicols gebildeten Winkel halbieren. In der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint eine kreuzförmige farbige Figur. Airy hat eine große Reihe von Fällen theoretisch untersucht, wo farbige Figuren durch verschiedene Kombinationen von doppeltbrechenden und drehenden

Platten entstehen; er hat auch die Entstehungsweise der soeben beschriebenen Figur erklärt.

Von den Kombinationen, welche Airy untersucht hat, möge hier noch eine erwähnt sein. Bringt man in die konvergierenden Strahlen zwischen zwei Nicols zwei übereinandergelegte Quarzplatten, von denen die eine linksdrehend, die andere rechtsdrehend ist, so entstehen die sogenannten Airyschen Spiralen, die in Fig. 489 abgebildet sind. Tritt das Licht aus dem Polarisator zuerst in die linksdrehende Platte ein, so entsteht die Fig. 489 a; bei umgekehrter Anordnung der Platten entsteht die Fig. 489 b.

§ 2. Drehung der Polarisationsebene in anderen Körpern. Außer dem Quarz gibt es noch eine große Zahl anderer fester und flüssiger Körper, welche die Polarisationsebene drehen. Für feste kristallinische Substanzen ist die optische Aktivität untrennbar verbunden mit

Fig. 489.

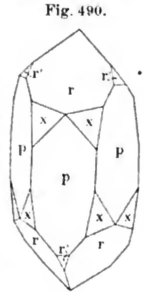


einer bestimmten geometrischen Eigenschaft der Kristallform. In Bd. I, Abt. 2 auf S. 297 war auf eine besondere Dissymmetrie in der Lage der Kristallflächen hingewiesen worden, wodurch die enantiomorphen Formen entstehen, von denen eine als das Spiegelbild der anderen angesehen werden kann. Die Fig. 146 bis 149 (Bd. I, Abt. 2) zeigten Beispiele solcher enantiomorphen Formen. Die Enantiomorphie ist die unerläßliche Bedingung für das Drehungsvermögen eines Kristalls, wobei einer von den beiden enantiomorphen Kristallen rechtsdrehend, der andere linksdrehend ist. Die Enantiomorphie ist jedoch nicht die ausreichende Bedingung für die optische Aktivität. Es gibt Substanzen, die zugleich in zwei enantimorphen Formen kristallisieren und eine Drehung der Polarisationsebene nicht auftreten lassen. Ein Beispiel solcher Zwillingsbildung (Bd. I, S. 297) zeigt der brasilianische Quarz und insbesondere seine violette Abart — der Amethyst. Bei ihm kommen die X-Flächen vor, welche sowohl rechts als auch links von der Kante liegen (Fig. 490). Brewster hat die Entdeckung gemacht, daß der Amethyst eine Zwillingsbildung des rechts- und des linksdrehenden Quarzes ist, bei welcher die Schichten bisweilen abwechseln, so daß eine senkrecht zur Achse herausgeschnittene Platte die Airyschen Spiralen erscheinen läßt.

Marbach entdeckte die Drehung der Polarisationsebene am Natriumchlorat ($NaClO_3$), Natriumbromat ($NaBrO_3$) und am Natriumuranylacetat, $NaUO_2(C_2H_3O_2)$, welche dem regulären System angehören. Die Drehung an $NaClO_3$ hat in jüngster Zeit (1919) Perucca untersucht.

In den drehenden Kristallen des regulären Systems (hierher gehört z. B. das Natriumsulfantimoniat, $Na_3SbS_4 + 9H_2O$) erfolgt Drehung der Polarisationsebene, in welcher Richtung auch immer der Strahl durch den Kristall hindurchgehen mag. In den einachsigen Kristallen des hexagonalen und quadratischen Systems erfolgt Drehung nur, wenn der Strahl die Richtung der optischen Achse einhält.

Fig. 490.



Zu den einachsigen Kristallen, welche die Polarisationsebene drehen, gehören außer dem Quarz auch noch der Zinnober, die schwefelsauren Doppelsalze von Kalium und Natrium, Lithium und Rubidium, Lithium und Ammonium, das schwefelsaure Doppelsalz des Kaliums und Lithiums, jodsaures Natrium, dithionsaure Salze des Kaliums, Calciums, Strontiums und Bleies und eine kleine Anzahl organischer Verbindungen, unter ihnen schwefelsaures Strychnin und Matikocampher ($C_{10}H_{16}O$).

Eine außerordentlich starke Drehung zeigt der Zinnober. Descloiseaux fand, daß die Drehung für gelbes Licht 325° beträgt (1 mm Plattendicke); sie ist 15mal größer als beim Quarz. Bei tiefer Temperatur wird sie nach Becquerel geringer.

Sehr viel höhere Werte zeigen sich oft bei den sogenannten flüssigen Kristallen, worauf wir in Bd. III zurückkommen werden. Hier genügt es, eine Tabelle anzuführen, aus welcher der enorme Betrag der Drehung hervorgeht.

Drehung von Cyanester nach Stumpf.

Temp. 75°		Temp. 80°		Temp. 95°	
λ	a	λ	a	λ	a
658	5 300°	642	6 000°	668	5 500°
626	8 000	636	8 300	652	8 500
610	16 300	522	33 000	558	27 600
516	37 700	508	25 900	544	13 900
498	28 500	492	22 600	516	11 500
468	26 400	473	21 900	498	11 300
452	27 650	460	22 500	476	11 800
440	32 000	446	25 100	456	13 800

Als einziges Beispiel eines die Polarisationsebene drehenden zweiachsigen Kristalls galt lange der Quarz, wenn er einem entsprechenden Drucke ausgesetzt ist.

Dieser Fall ist von Beaulard und Dongier (1896) u. a. untersucht worden. In neuerer Zeit ist indessen sowohl auf Grund theoretischer Überlegungen, als auch durch unmittelbare Beobachtung festgestellt worden, daß eine Drehung der Polarisationsebene auch in zweiachsigen Kristallen möglich ist. Auf diesem Gebiet arbeiteten ferner Pockels, Weder, Pocklington, Sommerfeld, Wiener, Chipart, Dufet und Voigt.

Die Möglichkeit dieser Erscheinung ist schon früher auf Grund theoretischer Überlegungen behauptet worden von MacCullagh, Verdet, Clebsch, Boussinesq, Gibbs, Goldhammer u. a.

Als erster hat diese Erscheinung Pocklington (1901) beobachtet, der die Drehung in den Kristallen von Rohrzucker und Seignettesalz, $NaK(C_4H_4O_6) + 4\,H_2O$, untersuchte. Er fand beim Zucker in der Richtung senkrecht zur Spaltungsebene eine Linksdrehung um 22° pro 1 cm, in der Richtung der anderen Achse eine Rechtsdrehung um 64° pro 1 cm. Darauf hat Dufet die Drehung in einer ganzen Reihe zweiachsiger Kristalle beobachtet und gemessen, z. B. in Ammoniakseignettesalz, $NH_4Na(C_4H_4O_6) + 4\,H_2O$, schwefelsaurem Magnesium ($MgSO_4 + 7\,H_2O$), in primärem Natriumphosphat ($NaH_2PO_4 + 2\,H_2O$), in Weinsäure und in Rhamnose. Letztere Substanz zeigte für beide Achsen Linksdrehung, aber dem Werte nach verschiedene. Für die Achse mit der stärkeren Drehung ergab sich die Formel $\alpha = 59{,}68 + 7{,}69\,\frac{1}{\lambda^2} + 5{,}69\,\frac{1}{\lambda^4}$. Für $\lambda = 6708$ (Li) $\alpha = 104°$, für $\lambda = 4358$ (Hg) $\alpha = 261°$ pro 1 cm. Die entsprechenden Größen für Quarz sind: 98,2 und 246,8°, also von derselben Größenordnung.

A. Johnsen (1915) hat nachgewiesen, daß das zweiachsige, dem monoklin-hemimorphen System angehörige Lithiumsulfat-Monohydrat, $Li_2SO_4 . H_2O$, rechts- und linksdrehende Kristalle gibt. Diejenigen Kristalle, die den analogen Pol der Pyroelektrizität rechts haben, sind rechtsdrehend, die anderen linksdrehend.

Voigt (1905) bestimmte die eigenartige Form der Wellenoberfläche in diesem Fall.

Es gibt nur wenige Körper, die sowohl in kristallisiertem, als auch in amorphem oder gelöstem Zustande optisch aktiv sind. Hierzu gehören das schwefelsaure Strychnin (Descloiseaux), die weinsauren Salze des Rubidiums und Cäsiums, Matikocampher und noch einige organische Verbindungen. Daß hierher auch Amylaminalaun gehört (Le Bel), wird von Wyrouboff (1886) bestritten. In den genannten Substanzen rufen sowohl der Molekülbau als auch der Bau des Kristalls unabhängig voneinander Drehung der Polarisationsebene hervor. Wyrouboff hat (1894) gefunden, daß eine Lösung von weinsaurem Rubidium linksdrehend ist, wenn der Kristall rechts dreht und umgekehrt. Andere einachsige Kristalle verlieren die Drehungsfähigkeit, wenn man

sie auflöst, oder wenn man sie durch Schmelzung in den amorphen Zustand überführt (Quarz, Zinnober u. a.).

Einige Substanzen sind drehend in Lösung und in amorphem Zustande, nicht aber in Kristallform. Für die Betrachtung der Drehung in Flüssigkeiten (wozu auch die Lösungen gehören) und Gasen hat man den Begriff des spezifischen Drehungsvermögens einzuführen. Biot hat aus seinen Messungen den Schluß gezogen, daß die Drehung einer Lösung nur von der Menge der aktiven Substanz abhängt, welche in der Volumeneinheit der Lösung enthalten ist, von der Art des inaktiven Lösungsmittels aber fast gar nicht abhängig ist. Ist δ die Dichte der Lösung, σ das Verhältnis des Gewichtes der gelösten Substanz zum Gewichte der Lösung selbst, l die Länge der Flüssigkeitssäule, durch welche der Strahl hindurchdringt und α die hierbei auftretende Drehung, so nennt Biot die Größe

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{l\,\delta\,\sigma} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

das spezifische Drehungsvermögen der gelösten Substanz. Die Größe l wird gewöhnlich in Dezimetern angegeben. Als molekulares Drehungsvermögen pflegt man die Größe

$$\alpha_m = \frac{P}{100}[\alpha] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

zu bezeichnen, wo P das Molekulargewicht der gelösten Substanz darstellt.

Als spezifisches Drehungsvermögen der Flüssigkeiten (welche keine Lösungen sind), welche an sich drehend sind, bezeichnet man die Größe

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{l\,\delta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

wo δ die Dichte der Flüssigkeit bedeutet.

Das spezifische Drehungsvermögen einer Zuckerlösung beträgt für gelbes Licht ungefähr 66°; für den Quarz würde die spezifische Drehung 830° betragen (1 dm dreht beispielsweise um 2400°). Nasini fand, daß $[\alpha]$ besonders groß beim Santonin (202° für D), Santonid (700°) und Parasantonid (897°) ist. Die letztgenannte Substanz gibt für den Strahl $\lambda = 0{,}4226\,\mu$ die Drehung $[\alpha] = 2963°$. Die Größe $[\alpha]$ ist jedoch für eine gegebene Substanz und eine gegebene Temperatur keine bestimmte Größe. Wie bereits Biot gezeigt hat, ändert sie sich ein wenig je nach dem Konzentrationsgrade der Lösung und der Art des Lösungsmittels. Besonders hat sich Landolt mit dieser Frage beschäftigt. Er fand, daß $[\alpha]$ im allgemeinen durch folgende empirische Formel ausgedrückt werden kann:

$$[\alpha] = A + Bq + Cq^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

wo q die in 100 Gew.-Tln. der Lösung enthaltene Gewichtsmenge des Lösungsmittels ist.

Für eine Lösung von Campher in Alkohol ist

$$[\alpha] = 54{,}38^0 - 0{,}1614\,q + 0{,}000\,369\,q^2.$$

Für eine Lösung von Terpentinöl in Alkohol ist

$$[\alpha] = 36{,}974^0 + 0{,}004\,8164\,q + 0{,}000\,133\,1\,q^2.$$

Eine schwache Lösung der Äpfelsäure ist linksdrehend, eine konzentriertere rechtsdrehend; Schneider findet für sie

$$[\alpha] = 5{,}891^0 - 0{,}089\,59\,q,$$

wobei die Drehung nach rechts positiv gerechnet ist. Für $q = 65{,}7$ ist $[\alpha] = 0$. Für Rohrzuckerlösung ändert sich $[\alpha]$ verhältnismäßig wenig bei Änderung von q.

Eine bemerkenswerte Erscheinung zeigen verschiedene Zuckerarten (Glykose, Lactose u. a.). Sie wurde von Debrunfaut (1846) entdeckt und besteht darin, daß eine frisch zubereitete Lösung eine sehr starke Drehung besitzt, die rasch abnimmt und nach einigen Stunden einen normalen Wert erreicht. Diese Erscheinung haben viele Forscher untersucht, in letzter Zeit Roux, Trey, Hudson (1903). Der Grund zu dieser Erscheinung wurde von Tanret entdeckt; er fand, daß diese Zuckerarten in drei Formen auftreten, die mit α, β und γ bezeichnet werden. So ist z. B. die Glykose α die gewöhnliche feste Glykose, deren Drehung größer als 106° ist. In Lösungen entsteht die Form β mit der Drehung 52,5°. Eine andere feste Glykose (γ), die auch Tanret entdeckt hat, dreht um 22°. Roux untersuchte die Glykose α und γ, wobei in den Lösungen von γ die Glykose eine wachsende Drehung aufwies, angefangen von 19,8°; umgekehrt zeigte die α-Glykose eine Abnahme der Drehung. In beiden Fällen betrug der endgültige Wert der Drehung 52,5°. Die Abweichung vom endgültigen Wert kann dargestellt werden als Funktion der Zeit in der Form: $y = \frac{y_0}{K^t}$, wo K eine Konstante ist.

Ein Gemisch der Glykosen α und γ gab in der Lösung eine Drehung um 52,6°, d. h. verwandelte sich in die Glykose β. Analoge Resultate erhielt Roux für die Lactose, deren Drehung besonders eingehend von Trey untersucht wurde, besonders in bezug auf den Einfluß von Beimischungen auf die Größe der Drehung.

Oudemans hat gezeigt, daß sich $[\alpha]$ für Alkaloidlösungen besonders stark mit dem Lösungsmittel ändert. So ist z. B. die spezifische Drehung einer Brucinlösung in Alkohol gleich 35°, im Chloroform jedoch schwankt sie je nach dem Konzentrationsgrade zwischen 119 und 127°.

Oudemans hat ferner gefunden, daß die Drehung in schwachen Salzlösungen, welche ein optisch aktives Ion enthalten, eine additive Eigenschaft (Bd. I, Abt. 1, S. 50) ist. So hängt einerseits die Drehung der Alkaloidsalze nicht von der Säure ab, ist aber andererseits die Drehung der Salze der Chinasäure fast die gleiche für die Metalle K, Na, Ba, Sr, Mg und für NH_4.

Patterson (1901 bis 1905) hat umfangreiche Untersuchungen ausgeführt über die Frage des Einflusses des Lösungsmittels auf die Größe der Drehung.

Von außerordentlichem Interesse ist die Tatsache, daß die Anwesenheit einiger fremder Beimengungen das Drehungsvermögen einer Lösung bedeutend erhöht. Eine solche Erhöhung wird z. B. durch Oxyde des Bors, Antimons, Arsens, Molybdäns und Wolframs bewirkt. Das bemerkenswerteste Beispiel hat jedoch Walden (1897) in den Salzen des Uranyls (UO_2) entdeckt. Wir wollen hier einige Zahlenbeispiele für die Linksäpfelsäure anführen. Ihr spezifisches Drehungsvermögen für den gelben Strahl beträgt $[\alpha] = -0{,}77^0$. Fügt man der Lösung Kalilauge (KHO) hinzu, so wächst die Drehung auf $-3{,}0^0$. Salpetersaures Uranyl, $[UO_2(NO_3)_2 + 6\,H_2O]$, erhöht die Drehung bis auf -11^0. Bei einem gewissen Gehalte an Lauge und Uranyl (1 Mol. Äpfelsäure auf 4 Mol. Lauge und 1 bis 4 Mol. salpetersaures Uranyl) geht die Drehung bis zu -475^0, d. h. sie wächst um mehr als das 500 fache.

In der letzten Zeit sind viele Arbeiten veröffentlicht worden über den Einfluß von Beimischungen auf die Drehung (Drehfähigkeit) einer Lösung. Hierhin gehören die Arbeiten von Milroy (1904), Rimbach und Schneider (1903), Rimbach und Weber (1905), Grossmann (1906), Grossmann und Pötter (1905) u. a. Der Einfluß von Beimischungen wurde zuerst von Gernez (1889) bemerkt, und zwar der Einfluß der Beimischung einer Verbindung von Molybdän und Wolfram auf Äpfelsäure. Rimbach und Schneider fanden, daß Verbindungen von Zirkon gleichfalls die Drehung vergrößern, z. B. bei Chinasäure, $(HO)_4C_6H_7CO_2H$.

Biot hat (1818) die Entdeckung gemacht, daß die Dämpfe des Terpentinöls ebenfalls die Polarisationsebene drehen. Gernez beobachtete Drehung bei den Dämpfen des Terpentinöls, des Camphers und anderer Substanzen; er fand, daß das spezifische Drehungsvermögen in flüssigem und dampfförmigem Zustande das gleiche ist. Abweichungen von dieser Regel haben Guye und Amaral gefunden, jedoch war der Unterschied der Werte von $[\alpha]$ für den flüssigen und gasförmigen Zustand für alle untersuchten Substanzen (außer dem Valerianaldehyd) nur gering. Zucker und Weinsäure drehen in gleicher Weise in Lösung und im amorphen Zustande.

F. Neumann und Verdet haben gezeigt, daß die Tordierung eines festen Körpers in demselben eine Drehung der Polarisationsebene

für Strahlen hervorrufen muß, welche den Körper an der Torsionsachse entlang durchsetzen. Ewell hat (1899) dieses Resultat durch Versuche an Glas und Gelatine bestätigt gefunden; die Drehung erfolgt im entgegengesetzten Sinne wie die Tordierung.

Zusammenstellungen der optisch aktiven organischen Substanzen mit Angabe von Größe und Richtung der Drehung findet man in Landolts Werk: „Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen", Braunschweig 1898, 2. Aufl., und in den „Physikalisch-chemischen Tabellen von H. Landolt und R. Börnstein". An dieser Stelle mögen einige wenige Substanzen genannt sein.

Rechtsdrehend sind: Rohrzucker, Milchzucker, Maltose, Dextrose, Stärke, Dextrin, Glykogen, Rechtsweinsäure und deren Salze, Äpfelsäure, welche aus Rechtsweinsäure gewonnen ist, Valeriansäure, Rechtsterpentinöl oder Australen (aus pinus balsamica, australis, silvestris, nigra und abies), viele ätherische Öle, Borneol, verschiedene Campherarten, verschiedene Alkaloide usw.

Linksdrehend sind: Lävulose, Mannit, Linksweinsäure und deren Salze, natürliche Äpfelsäure, Linksterpentinöl oder Therebenten (aus pinus maritima, larix, picea und pumilio), viele ätherische Öle (z. B. Rosenöl), verschiedene Camphersorten, leim- und eiweißhaltige Substanzen (Albumine, Casein, Peptone) und zahlreiche Alkaloide, z. B. Chinin, Morphin, Narkotin, Papaverin, Strychnin, Brucin, Nicotin, Aconitin u. a.

Wir wenden uns jetzt den klassischen Arbeiten von Pasteur zu, die zur Festlegung des Begriffes Racemie und zur Trennung racemischer Körper geführt haben. 1830 entdeckte Berzelius die Traubensäure (acidum racemicum) und fand, daß sie ihrer chemischen Zusammensetzung nach identisch mit der Weinsäure ist, daß aber ihre Salze nicht drehen, während Weinsäure nach rechts dreht. Pasteur untersuchte die Kristallisation von weinsaurem Natriumammonium und entdeckte, daß es zwei enantiomorphe kristallische Formen gibt, die sich aber durch einfache mechanische Trennung sondern lassen. Die Lösung des einen Salzes erwies sich dabei als rechtsdrehend, die des anderen als linksdrehend. Es gelang ihm auch die entsprechenden Säuren darzustellen, wobei die rechtsdrehende sich als identisch erwies mit der gewöhnlichen Weinsäure, während die andere, die genau dieselbe chemische Zusammensetzung besaß, linksdrehend war. Bei der Mischung konzentrierter Lösungen dieser Säuren enthielt Pasteur die optisch inaktive Traubensäure. Durch diesen Versuch wurde erstmalig bewiesen, daß in der Natur optisch inaktive Substanzen vorkommen, die eine Mischung darstellen von zwei chemisch gleichen Substanzen, die gleichstarke Drehungen aber in verschiedenem Sinn besitzen. Die Stoffe erhielten den Namen racemische, die Erscheinung selbst heißt Racemie. Die Komponenten werden durch die Buchstaben l (laevo) und d (dextra) bezeichnet. So besteht z. B. die Traubensäure aus l- und d-Weinsäure.

Eine Erklärung der von Pasteur angewandten Methode, um die beiden Säuren voneinander zu trennen, wurde erst später gefunden, als van 't Hoff (1886) den Begriff der Übergangstemperatur aufstellte, und als Scacchi fand, daß traubensaures Natriumammonium aus Lösungen auskristallisiert bei Temperaturen über 28°, während man bei tieferen Temperaturen eine Mischung von d- und l-weinsaurem Natriumammonium erhält. Es erwies sich, daß die Temperatur des Überganges vom traubensauren Natriumammonium in die beiden weinsauren Salze 37° beträgt. Es gibt fünf Methoden, diese Übergangstemperatur Θ zu bestimmen: 1. die dilatometrische — die plötzliche Änderung des Volumens beim Überschreiten dieser Temperatur Θ. 2. Beobachtung der Elastizität der Dämpfe (diese Elastizität muß bei der Temperatur Θ gleich sein für den racemischen Stoff und die Mischung der beiden Komponenten). 3. Elektrische Methode, Konzentrationsketten aus beiden Lösungen müssen bei Θ^0 keine Potentialdifferenz geben. 4. Thermometrische Methode (analog dem Schmelzpunkt). 5. Beobachtung der Löslichkeit (die Mischung der beiden Komponenten und der racemische Stoff sind bei Θ^0 gleich löslich).

Außer der schon erwähnten Methode, eine racemische Mischung zu trennen, hat Pasteur noch zwei andere angegeben. Erstens fand er, daß die beiden Salze (l und d) sich in jeder Hinsicht unterscheiden (Löslichkeit, Kristallform, spezifisches Gewicht, Kristallwasser), wenn die Säure mit einer Base, die ihrerseits optisch aktiv ist, zur Wechselwirkung gelangt war. Von dieser Art sind z. B. die beiden weinsauren Salze von Cinchonicin.

Die dritte von Pasteur angegebene Methode besteht darin, daß man in die Lösung des traubensauren Ammoniums Hefebazillen einführt. Hierbei wird die inaktive Flüssigkeit linksdrehend, die Hefe entwickelt sich auf Kosten des d-weinsauren Ammoniums. Diese Methode kann in vielen Fällen angewandt werden. Unter dem Einfluß der Mikroorganismen beginnt eine Gärung, wobei die Organismen die eine der beiden optisch aktiven Komponenten zerlegen. Wenn eines der optischen Isomeren in der Natur vorkommt, das andere nur künstlich hergestellt werden kann, so verschwindet beim besprochenen Gärungsprozeß immer das natürliche Isomere. Die Mikroorganismen sind ihm gewissermaßen besser „angepaßt“.

Wir wollen uns mit diesen allgemeinen Hinweisen begnügen und nicht eingehen auf die weiteren Arbeiten von Bremer, Lewkowitsch, Erlenmeyer und besonders von Ladenburg. Sehr interessant ist die Frage der Entstehung der unzähligen optisch aktiven Verbindungen in Pflanzen, da die synthetischen Methoden im Laboratorium immer eine optisch inaktive Mischung ergeben. Cotton (1896) fand, daß l- und d-weinsaure Lösungen von Kupferoxyd nicht im gleichen Maß kreisförmig polarisiertes Licht von bestimmtem Drehungssinn absorbieren. Er wies

auch auf die Möglichkeit hin, racemische Körper in ihre Komponenten zu zerlegen, mit Hilfe eines solchen Lichtes, da man bei verschiedener Absorption auch einen verschiedenen Einfluß des Lichtes auf beide Komponenten erwarten kann. Byck (1904) versuchte durch indirekte Methoden die Möglichkeit einer solchen Zerlegungsmethode zu beweisen und wies darauf hin, daß durch die Reflexion teilweise polarisierten Himmelslichtes von Wasseroberflächen und durch den Einfluß des magnetischen Feldes der Erde in der Natur die Bedingungen gegeben sind zur Entstehung von kreisförmig polarisiertem Licht mit bestimmtem Drehungssinn, und daß man hier den Grund suchen kann für die einseitige Symmetrie biologisch-photochemischer Prozesse im Pflanzenreich.

Eine sehr große Bedeutung für den alten Streit über die Entstehung der Naphta hat die von Biot (1835), nachher von Soltsien (1898) entdeckte Drehung der Polarisationsebene in verschiedenen Naphtaprodukten. 1900 wies Walden darauf hin, daß diese Drehung ein Grund zugunsten der organischen Entstehung des Naphtas sei. Tschugaew und Rakusin (1904) kamen zum selben Schluß und hielten dieses Argument sogar für ausschlaggebend. Charitschkow indessen bestreitet die Bedeutung desselben; nichtsdestoweniger muß sich die Theorie der Entstehung des Naphtas mit der Tatsache abfinden, daß die synthetischen (Laboratoriums-) Methoden niemals zu optisch aktiven Verbindungen führen.

Eine inaktive Substanz, die in zwei optische Isomeren gespalten werden kann, heißt Racemkörper. Eine solche Substanz kann sowohl eine chemische Verbindung, als auch ein Gemisch aus zwei optischen Isomeren sein.

Auf S. 833 hatten wir gesagt, die optische Aktivität werde durch Besonderheiten im Bau der Moleküle hervorgerufen und dies wird dadurch bestätigt, daß sich das spezifische Drehungsvermögen beim Übergange einer Substanz aus dem flüssigen Zustande in den gasförmigen nicht ändert.

Bereits 1860 hat Pasteur den Gedanken ausgesprochen, daß in Flüssigkeiten, welche die Polarisationsebene drehen, die Asymmetrie der Form durch eine asymmetrische Anordnung der Atome im Molekül ersetzt sein könne. Im Jahre 1874 stellten van 't Hoff und Le Bel fast gleichzeitig und unabhängig voneinander eine Hypothese auf, welche die optische Aktivität und den Bau der Moleküle in bestimmten Zusammenhang bringt. Als unerläßliche Bedingung für die optische Aktivität fanden sie die Anwesenheit eines asymmetrischen Kohlenstoffatoms im Molekül, d. h. eines Atoms, dessen vier Valenzen durch vier verschiedene Atome oder Atomgruppen (Radikale) gesättigt sind, die man sich an den vier Ecken eines das Kohlenstoffatom gewissermaßen umgebenden regelmäßigen Tetraeders angeordnet denken kann. Man findet, daß alle aktiven Substanzen ein solches

asymmetrisches Kohlenstoffatom besitzen. Es gibt aber auch Verbindungen, deren Moleküle ebenfalls ein solches Kohlenstoffatom besitzen und die dennoch optisch inaktiv sind. Blickt man von einer Ecke des gedachten regelmäßigen Tetraeders aus, so können die drei Radikale, welche die übrigen Ecken einnehmen, sich in zwei verschiedenen Anordnungen zeigen; geht man um den Umfang des Dreiecks herum, welches der gewählten Ecke gegenüberliegt, so sind die Reihenfolgen *ABC* oder *ACB* möglich. Durch die Existenz dieser beiden Verteilungen wird die Möglichkeit der optischen Isomerie bedingt; einer dieser Verteilungen entsprechen die linksdrehenden, der anderen die rechtsdrehenden Substanzen. Speziellere Fragen, die sich auf den Fall beziehen, wo sich im Molekül mehrere asymmetrische Kohlenstoffatome befinden, sollen hier übergangen werden, und findet man dieselben in den Lehrbüchern der organischen Chemie.

Hierher, oder genauer in die Stereochemie, gehört die Frage nach der optischen Aktivität von Substanzen, welche ein asymmetrisches Stickstoffatom enthalten; an dieser Frage haben Le Bel (1891), Ladenburg, Wedekind u. a. gearbeitet. Ferner haben Pope und Peachey Substanzen gefunden, in denen das vierwertige asymmetrische Schwefelatom optische Aktivität hervorruft; ebendieselben haben auch optisch aktive Zinnverbindungen erhalten. Pope und Neville (1902) haben optisch aktive Selenverbindungen, Kipping (1907) optisch aktive Siliciumverbindungen dargestellt. Phosphor, Kobalt, Eisen, Chrom und Rhodium vermögen ebenfalls die Funktionen eines asymmetrischen Atoms auszuüben (Werner).

Umfangreiche, zum Teil theoretische Untersuchungen über die Drehung der Polarisationsebene hat Winter (1906, 1907) ausgeführt.

§ 3. Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge λ (Rotationsdispersion) und der Temperatur t. Auf S. 834 war gesagt worden, daß das Biotsche Gesetz, welches durch folgende Formel ausgedrückt werden kann:

$$\alpha = \frac{C}{\lambda^2} \qquad (5)$$

(C ist eine Konstante), nicht die wahre Abhängigkeit der Drehung α von der Wellenlänge ausdrückt.

Stefan hat hierfür den folgenden Ausdruck in Vorschlag gebracht:

$$\alpha = A + \frac{B}{\lambda^2} \qquad (6)$$

Aus den Zahlen, welche Broch für den Quarz gefunden hat, erhält Stefan für die Koeffizienten seiner Gleichung die Werte $A = -1{,}581$, $B = 804{,}03$, wobei für λ als Längeneinheit $0{,}1\,\mu$ gewählt ist (so daß z. B. der gelbe Strahl D die Wellenlänge $\lambda = 5{,}9$ hat). Seine eigenen

Messungen führten ihn zu den Werten $A = -1{,}753$, $B = 816{,}24$. Wie wir sahen, kann der Brechungsquotient n ebenfalls durch Formel (6) ausgedrückt werden. Hieraus folgt, daß die Drehung α und der Brechungsquotient n durch eine lineare Gleichung von folgender Form miteinander verknüpft sind:

$$n = a + b\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Boltzmann hält folgenden Ausdruck für genauer:

$$\alpha = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Lommel hat auf theoretischem Wege die Formel

$$\alpha = \frac{a\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8,a)$$

abgeleitet, in der a und λ_0 zwei Konstanten sind.

Die Stefanschen Zahlen geben für Quarz die Werte $A = 707{,}018$, $B = 1498{,}3$. Soret und Sarasin haben die Resultate ihrer umfangreichen Untersuchungen über die Drehung im Quarz (S. 835) ebenfalls durch eine Formel von der Form (8) ausgedrückt, wobei sie $A = 710{,}123$, $B = 1519{,}5$ setzten. Carvallo, Moreau und Gumlich (1898) haben in ihren Arbeiten, welche wir vorhin erwähnt hatten, verwickeltere Ausdrücke für α benutzt.

Gumlich hat (1898) für den Quarz die Formel (6) angenommen und außerdem für den sichtbaren Teil des Spektrums einen Ausdruck mit drei Gliedern (bei 20°):

$$\alpha = \frac{7{,}100\,16}{10^6\lambda^2} + \frac{0{,}157\,392}{10^{12}\lambda^4} - \frac{0{,}001\,303\,9}{10^{18}\lambda^6},$$

wo λ in Millimetern angegeben ist. Für das ganze Spektrum von $\lambda = 0{,}002$ mm bis $\lambda = 0{,}0002$ mm gibt er einen fünfgliederigen Ausdruck.

Stefan hat seine Formel (6) nicht nur auf den Quarz, sondern auch auf andere drehende Substanzen angewandt. Aus den Messungsresultaten von G. Wiedemann berechnete er für Terpentinöl die Werte $A = -4{,}4$, $B = 650{,}8$; für Citronenöl $A = -12{,}54$, $B = 2145{,}67$. Arndtsen hat für die spezifische Drehung des Zuckers die Formel

$$[\alpha] = -5{,}58 + \frac{2538}{\lambda^2}$$

vorgeschlagen, die sich mit den folgenden direkt beobachteten Werten in guter Übereinstimmung befindet:

Strahl:	C	D	E	b	F
$[\alpha]$	53,41	67,07	85,41	88,56	101,38°

Wild findet für den gelben Strahl D in Zuckerlösung die spezifische Drehung $[\alpha] = 66{,}417°$; Mascart und Bénard fanden 66,538°.

Lowry (1912) hat die Rotationsdispersion sehr genau beim Quarz und bei einer Anzahl organischer Verbindungen gemessen. Die Werte der Rotationsdispersion α beim Quarz ließen sich nicht darstellen durch die Drudesche Formel:

$$\alpha = \frac{K_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{K'}{\lambda^2},$$

wohl aber durch die erweiterte Formel:

$$\alpha = \frac{K_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{K_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} - \frac{K'}{\lambda^2},$$

wo K_1, K_2 und K' Konstanten sind. Für die organischen Substanzen genügte die Formel:

$$\alpha = \frac{K}{\lambda^2 - \lambda_0^2}.$$

Die Einwirkung von Druck auf das Drehungsvermögen einer Zuckerlösung ist von Siertsema untersucht worden; letzteres nimmt um 0,0026 seines Betrages zu, wenn sich der Druck bis auf 100 Atmosphären steigert. Mit dem Zusammenhange zwischen der Drehung und Strahlenbrechung hat sich auch J. Kanonnikow vielfach beschäftigt.

Analog der anomalen Dispersion (S. 358) existiert auch eine anomale Drehung. Diese ist von Arndtsen (1858) für Lösungen der Weinsäure in Wasser und Alkohol entdeckt worden. Bezeichnet man mit e das prozentuale Gewichtsverhältnis des Wassers zur Lösung, so erhält man für die spezifische Drehung der den verschiedenen Fraunhoferschen Linien entsprechenden Wellenlängen der Strahlen folgende Ausdrücke:

Strahl C	$[\alpha] =$	$+ 2{,}75^0$	$+ 0{,}09\,e$
„ D	$[\alpha] =$	$+ 1{,}95$	$+ 0{,}13\,e$
„ E	$[\alpha] =$	$+ 0{,}15$	$+ 0{,}18\,e$
„ b	$[\alpha] =$	$- 0{,}83$	$+ 0{,}19\,e$
„ F	$[\alpha] =$	$- 3{,}60$	$+ 0{,}24\,e$
„ e.	$[\alpha] =$	$- 9{,}61$	$+ 0{,}31\,e$

Die Vorzeichen (+) und (—) bedeuten, daß die Drehung nach rechts bzw. nach links erfolgt. Diese Zahlen beweisen nicht nur das Vorhandensein einer anomalen Drehung, sie zeigen auch, eine wie außerordentlich große Bedeutung der Konzentrationsgrad (die Größe e) der Lösung hat. Ist $e = 0$, so ändert die Drehung, die sich bei Abnahme von λ vermindert, ihr Vorzeichen. Biot und Arndtsen haben dieses Resultat an geschmolzenen (nichtkristallinischen, $e = 0$) Weinsäureplättchen bestätigt gefunden. In sehr verdünnten Lösungen verschwinden die Anomalien. Für den Wert $e = 50$ aber erhält man die Zahlen: 7,25 — 8,45 — 9,15 — 8,67 — 8,40 — 5,89, also das Maximum der Drehung für den Strahl E. Setzt man der Lösung Borsäure

hinzu oder erwärmt dieselbe, so verschwinden die Anomalien. Wendell hat (1898) die Resultate von Arndtsen bestätigt. Cotton hat bei einigen Salzen der Weinsäure anomale Drehung beobachtet; man ersieht dies aus folgender Zusammenstellung, wo $[\alpha]$Cu und $[\alpha]$Cr sich auf Kupfer- und Chromsalze beziehen:

$\lambda =$	0,657	0,589	0,581	0,562	0,522	0,475	0,437 μ
$[\alpha]$Cu $=$	0^0	$+2^0$	$+2^0 16'$	$+2^0 30'$	$+2^0 6'$	$+1^0 56'$	$+2^0$
$[\alpha]$Cr $=$	$50'$	$+1^0 45'$	$+1^0 18'$	0	$-1^0 14'$	$-36'$	—

Eine umfangreiche Untersuchung über anomale Drehung hat Bruhat (1914) ausgeführt.

Nutting (1903) untersuchte die Dispersion bei der Drehung auf photographischem Wege vom gelben ($\lambda = 600\,\mu\mu$) bis zum ultravioletten Teil des Spektrums, sogar bis $\lambda = 250\,\mu\mu$. Lösungen von Rohrzucker, Lactose, Maltose, Seignettesalz, Brechweinstein gaben einen normalen Verlauf der Dispersion. Campher zeigte ein schroffes Anwachsen der Dispersion im ultravioletten Teil des Spektrums; Limonen und Pinen gaben eine sehr schwache Dispersion. Für Weinsäure (spezifisches Gewicht der Lösung 1,236) wurde bei $\lambda = 380\,\mu\mu$ ein Wechsel des Vorzeichens der Drehung beobachtet und eine sehr starke Linksdrehung im ultravioletten Teil. In den meisten Fällen war es möglich, die Drehung R in Abhängigkeit von der Wellenlänge durch die Formel $R = K \frac{\lambda^2 - \lambda_1^2}{\lambda^2 (\lambda^2 - 2\lambda_1^2 + \alpha)}$ auszudrücken, wo die Konstanten folgende Werte haben:

	λ_∞	α	K	λ_1
Rohrzucker, $C_{12}H_{22}O_{11}$	213,2	0,028 706	22,7886	189,6317
Campher, $C_{10}H_{16}$	326,05	0,046 106	16,2606	276,0559
Weinsäure, $H_2C_4H_4O_6$	257,7	0,211 035	3,5006	373,300
Brechweinstein, $2\,KSbOC_4H_4O_6 + H_2O$.	274,9	0,054 039	38,9839	254,6130

Hier bedeutet $\lambda_\infty^2 = 2\lambda_1^2 - \alpha$, d. h. λ_∞ ist die Wellenlänge, für die $R = \pm\infty$ wird; bei $\lambda = \lambda_1$ ändert R sein Vorzeichen; K ist in Graden angegeben. Bei Weinsäure wurden folgende Werte für α gefunden:

$\lambda =$	589	467	395	358	334	309	281 $\mu\mu$
$\alpha =$	$+9,82$	$+7,49$	$+5,42$	$-10,58$	$-35,82$	$-126,8$	$-247,4$

für $\lambda = 257,7\,\mu\mu$ wird $\alpha = -\infty$.

Ingersoll (1917) untersuchte die Drehung in infraroten Strahlen.

Die Abhängigkeit der Drehung des Quarzes von der Temperatur t haben Fizeau, v. Lang, Sohncke, Joubert, Gernez, Soret und Sarasin untersucht. v. Lang nimmt hierfür die Formel

$$\alpha_t = \alpha_0 (1 + \beta t) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

an und findet $\beta = 0{,}000\,149$. Sohncke dagegen gibt eine Formel von folgender Gestalt:

$$\alpha_t = \alpha_0 (1 + \beta t + \gamma t^2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Er findet $\beta = 0{,}000\,099\,9$, $\gamma = 0{,}000\,000\,318$. Joubert ging bei seinen Versuchen bis zu Temperaturen von 1500°; er findet, daß für das Temperaturintervall zwischen — 20° und + 100° die Formel (10) den Zusammenhang zwischen Drehung und Temperatur ausdrückt, wobei er den Koeffizienten die Werte $\beta = 0{,}000\,146\,3$, $\gamma = 0{,}000\,000\,032\,9$ beilegt. Für hohe Temperaturen ist der Zusammenhang zwischen α und t ein weniger einfacher.

Soret und Sarasin haben gefunden, daß sich auch die Dispersion der Polarisationsebenen mit der Temperatur ändert, daß also der Wert des Koeffizienten β in der Formel (9) von λ abhängt. Für die D-Linie fanden sie $\beta = 0{,}000\,149$ (denselben Wert fand v. Lang), für Cd 24 ($\lambda = 0{,}000\,226$) war $\beta = 0{,}000\,179$.

Sohncke hat die Beziehung zwischen α und t für Natriumchlorat untersucht. Bei diesem Salze nimmt, wie auch beim Quarz, die Drehung mit Erhöhung der Temperatur zu; dasselbe Resultat fand Krecke für Weinsäurelösung. In Ölen und in Zuckerlösung vermindert sich die Drehung bei Zunahme der Temperatur.

Zuckerlösungen sind untersucht worden von Cl. Andrews, Seyffart, Wiley, Pellat u. a. Die genaueste Untersuchung stammt von Schönrock (1900), welcher für den gelben Strahl D folgenden Ausdruck findet:

$$[\alpha]_t = [\alpha]_{20} \{1 - 0{,}000\,217\,(t - 20)\}.$$

Gernez fand für Pomeranzenöl $[\alpha] = 115{,}91^\circ - 0{,}1237\,t - 0{,}000\,016\,t^2$, für Terpentinöl dagegen $[\alpha] = 36{,}61^\circ - 0{,}004\,437\,t$. Für Rohrzuckerlösung hängt nach Tuchschmid die Drehung α von t nicht ab. Guye und Mlle. Aston fanden, daß die Größe $[\alpha]$ für viele optisch aktive, organische Flüssigkeiten sich mit Temperatursteigerung vermindert, und daß sie beim Verdunsten der Flüssigkeit ohne Sprung in die Größe $[\alpha]$ für den Dampf übergeht.

Patterson (1913) hat nachgewiesen, daß viele organische Substanzen bei Erhöhung der Temperatur ein Maximum oder Minimum der Drehung zeigen. Dieselben liegen bei verschiedenen Temperaturen, wenn die Konzentration (gleiches Lösungsmittel vorausgesetzt) geändert wird. Wird das Lösungsmittel geändert, so wird das Maximum für die nämliche Konzentration bei verschiedenen Temperaturen erreicht; auch tritt es für verschiedene Farben bei verschiedenen Temperaturen ein. Wie stark sich das Drehungsvermögen mit der Temperatur und mit der Konzentration ändert, zeigt das Äthyltartrat. Diese Substanz ist rechtsdrehend, sie löst sich aber in Chloroform und in manchen anderen Lösungsmitteln linksdrehend, und erst bei höheren Konzentrationen

oder höheren Wärmegraden kommt, einen Inaktivitätspunkt überschreitend, die Rechtsdrehung wieder zur Geltung. Die folgende Tabelle, entnommen aus H. Kauffmann: Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und chemischer Konstitution, S. 234, Stuttgart 1920, gibt die Drehungen für die D-Linie bei verschiedenen Temperaturen und Konzentrationen p:

Äthyltartrat in Chloroform.

p Proz.	$[\alpha]_{10}$	$[\alpha]_{20}$	$[\alpha]_{30}$	$[\alpha]_{40}$
2,00	$-5{,}08^0$	$-3{,}10^0$	$-1{,}21^0$	$+0{,}47^0$
8,99	$-5{,}17$	$-3{,}15$	$-1{,}10$	$+0{,}67$
19,12	$-5{,}07$	$-2{,}90$	$-0{,}99$	$+0{,}80$
39,91	$-3{,}67$	$-1{,}55$	$+0{,}34$	$+2{,}02$
60,04	$-1{,}15$	$+0{,}70$	$+2{,}31$	$+3{,}86$
79,95	$+2{,}30$	$+3{,}82$	$+5{,}27$	$+6{,}45$

Winther (1902, 1903) und Walden (1906) haben umfangreiche Untersuchungen über die Drehung in verschiedenen Lösungsmitteln ausgeführt.

§ 4. Fresnels theoretische Erklärung für die Drehung der Polarisationsebene. Rotationsdichroismus. Fresnel erklärte die Drehung der Polarisationsebene dadurch, daß er annahm, der geradlinig polarisierte Strahl spalte sich bei seinem Eintritt in ein optisch aktives Medium, z. B. in eine Quarzplatte, welche senkrecht zur Achse herausgeschnitten ist, in zwei kreisförmig polarisierte Strahlen, bei welchen die Bewegungsrichtungen einander entgegengesetzt sind. Diese beiden Strahlen breiten sich im drehenden Medium mit ungleichen Geschwindigkeiten aus und setzen sich bei ihrem Austritt zu einem geradlinig polarisierten Strahl zusammen, dessen Polarisationsebene gegen ihre frühere Lage um einen gewissen Winkel α gedreht ist.

In Bd. I, Abt. 1 auf S. 149 und 151 hatten wir die Zusammensetzung zweier kreisförmiger Schwingungsbewegungen zu einer geradlinigen und umgekehrt die Zerlegung letzterer in zwei kreisförmige betrachtet.

Wir denken uns alle Bewegungen auf eine zum Strahl senkrechte Ebene projiziert und wählen diese als Zeichenebene. Wir ziehen die x-Achse (Fig. 491) parallel zur Schwingungsebene und bezeichnen mit x den veränderlichen Abstand des Ätherteilchens M von der Gleichgewichtslage O an der Eintrittsfläche des Strahles in das drehende Medium. Rechnen wir endlich noch die Zeit von dem Augenblick, in welchem das Teilchen eine seiner Schwingungen beginnt, so ist

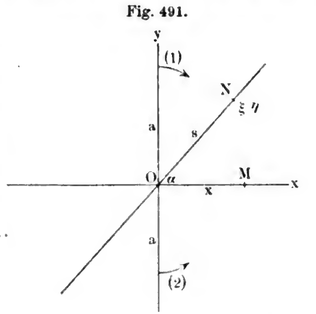
$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

wo a die Amplitude, T die Periode (Dauer) der Schwingungen ist. Diese Bewegung zerfällt an der Eintrittsfläche des Strahles in folgende zwei Kreisbewegungen:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} x_1 = \frac{a}{2} \sin 2\pi \frac{t}{T} \\ y_1 = \frac{a}{2} \cos 2\pi \frac{t}{T} \end{array}\right| \text{rechts: mit dem Uhrzeiger} \\ \left.\begin{array}{l} x_2 = \frac{a}{2} \sin 2\pi \frac{t}{T} \\ y_2 = -\frac{a}{2} \cos 2\pi \frac{t}{T} \end{array}\right| \text{links: gegen den Uhrzeiger} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Offenbar sind diese vier Bewegungen (12), zusammengenommen, mit der Bewegung (11) identisch. Andererseits hat man offenbar zwei Kreisbewegungen, denn es ist $x_1^2 + y_1^2 = a^2$ und $x_2^2 + y_2^2 = a^2$; die Richtungen dieser Bewegungen aber lassen sich leicht finden, wenn man bedenkt, wo sich der Punkt befindet und wohin er sich bewegt, wenn $t = 0$ ist. Die Pfeile in der Fig. 491 erläutern das Gesagte. Die Formeln (11) und (12) entsprechen den Formeln (64) und (65) auf S. 151 und 152 von Bd. I, wenn man in letzteren $\beta = 0$ und $\alpha = 0$ setzt.

Fig. 491.



Es sei h die Dicke der drehenden Schicht, λ und v die Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit des Strahles im Vakuum, v_1 und v_2 die Ausbreitungsgeschwindigkeiten des rechten und linken Strahles im drehenden Medium. Die Größen

$$n_1 = \frac{v}{v_1}; \qquad n_2 = \frac{v}{v_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

bezeichnen wir als die Brechungsquotienten der beiden kreisförmig polarisierten Strahlen, des rechten (n_1) und linken (n_2). Endlich seien noch

$$t_1 = \frac{h}{v_1}; \qquad t_2 = \frac{h}{v_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

die Zeitintervalle, während welcher sich jene beiden Strahlen durch eine Schicht des Mediums von der Dicke h ausbreiten. An der Austritts-

fläche haben wir anstatt der Bewegungen (12) die vier Schwingungsbewegungen

$$\xi_1 = \frac{a}{2} \sin 2\pi \frac{t - t_1}{T}; \quad \xi_2 = \frac{a}{2} \sin 2\pi \frac{t - t_2}{T};$$

$$\eta_1 = \frac{a}{2} \cos 2\pi \frac{t - t_1}{T}; \quad \eta_2 = -\frac{a}{2} \cos 2\pi \frac{t - t_2}{T}.$$

Es ist aber, vgl. (14) und (13),

$$\frac{t_1}{T} = \frac{h}{v_1 T} = \frac{h n_1}{v T} = \frac{h n_1}{\lambda} \quad \text{und} \quad \frac{t_2}{T} = \frac{h n_2}{\lambda};$$

wir können daher schreiben:

$$\xi_1 = \frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{h n_1}{\lambda}\right); \quad \xi_2 = \frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{h n_2}{\lambda}\right);$$

$$\eta_1 = \frac{a}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{h n_1}{\lambda}\right); \quad \eta_2 = -\frac{a}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{h n_2}{\lambda}\right).$$

Wir summieren diese Bewegungen und bezeichnen mit ξ und η (Fig. 491) die Koordinaten des bewegten Punktes. Es ist dann $\xi = \xi_1 + \xi_2$, $\eta = \eta_1 + \eta_2$. Ersetzt man die Summe der Sinusse und die Differenz der Kosinusse durch die Produkte der trigonometrischen Funktionen, so ist

$$\xi = a \cos \frac{\pi h}{\lambda} (n_1 - n_2) \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{h}{2\lambda} (n_1 + n_2)\right]$$

$$\eta = a \sin \frac{\pi h}{\lambda} (n_1 - n_2) \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{h}{2\lambda} (n_1 + n_2)\right].$$

Es sind dies zwei harmonische Schwingungsbewegungen in aufeinander senkrechten Richtungen Ox und Oy mit verschiedenen Amplituden und gleichen Phasen. Sie setzen sich zu einer geradlinigen harmonischen Schwingungsbewegung zusammen, wobei der Abstand s des bewegten Punktes N vom Punkte O gleich ist

$$s = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} = a \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{h}{2\lambda} (n_1 + n_2)\right] \quad \ldots \quad (15)$$

Die Richtung der Schwingung bildet mit der ursprünglichen Richtung den Winkel α (Fig. 491); für diesen ist

$$tg\, \alpha = \frac{\eta}{\xi} = tg \frac{\pi h}{\lambda} (n_1 - n_2),$$

also ist

$$\alpha = \frac{\pi h}{h} (n_1 - n_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

da für $n_1 = n_2$ der Winkel $\alpha = 0$ sein muß. Führt man die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 ein, so erhält man

$$\alpha = \frac{\pi h}{T}\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Auf diese Weise ist die Erscheinung der Drehung selbst erklärt. Die Formeln (16) und (17) geben auch die Größe der Drehung. Wenn $n_1 > n_2$ und $v_2 > v_1$ ist, dann ist $\alpha > 0$, es erfolgt also die Drehung nach links. Dagegen ist $\alpha < 0$ und die Drehung erfolgt nach rechts, wenn $n_2 > n_1$ oder $v_1 > v_2$ ist.

Die Polarisationsebene dreht sich nach der Seite, nach welcher die Bewegung auf dem der beiden kreisförmig polarisierten Strahlen erfolgt, dessen Ausbreitungsgeschwindigkeit die größere ist.

Die Differenz $n_1 - n_2$ ist sehr klein. Im Quarz ist bei $h = 3{,}75$ mm die Drehung für den gelben Strahl gleich $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Setzt man für λ angenähert $\lambda = 0{,}0005$ mm, so ist nach Formel (16)

$$n_1 - n_2 = \frac{1}{15000}.$$

Fig. 492.

Setzt man ferner $n_1 = 1{,}5$, so erhält man für das Verhältnis der Brechungsquotienten

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = 1{,}000\,05.$$

Das Vorhandensein zweier Strahlen, welche sich im Quarz in der Achsenrichtung mit verschiedenen Geschwindigkeiten ausbreiten, also eine besondere Art von Doppelbrechung, ist zuerst von Fresnel mit Hilfe der in Fig. 492 schematisch dargestellten Vorrichtung nachgewiesen worden. Das Parallelepipedon $ADEC$ besteht aus drei Quarzprismen, zwei rechtwinkligen ABC und BDE aus Rechtsquarz und einem mit dem stumpfen brechenden Winkel $CBE = 152^0$ aus Linksquarz. Die optischen Achsen sind in allen drei Prismen der Geraden AD parallel. Der einfallende Strahl Sk ist geradlinig polarisiert; von k nach p breiten sich zwei kreisförmig polarisierte Strahlen aus, und zwar der rechte schneller als der linke. Bei dem Übergange in das Prisma EBC, in welchem umgekehrt die Geschwindigkeit des linken Strahles größer als die des rechten ist, ändern sich die Richtungen beider Strahlen derart, daß der linke sich dem Einfallslote nähert und in der Richtung pr weitergeht, der rechte aber sich vom Einfallslote entfernt und die Richtung pf einschlägt. Beim Übergange aus EBC nach ABC nähert sich umgekehrt der Strahl pf dem Einfallslote, der Strahl pr dagegen entfernt sich von ihm. Die Divergenz der Strahlen nimmt hierbei

noch mehr zu, und aus der Grundfläche *A C* treten zwei Strahlen aus, die, wie man mit Hilfe eines Viertelwellenplättchens (S. 806) findet, tatsächlich kreisförmig polarisiert sind, und zwar der eine nach links, der andere nach rechts. Übrigens ist die Divergenz der Strahlen nicht sehr groß, sie beträgt für gelbe Strahlen im ganzen nur 4′.

Cornu und v. Lang haben durch unmittelbare Messung bewiesen, daß der Brechungsquotient eines kreisförmig polarisierten Strahles von der Richtung der Kreisbewegung abhängt, wenn sich der Strahl an der Achse entlang ausbreitet. v. Lang benutzte ein Quarzprisma, das derart herausgeschnitten war, daß die optische Achse auf der Ebene senkrecht stand, welche die Seitenflächen des brechenden Winkels im Prisma halbiert. In der Lage des Minimums der Ablenkung hatte der Strahl somit die Achsenrichtung (S. 151). Babinet, Stefan und Straubel (1902) haben durch weniger einfache Versuche die Ungleichheit der Ausbreitungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 beider Strahlen nachgewiesen.

Dove fand, daß Amethyst (farbiger Quarz) die nach rechts und nach links kreisförmig polarisierten Strahlen in ungleichem Maße absorbiert.

Fleischl hat gezeigt, daß auch in optisch aktiven Flüssigkeiten zwei kreisförmig polarisierte Strahlen auftreten; nach dem Vorgange von Fresnel kombinierte er eine große Anzahl von Prismen, die abwechselnd linksdrehende und rechtsdrehende Flüssigkeiten enthielten.

Die Drehung der Polarisationsebene wird beim Quarz auch in Richtungen beobachtet, welche einen kleinen Winkel mit der Achse bilden; wie Airy gezeigt hat, sind aber hierbei zwei elliptisch polarisierte Strahlen vorhanden.

Quesneville kommt auf theoretischem Wege zu einer noch verwickelteren Herleitung. Eine eingehende Behandlung dieser Frage findet man in dem Buche von Foussereau, „Polarisation rotatoire“, p. 89—106. Paris 1893.

Die Fresnelsche Theorie fand eine neue Bestätigung durch die Erscheinung des Rotationsdichroismus, welche bereits von Haidinger (1847) im Amethyst beobachtet worden ist; Cotton hat (1895) diese Erscheinung an Lösungen von Salzen der Weinsäure sorgfältig untersucht. Diese Lösungen absorbieren die beiden kreisförmig polarisierten Strahlen, in welche nach der Fresnelschen Theorie ein geradlinig polarisierter Strahl zerfällt, in ungleichem Grade. Beim Verlassen der Lösungen sind zwei kreisförmig polarisierte Strahlen vorhanden, wobei die Radien der Kreise ungleich sind. Zwei solche Strahlen setzen sich nicht mehr zu einem geradlinig, sondern zu einem elliptisch polarisierten Strahl zusammen. Die Theorie dieser Erscheinung ist von Carvallo (1896) behandelt worden.

Mc. Dowell (1905) prüfte die Beobachtung von Cotton bei verschiedenen Lösungen und für verschiedene Teile des Spektrums. Er beobachtete überall dort einen Rotationsdichroismus, wo es auch eine anomale Dispersion der Drehung gibt. Es scheint, daß diese Erscheinung nur in Doppelsalzen stattfindet, wenn eine der Säuren optisch aktiv ist.

In Bd. V werden wir ausführlich die Versuche besprechen, welche die Frage lösen sollen, ob sich der Äther, welcher die Erde umgibt, zusammen mit dieser bewegt oder in Ruhe verharrt. Im Zusammenhang hiermit stehen auch die Versuche von Fizeau, die wir auf S. 108 besprochen haben. Mascart hat nun gezeigt, daß, falls der Äther in Ruhe bleibt, man einen verschiedenen Wert für die Drehung der Polarisationsebene zu erhalten hat, je nachdem der Strahl sich in der Richtung der Erdbewegung ausbreitet oder in der entgegengesetzten. Er selbst fand keinen solchen Unterschied. Lord Rayleigh wiederholte den Mascartschen Versuch und verwandte hierzu fünf Quarzplatten von je 50 mm Dicke. Er fand, daß ein Unterschied von $\frac{1}{100000}$ der Gesamtdrehung nicht vorhanden ist.

§ 5. Künstliche Kombination optisch inaktiver Körper, welche die Polarisationsebene dreht. Reusch (1869) hat gezeigt, daß man aus dünnen Plättchen des optisch inaktiven, zweiachsigen Glimmers einen Körper herstellen kann, welcher die Polarisationsebene dreht. Zu diesem Zwecke hat man eine große Zahl solcher Plättchen von gleicher Dicke derart übereinander zu legen, daß in jedem folgenden Plättchen die Richtung der Halbierungslinie des Winkels zwischen den Achsen, deren Ebene den Flächen der Platte parallel ist, gegen die Richtung der Winkelhalbierenden der vorhergehenden Platte um ein und denselben Winkel φ, z. B. um 60° oder 45°, gedreht ist, und zwar immer nach derselben Seite hin. Drehen sich die Winkelhalbierenden nach rechts (mit dem Uhrzeiger), so bringt der Plattenstapel eine Drehung der Polarisationsebene nach links zustande; drehen sich dagegen die Winkelhalbierenden von einer Platte zur nächstfolgenden nach links, so dreht der entstehende Körper die Polarisationsebene nach rechts. Sohncke und Mallard haben auf Grund dieser Erscheinung, die sich aus den Gesetzen für die Doppelbrechung leicht ableiten läßt, eine besondere Theorie für die Drehung der Polarisationsebene in Kristallen aufgestellt.

F. Neumann und Verdet zeigten, daß in einem Körper, der einer Torsion unterworfen ist, eine Drehung der Polarisationsebene stattfinden muß für einen Strahl, der sich längs der Torsionsachse fortpflanzt. Ewell (1900 bis 1903) entdeckte diese Erscheinung, und zwar bei Gelatine, während es ihm bei Glas nicht gelang, befriedigende Resultate zu erzielen. Eine Lösung von Gelatine in Wasser oder Glycerin wurde in eine kurze Kautschukröhre gebracht, deren Enden durch gläserne Platten abgeschlossen wurden; dann wurde dies Röhrchen einer Torsion

unterworfen; von der beobachteten Drehung wurde diejenige abgezogen, die die Lösung vor der Torsion hervorrief (28° auf 1 cm): es wurden auch Versuche mit freien Gelatinezylindern ausgeführt. Die Drehung der Polarisationsebene erwies sich als entgegengesetzt der Torsionsrichtung. Sie ist bedeutend größer in der Kautschukröhre als in der freien Gelatine. Ein Zusammendrücken längs der Achse vergrößert die Drehung, ein Ausrecken verkleinert sie. Die Drehung nimmt ab bei steigender Temperatur und wächst proportional der vierten Potenz der Torsion.

Die mathematische Theorie der Drehung der Polarisationsebene ist von MacCullagh, Cauchy, Briot, Boussinesq, Sarrau, Ketteler, Lommel, Voigt und in neuerer Zeit besonders von Born, Landé u. a. entwickelt worden.

Die in diesem Kapitel betrachtete Drehung der Polarisationsebene im Quarz und anderen Körpern wird bisweilen auch natürliche Drehung genannt, im Gegensatz zur magnetischen Drehung der Polarisationsebene, die man an Körpern im Magnetfelde beobachtet. Letztere soll in Bd. V betrachtet werden.

§ 6. Methoden zur Messung der Drehung der Polarisationsebene. Saccharimetrie. Man findet den Winkel der Drehung α für eine gegebene Platte und für gegebene homogene Strahlen, z. B. Natriumlicht, wenn man den Winkel mißt, um welchen man den Analysator zu drehen hat, damit das zuvor dunkle Gesichtsfeld zwischen den Nicols nach Einschaltung jener Platte wiederum dunkel wird. Viel genauer ist jedoch die folgende Methode, deren Idee von Fizeau und Foucault stammt und die von Broch (nach welchem sie gewöhnlich genannt wird), G. Wiedemann, Arndtsen, Stefan u. a. angewandt worden ist. Es ist dies eine spektroskopische Methode; sie ermöglicht eine Messung von α für verschiedene Werte von λ, z. B. für verschiedene Fraunhofersche Linien und besteht in folgendem. Die Strahlen gehen durch einen vertikalen Spalt, den Polarisator, die gegebene Platte und treten schließlich durch den Analysator ins Prisma, welches ein Spektrum gibt, das mittels Fernrohr in derselben Weise beobachtet wird, wie im gewöhnlichen Spektroskope. Zuerst stellt man bei Abwesenheit der Platte den Analysator auf Dunkelheit ein; schaltet man darauf die Platte ein, so erscheint ein Spektrum. Bei Drehung des Analysators erscheint ein dunkler Streifen am roten Ende des Spektrums; dieser Streifen rückt bei weiterer Drehung des Analysators durch das Spektrum weiter. Ist der Streifen an dem Teile des Spektrums angelangt, an welchem die Wellenlänge den bekannten und gegebenen Wert λ hat, so ist der Drehungswinkel des Analysators offenbar gleich dem Winkel α, um welchen sich die Polarisationsebene des Strahles λ in der Platte gedreht hat. Am bequemsten ist es, Sonnenlicht zu verwenden, den Spalt zu verlängern und die Nicols und Platte

derart anzuordnen, daß durch dieselben nur Strahlen der einen Spalthälfte hindurchgelangen. In diesem Falle ist die Länge des dunkeln Streifens gleich der halben Breite des Spektrums, so daß sich leicht bestimmen läßt, mit welcher Fraunhoferschen Linie die Mitte des dunkeln Streifens zusammenfällt. v. Lang und Lüdtke haben die Brochsche Methode verbessert.

Bodländer hat das Spektrophotometer von Glan (S. 464) modifiziert und mit Hilfe desselben die Drehung α gemessen. Auch Glan selbst hat (1891) einen Apparat beschrieben, der ausschließlich zu Untersuchungen über die Drehung der Polarisationsebene bestimmt war. Man kann auch den in Fig. 482 auf S. 813 abgebildeten Apparat zur Messung von α verwenden, wenn man einige seiner Teile durch andere ersetzt.

Eine wichtige praktische Bedeutung hat die Messung der spezifischen Drehung von Zuckerlösungen erhalten, da man aus der Größe dieser Drehung auf den Gehalt an reinem Zucker in der gelösten Substanz schließen, daher den Wert der letzteren bestimmen kann. Die zu diesem Zwecke dienenden Apparate heißen Saccharimeter. Befindet sich die Lösung in einer von planparallelen Glasplatten geschlossenen Röhre, so ist die Drehung α der Polarisationsebene eines Strahles in der Lösung der Röhrenlänge l und der Konzentration der Lösung proportional; letztere wird durch die Anzahl m der Gramme des optisch aktiven Zuckers gemessen, die in 1 ccm der Lösung enthalten ist. Hieraus folgt, daß die Größe m durch eine Formel von folgender Form ausgedrückt werden kann:

$$m = c\frac{\alpha}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

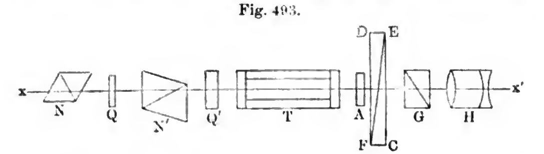
wo c ein Proportionalitätsfaktor ist, der von m, d. h. von der Konzentration der Lösung nur sehr wenig abhängig ist. Ist α in Graden, l in Millimetern ausgedrückt und verwendet man gelbes Natriumlicht, so ist für eine 25 proz. Lösung $c = 1{,}5051$, für eine 5 proz. Lösung dagegen $c = 1{,}5013$. Einige der im folgenden beschriebenen Apparate ermöglichen, m mit einer Genauigkeit zu messen, die bis zu einigen Zehnteln Prozent geht. Wir wollen hier einige der am meisten verbreiteten Saccharimeter beschreiben.

I. Saccharimeter von Biot und Mitscherlich. Eine die Lösung enthaltende kleine Röhre wird zwischen zwei Nicols gebracht; der Analysator wird zuerst bei Abwesenheit jener Röhre auf Dunkelheit eingestellt, darauf geschieht dasselbe nach Einschaltung der Röhre. Der Drehungswinkel des Analysators ist gleich dem gesuchten α. Dieser Apparat gibt keine genauen Resultate.

II. Saccharimeter von Soleil. Die Anordnung der einzelnen Teile dieses Apparates ist in Fig. 493 schematisch dargestellt; Strahlen

(weiße) gehen längs der Achse von links nach rechts durch den Apparat hindurch. Lassen wir zunächst die Quarzplatte Q und den Nicol N beiseite. Die Strahlen gehen durch den Polarisator N' und den Doppelquarz Q', dessen Dicke 3,75 mm oder 7,5 mm (S. 837) beträgt; G ist der Analysator, H ein Galileisches Fernrohr, durch welches der Doppelquarz Q' betrachtet wird. Bei parallelen oder gekreuzten Nicols N' und G (je nach der Dicke von Q') erscheinen beide Hälften desselben in der empfindlichen Färbung, wenn nur die zur Beobachtung dienenden Strahlen weiß sind. Ferner ist A eine rechtsdrehende Quarzplatte und DEF und EFC zwei linksdrehende Quarzprismen (Quarzkeile). Diese beiden Prismen können derart verschoben werden, daß das eine von ihnen ebensoviel nach links (von E nach C) rückt als das andere nach rechts (von F nach D). Bei der Nullstellung, welcher unsere Figur entspricht, muß die Dicke beider Prismen zusammen

Fig. 493.



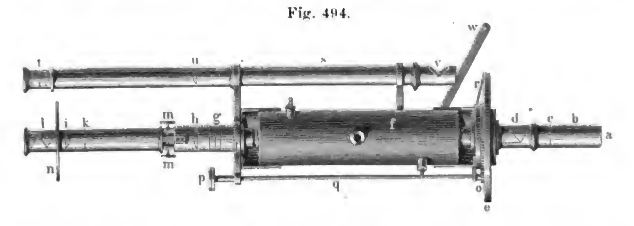
gleich der Dicke der Platte A sein. In diesem Falle üben A und $DEFC$ zusammen keinerlei Wirkung aus, d. h. rufen keine Drehung hervor.

Verschiebt man DEF in der Richtung DF und EFC in der Richtung CE, so nimmt die Dicke der linksdrehenden Schicht zu; verschiebt man dagegen die Prismen in entgegengesetzten Richtungen, so nimmt die Dicke dieser Schicht ab. Im ersten Fall drehen A und $DECF$ zusammengenommen nach links, im zweiten Falle nach rechts. Die Größe, um welche sich die Prismen nach der einen oder anderen Seite verschoben haben, kann an einer besonderen Skala genau gemessen werden; es wird ein für allemal bestimmt, eine wie große Drehung von der Platte A und den Prismen bei jeder Lage der letzteren hervorgerufen wird, eine wie große Drehung also jedem Teilstrich der Skala entspricht. Man stellt G derart ein, daß Q' die empfindliche Färbung gibt, und bringt nach T die Röhre mit der zu prüfenden Lösung, welche die Polarisationsebene um den gesuchten Winkel α dreht. Jetzt ist die Färbung der beiden Hälften von Q' nicht mehr die gleiche. Man verschiebt nun die Prismen derart gegeneinander, daß beide Hälften von Q' wieder die empfindliche Färbung annehmen, so daß also A und $DECF$ gerade die entgegengesetzte Drehung hervorrufen wie T. Ist die Flüssigkeit in T rechtsdrehend, so hat man die Prismen natürlich zusammenzuschieben; man hat sie aus-

einanderzurücken, wenn jene Flüssigkeit linksdrehend ist. An der oben erwähnten Skala liest man die Größe der Drehung ab, welche durch die Platte Q und die beiden Prismen hervorgebracht worden ist; das gesuchte α ist dieser Drehung an Größe gleich, hat aber das entgegengesetzte Vorzeichen.

Ist die Flüssigkeit in T nicht farblos, so kann man durch Verschiebung der Prismen es zwar erreichen, daß beide Hälften von Q' die gleiche Färbung annehmen, doch ist es dann nicht mehr jene violette Farbe, die wir als empfindliche Färbung bezeichneten. Für diesen Fall dienen die Quarzplatte Q und der Nicol N, die zusammen mit dem Analysator N' einen geradlinig polarisierten Strahl geben;

Fig. 494.



derselbe ist aber nicht weiß, sondern farbig. Durch Drehung von N kann man die gleiche Färbung der beiden Hälften von Q' ändern und hierbei auch die empfindliche Färbung erhalten.

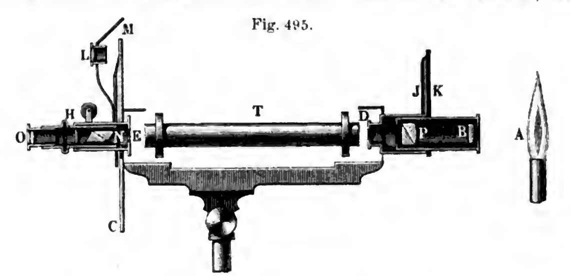
Ventzke und Scheibler haben den Soleilschen Apparat vervollkommnet.

III. Saccharimeter von Wild (Polaristrobometer). In diesem Apparat wie auch im Photometer (S. 460) von Wild bildet das Savartsche Polariskop (S. 800) den Hauptbestandteil. Es besteht, wie wir sahen, aus einer Savartschen Platte und einem Analysator-Nicol, dessen Hauptschnitt Winkel von 45° mit den Hauptschnitten der beiden Teile der Savartschen Platte bildet. Im Polariskop erscheinen parallele Streifen, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes parallel oder senkrecht zum Hauptschnitt des Analysators ist. Die Streifen verschwinden, wenn diese Ebene unter 45° gegen den Hauptschnitt des Analysators geneigt, d. h. parallel zum Hauptschnitt eines der Teile der Savartschen Platte ist. In Fig. 494 ist die Einrichtung des Wildschen Apparates im horizontalen Querschnitte dargestellt. Das Licht einer Natriumflamme gelangt durch die bei a befindliche Öffnung und die Blende b hindurch zum Nicol d. Dieser ganze Teil steht in fester Verbindung mit dem in Grade geteilten Kreise e; man kann ihn mit Hilfe des Stabes q drehen, welcher an seinem Ende ein kleines Zahnrad trägt. Das Fernrohr tu dient zur Ablesung der Kreis-

teilung; g ist die Savartsche Platte, hi ein astronomisches Fernrohr, l der Analysator. Der Teil eca wird derart eingestellt, daß die Streifen verschwinden; hierauf bringt man zwischen d und g die Röhre f mit der zu untersuchenden Flüssigkeit und dreht eca, bis die Streifen abermals verschwinden. Der Winkel, um welchen der Teil eca hierbei gedreht werden mußte, ist der gesuchte Winkel α.

Die bisher beschriebenen Apparate haben einen großen Mangel, der darin besteht, daß das Auge des Beobachters rasch ermüdet und abstumpft, wenn es sich darum handelt, eine Lage zu bestimmen, bei der die beiden Teile des Gesichtsfeldes dieselbe Färbung zeigen oder bei der die Interferenzstreifen verschwinden. Es ist viel leichter, auf

Fig. 495.



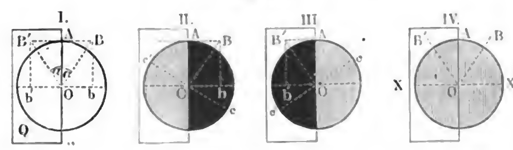
gleiche Helligkeit der beiden Teile des Gesichtsfeldes einzustellen. Apparate, die darauf eingerichtet sind, heißen Halbschattenapparate. Wir wollen einige von ihnen betrachten.

IV. Halbschattensaccharimeter von Cornu-Jellet. Auf S. 762 hatten wir das Halbschattenpolariskop von Cornu kennen gelernt (vgl. Fig. 428, S. 757). Es stellt den Querschnitt eines Nicols dar. Der durch Punkte angedeutete Keil ist abgeschnitten, die beiden übrig bleibenden Teile aber derart aufeinandergeklebt, daß ein Nicol entsteht, dessen beide Hälften mit ihren Hauptschnitten einen sehr kleinen Winkel einschließen. Durch Kombination mit einem anderen Nicol kann man eine gleiche, jedoch nicht vollständige Verdunklung beider Hälften des Gesichtsfeldes erhalten, wenn der Hauptschnitt des Nicols senkrecht ist zur Halbierungsgeraden des spitzen Winkels zwischen den Hauptschnitten beider Polariskophälften. Bei der geringsten Drehung wird eine Hälfte dunkler, die andere heller. Hierauf beruht die Konstruktion des Halbschattensaccharimeters von Jellet, dessen Polariskop sich etwas von dem Cornuschen Polariskope unterscheidet. Die untersuchte Flüssigkeit wird zwischen Polariskop und Analysator gebracht, die vor Einschaltung jener Flüssigkeit und nachher auf gleiche Helligkeit beider Gesichtsfeldhälften eingestellt werden. Der

Winkel, um welchen hierbei der Analysator gedreht werden muß, ist der gesuchte Winkel α.

V. Saccharimeter von Laurent. Dieser Apparat ist in Fig. 495 im Durchschnitt abgebildet. Das Licht der Natriumflamme A geht durch die Platte B aus Kaliumbichromat, welche alle Strahlen absorbiert, die etwa dem gelben Lichte beigemengt sein könnten, so daß sich ein vollkommen homogener Strahl weiter ausbreitet. P ist der Polarisator, den man an dem Griff K drehen kann. In D befindet sich eine Blende mit runder Öffnung, deren eine Hälfte (von O aus gesehen die linke) mit einem Halbwellenplättchen (S. 807) aus Quarz in der Weise bedeckt ist, wie Fig. 496, I zeigt. In diesem Plättchen ist der Gangunterschied des ordentlichen und außerordentlichen Strahles gleich einer ungeraden Zahl halber Wellenlängen, d. h. gleich $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, wo n eine ganze Zahl ist; die Dicke desselben ist gleich $(2n+1) \cdot 0{,}0324$ mm für den gelben Strahl D. Wir nehmen an,

Fig. 496.



daß die Achse des Plättchens mit ihrem Rande OA, d. h. mit dem vertikalen Durchmesser des runden Gesichtsfeldes zusammenfällt. In T befindet sich die zur Untersuchung dienende Flüssigkeit, N ist ein Nicol, der zugleich mit der Lupe L gedreht werden kann, mit der man die Teilungen am festen Kreise C abliest; das Spiegelchen M beleuchtet die Kreisteilung. Durch das kleine Galileische Fernrohr HO wird die Ebene des Diaphragmas D betrachtet. Die Azimute der Ebenen, welche durch die Achse des Apparates gehen, wollen wir von der Vertikalebene aus rechnen, genauer von dem Rande OA des Quarzplättchens, und zwar mögen diese Azimute nach rechts positiv gezählt werden. Die Quarzplatte selbst bringt keine Drehung hervor, da sie parallel zur Achse herangeschnitten ist. Ist das Azimut α des Polarisators gleich 0 oder $\frac{\pi}{2}$, so durchsetzen die Strahlen das Quarzplättchen, welches als isotroper Körper wirkt, ohne Doppelbrechung zu erleiden. Beide Hälften sind bei allen Azimuten β des Analysators gleich hell: sie sind am hellsten bei $\beta = \alpha$, d. h. 0^0 oder $\frac{\pi}{2}$, sie sind vollständig dunkel bei $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$, d. h. wenn $\beta = \frac{\pi}{2}$ oder 0^0 ist. Bildet dagegen die

Polarisationsebene des Polarisators mit dem Hauptschnitte der Quarzplatte einen gewissen Winkel α, wobei sie die Richtung OB hat, so erfahren die Strahlen, welche die Platte durchsetzt haben, Doppelbrechung. Die beiden austretenden Strahlen haben den Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$ und setzen sich zu einem Strahl zusammen; derselbe ist in der Ebene OB' polarisiert, welche in bezug auf OA zur Ebene OB symmetrisch gelegen ist und das Azimut $(-\alpha)$ hat. Jetzt sind beide Hälften des Gesichtsfeldes überhaupt ungleich hell. Macht man z. B. $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$, so daß die Polarisationsebene des Analysators cc' senkrecht zu OB wird (Fig. 496, II), so erscheint die rechte Hälfte des Gesichtsfeldes vollkommen dunkel, die linke dagegen hell; ihre Helligkeit wird ein Maximum, wenn $\alpha = 45^0$ wird, wenn also cc' mit OB' zusammenfällt. Ist jedoch $\beta = -\alpha + \frac{\pi}{2}$, so daß $cc' \perp OB'$ ist (Fig. 496, III), so erscheint umgekehrt die linke Hälfte des Gesichtsfeldes dunkel, die rechte hell. Hat die Ebene des Analysators die Richtung XX' (Fig. 496, IV), so erscheinen beide Hälften des Gesichtsfeldes gleich hell, und zwar sind sie um so heller, je näher α an 90^0 liegt. Eine Drehung des Polarisators ändert in gleicher Weise die Helligkeit beider Gesichtsfeldhälften, bei Drehung des Analysators wird eine Hälfte heller, die andere dunkler. Hat man dem Polarisator eine solche Stellung gegeben, daß α zwischen 0^0 und 90^0 liegt, dem Analysator dagegen die Stellung XX', so nimmt man mit Hilfe der Lupe L die Ablesung am Kreise C vor. Hierauf bringt man die Röhre T mit der Versuchsflüssigkeit zwischen die Quarzplatte D und den Nicol N. Die beiden Polarisationsebenen OB und OB' drehen sich jetzt zugleich nach der einen oder anderen Seite; die Helligkeiten der beiden Gesichtsfeldhälften werden ungleich und, um sie gleich zu machen, hat man den Analysator so zu drehen, daß seine Hauptebene wiederum senkrecht zur Halbierenden des Winkels BOB' wird. Offenbar ist jetzt der Winkel, um welchen wir den Analysator gedreht hatten, gleich dem gesuchten Drehungswinkel der Polarisationsebene für die in der Röhre T enthaltene Flüssigkeit.

Wie man sich leicht vorstellen kann, ist es auch möglich, daß die Achse der Quarzplatte mit ihrem Rande nicht zusammenfällt. Heele hat die Konstruktion dieses Apparates abgeändert. Lippich hat (1890) bewiesen, daß der Laurentsche Apparat keine vollkommen genauen Resultate geben kann, daß in demselben außer geradlinig polarisierten Strahlen auch noch elliptisch polarisierte Strahlen auftreten.

VI. Apparat von Lippich. Dieser Apparat besitzt nicht die Mängel des vorhergehenden und zeichnet sich durch einen sehr hohen

Genauigkeitsgrad aus. Seine Hauptbestandteile sind die folgenden: ein als Polarisator dienender Nicol P (Fig. 497) und ein zweiter, kleiner Nicol P_1, dessen Kante d senkrecht zur Ebene der Zeichnung liegt und das Gesichtsfeld in zwei Hälften teilt; P_1 ist unbeweglich, P kann um einen gewissen Winkel gedreht werden. Die zu untersuchende Substanz wird zwischen den Blenden pp und aa untergebracht; A ist der Analysator, bei einer bestimmten Stellung desselben erscheinen beide Gesichtsfeldhälften gleich hell. Der Winkel zwischen den Hauptschnitten der Prismen P und P_1 darf 3^0 nicht übersteigen; wäre er gleich Null, so würden beide Hälften des Gesichtsfeldes gleichzeitig vollständig dunkel werden. Da dieser Winkel jedoch von Null verschieden ist, so verschwindet bei Drehung des Analysators das Licht zuerst in einer Gesichtsfeldhälfte und darauf in der anderen. Zwischen diesen beiden Stellungen des Analysators gibt es eine solche, bei welcher beide Hälften des Gesichtsfeldes gleich hell erscheinen; in diese Stellung nun hat man den Analysator zu bringen, bevor und nachdem die zu untersuchende Substanz eingeschaltet worden ist.

Fig. 497.

Fig. 498.

Eine weitere Vervollkommnung weist ein Apparat von **Lippich** auf, bei welchem das Gesichtsfeld in drei Teile H, J und K (Fig. 498) geteilt ist. Man erkennt seine Konstruktion aus der nebenstehenden Figur: anstatt eines weiteren Nicols sind hier zwei solche B und C vorhanden, deren Hauptschnitte zusammenfallen oder einen sehr kleinen Winkel bilden müssen, der keinen merklichen Unterschied in der Beleuchtung der beiden Seiten H und K des Gesichtsfeldes G veranlaßt. Man findet, daß im zweiten Falle die Genauigkeit der Einstellung noch erhöht wird.

Landolt hat die äußere Einrichtung des Apparates von **Lippich** vervollkommnet und denselben in eine sehr geeignete Form gebracht, um mit ihm alle möglichen Untersuchungen vornehmen zu können, die sich auf Drehung der Polarisationsebene beziehen.

Lummer, **Stammer**, **Peters**, **Josef-Jan Frič**, **Glan**, **Seyffart**, **Fleischl**, **Righi**, **Poynting**, **Pellin** (1903), **Rates** (1903), **Schoenrock** (1904), **Lummer** und **Kynast** (1907) u. a. haben ebenfalls Apparate zur Messung der Drehung der Polarisationsebene konstruiert.

Literatur.

Zu § 1.

Eine sehr eingehende Behandlung der Frage nach der Drehung der Polarisationsebene findet man in dem Werke von Landolt, „Das optische Drehungsvermögen", 2. Aufl., Braunschweig 1898, sowie in Graham-Otto, „Lehrbuch der Chemie" I, 3, S. 703—866, Artikel von Landolt, Braunschweig 1898.

Arago: Mém. de la prem. Cl. de l'Inst. **12**, 93, 1812; Oeuvres compl. **10**, 36; Gilb. Ann. **40**, 145, 1812.

Biot: Mém. de la prem. Cl. de l'Inst. **13**, 218, 1813; Bull. de la Soc. Philomath. 1815, p. 190; 1816; Ann. chim. et phys. (2) **4**, 90, 1815; Mém. de l'Acad. des Sc. **2**, 41, 1818.

Fresnel: Mém. de l'Acad. des Sc. **20**, 163, 1818; Ann. chim. et phys. (3) **17**, 172, 1818; (2) **28**, 147, 1822; Oeuvres compl. **1**, 655, 731.

Carvallo: Ann. chim. et phys. (6) **26**, 113, 1892; Compt. rend. **113**, 846, 1891; **114**, 228, 1892.

Moreau: Thèse (Nr. 783). Paris 1893; Ann. chim. et phys. (6) **30**, 227, 433, 1893.

Hupe: Programm der Realschule in Charlottenburg. Berlin 1894.

Ingersoll: Phys. Rev. **9**, 257, 1917.

Soret et Sarasin: Journ. d. phys. (1) **5**, 156, 1876; (2) **2**, 381, 1883; Arch. (3) **7**, 5, 97, 201, 1882.

Broch: Ann. chim. et phys. (3) **34**, 119, 1852; Doves Rep. d. Phys. **7**, 91, 113, 1846.

Stefan: Pogg. Ann. **122**, 631, 1864; Wien. Ber. **50**, II, 88, 380, 1864; Phil. Mag. (4) **28**, 137, 1864.

v. Lang: Wien. Ber. **71**, II, 707, 1875; **74**, II, 209, 1876; Pogg. Ann. **156**, 422, 1875.

Desains et De la Provostaye: Ann. chim. et phys. (3) **27**, 232, 1849; **30**, 267, 1850; Pogg. Ann. **82**, 114, 1850.

Desains: Compt. rend. **62**, 1277, 1866; **84**, 1056, 1877; Pogg. Ann. **138**, 487, 1866.

Hussel: Wied. Ann. **43**, 498, 1891.

Dongier: Compt. rend. **125**, 228, 1897; **126**, 1627, 1898; Journ. de phys. (3) **7**, 637, 1898.

Bates und Phelps: Phys. Rev. **10**, 90, 1917.

Gumlich: Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt **2**, 201, 1895; Instr. **16**, 97, 1896.

Lowry: Journ. chem. Soc. **103**, 1067, 1322, 1913; Phil. Trans. **212**, 261, 1912.

Soleil: Compt. rend. **21**, 421, 1845; **24**, 973, 1846; **26**, 163, 1847.

Airy: Cambr. Phil. Trans. **4**, 79, 198, 1831; Pogg. Ann. **23**, 204, 1831.

Wood: Phil. Mag. **6**, 96, 1903.

Zu § 2.

Brewster: Rep. of Brit. Ass. **28**, 13, 1858.

Marbach: Pogg. Ann. **91**, 428, 1854; **94**, 412, 1855; **99**, 451, 1856; Compt. rend. **40**, 793, 1855; Ann. chim. et phys. (3) **43**, 252, 1854; (3) **44**, 41, 1855.

O. Weder: Diss., Stuttgart 1896.

Pocklington: Phil. Mag. (6) **2**, 361, 1901.

Wiener: Wied. Ann. **35**, 1, 1888.

Pockels: Lehrb. d. Krystallooptik, Leipzig 1906.

Chipart: Théorie gyrostatique de la lumière, Paris 1904.
Sommerfeld: Phys. Zeitschr. 7, 207, 266, 1906.
Voigt: Phys. Zeitschr. 6, 787, 1905; 7, 267, 1906; Verh. d. D. Phys. Ges. 1905, S. 340; Ann. d. Phys. (4) 18, 645, 1905.
Dufet: Journ. d. Phys. (4) 3, 757, 1904; Bull. soc. minér. 27, 156, 1904.
Beaulard: Journ. d. Phys. (3) 2, 472, 1893; Thèse de la Faculté de Paris. Marseille 1893.
Gibbs: Amer. Journ. of Sc. (3) 33, 460, 1882.
Goldhammer: Journ. de Phys. (3) 1, 205, 1890.
MacCullagh: Irish. Ac. Trans. 17, III 461; Proc. Irish. Acad. p. 383, 1837—1840.
Clebsch: Crelles Journ. 57, 355, 1860.
Boussinesq: Journ. de Liouville (2) 13, 366, 1868.
Verdet: Optique physique 2, 326, 1870.
Descloiseaux: Compt. rend. 44, 876, 909, 1857; Ann. chim. et phys. (3) 51, 361, 1857; Pogg. Ann. 102, 471, 1857.
Le Bel: Ber. chem. Ges. 5, 391, 1872.
Wyrouboff: Ann. chim. et phys. (6) 8, 340, 1886.
Nasini: Mem. d. R. Ac. dei Lincei (3) 13, 1882.
Biot: Mém. de l'Acad. des Sc. 15, 93, 1836; Compt. rend. 1, 66, 177, 457, 1836.
Landolt: Liebigs Ann. 189, 322, 1877.
Schneider: Liebigs Ann. 207, 257, 1881.
Debrunfaut: Compt. rend. 23, 38, 1846; 42, 739, 1858.
Roux: Journ. d. Phys. (4) 2, 903, 1903.
Trey: Zeitschr. f. phys. Chem. 46, 620, 1903.
Hudson: Zeitschr. f. phys. Chem. 44, 487, 1903.
Tanret: Compt. rend. 120, 1060, 1895.
Müller: Compt. rend. 118, 425, 1894.
Patterson: Trans. R. Soc. 79, 167, 477, 1901; 81, 1097, 1134, 1902; Journ. chem. Soc. 85/86, 1116, 1153, 1904; 87/88, 122, 1905.
Oudemans: Pogg. Ann. 148, 337, 1873; Journ. de phys. (1) 2, 223, 1873.
Walden (Uranyl): Chem. Ber. 30, 2889, 1897; 1898, S. 81.
Gernez (Dämpfe): Compt. rend. 58, 1108, 1864; 62, 1277, 1866; Ann. de l'Ec. Norm. 1, 1, 1864.
Milroy: Zeitschr. f. phys. Chem. 50, 443, 1904.
Rimbach u. Schneider: Zeitschr. f. phys. Chem. 44, 467, 1903.
Rimbach u. Weber: Zeitschr. f. phys. Chem. 51, 473, 1905.
Grossmann u. Wienecke: Zeitschr. f. phys. Chem. 54, 385, 1906.
Grossmann u. Poetter: Zeitschr. f. phys. Chem. 56, 577, 1906.
Grossmann: Zeitschr. f. phys. Chem. 57, 533, 1906; 75, 129, 1910.
Gernez (Einfluß der Beimischungen): Compt. rend. 109, 151, 769, 1889; 110, 525, 1365, 1890; 111, 792, 1890.
Guye et Amaral: Arch. (3) 33, 409, 513, 1895.
Wyrouboff: Journ. de phys. (3) 3, 451, 1894.
Ewell: Amer. Journ. of Science 8, 89, 1899; Phys. Zeitschr. 1, 201, 1900.
Pasteur: Leçons de chemie professées en 1860, Paris 1861; Compt. rend. 26, 535, 1847; 28, 477, 1848; 31, 480, 1850; 33, 217, 1851; 35, 176, 1852; Ann. chim. et phys. (3) 24, 442, 1848; 28, 56, 1850; 31, 67, 1851; 34, 30, 1852; 38, 437, 1853; Pogg. Ann. 80, 127, 1850; 82, 144, 1851; 90, 504, 1853.
Ladenburg: Ber. chem. Ges. 27, 75, 3226; 28, 164; 31, 1969; 32, 50, 864.
Cotton: Ann. chim. et phys. (7) 8, 347, 1896.
Byck: Zeitschr. f. phys. Chem. 49, 641, 1904.
Walden: Naturwiss. Rundschau 15, Nr. 12—16, 1900; 36, 607, 1904.

Le Bel: Bull. Soc. chim. (2) **22**, 1874.
H. van 't Hoff: Bull. Soc. chim. (2) 23, 1875; Ber. chem. Ges. **10**, 1620, 1877.
Le Bel (Stickstoff): Compt. rend. **112**, 724, 1891; **129**, 548, 1899.
Ladenburg: Chem. Ber. **26**, 864, 1893; Berl. Ber. 1892, S. 1057.
Wedekind: Zur Stereochemie des fünfwertigen Stickstoffes, 1899; 142, 1899; Zeitschr. f. phys. Chem. **45**, 235, 1903.
P. Walden: Zeitschr. f. phys. Chem. **15**, 638, 1894; **17**, 245, 705, 1896; **20**, 377, 569, 1896; Journ. d. russ. phys. chem. Ges. **30**, 483, 632, 767, 1898; Chem. Ber. **28**, 2766, 1895; **32**, 2703, 2706, 2849, 1899.
Winther: Zeitschr. f. phys. Chem. **55**, 257, 1906; **56**, 465, 703, 719, 1906; **60**, 563, 590, 641, 685, 756, 1907.

Zu § 3.

Stefan: Wien. Ber. **50**, II, 88, 1864; Pogg. Ann. **122**, 631, 1864.
Broch: Doves Rep. der Phys. **7**, 91, 113, 1846; Ann. chim. et phys. (3) **34**, 119, 1852.
Boltzmann: Pogg. Ann., Jubelb., S. 128, 1874.
Lommel: Wied. Ann. **14**, 523, 1881.
Carvallo: Ann. chim. et phys. (6) **26**, 113, 1892; Compt. rend. **113**, 846, 1891; **114**, 288, 1892.
Moreau: Ann. chim. et phys. (6) **30**, 433, 1893.
Gumlich: Wied. Ann. **64**, 333, 1898.
G. Wiedemann: Pogg. Ann. **82**, 215, 1851.
Arndtsen: Pogg. Ann. **105**, 312, 1858.
Mascart et Bénard: Ann. chim. et phys. (7) **17**, 125, 1899.
Siertsema: Arch. néerland. (2) **3**, 79, 1899.
Wild: Ein neues Polaristrobometer, Bern 1865.
Arndtsen (Weinsäure): Ann. chim. et phys. (3) **54**, 403, 1858; Pogg. Ann. **105**, 312, 1858.
Wendell: Wied. Ann. **66**, 1149, 1898.
Cotton: Compt. rend. **120**, 889, 1891.
Guye et M-lle Aston: Compt. rend. **124**, 194; **125**, 819, 1897.
Nutting: Phys. Rev. **17**, 1, 1903.
Fizeau: Ann. chim. et phys. (4) **2**, 176, 1864.
v. Lang: Pogg. Ann. **156**, 422, 1875.
Sohncke: Wied. Ann. **3**, 516, 1878.
Joubert: Journ. de phys. (1) **8**, 5, 1879.
Gernez: Journ. de phys. (1) **8**, 57, 1879.
Soret et Sarasin: Compt. rend. **95**, 635, 1882.
Krecke: Arch. Néerlandaises. **7**.
Cl. Andrews: Moniteur scientif. (4) **3**, 1366, 1889.
Seyffart: Wied. Ann. **41**, 113, 1890.
Wiley: Journ. Amer. chem. Soc. **21**, 568, 1899.
Schoenrock: Instr. **20**, 97, 1900; Zeitschr. f. phys. Chem. **34**, 87, 1900.
Pellat: Ann. chim. et phys. (7) **23**, 289, 1901.
Tuchschmied: Diss., Zürich 1869.
Winther: Zeitschr. f. phys. Chem. **41**, 161, 1902; **45**, 331, 1903.
Walden: Zeitschr. f. phys. Chem. **55**, 1, 1906.

Zu § 4.

Fresnel: Siehe oben.
Cornu: Compt. rend. **92**, 1395, 1881.
v. Lang: Wien. Ber. **60**, II, 767, 1869; Pogg. Ann. **140**, 460, 1870.

Babinet: Compt. rend. **4**, 900, 1837.
Stefan: Pogg. Ann. **126**, 658, 1865.
Straubel: Ann. d. Phys. **7**, 905, 1902.
Quesneville: Über die elliptische Doppelbrechung des Quarzes in der Nähe seiner Achse. Teil 1 und 2. Paris 1896—1897 (russ.).
Kraft u. Zakrzewski: Bull. Cracov. **1904**, 504.
Reese: Phys. Rev. **22**, 265, 1906.
Dove: Pogg. Ann. **110**, 279, 1860.
Fleischl: Wied. Ann. **24**, 127, 1885.
Airy: Trans. Cambr. Soc. **4**, 77, 199, 1833.
Cotton: Compt. rend. **120**, 989, 1895; Ann. chim. et phys. (7) **8**, 347, 1896; Journ. de phys. (3) **5**, 237, 290, 1896; **7**, 84, 1898.
Carvallo: Compt. rend. **122**, 985, 1896.
Mc. Dowell: Phys. Rev. **20**, 163, 1905.
Mascart: Ann. Ecole norm. sup. (2) **1**, 157, 1872.
Larmor: Aether and Matter. Cambridge 1900.
Rayleigh: Phil. Mag. (6) **4**, 215, 1902.
Wachsmuth u. Schoenrock: Verh. d. D. Phys. Ges. **4**, 183, 1902.
H. Lorentz: Verh. d. Ges. Deutsch. Naturf. in Düsseldorf 1892, 2. Teil, 1. Heft, S. 49; Versuch einer Theorie usw., Leiden 1895, S. 119; Versl. K. Ak. van Wet., p. 793, 1901—1902.

Zu § 5.

Reusch: Pogg. Ann. **138**, 628, 1869; Berl. Ber. **1869**, 530.
Sohncke: Pogg. Ann. Ergbd. **8**, 16, 1878; Math. Ann. **9**, 504, 1876; Zeitschr. Kryst. **13**, 229, 1888.
Mallard: Ann. des mines (7) **19**, 256, 1881; Compt. rend. **92**, 1155, 1881; Journ. de phys. (1) **10**, 479, 1881.
Ewell: Amer. Journ. of Sc. **8**, 89, 1899; **15**, 363, 1903; Phys. Zeitschr. **1**, 201, 1900; **4**, 706, 1903; **13**, 100, 1912; Phys. Rev. **33**, 480, 1911.
Mac Cullagh: Irish Trans. **17**, III, 461, 1837; Proceed. Irish Acad. **1**, 383, 1840.
Cauchy: Compt. rend. **15**, 916, 1842; **25**, 331, 1847.
Briot: Théorie mathém. de la lumière; deutsche Übersetzung von Klinkerfues. Leipzig 1867, S. 123.
Boussinesq: Liouv. Journ. (2) **13**, 330, 340, 425, 1868.
Sarrau: Liouv. Journ. (2) **13**, 99, 1868.
Ketteler: Wied. Ann. **16**, 86, 1882.
Lommel: Wied. Ann. **15**, 378, 1882.
Voigt: Wied. Ann. **19**, 873, 1883; **30**, 191, 1887.

Zu § 6.

Fizeau et Foucault: Ann. chim. et phys. (3) **26**, 138, 1849; **30**, 146, 1850; Oeuvres de Foucault, p. 105.
Broch: Ann. chim. et phys. (3) **34**, 119, 1852.
G. Wiedemann: Pogg. Ann. **82**, 215, 1851.
Arndtsen: Ann. chim. et phys. (3) **54**, 403, 1858.
Stefan: Wien. Ber. **50**, II, 88, 1864.
v. Lang: Wien. Ber. **74**, II, 209, 1876.
Lüdtke: Pogg. Ann. **137**, 271, 1869.
Bodländer: Diss., Breslau 1882; Zeitschr. f. Kryst. **9**, 309, 1883.
Glan: Münch. Ber. 1891; Zeitschr. f. Kryst. **23**, 280.
Biot: Compt. rend. **11**, 413, 1840; Ann. chim. et phys. (2) **75**, 401, 1840.

Mitscherlich: Lehrb. d. Chemie, 4. Aufl., 1, 361, 1844.
Soleil: Compt. rend. 21, 426, 1845; 24, 973, 1847; 26, 162, 1847; 31, 248, 1850.
Ventzke: Erd. Journ. f. prakt. Chem. 25, 84; 28, 111.
Scheibler: Zeitschr. d. Ver. f. Rübenzuckerindustrie 1870, S. 609.
Wild: Neues Polaristrobometer, Bern 1865; Ann. chim. et phys. (4) 3, 501, 1864; Pogg. Ann. 122, 626, 1864.
Jellet: Rep. Brit. Assoc. 1860, II, 13.
Laurent: Journ. de phys. (1) 3, 183, 1874; 8, 164, 1879; Dingl. Journ. 223, 608, 1877.
Lippich: Instr. 2, 167, 1882; 12, 333, 1892; Wien. Ber. 85, 268, 1882; 91, 1059, 1885; 99, 695, 1890; 105, 317, 1896; Instr. 14, 326, 1894.
Heele: Instr. 16, 269, 1896; 10, 210, 1896.
Lummer: Instr. 15, 293, 1895; 16, 210, 1896.
Landolt: Ber. chem. Ges. 28, 3102, 1895.
Stammer: Zeitschr. f. Rübenzuckerindustrie 37, 474, 1887; 43, 1040, 1893.
Peters: Zeitschr. f. Rübenzuckerindustrie 44, 221, 1894.
Josef-Jan Frič: Oest.-Ungar. Zeitschr. f. Zuckerindustrie 1895, V.
Martens: Instr. 20, 82, 1900.
Righi: Mem. d. Acad. di Bologna (4) 6, 591, 1885.
Glan: Wied. Ann. 43, 44, 1891.
Seyffart: Wied. Ann. 41, 111, 1890.
Poynting: Phil. Mag. (5) 10, 18, 1880.
Fleischl: Rep. d. Phys. 21, 323, 1885.
Pellin: Journ. d. Phys. (4) 2, 436, 1903.
Bates: Ann. d. Phys. (4) 12, 1080, 1903.
Schoenrock: Ann. d. Phys. (4) 14, 406, 1904.
Lummer u. Kynast: Ann. d. Phys. (4) 22, 721, 1907.

Namenregister

der im Text erwähnten Autoren.

Sachregister.

Berichtigungen.

Seite 23, Zeile 8 von oben muß es statt: Die Gasfüllung usw. heißen: Der Einfluß der Gasfüllung usw.

Seite 108, Zeile 15 von unten muß es statt: Fresnel (1818) gab die Formel usw. heißen: Für den Einfluß der Bewegung des Mediums auf die Ausbreitung der strahlenden Energie in demselben gab Fresnel (1818) die Formel

Seite 299, Zeile 4 und 5 von oben lies: Ritz statt Rytz.

Seite 319, Zeile 13 von unten lies: Benoît statt Renoît.

Seite 432, Zeile 16 von unten muß es heißen: Lenard: Ann. d. Phys. statt Drud. Ann.

Seite 776, Zeile 15 von unten muß heißen: und zwar besitzen sie im allgemeinen acht Banden, die in fünf schmälere Einzelbanden zerfallen; die letzteren bestehen je aus einem Dublett, dessen Komponenten senkrecht zu einander polarisiert sind.



Stereoskopbild II.

Stereoskopbild des Mondes

nach Aufnahmen

mit dem équatorial coudé, Paris.

Chwolson, Lehrbuch der Physik. II, 2.

W

N — S

O

Stereoskopbild